

ИЗВЕСТИЯ

Волгоградского
государственного
технического
университета

ISSN 1990-5297



Серия
Роботы, мехатроника
и робототехнические системы

16+

№ 9 (316)
2026

Главный редактор научного журнала
«Известия Волгоградского государственного технического университета»
академик РАН, профессор, доктор химических наук
И. А. НОВАКОВ

Редакционная коллегия:

Брискин Е. С. – д-р физ.-мат. наук, профессор ВолгГТУ, г. Волгоград

Буренин А. А. – чл.-корр. РАН, д-р физ.-мат. наук, профессор, Хабаровский Федеральный исследовательский центр, Институт машиноведения и металлургии ДВО РАН, г. Комсомольск-на-Амуре

Витязь П. А. – академик Национальной академии наук Беларуси (НАНБ), Институт порошковой металлургии, г. Минск, Республика Беларусь

Голованчиков А. Б. – д-р техн. наук, профессор ВолгГТУ, г. Волгоград

Заякин О. В. – чл.-корр. РАН, д-р техн. наук, профессор, Институт металлургии им. Н. А. Ватолина УрО РАН, г. Екатеринбург

Злотин С. Г. – чл.-корр. РАН, д-р хим. наук, профессор, Институт органической химии им. Н. Д. Зелинского РАН, г. Москва

Иванов В. К. – академик РАН, д-р хим. наук, профессор, Институт общей и неорганической химии им. Н. С. Курнакова РАН, г. Москва

Ингеманссон А. Р. – д-р техн. наук, АО «ФНПЦ «Титан-Баррикады», г. Волгоград

Калита В. И. – д-р техн. наук, профессор, Институт металлургии и материаловедения им. А. А. Байкова РАН, г. Москва

Коберник Н. В. – д-р техн. наук, профессор, Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана, г. Москва

Колмаков А. Г. – чл.-корр. РАН, д-р техн. наук, Институт металлургии и материаловедения им. А. А. Байкова РАН, г. Москва

Королев А. В. – д-р техн. наук, профессор, Саратовский государственный технический университет им. Ю. А. Гагарина, г. Саратов

Красиков А. В. – д-р техн. наук, АО «Волжский трубный завод», г. Волжский Волгоградская обл.

Кудряков О. В. – д-р техн. наук, профессор, Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону

Кузьмин С. В. – чл.-корр. РАН, д-р техн. наук, профессор, ВолгГТУ, г. Волгоград

Кураев А. А. – д-р физ.-мат. наук, профессор, Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники, г. Минск, Республика Беларусь

Левашов Е. А. – чл.-корр. РАН, д-р техн. наук, профессор НИТУ «МИСиС», г. Москва

Лысак В. И. – академик РАН, д-р техн. наук, профессор ВолгГТУ, г. Волгоград

Макаров А. В. – академик РАН, Институт физики металлов им. М. Н. Михеева УрО РАН, г. Екатеринбург

Максимов А. Л. – академик РАН, Институт нефтехимического синтеза им. А. В. Топчиева РАН, г. Москва

Малолетов А. В. – д-р физ.-мат. наук, профессор, Университет Иннополис, г. Иннополис, Республика Татарстан

Навроцкий А. В. – чл.-корр. РАН, д.х.н., профессор ВолгГТУ, г. Волгоград

Пай В. В. – д-р физ.-мат. наук, профессор, Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН, г. Новосибирск

Первухин Л. Б. – д-р техн. наук, ООО «Битруб Интернэшнл», г. Красноармейск, Московская обл.

Пустовойт В. Н. – д-р техн. наук, профессор, Донской государственный технический университет, г. Ростов-на-Дону

Пышминцев И. Ю. – д-р техн. наук, доцент, Русский научно-исследовательский институт трубной промышленности, г. Челябинск

Русинов В. Л. – чл.-корр. РАН, д-р хим. наук, профессор УрФУ, г. Екатеринбург

Трифонов А. А. – чл.-корр. РАН, д-р хим. наук, профессор, Институт элементоорганических соединений им. А. Н. Несмеянова РАН, г. Москва

Шолохов М. А. – д-р техн. наук, профессор, Институт физики металлов им. М. Н. Михеева УрО РАН, г. Екатеринбург

Шурыгин В. А. – академик РАН, д-р техн. наук, генеральный конструктор АО «ФНПЦ «Титан-Баррикады», г. Волгоград

Серия

«РОБОТЫ,
МЕХАТРОНИКА
И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ
СИСТЕМЫ»

ИЗВЕСТИЯ



ВОЛГОГРАДСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Журнал входит в перечень утвержденных ВАК РФ изданий для публикации трудов соискателей ученых степеней

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ:

Председатель

Брискин Е. С., д.ф.-м.н., проф.

Горобцов А. С., д.т.н., проф.

Жога В. В., д.ф.-м.н., проф.

Ермолов И. Л., д.т.н., чл.-корр. РАН,
ИПМех им. А. Ю. Ишлинского РАН
(г. Москва)

Калинин Я. В., к.т.н., доцент,
РУДН (г. Москва)

Капустян С. Г., д.т.н.,
ЮФУ (г. Ростов-на-Дону)

Малолетов А. В., д.ф.-м.н.,
Университет Иннополис
(г. Иннополис, Республика Татарстан)

Медведев М. Ю., д.т.н., доцент,
ЮФУ (г. Ростов-на-Дону)

Несмиянов И. А., д.т.н., проф.,
ВолГАУ (г. Волгоград)

Пановко Г. Я., д.т.н., проф.
ИМАШ им. А. А. Благонравова
РАН (г. Москва)

Ронжин А. Л., д.т.н., проф. РАН,
СПбФИЦРАН (г. Санкт-Петербург)

Фоменков С. А., д.т.н., проф.

Чернышев В. В., д.т.н., проф.

Шаронов Н. Г., к.т.н., доцент
Шурыгин В. А. – академик РАН,
д.т.н., ген. конструктор «Титан-
Баррикады»

Юценко А. С., д.т.н., проф.,
МГТУ им. Н. Э. Баумана (г. Москва)

Яцун С. Ф., д.т.н., проф.,
ЮЗГУ (г. Курск)

Ответственный секретарь

Вершинина И. П., к.т.н., доцент
Тел.: 8 (8442) 24-81-13

Международный индекс журнала
ISSN 1990-5297

Журнал распространяется
по подписке.

Индекс журнала
по объединенному каталогу
«Пресса России» – 80811
[https://www.pressa-
rf.ru/cat/1/edition/y_e80811/](https://www.pressa-
rf.ru/cat/1/edition/y_e80811/)

Тел. Издательства ВолГТУ:

8 (8442) 24-84-05

8 (8442) 24-84-08

zavrio@vstu.ru

Научный журнал

Издается с января 2004 г.

Выходит двенадцать раз в год

№ 9 (316)
Сентябрь
2026

УЧРЕДИТЕЛЬ:

ФГБОУ высшего образования

«Волгоградский государственный технический университет»

Адрес редакции:

Волгоград, пр. В. И. Ленина, 28.

Телефон: гл. редактор – 8(8442) 24-80-00

E-mail: ianovakov@vstu.ru

Журнал зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере связи,
информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор)

Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77–61113 от 19 марта 2015 г.

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Волгоградского государственного технического университета

*Авторское право на журнал в целом принадлежит Учредителю,
на отдельные статьи – сохраняется за автором*

*Перепечатка из журнала «Известия Волгоградского государственного технического
университета» категорически запрещена без оформления договора
в соответствии с действующим законодательством РФ*

*При перепечатке материалов ссылка на журнал «Известия Волгоградского
государственного технического университета» обязательна*

Editor-in-Chief of the scientific journal "Izvestia VSTU":

Novakov I. A. – Academician of RAS, Prof., Dr. Sci. (Chemistry), VSTU

Editorial board:

Briskin E. S. – Dr. Sci. (Phys.-Math), Prof., VSTU, Volgograd

Burinin A. A. – Corresponding Member of the RAS, Dr. Sci. (Phys.-Math), Institute of Machine Science and Metallurgy, Far Eastern Branch of the RAS, Komsomolsk-on-Amur

Vityaz P. A. – Academician of the NAS of Belarus, State Scientific Institution "Powder Metallurgy Institute", Minsk, Republic of Belarus

Golovanchikov A. B. – Dr. Sci. (Engineering), Prof., VSTU, Volgograd

Zayakin O. V. – Corresponding Member of the RAS, Dr. Sci. (Engineering), Institute of Metallurgy, Ural Branch of the RAS, Yekaterinburg

Zlotin S. G. – Corresponding Member of the RAS, Dr. Sci. (Chemistry), N. D. Zelinsky Institute of Organic Chemistry of the RAS, Moscow

Ivanov V. K. – Academician of the RAS, Dr. Sci. (Chemistry), N. S. Kurnakov Institute of General and Inorganic Chemistry of the RAS, Moscow

Ingemansson A. R. – Dr. Sci. (Engineering), JSC "FSC "Titan-Barrikady", Volgograd

Kalita V. I. – Dr. Sci. (Engineering), Prof., A. A. Baikov Institute of Metallurgy and Materials Science of the RAS, Moscow

Kobernik N. V. – Dr. Sci. (Engineering), Bauman Moscow State Technical University, Moscow

Kolmakov A. G. – Corresponding Member of the RAS, Dr. Sci. (Engineering), A. A. Baikov Institute of Metallurgy and Materials Science of the RAS, Moscow

Korolev A. V. – Dr. Sci. (Engineering), Prof., Saratov State Technical University Ju. A. Gagarin, Saratov

Krasikov A. V. – Dr. Sci. (Engineering), Volzhsky Pipe Plant JSC, Volzhsky, Volgograd Region

Kudryakov O. V. – Dr. Sci. (Engineering), Prof., Don State Technical University, Rostov-on-Don

Kuzmin S. V. – Corresponding Member of the RAS, Dr. Sci. (Engineering), Prof., VSTU, Volgograd

Kuraev A. A. – Dr. Sci. (Phys.-Math), Prof., Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics, Minsk, Republic of Belarus

Levashov E. A. – Corresponding Member of the RAS, Dr. Sci. (Engineering), Prof., NUST MISiS, Moscow

Lysak V. I. – Academician of the RAS, Dr. Sci. (Engineering), Prof., VSTU, Volgograd

Makarov A. V. – Academician of the RAS, M. N. Mikheev Institute of Metal Physics of the Ural Branch of the RAS, Yekaterinburg

Maksimov A. L. – Academician of the RAS, A. V. Topchiev Institute of Petrochemical Synthesis of the RAS, Moscow

Maloletov A. V. – Dr. Sci. (Phys.-Math), Prof., Innopolis University, Innopolis, Republic of Tatarstan

Navrotsky A. V. – Corresponding Member of the RAS, Dr. Sci. (Chemistry), Prof., VSTU, Volgograd

Pai V. V. – Dr. Sci. (Phys.-Math), Prof., Lavrentiev Institute of Hydrodynamics of the Siberian Branch of the RAS, Novosibirsk

Pervukhin L. B. – Dr. Sci. (Engineering), Prof., "Bitrub International" LLC, Krasnoarmeysk, Moscow Region

Pustovoit V. N. – Dr. Sci. (Engineering), Prof., Don State Technical University, Rostov-on-Don

Pyshmintsev I. Yu. – Dr. Sci. (Engineering), Ass. Prof., Russian Scientific Research Institute of the Tube and Pipe Industries, Chelyabinsk

Rusinov V. L. – Corresponding Member of the RAS, Ph. Dr. Sci. (Chemistry), Prof., Ural Federal University, Yekaterinburg

Trifonov A. A. – Corresponding Member of the RAS, Dr. Sci. (Chemistry), Prof., A. N. Nesmeyanov Institute of Organoelement Compounds of the RAS, Moscow

Sholokhov M. A. – Dr. Sci. (Engineering), Prof. M. N. Mikheev Institute of Metal Physics of the Ural Branch of the RAS, Yekaterinburg

Shurygin V. A. – Academician of the RAS, Dr. Sci. (Engineering), JSC "FSC "Titan-Barrikady", Volgograd

SERIES
"ROBOTS,
MECHATRONICS
AND ROBOTIC SYSTEMS"

IZVESTIA



VOLGOGRAD STATE TECHNICAL
UNIVERSITY

The Journal is included to the list of peer-reviewed scientific journals and publications of the Higher Attestation Commission (HAC) of the RF for publishing of results of candidates for scientific degrees

Editorial board:

Chairman

Briskin E. S., D. Sc. (Physical and Mathematical), Prof.

Gorobtsov A. S., D. Sc. (Engineering), Prof.

Zhoga V. V., D. Sc. (Physical and Mathematical), Prof.

Ermolov I. L., D. Sc. (Engineering),

Corresponding Member of the RAS
IPMechRAS (Moscow)

Kalinin Ya. V., Cand. Sc. (Engineering),

Assoc. Prof., RUDN University (Moscow)

Kapustyan S. G., D. Sc. (Engineering),

SFEDU (Rostov-on-Don)

Maloletov A. V., D. Sc. (Physical and Mathematical), Innopolis University (Innopolis, Republic of Tatarstan)

Medvedev M. Yu., D. Sc. (Engineering),

Assoc. Prof., SFEDU (Rostov-on-Don)

Nesmiyanov I. A., D. Sc. (Engineering),

Prof., Volgograd SAU

(Volgograd)

Panovko G. Ya., D. Sc. (Engineering),

Prof., Mechanical Engineering Research
Institute of the RAS (Moscow)

Ronzhin A. L., D. Sc. (Engineering),

Prof. RAS, SPSRAS (St. Petersburg)

Fomenkov S. A., D. Sc. (Engineering),

Prof.

Chernyshev V. V., D. Sc. (Engineering), Prof.

Sharonov N. G., Cand. Sc. (Engineering),

Assoc. Prof.

Shurygin V. A. – Academician of the

RAS, Dr. Sci. (Engineering), JSC "FSC

"Titan-Barrikady", Volgograd

Yuschenko A. S., D. Sc. (Engineering),

Prof., Bauman MSTU (Moscow)

Yatsun S. F., D. Sc. (Engineering), Prof.,

SWSU (Kursk)

Executive secretary

Vershinina I. P., Cand. Sc. (Engineering),

Assoc. Prof.

Tel.: 8 (8442) 24-81-13

International index of the journal

ISSN 1990-5297

The journal is distributed
by subscription.

Index of the magazine according

to the united catalog

"Press of Russia" – 80811.

[https://www.pressa-](https://www.pressa-rf.ru/cat/1/edition/y_e80811/)

[rf.ru/cat/1/edition/y_e80811/](https://www.pressa-rf.ru/cat/1/edition/y_e80811/)

Tel. of VSTU editorial office:

8 (8442) 24-84-05

8 (8442) 24-84-08

zavrio@vstu.ru

Scientific journal

Published since January 2004

12 times a year

№ 9 (316)
September
2026

FOUNDER:

FSBEI of Higher Education
"Volgograd State Technical University"

Editorial office address:

Volgograd, Lenin avenue, 28.

Tel.: Head Editor – +7 (8442) 24-80-00

E-mail: ianovakov@vstu.ru

The journal is registered at the Federal Service on Control in the Sphere of Communication,
IT and Mass Communications (Roscomnadzor)

Registration certificate ПИ № ФС77-61113 of March 19, 2015

Is printed according to the decision of editorial-review board
of Volgograd State Technical University

The copyright for the journal in general belongs to the Founder,
for separate articles – to authors.

*Reprint from the journal "Izvestia VSTU" is strongly forbidden without conclusion of
an agreement in accordance with the legislation of the RF*

When reprinting the materials, the citation to the journal "Izvestia VSTU" is obligatory

© Volgograd State Technical University,
"Izvestia VSTU", 2026

АВТОРСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ

Артемьев К. С. 7	Нагайцев Г. Н. 39
Белолипецкий А. А. 14	Нелюбова А. В. 45
Брискин Е. С. 30	Оборин С. Д. 59
Буза М. Н. 23	Петров Д. С. 59
Воротников К. М. 35	Попов Д. С. 14
Дементьев Е. В. 30	Собольников С.А. 14
Жога В. В. 45	Тарусова С. К. 50
Кадилханов Н. Р. 7	Чернышев В. В. 59
Машковская А. А. 35	Шемелюнас С. С. 35
Машковский И. А. 35	Яушкина М. Д. 50

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Артёмьев К. С., Кадилханов Н. Р.</i> Об управлении тяговыми свойствами мобильных роботов с шагающими движителями.....	7
<i>Белолипецкий А. А., Попов Д. С., Собольников С. А.</i> Разработка и верификация динамической модели мобильного робота с бортовым поворотом.....	14
<i>Буза М. Н.</i> Обзор методов планирования автономного движения мобильных наземных роботов в неорганизованной среде.....	23
<i>Дементьев Е. В., Брискин Е. С.</i> Об управлении движением подводной роботизированной платформы на рельсовой дороге с использованием естественных силовых воздействий.....	30
<i>Машковский И. А., Машковская А. А., Воротников К. М., Шемелюнас С. С.</i> Интеграция ToF-дальномеров в систему управления шагающим роботом для автономного обхода препятствий.....	35
<i>Нагайцев Г. Н.</i> Разработка манипулятора замкнутой кинематической структуры для работы на конвейере.....	39
<i>Нелюбова А. В., Жога В. В.</i> Метод расчета точек пересечения звеньев манипулятора-трипода.....	45
<i>Тарусова С. К., Яушкина М. Д.</i> Модифицированный метод векторных полей в задаче автономной посадки беспилотного летательного аппарата на движущуюся платформу.....	50
<i>Чернышев В. В., Оборин С. Д., Петров Д. С.</i> Колесно-шагающий движитель для автомобиля повышенной проходимости.....	59

CONTENTS

<i>Artemyev K. S., Kadilkanov N. R.</i> On the control of the traction characteristics of mobile robots with walking propulsors.....	7
<i>Belolipetsky A. A., Popov D. S., Sobolnikov S. A.</i> Development and verification of a dynamic model of a mobile robot with skid steering.....	14
<i>Buza M. N.</i> Review of autonomous movement planning methods for mobile land robots in an unorganized environment.....	23
<i>Dementyev E. V., Briskin E. S.</i> About motion control of an underwater robotic platform on a rail road using natural force effects.....	30
<i>Mashkovsky I. A., Mashkovskaya A. A., Vorotnikov K. M., Shemelyunas S. S.</i> Integration of ToF-rangefinders into the stepping robot control system for autonomous obstacle avoidance.....	35
<i>Nagaytsev G. N.</i> Development of a manipulator with a closed kinematic structure for work on a conveyor.....	39
<i>Nelyubova A. V., Zhoga V. V.</i> The method of calculating the intersection points of the links of the manipulator tripod.....	45
<i>Tarusova S. K., Yaushkina M. D.</i> Modified vector field method for the autonomous landing of an unmanned aerial vehicle on a moving platform.....	50
<i>Chernyshev V. V., Oborin S. D., Petrov D. S.</i> A walking wheel propulsion unit for an all-terrain vehicle.....	59

К. С. Артемьев, Н. Р. Кадилханов

**ОБ УПРАВЛЕНИИ ТЯГОВЫМИ СВОЙСТВАМИ
МОБИЛЬНЫХ РОБОТОВ С ШАГАЮЩИМИ ДВИЖИТЕЛЯМИ**

Волгоградский государственный технический университет, Волгоград, Россия

✉ Кирилл Сергеевич Артемьев, ksartemevv@gmail.com

Аннотация. В статье рассматривается задача управления тяговыми свойствами мобильных роботов с шагающими движителями на основе рационального выбора их расположения на корпусе и параметров походки. Предложен критерий, учитывающий максимизацию реализуемого тягового усилия по сцеплению и минимизацию силы сопротивления движению с учетом перераспределения нормальных реакций в течение цикла. Полученные результаты могут быть использованы при проектировании и оптимизации шагающих робототехнических систем.

Ключевые слова: мобильный робот, шагающий движитель, робототехнические системы

Финансирование: исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 25-29-01736, <https://rscf.ru/project/25-29-01736/>.

Для цитирования: Артемьев К. С., Кадилханов Н. Р. Об управлении тяговыми свойствами мобильных роботов с шагающими движителями. Известия ВолгГТУ. 2026; 9(316): 7–14. DOI: 10.3521/1990-5297-2026-9-316-7-14.

Информация об авторах:

Кирилл Сергеевич Артемьев – аспирант, кафедра «Динамика и прочность машин», ВолгГТУ
e-mail: ksartemevv@gmail.com

Никита Романович Кадилханов – лаборант-исследователь кафедры «Динамика и прочность машин», ВолгГТУ
e-mail: han1003@yandex.ru

Вклад авторов:

К. С. Артемьев – определение цели работы, обработка и анализ результатов исследования, написание текста статьи.

Н. Р. Кадилханов – написание текста статьи.

K. S. Artemev, N. R. Kadilkhanov

**ON THE CONTROL OF THE TRACTION CHARACTERISTICS
OF MOBILE ROBOTS WITH WALKING PROPULSORS**

Volgograd State Technical University, Volgograd, Russia

✉ Kirill S. Artemev, ksartemevv@gmail.com

Annotation. The article discusses the problem of controlling the traction properties of mobile robots with walking propulsors based on the rational selection of their configuration on the chassis and gait parameters. The authors propose a criterion that accounts for maximizing the realizable traction force and minimizing motion resistance, considering the redistribution of normal reactions during the walking cycle. The results obtained can be applied to the design and optimization of walking robotic systems operating on deformable terrains.

Keywords: mobile robot, walking propulsor, robotic systems

Funding: the research was funded by a grant from the Russian Science Foundation No 25-29-01736, <https://rscf.ru/en/project/25-29-01736/>.

For citation: Artemyev K. S., Kadilkhanov N. R. On the control of the traction characteristics of mobile robots with walking propulsors. Izvestia VSTU. 2026; 9 (316): 7–14. DOI: 10.3521/1990-5297-2026-9-316-7-14.

Information about the authors:

Kirill S. Artemev – Postgraduate Student, Department of Machine Dynamics and Strength VSTU.

e-mail: ksartemevv@gmail.com

Nikita R. Kadilkhanov – Laboratory researcher, Department of Dynamics and Strength of Machines VSTU.

e-mail: han1003@yandex.ru

Contribution of the authors:

Kirill S. Artemev – defining the purpose of the work, processing and analyzing the research results, writing the text of the article.

Nikita R. Kadilkhanov – writing the text of the article.

Введение

К наиболее часто используемым движителям мобильных роботов относятся гусеничные и колесные [1–3]. Существуют и другие типы движителей, имеющих по некоторым эксплуатационным показателям преимущества перед известными. К таким движителям, в частности, относятся шагающие и «шагающеподобные» [4–5]. Каждый из них обладает своими особенностями и требует отдельного подхода к разработке методов управления, обеспечивающего реализацию программного движения. Однако имеются и общие проблемы, характерные для таких движителей.

Одной из таких ключевых проблем является расположение движителей на корпусе мобильного робота и формирование походки, обеспечивающей максимальное тяговое усилие по сцеплению при минимальности силы сопротивления движению.

Для многоногих шагающих роботов с различными типами движителей под походкой понимается последовательность взаимодействия движителей с опорной поверхностью и отрыва

от нее для осуществления переноса в новое положение. Такая последовательность дополняется расписанием, характеризующим время перехода из одного состояния последовательности в другое. Известна достаточно полная классификация походок [6–9], в которой учитываются геометрические и кинематические характеристики движения. Известны исследования о влиянии походки на статическую устойчивость шагающих роботов [10], а также постановки задач о курсовой устойчивости при различных походках и синхронизации работы движителей, приводящих к изменению походок [11; 12]. Однако влияние походки и расположения шагающих движителей на корпусе робота на тягово-динамические характеристики мобильных роботов известно недостаточно.

Постановка задачи

Рассматривается поступательное движение робота массы M со скоростью V и имеющего N движителей как твердого тела с прямолинейным и равномерным движением вдоль горизонтальной прямой его центра масс – точки C (рис. 1).

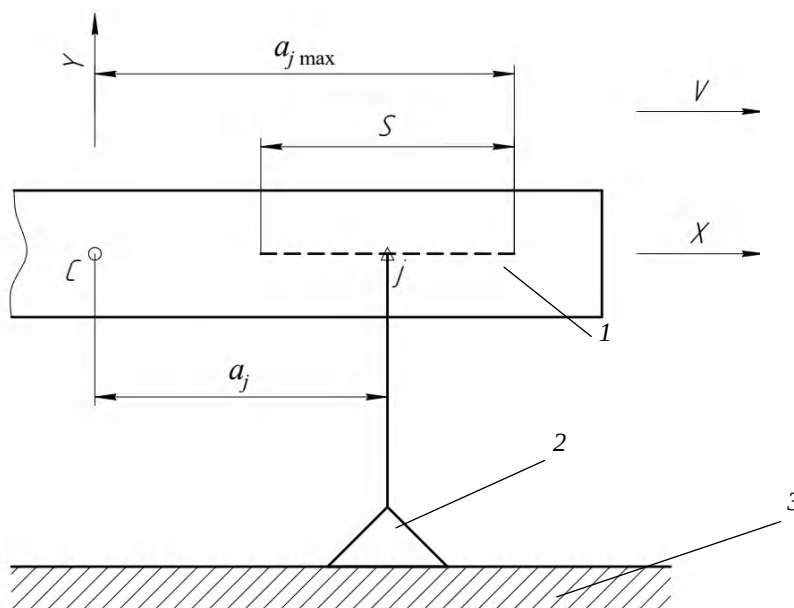


Рис. 1. Условная схема расположения движителя шагающего робота:
1 – корпус робота, 2 – шагающий движитель, 3 – опорная поверхность

Задается: расположение движителей на корпусе, характеризуемое максимальной координатой $a_{j \max}$ расположения опоры j движителя относительно центра масс, длина шага S (характеризуется максимальным изменением текущей координаты a_j) одинаковая для движителей, коэффициент режима γ , также одинаковый для всех движителей, характеризующий отношение времени τ нахождения его в опорной фазе к полному времени цикла T , расписание движения $\chi_{jn} = \frac{\tau_{jn}}{T}$, характеризуемое относительным временем вступления в опорную фазу j движителя в пределах цикла, что совместно с коэффициентом режима определяет походку.

Ставится задача определения расположения движителей на корпусе робота и формирования походки, обеспечивающих максимально возможную силу тяги по сцеплению $F_{\text{сц}}$ и минимальную силу сопротивления движению $F_{\text{сопр}}$.

Поставленная задача является развитием задачи о тягово-динамическом расчете, в котором получена качественная зависимость силы сопротивления движению от коэффициента режима работы движителей шагающей машины [13].

Определение показателей, характеризующих максимальное тяговое усилие и минимальность сил сопротивления движению

Особенность определения таких показателей состоит в непостоянстве нормальных реакций под каждым движителем. Это обусловлено перемещением центра масс робота относительно неподвижных опор движителей, что отличает их от колесных, взаимодействующих с опорной поверхностью в одних и тех же точках относительно центра масс.

Другой фактор, требующий учета и накладывающийся на обозначенную особенность – близкая к линейной зависимость тягового усилия отдельного движителя от максимальных в пределах каждого цикла нормальных реакций

$$F_{\text{тяги} \max} = fG + [\sigma]b \left(\sum_{j=1}^N h_{j \max} \right)_{\max} = fG + [\sigma]b \left(\sum_{j=1}^N \frac{P_{j \max}}{c_n} \right)_{\max} = fG + [\sigma]b\chi, \quad (2)$$

где $\chi = \sum_{j=1}^N \chi_j = \left(\sum_{j=1}^N \frac{P_{j \max}}{c_n} \right)_{\max}$ и определяется на каждом этапе безотрывного состояния движителей, а затем среди всех этапов учитывается тот, где соответствующая сумма максимальна.

P_j и квадратичная зависимость силы сопротивления от тех же реакций.

Действительно, тяговое усилие обеспечивается способностью стопы шагающего движителя противостоять своему проскальзыванию на грунте. Такому проскальзыванию препятствует сила сухого трения $F_{\text{ср}}$ и сила сопротивления среды смятию и срезу $F_{\text{с}}$ (рис. 2) в направлении движения.

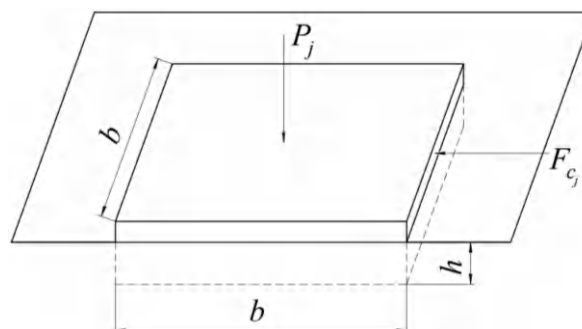


Рис. 2. Расчетная схема для определения сил, действующих на опору механизма шагания со стороны грунта: a, b – размер стопы; h – глубина погружения стопы в грунт; P_j , $F_{\text{с}}$ – горизонтальная и вертикальная силы, действующие на опору

Их максимальные значения определяются выражениями:

$$\begin{aligned} F_{\text{сц} \max_j} &= f \cdot P_{j \max}, \\ F_{\text{с} \max_j} &= [\sigma]bh_{j \max}, \end{aligned} \quad (1)$$

где f – коэффициент сцепления, b – условный поперечный размер стопы, $[\sigma]$ – предельное допустимое напряжение грунта на смятие и срез, $h_{j \max}$ – максимальное погружение стопы в грунт, $P_{j \max}$ – максимальная нормальная реакция взаимодействия j движителя с опорной поверхностью.

Однако суммарная нормальная нагрузка на грунт со стороны всех движителей не изменяется и равна весу робота.

Тогда максимально реализуемое тяговое усилие определяется выражением:

Учет максимальной величины $P_{j \max}$ в (2), а не реальной в каждый момент времени, обусловлен предположением о пластичных свойствах опорной поверхности, что при снижении нормальных реакций P_j не приводит к умень-

пению заглубления стопы движителя в деформированную поверхность. Что касается реакций $P_{j\max}$, то они зависят от расположения движителей на корпусе робота, что характеризуется координатами a_j , расписанием движения χ_{jn} и коэффициентом режима γ .

Примером являются зависимости суммарных нормальных реакций с опорной поверхностью поборотно симметрично расположенных движителей (рис. 3) для восьмидвижительно-го робота [14; 15] с параметрами $G = 10000 \text{ Н}$,

длиной шага $S = 1 \text{ м}$ при реализации походки с расписанием $\chi_{1н} = \chi_{8н} = 0$, $\chi_{2н} = \chi_{7н} = 0,75$, $\chi_{3н} = \chi_{6н} = 0,5625$, $\chi_{4н} = \chi_{5н} = 0,1875$ с коэффициентом режима $\gamma = 0,8$. Нумерация движителей осуществляется от левого переднего и далее по замкнутой траектории против хода движения. Расположение движителей задается размерами $a_{1\max} = a_{8\max} = 3 \text{ м}$, $a_{2\max} = a_{7\max} = 2 \text{ м}$, $a_{3\max} = a_{6\max} = -1 \text{ м}$, $a_{4\max} = a_{5\max} = -2 \text{ м}$. Полный цикл перемещения движителей составляет $T = 16 \text{ с}$.

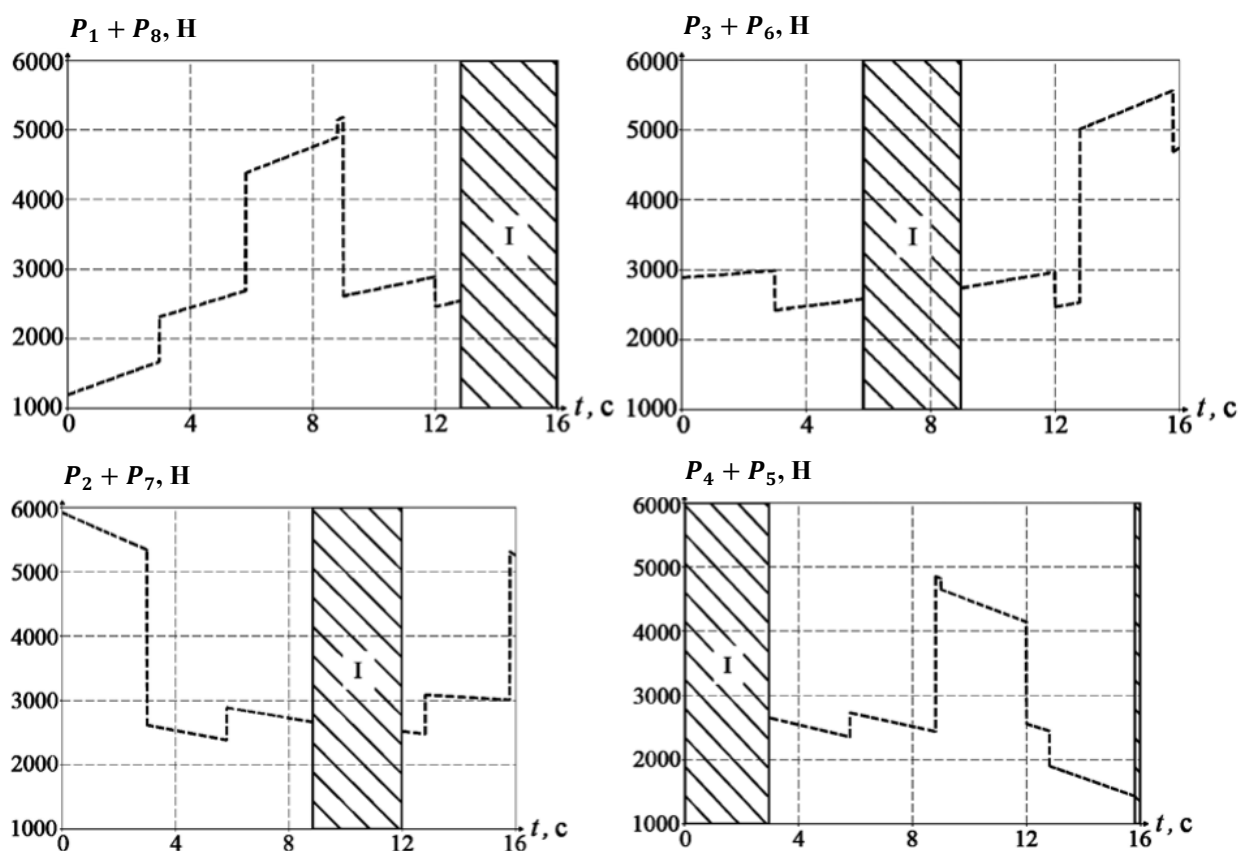


Рис. 3. Зависимости нормальных реакций взаимодействия движителей с опорной поверхностью:
I – область, соответствующая фазе отсутствия взаимодействия движителя с опорной поверхностью

Входящая в (2) максимальная сумма нормальных реакций определяется на каждом из этапов, начинающихся и заканчивающихся изменением количества и номеров движителей, взаимодействующих с грунтом.

Определяются реакции известным методом на основе допущения об абсолютной жесткости корпуса робота, как твердого тела, и упруго-пластических свойствах опорной поверхности [16]. Эти реакции могут зависеть и от дополни-

тельно создаваемых или естественным образом возникающих вибрационных нагрузок [17].

В таблице представлены максимальные абсолютные значения нормальных реакций для работы с ранее указанными параметрами и их относительные значения $\chi_j = \frac{P_j}{G} N$ под каждым из движителей на каждом из этапов их безотрывного взаимодействия с опорной поверхностью.

Максимальные абсолютные значения нормальных реакций
и их относительные значения

τ	$P_{1\max}$	$P_{2\max}$	$P_{3\max}$	$P_{4\max}$	$\sum_{j=1}^N P_{j\max}$	χ
	χ_1	χ_2	χ_3	χ_4		
$0 < \tau < 3$	2500	5800	5600	0	13900	1,39
	1	2,32	2,24	0		
$3 < \tau < 6$	2700	5800	5600	2700	16800	1,68
	1,09	2,32	2,24	1,08		
$6 < \tau < 9$	4900	5800	0	2700	13400	1,34
	1,96	2,32	0	1,08		
$9 < \tau < 12$	4900	0	3000	4700	12600	1,26
	1,96	0	1,2	1,88		
$12 < \tau < 13$	4900	3100	3000	4700	15700	1,57
	1,96	1,24	1,2	1,88		
$13 < \tau < 16$	0	3100	5600	4700	13400	1,34
	0	1,24	2,24	1,88		

Таким образом, сумма максимальных реакций достигается на втором этапе и превышает вес робота на 68 %.

Возможна оценка границ изменения эффективной функции нормальных реакций χ и для робота, имеющего N движителей. Нижняя граница, при постоянстве всех реакций P_j , равна единице, а верхняя достигается при наличии таких моментов времени в течение периода T , при которых вес робота G воспринимается «гипотетически» одним движителем. Тогда $\chi = N$, а все движители последовательно находятся в опорной среде.

Как известно, силы сопротивления движению обратно пропорционально зависят от длины шага L по следовой дорожке [15; 16].

$$F_{\text{сопр}} = \sum_{j=1}^N \frac{P_{j\max}^2}{2c_n L} = \sum_{j=1}^N \frac{P_{j\max}^2 \gamma}{2c_n S} = \frac{\gamma G^2}{2c_n S} \Psi, \quad (3)$$

$$\Psi = \sum_{j=1}^N \left(\frac{P_{j\max}}{G} \right)^2.$$

В (3) $P_{j\max}$ определяются за весь период движения T . Так, для рассматриваемого режима работы

$$\Psi = \frac{1}{G} (P_{1\max}^2 + P_{2\max}^2 + P_{3\max}^2 + P_{4\max}^2) = 1,111,$$

а в общем случае:

$$N^{-1} < \Psi < N. \quad (4)$$

Таким образом, поставленная задача сводится к определению максимальной величины критерия ν , состоящего из двух показателей,

относительная значимость которых соответствует весовым коэффициентам k_1 и k_2 , удовлетворяющих условию:

$$k_1 + k_2 = 1, \quad (5)$$

$$\nu = k_1 \left(f + \frac{[\sigma] b \chi}{c_n} \right) G - k_2 \left(\frac{\gamma G^2}{2c_n S} \Psi + 2N \frac{m V^2 \gamma}{(1-\gamma)^2 S} \right). \quad (6)$$

Однако при применении критерия (6) следует иметь ввиду, что коэффициент режима γ и количество движителей связаны условием статической устойчивости шагающего робота.

Показатели (2), (3) могут быть использованы и для роботов с колесными движителями. В этих случаях нормальные реакции P_j – постоянные величины, и задача существенного упрощается.

Но следует знать, что введенные показатели достаточно адекватно характеризуют тягово-динамические характеристики роботов с шагающими и «шагающеподобными» движителями при малых скоростях движения. При сравнительно больших скоростях следует учитывать и динамику переноса движителя из одного положения в другое в отсутствие тягового взаимодействия с опорной поверхностью. Такой учет подобен методам, применяемым при исследовании движения твердых тел и роботов за счет управления движением внутренних масс [18; 19]. В этом случае возникающие силы инерции могут как увеличивать, так и уменьшать баланс между тяговыми усилиями и сила-

ми сопротивления движению. Этим может объясняться поставленная задача о выборе оптимальной походки, характеризуемой расписанием движения χ_{jn} , коэффициентом режима γ в зависимости от скорости перемещения робота. Следует учитывать, что при переносе движителя, рассматриваемого как поступательно перемещающееся твердое тело, работа привода затрачивается на его разгон до величины V^* , а затем и торможения до нулевой скорости:

$$V^* = V\theta, \quad (7)$$

где V – скорость робота; θ – коэффициент, зависящий от закона движения при переносе.

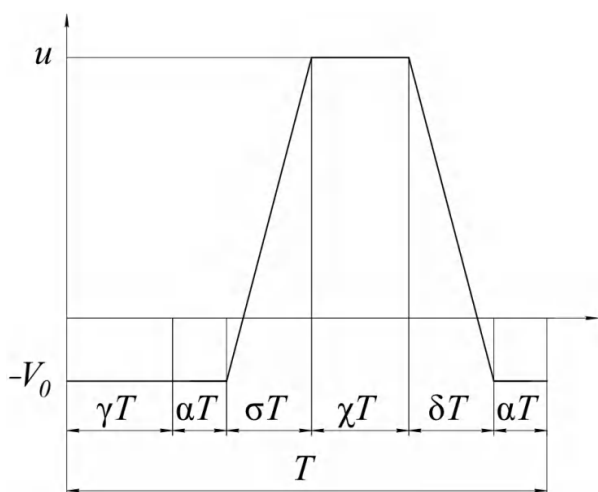


Рис. 4. Зависимость относительной горизонтальной скорости стопы шагающего движителя от времени: u – максимальная скорость стопы, V_0 – скорость движения робота

Так, например, если циклограмма относительного движения стопы движителя соответствует представленной на рис. 4, то для описания движения стопы используется выражение (8).

$$\theta = \frac{2}{\sigma + 2\chi + \delta}. \quad (8)$$

В реальном случае диаграмма отличается от представленной и допускает возможность не учитывать этап равномерного движения ($\chi = 0$). Тогда, учитывая, что в зоне адаптации абсолютная горизонтальная скорость стопы равна нулю, вместо (8) имеет место упрощенная, но достаточная адекватная зависимость:

$$\theta = \frac{2}{1 - \gamma}. \quad (9)$$

При постановке на опорную поверхность скорость движения уменьшается до нуля. Поэтому на каждом шаге на перемещение каждого движителя дополнительно затрачивается работа:

$$A = \theta^2 \frac{mV^2}{2}, \quad (11)$$

где m – приведенная масса движителя.

Следовательно, дополнительно действующая средняя сила $\bar{F}$ сопротивления на каждом шаге равна:

$$F = \theta^2 \frac{NmV^2}{2L} = \theta^2 \frac{NmV^2\gamma}{2S}. \quad (12)$$

Тогда второй показатель (3) может быть дополнен:

$$F_{\text{сопр}} = \sum_{j=1}^N \left(\frac{P_{j\text{max}}^2}{2c_n \cdot L} + \frac{\theta^2 m_j V^2}{2L} \right) = \sum_{j=1}^N \left(\frac{P_{j\text{max}}^2 \cdot \gamma}{2c_n \cdot S} + \frac{\theta^2 m_j V^2 \cdot \gamma}{2S} \right). \quad (13)$$

Как и при исследовании тяговых свойств, максимальные нормальные реакции удобно представить в виде:

$$P_{j\text{max}} = \frac{G}{N} \chi_j. \quad (14)$$

Тогда (13) с учетом того, что $S = L\gamma$ допускает представление в форме:

$$F_{\text{сопр}} = \frac{G^2 \cdot \gamma}{2N^2 c_n S} \psi + 2N \frac{mV^2 \cdot \gamma}{(1 - \gamma)^2 S}, \quad (15)$$

$$\psi = \sum_{j=1}^N \chi_j^2.$$

Заключение

Предложен критерий оптимизации, связанный как с взаимодействием опоры с грунтом,

так и с динамикой переноса движителей. Тем самым обеспечена комплексная оценка тягово-динамических свойств шагающих машин в рамках единой расчетной схемы.

Показано, что вследствие перераспределения нормальных реакций между движителями в различные фазы цикла возможна реализация суммарной максимальной реакции, превышающей вес робота. Это обстоятельство принципиально отличает шагающие системы от колесных и гусеничных и создает потенциальную возможность повышения реализуемого тягового усилия за счет рационального выбора расписания движения и коэффициента режима. На рассмотренном примере восьмидвижительного робота установлено, что сумма максимальных

нормальных реакций может превышать вес робота на 68 %, что подтверждает целесообразность управления фазами взаимодействия опорных движителей.

Дополнительно показано, что при увеличении скорости движения существенное влияние начинают оказывать инерционные эффекты, обусловленные переносом движителей. Получены выражения для дополнительной работы привода и соответствующей средней силы сопротивления, что позволяет модифицировать базовый критерий оптимальности с учетом динамической составляющей. Тем самым обоснована необходимость выбора параметров походки в зависимости от режима движения: при малых скоростях определяющим является перераспределение нормальных реакций, при больших – возрастают потери, связанные с разгонами и торможениями переносимых масс.

В целом разработанный подход обеспечивает теоретическую основу для синтеза рациональных схем размещения движителей и формирования походок шагающих и «шагающе-подобных» мобильных роботов с учетом требований тяговой эффективности, энергетической целесообразности и статической устойчивости. Полученные результаты могут быть использованы при проектировании перспективных робототехнических платформ, предназначенных для работы на деформируемых и слабонесущих грунтах.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Алисейчик, А. П. Модель и динамические оценки управляемости и комфортабельности движения многоколесного мобильного робота / А. П. Алисейчик, В. Е. Павловский // Проблемы управления. – 2013. – № 1. – С. 70–78.
2. Юревич, Е. И. Сенсорные системы в робототехнике: учеб. пособие / Е. И. Юревич. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2013. – 100 с.
3. Безмен, П. А. Комплексование данных системы управления мобильным гусеничным роботом / П. А. Безмен // Вестник БГТУ им. В. Г. Шухова. – 2022. – № 3. – С. 89–102.
4. Шагающая машина «Восьминог» / Е. С. Брискин, В. В. Чернышев, А. В. Малолетов [и др.] // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2004. – № 5. – С. 48–49.
5. Об управлении движением мобильных роботов с движителями, дискретно взаимодействующими с опорной поверхностью / Е. С. Брискин, Н. Г. Шаронов, Я. В. Калинин [и др.] // Экстремальная робототехника. – 2017. – № 1(28). – С. 265–275.
6. Охоцимский, Д. Е. Механика и управления движением автоматического шагающего аппарата. / Д. Е. Охоцимский, Ю. Ф. Голубев. – М.: Наука. Физматлит, 1984. – 312 с.
7. Лапшин, В. В. Управление движением четырехного аппарата, перемещающегося рысью, иноходью и га-

лопом / В. В. Лапшин // Известия Академии наук СССР. Механика твердого тела. – 1985. – № 5. – С. 39–45.

8. Бессонов, А. П. К вопросу о систематике походок шагающих машин / А. П. Бессонов, Н. В. Умнов // Машиноведение. – 1975. – № 6. – С. 23.

9. Machines That Walk: The Adaptive Suspension Vehicle / Shin-Min Song, Kenneth J. Waldron. – MIT Press, 1989. – 314 p.

10. Лапшин, В. В. Об устойчивости движения шагающих машин / В. В. Лапшин // Наука и образование: научное издание МГТУ им. Н. Э. Баумана. – 2014. – № 6. – С. 319–335.

11. Брискин, Е. С. Об общей динамике и повороте шагающих машин / Е. С. Брискин // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1997. – № 6. – С. 33–39.

12. Брискин, Е. С. Об энергетически эффективных походках шагающих роботов / Е. С. Брискин, Я. В. Калинин // Экстремальная робототехника. – 2017. – Т. 1, № 1. – С. 146–150.

13. Брискин, Е. С. Особенности тягово-динамического расчета мобильных роботов с движителями, дискретно взаимодействующими с опорной поверхностью / Е. С. Брискин, Н. Г. Шаронов // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2021. – № 6. – С. 33–42.

14. Игнатьев, М. В. Алгоритмы управления роботами и манипуляторами. / М. В. Игнатьев, Ф. М. Кулаков, А. М. Покровский. – М.: Машиностроение, 1972. – 248 с.

15. Динамика и управление движением шагающих машин с цикловыми движителями / Е. С. Брискин, В. В. Жога, В. В. Чернышев, А. В. Малолетов; под ред. Е. С. Брискина. – М.: Машиностроение, 2009. – 192 с.

16. Брискин, Е. С. Об управлении тяговыми характеристиками и сопротивлением движению мобильных роботов с шагающими движителями / Е. С. Брискин, Л. Д. Смирная, К. С. Артемьев // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2023. – Т. 24, № 2. – С. 101–106.

17. Брискин, Е. С. О влиянии нормальных вибраций на тягово-сцепные свойства шагающих машин / Е. С. Брискин, А. Е. Русаковский // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 1992. – № 7–9. – С. 116–120.

18. Блехман, И. И. Синхронизация динамических систем / И. И. Блехман. – М.: Наука, 1971. – 894 с.

19. Черноусько, Ф. Л. Манипуляционные роботы: динамика, управление, оптимизация / Ф. Л. Черноусько, Н. Н. Болотник, В. Г. Градецкий. – М.: Академический научно-издательский, производственно-полиграфический и книгораспространительский центр Российской академии наук «Издательство «Наука»», 1989. – 368 с.

REFERENCES

1. Aliseychik, A. P. Model and dynamic estimates of controllability and ride comfort of a multi-wheel mobile robot / A. P. Aliseychik, V. E. Pavlovsky // Control Sciences. – 2013. – No. 1. – Pp. 70–78.
2. Yurevich, E. I. Sensor systems in robotics: textbook / E. I. Yurevich. – SPb.: Publishing House of the Polytechnic University, 2013. – 100 p.
3. Bezmen, P. A. Data integration of the control system of a mobile tracked robot / P. A. Bezmen // Bulletin of BSTU named after V. G. Shukhov. – 2022. – No. 3. – P. 89–102.
4. Walking machine "Vosminog" / E. S. Briskin, V. V. Chernyshev, A. V. Maloletov [et al.] // Mechatronics, Automation, Control. – 2004. – No. 5. – Pp. 48–49.
5. On the motion control of mobile robots with propulsors discretely interacting with the supporting surface / E. S. Briskin, N. G. Sharonov, Ya. V. Kalinin [et al.] // Extreme Robotics. – 2017. – No. 1(28). – Pp. 265–275.

6. *Okhotsimsky, D. E.* Mechanics and motion control of an automatic walking vehicle / D. E. Okhotsimsky, Yu. F. Golubev. – M.: Nauka. Fizmatlit, 1984. – 312 p.
7. *Lapshin, V. V.* Motion control of a four-legged vehicle moving at a trot, pace, and gallop / V. V. Lapshin // *Izvestiya Akademii Nauk SSSR. Mekhanika Tverdogo Tela [Mechanics of Solids]*. – 1985. – No. 5. – Pp. 39-45.
8. *Bessonov, A. P.* On the question of the systematics of walking machine gaits / A. P. Bessonov, N. V. Umnov // *Mashinovedenie [Machine Science]*. – 1975. – No. 6. – P. 23.
9. *Machines That Walk: The Adaptive Suspension Vehicle* / Shin-Min Song, Kenneth J. Waldron. – MIT Press, 1989. – 314 p.
10. *Lapshin, V. V.* On the stability of motion of walking machines / V. V. Lapshin // *Science and Education: Scientific Publication of the Bauman MSTU*. – 2014. – No. 6. – Pp. 319-335.
11. *Briskin, E. S.* On the general dynamics and turning of walking machines / E. S. Briskin // *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. – 1997. – No. 6. – Pp. 33-39.
12. *Briskin, E. S.* On energy-efficient gaits of walking robots / E. S. Briskin, Ya. V. Kalinin // *Extreme Robotics*. – 2017. – Vol. 1., No. 1. – Pp. 146-150.
13. *Briskin, E. S.* Features of traction-dynamic calculation of mobile robots with propulsors discretely interacting with the supporting surface / E. S. Briskin, N. G. Sharonov // *Journal of Machinery Manufacture and Reliability*. – 2021. – No. 6. – Pp. 33-42.
14. *Ignatiev, M. V.* Control algorithms for robots and manipulators / M. V. Ignatiev, F. M. Kulakov, A. M. Pokrovsky // M.: Mashinostroenie, 1972. – 248 p.
15. *Briskin, E. S.* Dynamics and motion control of walking machines with cyclic propulsors / E. S. Briskin, V. V. Zhoga, V. V. Chernyshev, A. V. Maloletov; ed. by E. S. Briskin. – M.: Mashinostroenie, 2009. – 192 p.
16. *Briskin, E. S.* On controlling the traction characteristics and motion resistance of mobile robots with walking propulsors / E. S. Briskin, L. D. Smirnaya, K. S. Artemyev // *Mechatronics, Automation, Control*. – 2023. – Vol. 24, No. 2. – P. 101-106.
17. *Briskin, E. S.* On the influence of normal vibrations on the traction properties of walking machines / E. S. Briskin, A. E. Rusakovskiy // *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. Mashinostroenie [Proceedings of Higher Educational Institutions. Machine Building]*. – 1992. – No. 7-9. – P. 116-120.
18. *Blekhman, I. I.* Synchronization of dynamic systems / I. I. Blekhman. – M.: Nauka, 1971. – 894 p.
19. *Chernousko, F. L.* Manipulation robots: dynamics, control, optimization / F. L. Chernousko, N. N. Bolotnik, V. G. Gradshteyn. – Moscow: Academic Scientific-Publishing, Production-Polygraphic and Book Distribution Center of the Russian Academy of Sciences "Nauka Publishing House", 1989. – 368 p.

Статья поступила в редакцию 07.07.2026, доработана 28.07.2026, подписана в печать 13.08.2026

The article was submitted 07.07.2026, revised 28.07.2026, accepted for publication 13.08.2026

УДК 531.8

DOI: 10.35211/1990-5297-2026-9-316-14-23

Научная статья

Original article

А. А. Белолипецкий¹, Д. С. Попов², С. А. Собольников³

РАЗРАБОТКА И ВЕРИФИКАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ МОБИЛЬНОГО РОБОТА С БОРТОВЫМ ПОВОРОТОМ

¹ Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского Российской академии наук,
г. Москва, Россия

² Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н. Л. Духова,
г. Москва, Россия

³ Московский государственный технологический университет «СТАНКИН»,
г. Москва, Россия

✉ Антон Александрович Белолипецкий, anton.belolipetskij@gmail.com

Аннотация. В статье рассматривается разработка и экспериментальная верификация динамической модели мобильного робота с бортовым поворотом, перемещающегося по твердой опорной поверхности. В работе представлена кинематическая модель с эффективным коэффициентом поверхности, а также динамическая модель, учитывающая сопротивление качению, трение скольжения и сопротивляющий момент, возникающий при взаимодействии колес с поверхностью. Для описания контакта колеса с опорной поверхностью используется зависимость касательного напряжения от сдвигового смещения, что позволяет учитывать накопленное смещение в пятне контакта. Экспериментальная проверка проводилась на мобильном роботе с бортовым поворотом при прямолинейном и поворотном движении на твердой поверхности; в ходе испытаний измерялись перемещения по координатам и угол поворота корпуса. Для различных соотношений управляющих воздействий на ведущий и ведомый борта были подобраны значения эффективного коэффициента поверхности, после чего выполнено сравнение результатов моделирования с экспериментальными данными. Динамическая и кинематическая модели необходимы для дальнейшего синтеза закона управления для мобильного робота.

Ключевые слова: мобильная робототехника, моделирование динамической системы

Финансирование: работа выполнена по теме государственного задания (№ госрегистрации 124012500443-0).

Для цитирования: Белолипецкий А. А., Попов Д. С., Собольников С. А. Разработка и верификация динамической модели мобильного робота с бортовым поворотом. Известия ВолГТУ. 2026; 9(316): 14–23. DOI: 10.35211/1990-5297-2026-9-316-14-23.

Информация об авторах:

Антон Александрович Белопицкий – программист лаборатории робототехники и мехатроники, ИПМех им. А. Ю. Ишлинского РАН.

e-mail: anton.belolipetskij@gmail.com

Дмитрий Сергеевич Попов – инженер-исследователь, ВНИИА им. Н. Л. Духова.

e-mail: 2002_dmitriy26@mail.ru

Сергей Александрович Собольников – доцент, канд. техн. наук, МГТУ СТАНКИН.

<https://orcid.org/0000-0002-3908-9458>

e-mail: sobolnikov@gmail.com

Вклад авторов:

А. А. Белопицкий – проведение экспериментов, разработка программного кода, написание текста статьи.

Д. С. Попов – разработка программного кода, участие в обсуждении результатов.

С. А. Собольников – определение цели работы, участие в обсуждении результатов.

A. A. Belolipetsky¹, D. S. Popov², S. A. Sobolnikov³

**DEVELOPMENT AND VERIFICATION OF A DYNAMIC MODEL
OF A MOBILE ROBOT WITH SKID STEERING**

¹ **Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics of the Russian Academy
of Sciences (IPMech RAS), Moscow, Russia**

² **Federal State Unitary Enterprise "NL Dukhov All-Russian Scientific
Research Institute of Automation", Moscow, Russia**

³ **Moscow State University of Technology "STANKIN", Moscow, Russia**

✉ Anton A. Belolipetsky, anton.belolipetskij@gmail.com

Annotation. The article considers the development and experimental verification of a dynamic model of a mobile robot with skid-steering moving on a hard supporting surface. The paper presents a kinematic model with an effective surface-dependent coefficient, as well as a dynamic model that takes into account rolling resistance, sliding friction, and the resisting moment arising from the interaction between the wheels and the surface. To describe the contact between the wheel and the supporting surface, the relationship between shear stress and shear displacement is used, which makes it possible to account for the accumulated displacement in the contact patch. Experimental verification was carried out on a skid-steering platform during straight-line and turning motion on a hard floor; during the tests, coordinate displacements and the body rotation angle were measured. For different ratios of control inputs applied to the leading and trailing sides, values of the effective surface-dependent coefficient were selected, after which the simulation results were compared with the experimental data. Kinematic and dynamic models are necessary for the further synthesis of a control law for a mobile robot.

Keywords: mobile robotics, dynamic system modeling

Funding: the work was completed on the topic of the state assignment (state registration number 124012500443-0).

For citation: Belolipetsky A. A., Popov D. S., Sobolnikov S. A. Development and verification of a dynamic model of a mobile robot with skid steering. *Izvestia VSTU*. 2026; 9(316): 14–23. DOI: 10.35211/1990-5297-2026-9(316): 14-23.

Information about the authors:

Anton A. Belolipetsky – Programmer at the Robotics Laboratory, Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS.

e-mail: anton.belolipetskij@gmail.com

Dmitry S. Popov – research engineer, VNIIA.

e-mail: 2002_dmitriy26@mail.ru

Sergey A. Sobolnikov – Associate Professor, Cand. Sc. (Engineering), MSTU "STANKIN".

<https://orcid.org/0000-0002-3908-9458>

e-mail: sobolnikov@gmail.com

Contribution of the authors:

Anton A. Belolipetsky – conducting experiments, developing program code, writing the text of the article.

Dmitry S. Popov – development of program code, participation in the discussion of results.

Sergey A. Sobolnikov – defining work goals, participating in the discussion of results.

Введение

Управление мобильными наземными роботами, перемещающимися по различным типам

опорных поверхностей, требует учета не только кинематических связей, но и динамики взаимодействия движителя с грунтом. Это относится

как к колесным [1] и гусеничным платформам [2], так и к шагающим машинам [3], поскольку во всех случаях движение определяется не только заданными скоростями приводов, но и силами контакта, сопротивлением движению, сцеплением с поверхностью и возможностью потери устойчивости или пробуксовки.

В данной работе рассматривается частный случай такой задачи – мобильный робот с бортовым поворотом (*mobile robot with skid-steering*). Большинство наземных мобильных роботов используют этот тип платформы. Такая распространенность обусловлена простотой конструкции, высокой проходимостью и механической надежностью. В отличие от систем с управляемыми колесами по схеме Аккермана, поворот в таких платформах осуществляется за счет разности угловых скоростей колес правого и левого бортов. Отсутствие поворотных механизмов снижает конструкционную сложность и повышает устойчивость к внешним воздействиям, что делает платформы с бортовым поворотом особенно востребованными в условиях пересеченной местности.

При выполнении поворота неизбежно возникает поперечное и продольное скольжение колес, что затрудняет математическое моделирование. Из-за этого кинематические модели с допущениями чистого качения и отсутствия проскальзывания для неголономных колесных транспортных средств в данном случае неприменимы. В связи с этим в задачах управления часто используются упрощенные кинематические или квазидинамические [1; 4] модели без явного учета параметров поверхностей, ориентированные на управление движением в пространстве в реальном времени, но не на точное воспроизведение динамики платформы. Данные работы подходят только для удержания робота на заданной траектории, но не для предиктивного управления [5]. Для планирования маршрутов по критериям энергоэффективности и оптимальности по времени преодоления маршрута необходимо составить динамическую модель. Такая модель позволяет учитывать ограничения по ускорениям и по доступной тяговой силе. При построении траектории можно заранее проверять, не превышает ли требуемый продольный или поперечный компонент силы предельное сцепление с поверхностью. Таким образом, исключаются режимы,

ведущие к неконтролируемой пробуксовке или потере устойчивости.

Кроме того, динамическая модель позволяет учитывать влияние свойств поверхности на движение [6]. Если система очувствления позволяет определить параметры покрытия, его шероховатость или влажность, соответствующие коэффициенты могут быть переданы в динамическую модель. Это приводит к изменению допустимых ускорений, радиусов поворота и режимов движения. В результате планировщик может выбирать траектории с меньшей кривизной или сниженной скоростью на участках с низким коэффициентом сцепления.

Отдельным направлением применения подобных моделей является построение систем группового транспортного управления мобильными наземными роботами, работающими на различных типах грунтов [7]. В таких системах необходимо учитывать не только кинематические ограничения отдельных платформ, но и изменение тяговых возможностей, сопротивления движению и допустимых режимов поворота в зависимости от свойств опорной поверхности. Поэтому предварительная верификация динамической модели отдельной платформы является необходимым этапом перед переходом к задачам кооперативного движения и распределения нагрузок между несколькими роботами.

Перед описанием кинематики и динамики модели введем несколько допущений. Во-первых, центр масс платформы находится в геометрическом центре самой платформы. Во-вторых, в силу небольших угловых и линейных скоростей платформы, центростремительными ускорениями можно пренебречь [8]. В-третьих, на одном борту должна быть одинаковая скорость вращения двух колес.

Кинематическая модель

Для математического описания кинематической модели рассмотрим колесного робота, движущегося с постоянной скоростью вокруг определенного центра вращения.

Схема платформы, движущейся по круговой траектории, изображена на рис. 1. Пусть локальная система координат будет привязана к центру платформы и обозначается x – y , где x – поперечная координата, а y – продольная координата.

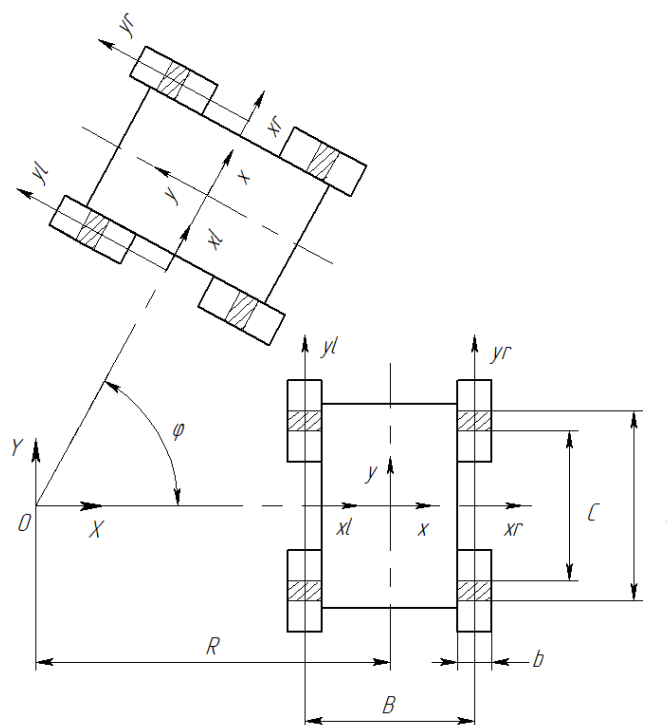


Рис. 1. Схема кругового движения платформы

При движении робота с бортовым поворотом по окружности внутреннее колесо испытывает продольное скольжение, а внешнее колесо – продольное проскальзывание. Для симметричной платформы кинематическая модель будет выглядеть следующим образом [6]:

$$\begin{cases} v_y = \frac{r}{\alpha B} \left(\frac{\alpha B}{2} \omega_l + \frac{\alpha B}{2} \omega_r \right) = \frac{r}{2} (\omega_l + \omega_r) \\ \omega_z = \frac{r}{\alpha B} (-\omega_l + \omega_r) \end{cases}, \quad (1)$$

где B – размер колеи, r – радиус колеса, ω_l и ω_r – угловые скорости колес левого и правого бортов соответственно, α – коэффициент поверхности (*terrain dependent parameter*) [6].

В реальной платформе поворот также сопровождается поперечным проскальзыванием колес. Поэтому вводится корректирующий коэффициент α , учитывающий влияние поверхности. Данный коэффициент необходимо рассчитывать для каждого типа поверхности отдельно. Также стоит учитывать, что значение коэффициента будет отличаться в зависимости от конкретного скоростного режима платформы.

Динамическая модель

Динамическая модель мобильного робота с бортовым поворотом должна учитывать инерцию, силы взаимодействия колеса и поверхности, по которой платформа передвигается.

В работе [9] описана упрощенная динамическая модель. Вместо физической модели контакта используется кулоновское трение. Модель не учитывает погружение в грунт, площадь контакта, нет учета смещения грунта под колесами. Модель не описывает взаимодействия с мягкими грунтами. Единственное возможное применение модели – это учет проходимости по твердым грунтам. Целью авторов было разработать траекторное управление без учета проходимости.

В работе [10] исследована динамика взаимодействия колеса с поверхностью, в основе которой лежит модель *LuGre*. Введено распределенное внутреннее состояние вдоль пятна контакта, зависящее от скорости. В отличие от других статических моделей, данная модель подходит как для установившихся режимов, так и для разгона и торможения. Главным недостатком модели является применимость только для твердых грунтов.

В работах [6; 8] описывается модель Вонга для контакта колеса с грунтом. Учитывается сдвиговое смещение грунта и накопленное смещение точки контакта между движителем и опорной поверхностью за время, пока эта точка находится в пятне контакта. Для перемещений платформы с проскальзываниями по бездорожью необходим учет деформируемого грунта и сопротивления повороту. Модель так-

же подходит для учета движений по твердым грунтам. Поэтому дальше будет рассматриваться данная модель.

В работе [8] динамическая модель задается следующим образом:

$$M\ddot{q} + C(q, \dot{q}) + G(q) = \tau, \quad (2)$$

где $q = [\theta_l, \theta_r]^T$ – угловое смещение левых и правых колес, $\dot{q} = [\omega_l, \omega_r]^T$ – угловая скорость левого и правого колес, $\tau = [\tau_l, \tau_r]^T$ – крутящий момент левого и правого приводов, M – матрица массы мобильного робота, $C(q, \dot{q})$ – вектор обобщенных моментов сопротивления на колесах, $G(q)$ – гравитационный вектор. Для перемещений на плоскости матрица массы мобильного робота представлена следующим образом:

$$M = \begin{bmatrix} \frac{mr^2}{4} + \frac{r^2 I}{(\alpha B)^2} & \frac{mr^2}{4} - \frac{r^2 I}{(\alpha B)^2} \\ \frac{mr^2}{4} - \frac{r^2 I}{(\alpha B)^2} & \frac{mr^2}{4} + \frac{r^2 I}{(\alpha B)^2} \end{bmatrix}, \quad (3)$$

где m и I – масса и момент инерции робота. Так как рассматривается плоское движение, то примем $G(q) = 0$, $C(q, \dot{q})$ описывает совокупное сопротивление движению, возникающее при взаимодействии колес с опорной поверхностью. В его состав входят сопротивление качению, силы трения скольжения и соответствующие им моменты сопротивления. Для мобильного робота с бортовым поворотом эти сопротивления особенно важны, поскольку при повороте колеса не только катятся, но и скользят относительно поверхности. Поэтому величина сопротивляющего момента определяется не только нормальной нагрузкой и коэффициентом трения, но и накопленным касательным смещением в пятне контакта.

Опишем взаимосвязи между касательным напряжением и касательным смещением, возникающими при скольжении колеса по местности.

Зависимость между касательным напряжением τ_{ss} и сдвиговым смещением j для пластичных грунтов может быть описана следующим образом [6]:

$$\tau_{ss} = p_s u (1 - e^{-j/K}), \quad (4)$$

где p_s – нормальное давление на одном борту, u – коэффициент трения, K – модуль горизонтальной деформации (*shear deformation modulus*). Коэффициенты трения и коэффициент горизонтальной деформации являются известными для конкретных типов грунтов.

Формула сдвигового смещения по направлениям X - Y для одного колеса выглядит следующим образом:

$$j_{s_X} = \int_0^t v_{s_X} dt, \quad (5)$$

$$j_{s_Y} = \int_0^t v_{s_Y} dt, \quad (6)$$

где v_{s_X} – скорость скольжения одного колеса по оси X , v_{s_Y} – скорость скольжения одного колеса по оси Y . Интервал времени t , необходимый для перемещения этой точки от начальной точки контакта $(x_{fr}, L/2)$ до (x_{fr}, y_{fr}) .

Результирующая сдвигового смещения для одного из колес представлена следующим образом:

$$j_{ss} = \sqrt{j_{s_X}^2 + j_{s_Y}^2}. \quad (7)$$

Сила трения направлена в противоположную сторону от скорости скольжения. Используя рассчитанные ранее значения j_{ss} , интеграл вдоль пути контакта позволяет определить продольное трение скольжения одного из бортов:

$$F_{r_f} = \int_{C/2-b/2}^{L/2} \int_{b/2}^{b/2} \tau_{ss} \sin(\pi + y_{ss}) dx_s dy_s + \int_{-L/2-b/2}^{-C/2} \int_{b/2}^{b/2} \tau_{ss} \sin(\pi + y_{ss}) dx_s dy_s. \quad (8)$$

Суммарный момент сопротивления на правом борту:

$$\tau_{s_Res} = r(F_{s_f} + f_{s_f}), \quad (9)$$

где f_{s_f} – внутренние силы сопротивления движению.

Для моделирования системы необходимо составить уравнение прямой задачи динамики, которая будет выглядеть следующим образом:

$$\ddot{q} = M^{-1}(\tau - C(q, \dot{q})), \quad (10)$$

где обратная матрица массы робота:

$$M^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{\frac{mr^2}{4} + \frac{r^2 I}{\alpha B^2}}{\left(\frac{mr^2}{4} + \frac{r^2 I}{\alpha B^2}\right)^2 - \left(\frac{mr^2}{4} 2 \frac{r^2 I}{\alpha B^2}\right)^2} & -\frac{\left(\frac{mr^2}{4} + \frac{r^2 I}{\alpha B^2}\right)}{\left(\frac{mr^2}{4} + \frac{r^2 I}{\alpha B^2}\right)^2 - \left(\frac{mr^2}{4} 2 \frac{r^2 I}{\alpha B^2}\right)^2} \\ -\frac{\left(\frac{mr^2}{4} + \frac{r^2 I}{\alpha B^2}\right)}{\left(\frac{mr^2}{4} + \frac{r^2 I}{\alpha B^2}\right)^2 - \left(\frac{mr^2}{4} 2 \frac{r^2 I}{\alpha B^2}\right)^2} & \frac{\frac{mr^2}{4} + \frac{r^2 I}{\alpha B^2}}{\left(\frac{mr^2}{4} + \frac{r^2 I}{\alpha B^2}\right)^2 - \left(\frac{mr^2}{4} 2 \frac{r^2 I}{\alpha B^2}\right)^2} \end{bmatrix}. \quad (11)$$

С выведенной прямой задачей динамики есть возможность проведения моделирования и сравнения симуляции и экспериментальных данных.

Постановка эксперимента

Эксперимент проводился на мобильном роботе с бортовым поворотом, представленном на рис. 2.



Рис. 2. Мобильный робот с бортовым поворотом

Управление скоростью вращения приводов осуществлялось при помощи ШИМ сигнала, подаваемого драйверами. Движение платформы начинается с определенного напряжения, подаваемого на двигатели U_{dead} . При данном напряжении развивается необходимый момент приводов, для преодоления силы трения покоя, потерь момента на редукторах и иных потерь энергии.

Дополнительно в ходе экспериментов была выявлена асимметрия между выходной мощно-

стью левого и правого приводов. При одинаковых управляющих воздействиях борта создают разные тяговые усилия. Такая асимметрия может быть вызвана различиями в характеристиках электродвигателей, редукторов, механических потерях, разнице в давлении шин. Поэтому в модели параметры привода задаются отдельно для левого и правого борта.

На роботе установлены два коллекторных привода на бортах. Формула силы тока привода приведена ниже:

$$i = \frac{U_{eff} - k_e \omega(t) - L_{ДВ} \frac{di(t)}{dt}}{R}, \quad (12)$$

где $\omega(t)$ – угловая скорость двигателя, k_e – коэффициент противо-ЭДС, $L_{ДВ}$ – индуктивность обмотки двигателя, R – активное сопротивление обмотки двигателя, U_{eff} – эффективное напряжение:

$$U_{eff} = \begin{cases} 0, & |U| \leq U_{dead} \\ \text{sgn}(U)(|U| - U_{dead}), & |U| \geq U_{dead} \end{cases}. \quad (13)$$

Формула момента на валу:

$$M_m = \eta K_t i, \quad (14)$$

где K_t – постоянная момента двигателя, η – КПД редуктора.

Параметры платформы, приводов и подстилающей поверхности приведены в таблице.

Эксперимент проводился в помещении на мраморном полу. Платформа совершала прямолинейные и круговые перемещения. Угол поворота платформы измерялся при помощи лазерного угломера, который позиционировался по меткам на полу относительно платформы. Смещение платформы измерялось при помощи лазерного дальномера.

Данные робота для симуляции

Платформа		
Масса платформы (кг)	m	58,2 кг
Момент инерции (кг*м ²)	I	2,21
Максимальная скорость (м/с)	V_{max}	0,88
Ширина между колес В (м)	B	0,535
Ширина колеса b (м)	b	0,114
Длина С (м)	C	0,528
Длина L (м)	L	0,552
Радиус колеса r (м)	r	0,165
Приводы		
Максимальное напряжение (В)	U_{max}	24
Номинальный непрерывный ток (А)	I_{max}	10,7
Ток без нагрузки (А)	I_{nom}	1,35
Номинальная скорость (об/мин)	ω_n	4069 +/- 15 %
Номинальный момент (Н*м)	N_{nom}	0,4166
Пиковый момент (Н*м)	N_m	1,5606
Постоянная крутящего момента (Н*м/А)	K_T	0,0445 +/- 10 %
Коэффициент противо-ЭДС (В/(рад/с))	k_e	0,0449
Значение U_{dead} (В)	U_{dead}	1,18
Редуктор		
Передаточное число	n	78,71 : 1
Скорость выходного вала (об/мин)	v_n	52
Номинальный продолжительный крутящий момент (Н*м)	M_{nom}	22,936
Максимальный крутящий момент (Н*м)	M_{max}	50,05
Эффективность выходного вала (%)	η	70
Параметры поверхности		
Коэффициент трения	u	0,7
Модуль горизонтальной деформации	K	0,0003
Давление в пятне контакта (Па)	p_s	102600
Коэффициент сопротивления качению	u_{roll}	0,03

Для каждого эксперимента было рассчитано соотношение поданного напряжения на ведущий и ведомый борты. Соответственно для каждого соотношения были эмпирически подобраны определенные значения коэффициента α :

$$\alpha = F\left(\frac{U_1}{U_2}\right), \quad (15)$$

где U_1 – задающее воздействие ведущего борта, U_2 – задающее воздействие ведомого борта.

На рис. 3 изображено сравнение линейных перемещений, полученных в процессе математического моделирования и снятия экспериментальных данных.

На рис. 4 изображены графики, показывающие зависимость угла поворота платформы от отношения ведущего и ведомого бортов, и сравнение с математической моделью. На ведущем борту задавалось значение задающего воздействия 50 % и 70 %.

Как видно на рис. 3 и 4, расчеты математической модели совпадают с экспериментальными данными с некоторой погрешностью. Сходимость модели и эксперимента обеспечивается только при условии правильно подобранных коэффициентов α , зависящих от отношения задающего воздействия ведущего и ведомого бортов.

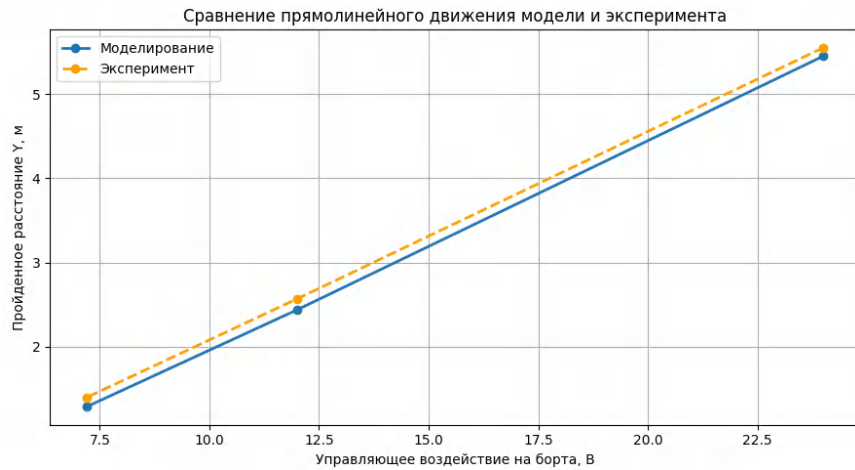


Рис. 3. Сравнение математической модели с экспериментальными данными

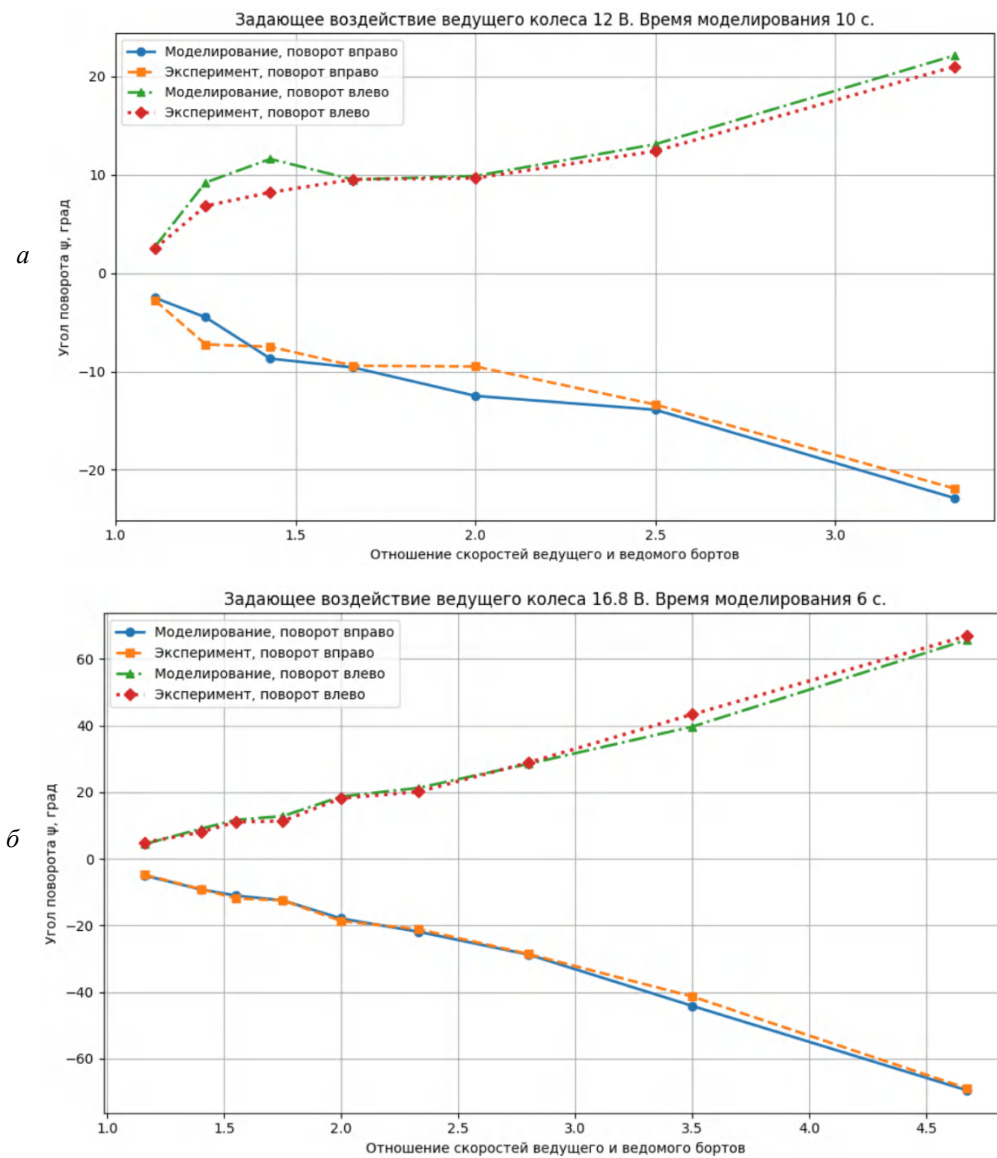


Рис. 4. Сравнение математической модели с экспериментальными данными:
а – задающее воздействие на ведущее колесо 12 В; б – задающее воздействие на ведущее колесо 16,8 В

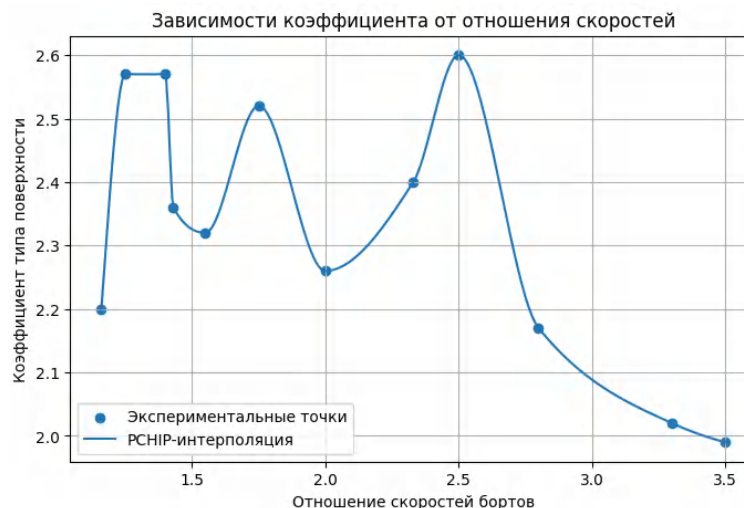


Рис. 5. График зависимости коэффициента поверхности к отношению задающих воздействий на борта

На рис. 5 изображен график зависимости отношения задающего воздействия бортов и коэффициента типа поверхности α .

Полученная нелинейная зависимость была построена при помощи РСНП [11] интерполяции для поиска приблизительных значений, лежащих между экспериментально полученными значениями для непрерывного управления напряжениями на приводах платформы.

Выводы

Представлен динамический и кинематический анализ платформы мобильного робота. Проведена серия опытов, приведены подобранные показатели коэффициента типа поверхности для определенных скоростных режимов. При правильном подборе коэффициентов α динамическая модель согласуется с реальными экспериментами.

Дальнейшая работа подразумевает постановку большего количества экспериментов с более сложными траекториями, синтез замкнутой системы управления и реализацию учета неровностей поверхностей, по которым должен перемещаться мобильный робот. Также после верификации модели возможен синтез предиктивной системы управления по показателю энергоэффективности с учетом безопасных скоростных режимов для пересечения определенных участков местности.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Analysis and Experimental Kinematics of a Skid-Steering Wheeled Robot Based on a Laser Scanner Sensor / T. Wang, Y. Wu, J. Liang, C. Han, J. Chen, Q. Zhao // *Sensors*. – 2015. – Т. 15, № 5. – Pp. 9681–9702. – DOI: 10.3390/s150509681.
2. Approximating Kinematics for Tracked Mobile Robots / J. L. Martinez, A. Mandow, J. Morales, S. Pedraza, A. García-Cerezo // *The International Journal of Robotics Research*. – 2005. – Vol. 24, No. 10. – Pp. 867–878. – DOI: 10.1177/0278364905058239
3. Динамика и управление движением шагающих машин с цикловыми двигателями / Е. С. Брискин, В. В. Жогга, В. В. Чернышев, А. В. Малолетов ; под ред. Е. С. Брискина. – М. : Машиностроение, 2009. – 191 с.
4. Nourizadeh, P. Trajectory Tracking Control for Skid-Steering Mobile Robots with Slip and Skid Compensation / P. Nourizadeh, F. J. Stevens-McFadden, W. N. Browne // *Preprint*. – 2023.
5. Robust Nonlinear Model Predictive Control for the Trajectory Tracking of Skid-Steer Mobile Manipulators with Wheel-Ground Interactions / K. Aro, L. Guevara, M. Torres-Torriti, F. Torres, A. Prado // *Robotics*. – 2024. – Т. 13. – № 12. – Art. 171.
6. Analysis and Experimental Verification for Dynamic Modeling of A Skid-Steered Wheeled Vehicle / W. Yu, O. Y. Chuy, E. G. Collins, P. Hollis // *IEEE Transactions on Robotics*. – 2010. – Т. 26. – № 2. – Pp. 340–353.
7. Система группового транспортного управления мобильными наземными роботами на различных грунтах / В. Г. Градецкий, И. Л. Ермолов, М. М. Князьков, Б. С. Лапин, Е. А. Семенов, С. А. Собольников, А. Н. Суханов // *Робототехника и техническая кибернетика*. – Т. 8, № 1. – 2020. – С. 61–71.
8. Wong, J. Y. Theory of Ground Vehicles / J. Y. Wong. – 3rd ed. – New York ; Chichester : John Wiley & Sons, 2001. – 528 p.
9. Caracciolo, L. Trajectory Tracking Control of a Four-Wheel Differentially Driven Mobile Robot / L. Caracciolo, A. De Luca, S. Iannitti // *1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. – 1999. – Pp. 2632–2638.
10. Dynamic Friction Models for Longitudinal Road/Tire Interaction: Experimental Results / C. Canudas-de-Wit, P. Tsiotras, E. Velenis, M. Basset, G. Gissinger // *21st IASTED International Conference on Modelling, Identification, and Control*. – Innsbruck, Austria, 2002.
11. Fritsch F. N. A Method for Constructing Local Monotone Piecewise Cubic Interpolants / F. N. Fritsch, J. Butland // *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*. – 1984. – Vol. 5, No. 2. – Pp. 300–304. – DOI: 10.1137/0905021.

REFERENCES

1. Wang, T. Analysis and Experimental Kinematics of a Skid-Steering Wheeled Robot Based on a Laser Scanner Sensor / T. Wang, Y. Wu, J. Liang, C. Han, J. Chen, Q. Zhao // *Sensors*. – 2015. – T. 15, № 5. – Pp. 9681-9702. – DOI: 10.3390/s150509681.
2. Martínez, J. L. Approximating Kinematics for Tracked Mobile Robots / J. L. Martínez, A. Mandow, J. Morales, S. Pedraza, A. García-Cerezo // *The International Journal of Robotics Research*. – 2005. – Vol. 24, No. 10. – Pp. 867–878. – DOI: 10.1177/0278364905058239
3. Briskin, E. S. Dynamics and Motion Control of Walking Machines with Cyclic Locomotion Mechanisms / E. S. Briskin, V. V. Zhoga, V. V. Chernyshev, A. V. Maloletov ; edited by E. S. Briskin. – Moscow : Mashinostroyeniye, 2009. – 191 p.
4. Nourizadeh, P. Trajectory Tracking Control for Skid-Steering Mobile Robots with Slip and Skid Compensation / P. Nourizadeh, F. J. Stevens-McFadden, W. N. Browne // *Preprint*. – 2023.
5. Aro, K. Robust Nonlinear Model Predictive Control for the Trajectory Tracking of Skid-Steer Mobile Manipulators with Wheel-Ground Interactions / K. Aro, L. Guevara, M. Torres-Torriti, F. Torres, A. Prado // *Robotics*. – 2024. – T. 13. – № 12. – Art. 171.
6. Yu, W. Analysis and Experimental Verification for Dynamic Modeling of A Skid-Steered Wheeled Vehicle / W. Yu, O. Y. Chuy, E. G. Collins, P. Hollis // *IEEE Transactions on Robotics*. – 2010. – T. 26. – № 2. – Pp. 340-353.
7. Gradedsky, V. G. Group Transportation Control System for Mobile Ground Robots on Various Terrains / V. G. Gradedsky, I. L. Ermolov, M. M. Knyazkov, B. S. Lapin, E. A. Semenov, S. A. Sobolnikov, A. N. Sukhanov // *Robotics and Technical Cybernetics*. – 2020. – Vol. 8, No. 1. – Pp. 61-71.
8. Wong, J. Y. Theory of Ground Vehicles / J. Y. Wong. – 3rd ed. – New York ; Chichester : John Wiley & Sons, 2001. – 528 p.
9. Caracciolo, L. Trajectory Tracking Control of a Four-Wheel Differentially Driven Mobile Robot / L. Caracciolo, A. De Luca, S. Iannitti // *1999 IEEE International Conference on Robotics and Automation*. – 1999. – Pp. 2632-2638.
10. Canudas-de-Wit, C. Dynamic Friction Models for Longitudinal Road/Tire Interaction: Experimental Results / C. Canudas-de-Wit, P. Tsiotras, E. Velenis, M. Basset, G. Gissinger // *21st IASTED International Conference on Modelling, Identification, and Control*. – Innsbruck, Austria, 2002.
11. Fritsch, F. N. A Method for Constructing Local Monotone Piecewise Cubic Interpolants / F. N. Fritsch, J. Butland // *SIAM Journal on Scientific and Statistical Computing*. – 1984. – Vol. 5, No. 2. – Pp. 300-304. – DOI: 10.1137/0905021.

Статья поступила в редакцию 02.06.2026, доработана 14.07.2026, подписана в печать 13.08.2026

The article was submitted 02.06.2026, revised 14.07.2026, accepted for publication 13.08.2026

УДК 004.896

DOI: 10.35211/1990-5297-2026-9-316-23-30

Научная статья

Original article

М. Н. Буза

ОБЗОР МЕТОДОВ ПЛАНИРОВАНИЯ АВТОНОМНОГО ДВИЖЕНИЯ МОБИЛЬНЫХ НАЗЕМНЫХ РОБОТОВ В НЕОРГАНИЗОВАННОЙ СРЕДЕ

Волгоградский государственный технический университет, Волгоград, Россия

✉ Максим Николаевич Буза, survival199910@yandex.ru

Аннотация. Представлен обзор методов локального планирования движения мобильных наземных роботов в неорганизованной среде. Рассмотрены особенности природного рельефа как среды навигации, включая геометрическую неоднородность поверхности, динамическую изменчивость и неполноту сенсорной информации. Систематизированы основные группы подходов к планированию движения, включая графовые, вероятностные, реактивные, оптимизационные методы, а также решения, основанные на SLAM и машинном обучении. Выполнено сопоставление указанных подходов по критериям адаптивности, вычислительной сложности, устойчивости к неопределенности и учета проходимости поверхности. Показаны ограничения существующих методов в условиях частичной наблюдаемости и быстро изменяющейся среды, рассмотрены типовые гибридные архитектуры локального планирования и обозначены сохраняющиеся нерешенные проблемы, связанные с адаптацией к неопределенности, вычислительными ограничениями и оценкой проходимости поверхности.

Ключевые слова: мобильные роботы, локальное планирование, неорганизованная среда, гибридные алгоритмы, проходимость

Для цитирования: Буза М. Н. Обзор методов планирования автономного движения мобильных наземных роботов в неорганизованной среде. Известия ВолгГТУ. 2026; 9(316): 23–30. DOI: 10.35211/1990-5297-2026-9(316): 23-30.

Информация об авторе:

Максим Николаевич Буза – аспирант, кафедра «Динамика и прочность машин» ВолгГТУ
e-mail: survival199910@yandex.ru

M. N. Buza

REVIEW OF AUTONOMOUS MOVEMENT PLANNING METHODS
FOR MOBILE LAND ROBOTS IN AN UNORGANIZED ENVIRONMENT

Volgograd State Technical University, Volgograd, Russia

✉ Maxim N. Buza, survival199910@yandex.ru

Abstract. The article presents a review of local motion planning methods for mobile ground robots operating in unstructured environments. The features of natural terrain as a navigation environment are examined, including geometric irregularity of the surface, dynamic variability, and incomplete sensor information. The main groups of motion planning approaches are systematized, including graph-based, sampling-based, reactive, and optimization-based methods, as well as solutions based on SLAM and machine learning. These approaches are compared in terms of adaptability, computational complexity, robustness to uncertainty, and the ability to account for terrain traversability. The limitations of existing methods under partial observability and rapidly changing environments are identified, typical hybrid local planning architectures are considered, and the remaining open problems related to adaptation to uncertainty, computational constraints, and traversability assessment are outlined.

Keywords: mobile robots, local planning, unstructured environment, hybrid algorithms, traversability

For citation: Buza M. N. Review of autonomous movement planning methods for mobile land robots in an unorganized environment. Izvestia VSTU. 2026; 9 (316): 23–30. DOI: 10.3521/1990-5297-2026-9-316-23-30.

Information about the author:

Maxim N. Buza – Postgraduate Student, Department «Dynamics and Strength of Machines» VSTU
e-mail: survival199910@yandex.ru

Введение

Развитие мобильной робототехники расширяет применение автономных наземных роботов в условиях, существенно отличающихся от структурированных сред: в спасательных операциях, мониторинге территорий, разведке, сельском и лесном хозяйствах [1–3]. В таких задачах качество работы робототехнической системы во многом определяется способностью безопасно и устойчиво перемещаться в изменяющейся обстановке, что делает локальное планирование движения одним из ключевых элементов навигационного контура [4; 5].

Неорганизованная среда лишена регулярной структуры, поэтому движение осложняется неровным рельефом, случайным расположением препятствий и неполнотой сенсорной информации. В данных условиях бинарное представление пространства является недостаточным. Локальное планирование не сводится к простому обходу препятствий, а требует комплексного учета особенностей рельефа (уклонов, неровностей, растительности), определяющих физическую проходимость участков. Данный фактор ограничивает применение классической пространственной дискретизации из-за нелинейного роста вычислительной сложности и требует перехода к использованию многослойных карт стоимости и локального риска [6].

Сложность навигации усугубляется динамической изменчивостью обстановки и высокой неопределенностью данных восприятия. Ограниченная дальность действия датчиков,

шумы измерений и влияние внешних условий приводят к постоянной неполноте локальной карты. Методы, демонстрирующие высокую эффективность в статических или частично известных средах, в подобных условиях часто оказываются недостаточно адаптивными, вычислительно затратными или высокочувствительными к ошибкам локализации. Навигационная система должна не только анализировать доступную геометрию пространства, но и оценивать надежность сенсорной информации, осуществляя регулярное перепланирование в ограниченном окне наблюдения.

Ключевой алгоритмической проблемой локального планирования становится обеспечение баланса между реактивностью и качеством формируемой траектории. Избыточная скорость реакции повышает риск попадания в локальные минимумы и генерации неэффективных маршрутов, тогда как глубокий учет динамики платформы существенно увеличивает вычислительные затраты бортовых систем.

Указанные факторы обусловили развитие и интеграцию нескольких направлений планирования движения: графовых алгоритмов поиска пути, вероятностных методов работы в непрерывных пространствах, реактивных схем, методов локальной оптимизации управления, а также подходов на базе *SLAM* и машинного обучения. Эволюция предметной области демонстрирует устойчивый переход от методов, ориентированных преимущественно на плоскую геометрию пространства, к комплексным

архитектурам, учитывающим динамику платформ, частичную наблюдаемость и физико-механические свойства подстилающей поверхности.

Классификация методов планирования движения

При сравнении методов важно оценивать не только способность находить путь, но и адаптивность, вычислительную приемлемость, устойчивость к неопределенности и учет физической реализуемости движения. Указанные критерии определяют классификацию методов на несколько основных групп, отличающихся способом представления среды и алгоритмами построения траектории [7].

Графовые методы (A^* , D^*)

Данные методы осуществляют поиск пути в дискретной структуре пространства. Алгоритм A^* оценивает узлы по сумме фактической стоимости и эвристики, что позволяет находить оптимальный маршрут с учетом длины, уклона и иных локальных характеристик [8]. Основное преимущество данных методов заключается в их интерпретируемости и высокой формальной определенности. Недостатками являются сильная зависимость от разрешения сеточной карты и необходимость полного пересчета графа при обновлении локальной обстановки, что снижает оперативность реакции системы. Алгоритм D^* частично компенсирует этот недостаток за счет обновления только затронутых участков, однако в неорганизованной среде эффективность графовых подходов остается ограниченной (рис. 1).

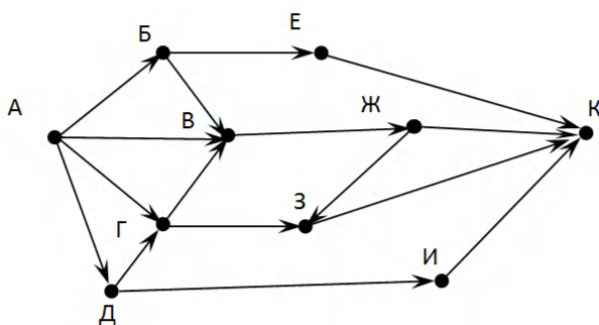


Рис. 1. Сеточный поиск (граф)

Вероятностные методы (RRT , PRM)

Вероятностные алгоритмы (PRM , RRT) функционируют в непрерывных пространствах состояний за счет выборочного исследования, что снижает вычислительную нагрузку при сложной кинематике [9]. Метод PRM эффективен

для стационарных сред, тогда как RRT быстро исследует свободное пространство путем итеративного построения дерева достижимых состояний (рис. 2). Главное достоинство вероятностных подходов состоит в возможности работы с многомерными пространствами. К недостаткам относятся генерация неоптимальных траекторий с избыточной длиной, требующих обязательного сглаживания, а также алгоритмическая сложность частого локального перепланирования в динамической среде.

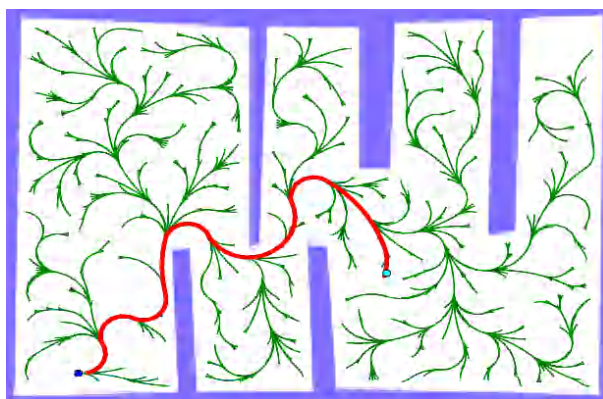


Рис. 2. Дерево RRT

Реактивные методы (потенциальные поля, VFH)

Реактивные методы (искусственные потенциальные поля, VFH) формируют управляющее воздействие непосредственно из текущих сенсорных данных [10; 11]. Движение осуществляется в сторону локального минимума суммарного поля (рис. 3) или на основе оценки опасности секторов угловой гистограммы. Ключевой особенностью реактивных алгоритмов является высокая скорость вычислений и оперативной реакции на внезапные препятствия. Ограничением данного класса методов выступает подверженность локальным минимумам и отсутствие глобальной согласованности маршрута, из-за чего данные алгоритмы редко применяются как самостоятельные решения и используются преимущественно для низкоуровневой коррекции.

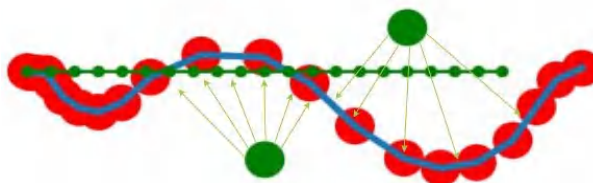


Рис. 3. Потенциальное поле

Методы оптимизации управления (MPC, DDP)

Методы оптимизации управления (MPC, DDP) рассматривают планирование как задачу выбора последовательности управляющих воздействий, минимизирующую заданный функционал на конечном горизонте прогнозирования [12; 13]. Преимуществом данного класса является формирование гладких траекторий, гарантирующих физическую реализуемость маневра с учетом кинематики, ограничений по скорости и ускорению. Главный недостаток заключается в высоких требованиях к вычислительным ресурсам, которые нелинейно возрастают при усложнении модели робота и увеличении горизонта прогнозирования.

SLAM как основа локального планирования

Алгоритмы SLAM выполняют инфраструктурную функцию, обеспечивая планировщик детализированной картой среды и данными о текущем положении робота [14; 15]. Достоинством подходов на базе SLAM является существенное повышение точности геометрического представления пространства. Недостатки связаны с сильной зависимостью от качества сенсорных данных, вычислительной ресурсоемкостью и подверженностью ошибкам накопления (дрейфу) при длительной навигации в условиях однородного природного рельефа.

Методы машинного обучения для оценки проходимости

Методы машинного обучения применяются для оценки проходимости неорганизованной среды в условиях недостаточности исключительно геометрических признаков [16]. На основе визуальных и инерциальных данных алгоритмы формируют карты стоимости, учитывающие скрытые физико-механические свойства поверхности (тип грунта, влажность, риск пробуксовки), выявление которых традиционными методами затруднительно.

Альтернативный подход на базе сквозного обучения, предполагающий прямое формирование управляющего воздействия по локальному наблюдению, обладает высокой адаптивностью, но из-за сниженной интерпретируемости и проблем с обеспечением безопасности применяется преимущественно совместно с классическими алгоритмами. В целом, интеграция геометрического планирования, локальной оптимизации и обучаемой оценки проходимости

формирует наиболее перспективное направление развития систем автономной навигации.

Классификация гибридных архитектур локального планирования

Иерархические архитектуры разделяют задачу на макро- и микроуровни. На верхнем уровне графовые или вероятностные алгоритмы формируют глобальный опорный маршрут [17], тогда как на нижнем уровне реактивные методы обеспечивают оперативную коррекцию траектории для уклонения от локальных и динамических препятствий в масштабе реального времени.

Архитектуры с оценкой проходимости интегрируют информацию о физико-механических характеристиках неорганизованной среды. Геометрическое представление пространства дополняется многослойными картами стоимости, учитывающими шероховатость поверхности, тип грунта и допустимые углы наклона. Это позволяет базовым алгоритмам поиска пути избегать зон с повышенным риском потери сцепления или опрокидывания.

Архитектуры с интеграцией машинного обучения применяют нейросетевые подходы для обработки многомодальных сенсорных данных [18]. Обучаемые модули извлекают скрытые негеометрические признаки среды, формируя карты проходимости или адаптивные эвристики для классических планировщиков, что повышает устойчивость навигации в меняющихся условиях [19].

Архитектуры с оптимизацией управления комбинируют алгоритмы поиска пути с методами прогнозирующего управления. Предварительно рассчитанный маршрут выступает в качестве начального приближения, которое затем сглаживается и оптимизируется на заданном горизонте прогнозирования для обеспечения физической реализуемости маневра с учетом строгих кинематических и динамических ограничений робототехнической платформы.

Нерешенные проблемы локального планирования

Несмотря на значительное развитие методов локального планирования и распространение гибридных архитектур, в задачах автономного движения мобильных наземных роботов по неорганизованной поверхности сохраняется ряд фундаментальных ограничений. Эти ограничения связаны не с отдельным недостатком какого-либо одного алгоритма, а с сочетанием

неполной наблюдаемости, изменчивости среды, сложности взаимодействия платформы с опорной поверхностью и ограниченности бортовых вычислительных ресурсов. В современной литературе именно данные факторы рассматриваются как основные причины того, что задача локального планирования в природной среде остается открытой и продолжает активно развиваться.

Одной из главных проблем локального планирования является частичная наблюдаемость неорганизованной среды из-за аппаратных ограничений сенсоров. Траектория строится в условиях неполной информации, где неизвестные области могут скрывать препятствия или опасный рельеф, что требует постоянного поиска баланса между продвижением к цели и безопасностью.

Для учета неопределенности применяются штрафование неизвестных зон, выделение границ исследованной карты, вероятностное моделирование и прогнозирование характеристик поверхности.

Однако данные методы не решают проблему полностью, так как многие особенности рельефа выявляются только на малых дистанциях.

Частичная наблюдаемость критически влияет на оценку проходимости: визуально свободный участок может оказаться непреодолимым из-за свойств грунта или скрытых неровностей. В связи с этим данная проблема рассматривается в современных исследованиях не только как картографическая, но и как комплексная прогностическая задача.

Фундаментальной проблемой локального планирования является необходимость согласования скорости реакции и качества формируемой траектории. Система должна оперативно реагировать на возникающие препятствия, сохраняя при этом общее направление движения к глобальной цели.

Реактивные алгоритмы обеспечивают быструю адаптацию на основе текущих сенсорных данных, однако их применение может приводить к избыточным колебаниям траектории и попаданию в локальные минимумы из-за ограниченного горизонта планирования. Оптимизационные методы, напротив, формируют более гладкие и согласованные маршруты за счет прогнозирования. При этом увеличение глубины прогноза повышает вычислительную нагрузку, что приводит к снижению частоты обновления команд управления.

На практике баланс между локальной реактивностью и стратегической согласованностью достигается путем подбора длины горизонта прогнозирования, настройки весовых коэффициентов функционала стоимости и определения правил переключения в иерархических архитектурах. Универсального решения данной задачи не существует, поскольку оптимальные параметры системы остаются высокочувствительными к типу подстилающей поверхности, скорости движения и конфигурации сенсорного комплекса.

Существенным ограничением локального планирования остается вычислительная сложность, обусловленная конкуренцией алгоритмов за ограниченные бортовые ресурсы мобильной платформы [20]. Практическая применимость методов напрямую зависит от их способности функционировать в режиме реального времени.

Вычислительная нагрузка варьируется в зависимости от подхода: для графовых алгоритмов критичен рост размера дискретной карты, для вероятностных – объем выборки и проверка допустимости траекторий, для оптимизационных – многократное решение задачи управления на каждом шаге.

Особую сложность представляет интеграция ресурсоемких модулей в гибридных архитектурах. Совместное использование плотного картографирования, нейросетевой оценки проходимости и предиктивного управления требует либо высокопроизводительного оборудования, либо упрощения моделей, что ведет к снижению точности и устойчивости системы [21].

Решение проблемы вычислительной приемлемости требует комплексного подхода, включающего рациональное распределение функций, адаптацию уровня детализации карты и горизонта поиска, асинхронную обработку данных, а также поиск баланса между информативностью модели среды и временем принятия решения.

Значительной проблемой остается переносимость методов планирования при смене типа природной поверхности [22]. Неорганизованная среда характеризуется существенным разнообразием физических свойств грунта, растительности и условий опорного контакта.

Для классических геометрических алгоритмов это означает неполноту представления среды: наличие свободного пространства не гарантирует безопасного движения без учета про-

буксовки, просадки опоры и потери устойчивости. В результате геометрически корректный маршрут может оказаться невыполнимым на практике.

Методы машинного обучения и карты стоимости позволяют учитывать физические факторы, однако обладают ограниченной обобщающей способностью при изменении типа грунта, сезона или условий освещенности.

Детальные физические модели взаимодействия движителя со средой вычислительно затратны, а их упрощенные аналоги не охватывают всего разнообразия условий. В связи с этим наиболее перспективным направлением является интеграция геометрического анализа, эмпирических данных о проходимости и адаптивной корректировки параметров планирования в процессе движения.

Заключение

Локальное планирование движения мобильных роботов в неорганизованной среде требует комплексного учета геометрической неоднородности, динамики обстановки, неполноты сенсорных данных и вычислительных ограничений бортовых систем. Задача заключается не только в поиске кратчайшего пути, но и в обеспечении проходимости, устойчивости к неопределенности и физической реализуемости траектории.

Анализ существующих подходов выявляет их специфические особенности и ограничения. Графовые алгоритмы чувствительны к качеству дискретизации карты. Вероятностные методы в динамической среде чаще выступают вспомогательными компонентами. Реактивные алгоритмы обладают высокой скоростью отклика, но ограничены коротким горизонтом принятия решений. Методы оптимизации управления позволяют учитывать динамику платформы, однако их применение сдерживается высокой вычислительной сложностью.

Дальнейшее развитие систем локального планирования направлено на создание комплексных гибридных архитектур, в которых объединяются методы оценки проходимости, вероятностного учета неопределенности и динамического построения траекторий, функционирующие как взаимосвязанные уровни единой адаптивной навигационной системы.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Разработка интеллектуальной робототехнической системы сбора урожая / З. В. Нагоев, О. З. Загазежева,

К. Ч. Бжихатлов, И. А. Мамбетов // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2025. – № 2(244). – С. 40–51.

2. Белкин, У. В. Разработка и оценка алгоритмов децентрализованного управления роями роботов в сценариях ликвидации последствий чрезвычайных ситуаций / У. В. Белкин, А. А. Приходский, С. А. Сериков // Известия ВолГТУ : научный журнал № 4(299) / ВолГТУ. – Волгоград, 2025. – С. 12–15.

3. Коргин, Н. А. Концепция распределенной сети полигонов для отработки сценариев применения гетерогенных групп транспортных средств с электрическим приводом в сложных климатических и ландшафтных условиях: примеры реализации и перспективы развития / Н. А. Коргин, Р. В. Мещеряков // Управление большими системами: сборник трудов. – 2025. – № 113. – С. 315–345.

4. Разработка и исследование средств видео-дальнометрической навигации роботов воздушного и наземного применения / В. П. Носков, Ю. С. Баричев, О. П. Гойдин, А. Н. Курьянов // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2025. – № 2(244). – С. 96–108.

5. Корлякова, М. О. Анализ современных подходов к разработке систем управления автономных мобильных платформ / М. О. Корлякова, Е. Ю. Корлякова, Г. И. Скотников // Электронный журнал: наука, техника и образование. – 2025. – № S1(55). – С. 187–192.

6. On kinodynamic global planning in a simplicial complex environment: A mixed integer approach / O. Jerome, A. Klimchik, A. Maloletov, G. Kulathunga // Mechanism and Machine Theory. – 2025. – Vol. 215. – P. 106172.

7. Лагузина, Е. А. Обзор методов планирования траектории движения мобильных роботов / Е. А. Лагузина // Вестник науки. – 2025. – Т. 1, № 6(87). – С. 1467–1475.

8. Никитин, Ю. Р. Планирование пути мобильного робота с учетом препятствий / Ю. Р. Никитин, Ю. В. Зубкова, Д. Б. Зубков // Автоматизация и измерения в машинно-приборостроении. – 2025. – № 2(30). – С. 25–34.

9. Курейчик, В. В. Маршрутизация автономных устройств в трехмерном пространстве / В. В. Курейчик, В. И. Данильченко, Е. В. Данильченко // Информатика и автоматизация. – 2025. – Т. 24, № 2. – С. 492–525.

10. Белотелов, В. Н. Метод поиска касательных в задаче быстрогодействия для колесного мобильного робота / В. Н. Белотелов, А. Н. Дарьина // Компьютерные исследования и моделирование. – 2025. – Т. 17, № 3. – С. 401–421.

11. Кононов, А. А. Квазиоптимальное определение траектории движения мобильного объекта с помощью системы электростатических датчиков / А. А. Кононов, Ан. А. Кононов, Г. К. Усков // Инфокоммуникационные и радиоэлектронные технологии. – 2025. – Т. 8, № 6. – С. 872–882.

12. Пантелеев, А. В. Применение модификации метода, имитирующего поведение стаи мотыльков, для решения задачи оптимального программного управления мобильным роботом / А. В. Пантелеев, И. С. Надоров // Моделирование и анализ данных. – 2025. – Т. 15, № 1. – С. 81–109.

13. Карпов, А. В. Моделирование непрерывной траектории перемещения по узловым данным обратной связи при управлении с прогнозированием внешней нагрузки / А. В. Карпов, Н. И. Гданский // Инженерный вестник Дона. – 2025. – № 12(132).

14. Использование систем lidar и SLAM для позиционирования автономной техники в условиях отсутствия спутникового сигнала / Л. Маммедова, Ш. Аманязов, С. Оразгелдиев, Х. Сахетмырадов // Инновационная наука. – 2025. – Т. 2, № 12-2. – С. 56–57.

15. Карпов, А. В. Система навигации для автономной транспортной тележки на основе комплексирования инерциальной и визуальной одометрии / А. В. Карпов // Инженерный вестник Дона. – 2026. – № 2(134).

16. Tang, Yi. Dynamic Relational Graph Modeling for Multi-Agent Motion Trajectory Prediction / Yi. Tang, D. Yu. Pertsau // Доклады Белорусского государственного университета информатики и радиоэлектроники. – 2025. – Vol. 23, No. 4. – Pp. 109–117.

17. Григорьева, Е. Д. Модель и алгоритм решения транспортно-логистической задачи своевременной доставки грузов с использованием группировки робототехнических комплексов / Е. Д. Григорьева, В. А. Ушаков // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2025. – № 2(244). – С. 151–161.

18. A Genetic Approach to Gradient-Free Kinodynamic Planning in Uneven Terrains / O. Jerome, A. Klimchik, A. Maloletov, G. Kulathunga // IEEE Robotics and Automation Letters. – 2025. – Vol. 10, No. 6. – Pp. 5521–5528.

19. Урюпин, И. В. Об универсальных моделях состояния для задач слежения и навигации беспилотных движущихся объектов / И. В. Урюпин // Системы и средства информатики. – 2025. – Т. 35, № 2. – С. 31–44.

20. Горькавый, М. А. Планирование и оптимизация движений коллаборативного робота при разрешении коллизий в ограниченном операционном пространстве / М. А. Горькавый // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. – 2025. – Т. 68, № 3. – С. 56–69.

21. Разработка математической модели бесколлекторного двигателя постоянного тока для синтеза самонастраивающихся систем управления манипуляционными и мобильными роботами / В. Ф. Филаретов, А. В. Зуев, А. А. Проценко, И. В. Горностаев // Известия высших учебных заведений. Электромеханика. – 2025. – Т. 68, № 2. – С. 39–46.

22. Фернандо, М. Ж. Анализ кинематики четвероногого робота при поворотных движениях его корпуса / М. Ж. Фернандо, Г. Р. Сайпулаев, М. Р. Сайпулаев // Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don). – 2025. – Т. 25, № 1. – С. 14–22.

REFERENCES

1. Nagoev, Z. V. Development of an intelligent robotic harvesting system / Z. V. Nagoev, O.Z. Zagazezheva, K. C. Brzhikhatlov, I. A. Mambetov // Izvestiya SFedU. Engineering Sciences. – 2025. – № 2(244). – Pp. 40–51.

2. Belkin, U. V. Development and evaluation of decentralized control algorithms for robot swarms in emergency response scenarios / U. V. Belkin, A. A. Prihodskiy, S. A. Serikov // Izvestia Volgograd State Technical University. – 2025. – № 4(299). – Pp. 12–15.

3. Korgin, N. A. The concept of a distributed network of testing grounds for testing scenarios of using heterogeneous groups of electrically driven vehicles in complex climatic and landscape conditions: implementation examples and development prospects / N. A. Korgin, R. V. Meshcheryakov // Large-Scale Systems Control. – 2025. – No. 113. – Pp. 315–345.

4. Noskov, V. P. Development and research of video-ranging navigation tools for aerial and ground robots / V. P. Noskov, Yu. S. Barichev, O. P. Goydin, A. N. Kuryanov // Izvestiya SFedU. Engineering Sciences. – 2025. – No. 2(244). – Pp. 96–108.

5. Korlyakova, M. O. Analysis of modern approaches to the development of control systems for autonomous mobile

platforms / M. O. Korlyakova, E. Yu. Korlyakova, G. I. Skotnikov // Electronic Journal: Science, Technology and Education. – 2025. – No. S1(55). – Pp. 187–192.

6. Jerome, O. On kinodynamic global planning in a simplicial complex environment: A mixed integer approach / O. Jerome, A. Klimchik, A. Maloletov, G. Kulathunga // Mechanism and Machine Theory. – 2025. – Vol. 215. – P. 106172.

7. Laguzina, E. A. Review of motion trajectory planning methods for mobile robots / E. A. Laguzina // VestnikNauki. – 2025. – Vol. 1, No. 6(87). – Pp. 1467–1475.

8. Nikitin, Yu. R. Path planning of a mobile robot considering obstacles / Yu. R. Nikitin, Yu. V. Zubkova, D. B. Zubkov // Automation and Measurement in Mechanical Engineering and Instrument Engineering. – 2025. – No. 2(30). – Pp. 25–34.

9. Kureichik, V. V. Routing of autonomous devices in three-dimensional space / V. V. Kureichik, V. I. Danilchenko, E. V. Danilchenko // Informatics and Automation. – 2025. – Vol. 24, No. 2. – Pp. 492–525.

10. Belotelov, V. N. Tangent search method in the time-optimal problem for a wheeled mobile robot / V. N. Belotelov, A. N. Darina // Computer Research and Modeling. – 2025. – Vol. 17, No. 3. – Pp. 401–421.

11. Kononov, A. A. Quasi-optimal determination of the trajectory of a mobile object using a system of electrostatic sensors / A. A. Kononov, A. A. Kononov, G. K. Uskov // Infocommunications and Radio Technologies. – 2025. – Vol. 8, No. 6. – Pp. 872–882.

12. Pantelev, A. V. Application of a modification of the method simulating the behavior of a swarm of moths to solve the problem of optimal program control of a mobile robot / A. V. Pantelev, I. S. Nadorov // Modeling and Data Analysis. – 2025. – Vol. 15, No. 1. – Pp. 81–109.

13. Karpov, A. V. Modeling of a continuous movement trajectory based on nodal feedback data in control with external load prediction / A. V. Karpov, N. I. Gdanskyy // Engineering Journal of Don. – 2025. – No. 12(132).

14. Mammedova, L. Use of lidar and SLAM systems for positioning autonomous equipment in the absence of a satellite signal / L. Mammedova, Sh. Amanyazov, S. Orazgeldiev, Kh. Sakhetmyradov // Innovative Science. – 2025. – Vol. 2, No. 12-2. – Pp. 56–57.

15. Karpov, A. V. Navigation system for an autonomous transport cart based on the integration of inertial and visual odometry / A. V. Karpov // Engineering Journal of Don. – 2026. – No. 2(134).

16. Tang, Yi. Dynamic Relational Graph Modeling for Multi-Agent Motion Trajectory Prediction / Yi. Tang, D. Yu. Pertsau // Doklady BGUIR. – 2025. – Vol. 23, No. 4. – Pp. 109–117.

17. Grigoryeva, E. D. Model and algorithm for solving the transport and logistics problem of timely cargo delivery using a grouping of robotic complexes / E. D. Grigoryeva, V. A. Ushakov // IzvestiyaSFedU. Engineering Sciences. – 2025. – No. 2(244). – Pp. 151–161.

18. Jerome, O. A Genetic Approach to Gradient-Free Kinodynamic Planning in Uneven Terrains/ O. Jerome, A. Klimchik, A. Maloletov, G. Kulathunga // IEEE Robotics and Automation Letters. – 2025. – Vol. 10, no. 6. – Pp. 5521–5528.

19. Uryupin, I. V. On universal state models for tracking and navigation tasks of unmanned moving objects / I. V. Uryupin // Systems and Means of Informatics. – 2025. – Vol. 35, No. 2. – Pp.31–44.

20. Gorkavyy, M. A. Motion Planning and Optimization of a Collaborative Robot for Collision Resolution in a Constrained Operational Space. *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. Elektromekhanika.* – 2025. – Vol. 68, No. 3. – Pp. 56-69.

21. Filaretov, V. F. Development of a mathematical model of a brushless DC motor for the synthesis of self-tuning control systems for manipulating and mobile robots /

V. F. Filaretov, A. V. Zuev, A. A. Protsenko, I. V. Gornostaev // *Izvestiya Vysshikh Uchebnykh Zavedenii. Elektromekhanika.* – 2025. – Vol. 68, No. 2. – Pp. 39-46.

22. Fernando, M. Zh. Kinematics analysis of a quadruped robot during rotational movements of its body / M. Zh. Fernando, G. R. Saypulaev, M. R. Saypulaev // *Advanced Engineering Research (Rostov-on-Don).* – 2025. – Vol. 25, No. 1. – Pp. 14-22.

Статья поступила в редакцию 04.06.2026, доработана 10.06.2026, подписана в печать 13.08.2026

The article was submitted 04.06.2026, revised 10.06.2026, accepted for publication 13.08.2026

УДК 62-529.4+629.369

DOI: 10.35211/1990-5297-2026-9-316-30-35

Научная статья

Original article

Е. В. Дементьев, Е. С. Брискин

ОБ УПРАВЛЕНИИ ДВИЖЕНИЕМ ПОДВОДНОЙ РОБОТИЗИРОВАННОЙ ПЛАТФОРМЫ НА РЕЛЬСОВОЙ ДОРОГЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ЕСТЕСТВЕННЫХ СИЛОВЫХ ВОЗДЕЙСТВИЙ

Волгоградский государственный технический университет, Волгоград, Россия

✉ Евгений Владимирович Дементьев, evg7360@yandex.ru

Аннотация. Рассмотрены различные подходы к управлению плавучестью подводной роботизированной платформы, перемещающейся по канатно-рельсовой трассе за счет естественных сил. Движение обеспечивается циклическим изменением объема воздуха в понтонах, что приводит к появлению переменной выталкивающей силы. Предложены три метода регулирования на восходящем участке, различающиеся способом контроля параметров воздуха: по объему вытесненной воды, по снижению давления в резервуаре и по дозированной подаче воздуха. Для каждого метода получены аналитические соотношения, определяющие число рабочих циклов. Проведен сравнительный анализ двух конструктивных вариантов исполнения понтонной системы – с жестким и эластичным понтоном. Показано, что методы с управлением по давлению обеспечивают существенно большее число циклов, а выбор конкретной схемы зависит от условий эксплуатации.

Ключевые слова: подводная транспортная система, изменение плавучести, методы управления, подводные рельсы, переменная выталкивающая сила

Для цитирования: Дементьев Е. В., Брискин Е. С. Об управлении движением подводной роботизированной платформы на рельсовой дороге с использованием естественных силовых воздействий. *Известия ВолгГТУ.* 2026; 9(316): 30–35. DOI: 10.35211/1990-5297-2026-9-316-30-35.

Информация об авторах:

Евгений Владимирович Дементьев – аспирант, кафедра «Динамика и прочность машин» ВолгГТУ.

e-mail: evg7360@yandex.ru

Евгений Самуилович Брискин – д-р физ.-мат. наук, профессор, кафедра «Динамика и прочность машин» ВолгГТУ.

<https://orcid.org/0000-0002-6409-4208>

e-mail: ebriskin@mail.ru

Вклад авторов:

Е. В. Дементьев – анализ данных, интерпретация результатов, написание статьи.

Е. С. Брискин – разработка общей концепции исследования, написание статьи.

E. V. Dementiev, E. S. Briskin

ABOUT MOTION CONTROL OF AN UNDERWATER ROBOTIC PLATFORM ON A RAIL ROAD USING NATURAL FORCE EFFECTS

Volgograd State Technical University, Volgograd, Russia

✉ Evgeny V. Dementyev, evg7360@yandex.ru

Abstract. Various approaches to controlling the buoyancy of an underwater robotic platform moving along a cable-rail track using natural forces are considered. Motion is provided by cyclic changes in the air volume in the pontoons, resulting in a variable buoyant force. Three control methods for the ascending section are proposed, differing in the way air parameters are controlled: by the volume of displaced water, by reducing the pressure in the reservoir, and by metered air supply. For each method, analytical relations determining the number of operating cycles are obtained. A comparative analysis of two design variants of the pontoon system – with a rigid and an elastic pontoon – is carried out. It is shown that pressure-based control methods provide a significantly larger number of cycles, and the choice of a particular scheme depends on the operating conditions.

Keywords: underwater transport system, buoyancy change, control methods, underwater rails, variable buoyancy

For citation: Dementyev E. V. , Briskin E. S. About motion control of an underwater robotic platform on a rail road using natural force effects. Izvestia VSTU. 2026; 9 (316): 30–35. DOI: 10.3521/1990-5297-2026-9-316-30-35.

Information about the authors:

Evgeny V. Dementyev – Postgraduate Student, Department of Dynamics and Strength of Machines VSTU
e-mail: evg7360@yandex.ru

Evgeny S. Briskin – D. Sc. (Phys.-Math), Professor, Department of Dynamics and Strength of Machines VSTU
https://orcid.org/0000-0002-6409-4208
e-mail: ebriskin@mail.ru

Contribution of the authors:

Evgeny V. Dementyev – data analysis, interpretation of the results, and writing the article.

Evgeny S. Briskin – development of the general research concept and writing the article.

Введение

В последние годы в области подводной робототехники активно развиваются платформы, предназначенные для выполнения задач непосредственно на морском дне. Такие аппараты, в отличие от свободно плавающих, могут опираться на грунт, что повышает устойчивость при позиционировании и позволяет противостоять внешним гидродинамическим воздействиям. Однако перемещение по дну осложняется неоднородностью рельефа и нестабильностью физико-механических свойств основания. Для преодоления этих трудностей применяются гусеничные движители, обладающие хорошей проходимостью, а также шагающие механизмы, обеспечивающие повышенную маневренность [1–3]. Вместе с тем, наиболее радикальным решением является создание искусственной направляющей трассы, например, в виде рельсового или канатного пути. Установка таких трасс непосредственно на дно сопряжена со значительными затратами, однако применение опорных конструкций типа «зуб дракона» с регулируемыми мачтами позволяет формировать необходимый профиль направляющих без масштабных дноуглубительных работ. Движение по такой трассе требует разработки двигательной установки, способной создавать требуемое тяговое усилие.

В качестве источника энергии на борту подводной роботизированной платформы (ПРП) целесообразно использовать резервуары со сжатым воздухом [4; 5]. Управление движением при этом сводится к дискретному регулированию расхода воздуха на каждом участке пути. При подаче воздуха в понтоны (эластичные мешки или жесткие емкости) создается положительная плавучесть, что в сочетании с реакцией направляющей обеспечивает движение вверх и одновременно в горизонтальном направлении. При стравливании воздуха плавучесть становится отрицательной, и ПРП дви-

жется вниз по рельсу, также перемещаясь горизонтально. Предусмотрена возможность дозаправки резервуаров высокого давления (РВД) от стационарных баллонов, закрепленных на мачтах.

СХЕМЫ РАБОТЫ ПОДВОДНОЙ РЕЛЬСОВОЙ ДОРОГИ

Рассмотрены две принципиальные конструктивные схемы энергосиловой части ПРП:

1. Схема «резервуар высокого давления – клапан – жесткий воздушный понтон»;
2. Схема «резервуар высокого давления – клапан – эластичный надувной понтон» [6].

1. Схема с жестким воздушным понтоном

В жестком понтоне возможно реализовать несколько методов управления выталкивающей силой путем изменения объема вытесненной воды. Общая конструктивная схема и этапы работы системы показаны на рис. 1.

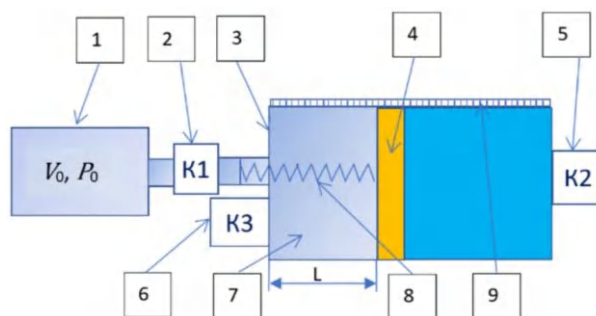


Рис. 1. Конструктивная схема системы с жестким воздушным понтоном

Элементы конструкции: 1 – резервуар высокого давления (далее – «резервуар»); 2 – управляемый клапан K1; 3 – понтон; 4 – поршень; 5 – управляемый клапан K2; 6 – управляемый клапан K3; 7 – вытесненный необходимый объем воды δV ; 8 – возвратная (дисциплинирующая) пружина; 9 – «контактная линейка» для контроля положения поршня.

Система (рис. 1) включает резервуар со сжатым воздухом объемом V_0 , установленный на платформе и жесткий балластный понтон в виде пневмоцилиндра с пружиной δ жесткостью C . При подаче воздуха поршень 4 смещается на расстояние L , образуя объем 7, равный δV , что создает требуемую выталкивающую силу $F_{\text{выт}}$. В начальном состоянии поршень находится в крайнем левом положении, понтон заполнен водой, клапаны закрыты, платформа имеет отрицательную плавучесть и, взаимодействуя с направляющей, погружается, одновременно перемещаясь в горизонтальном направлении.

Управление на восходящем участке может осуществляться двумя методами, отличающимися способом контроля параметров воздуха.

Первый метод – по объему вытесненной воды. Клапан К3 закрыт, клапаны К1 и К2 открываются до достижения поршнем положения, обеспечивающего заданный объем δV . После этого клапаны закрываются, давление в резервуаре и в понтоне выравнивается. Для возврата поршня в исходное положение (на этапе спуска) открываются клапаны К2 и К3, пружина обеспечивает перемещение поршня.

При изотермическом процессе давление в N -м цикле связано с давлением в предыдущем цикле соотношением:

$$P_{N-1}V_0 = P_N(V_0 + \delta V), \quad (1)$$

где V_0 – объем воздуха в резервуаре высокого давления, δV – объем вытесненной воды.

Из (1) определяется уменьшенное давление P_N , затем процесс повторяется. В N цикле:

$$P_N = P_0 \left(\frac{V_0}{V_0 + \delta V} \right)^N. \quad (2)$$

Работа системы возможна при $P_N \geq P_{\text{окр}}$. $P_{\text{окр}}$ – давление окружающей среды (воды) на глубине H : $P_{\text{окр}} = \rho g H + P_{\text{атм}}$. Отсюда максимальное число циклов:

$$N_1 \leq \frac{\ln \left(\frac{P_0}{P_{\text{окр}}} \right)}{\ln \left(\frac{V_0 + \delta V}{V_0} \right)} = \frac{\lambda}{\ln \left(1 + \frac{\delta V}{V_0} \right)}, \quad (3)$$

где P_0 – начальное давление сжатого воздуха в резервуаре; H – глубина погружения платформы, ρ – плотность воды, g – ускорение свободного падения, $P_{\text{атм}}$ – атмосферное давление, $\lambda = \ln [P_0/P_{\text{окр}}]$.

Второй метод – снижение давления в резервуаре [7]. На этапе подъема клапан К3 закрыт, К1 и К2 открываются до тех пор, пока давление в N -м цикле не станет:

$$P_N = \frac{P_{N-1}V_0}{V_0 + \delta \tilde{V}}, \quad (4)$$

где $\delta \tilde{V}$ – вытесненный объем воды на рассматриваемом этапе.

Затем клапан К1 закрывается, а вытеснение воды продолжается до выравнивания давления в понтоне с окружающим:

$$P_N \delta \tilde{V} = P_{\text{окр}} \delta V. \quad (5)$$

Решая (4) и (5) совместно, находим:

$$\delta \tilde{V} = \frac{P_{\text{окр}} \delta V V_0}{P_{N-1}V_0 - P_{\text{окр}} \delta V}; \quad P_N = P_{N-1} - \frac{P_{\text{окр}} \delta V}{V_0}. \quad (6)$$

Из (6) видно, что давление в резервуаре уменьшается на постоянную величину $\Delta P = P_{\text{окр}} \delta V / V_0$. Тогда максимальное количество циклов:

$$N_2 = \frac{P_0 - P_{\text{окр}}}{\Delta P} = \frac{P_0 - P_{\text{окр}}}{P_{\text{окр}}} \frac{V_0}{\delta V} = \gamma \frac{V_0}{\delta V}, \quad (7)$$

где $\gamma = (P_0 - P_{\text{окр}}) / P_{\text{окр}}$.

Равномерность движения на наклонных участках достигается балансировкой движущих сил и сопротивления. Включение горизонтальных участков в верхней и нижней точках трассы, а также сцепка нескольких платформ позволяют сгладить переходные процессы [4; 8].

Возможен и третий метод управления движения платформы.

Третий метод – дозированная подача воздуха. При наличии регулируемого клапана К1 воздух из РВД подается порциями равной массы, достаточными для заполнения понтона воздухом объемом δV , при давлении $P_{\text{окр}} = \rho g H + P_{\text{атм}}$ на каждом цикле.

Если из РВД выпустить весь воздух на глубине H при давлении окружающей среды $P_{\text{окр}}$, тогда объем вытесненной воды будет составлять $V_{\text{общ}} = N \delta V$, что эквивалентно общему запасу плавучести ПРП на N циклов.

Тогда при открытом клапане К1 в установившемся состоянии:

$$P_0 V_0 = P_{\text{окр}} (V_0 + N \delta V), \quad (8)$$

откуда:

$$N_2 = \frac{P_0 - P_{\text{окр}}}{P_{\text{окр}}} \frac{V_0}{\delta V} = \gamma \frac{V_0}{\delta V}, \quad (9)$$

что в точности соответствует (7) – при втором методе управления через двухэтапное наполнение воздухом понтона. В этом случае работа системы также возможна при $P_N \geq P_{окр}$.

Данные методы управления вытеснения воды имеют свои особенности.

Первый метод управления, например, при движении по профилю трассы, повторяющемуся при каждом подъеме и спуске, позволяет значительно упростить конструкцию – сделать жесткий воздушный понтон без движущихся частей – без поршня 4 (рис. 2). Вытеснение и заполнение водой всего объема понтона осуществляется путем алгоритмизированной работы клапанов К1-К3. Кроме того, при первом методе управления, ввиду отсутствия понижающего давления редуктора, в отличие от второго, скорость заполнения воздухом понтона существенно выше.

Второй метод управления сложнее в технической реализации, однако, позволяет регулировать объем вытесненной жидкости δV , в третьем необходим датчик расхода воздуха, к тому же эффективность работы второго, как и третьего, выше первого метода $N_2 = N_3 > N_1$.

Количественно отношение числа циклов:

$$\eta = \frac{N_2}{N_1} = \frac{\gamma \ln(1 + \delta V / V_0)}{\lambda} \approx 7,33. \quad (10)$$

Таким образом, при втором и третьем методах дальность перемещения возрастает примерно на порядок.

2. Схема «резервуар высокого давления – клапан – эластичный надувной понтон» [8]

Во втором варианте схема состоит из резервуара высокого давления, системы клапанов и эластичного воздушного мешка – надувного понтона, способного выдерживать давление под водой при его накачивании, держать форму (ограничение на превышение максимально допустимого объема) и легко выпускать весь воздух через клапан за счет упругих свойств материала. Современная промышленность [9] выпускает широкий ряд надувных понтонов, например, цилиндрической формы, оборудованные системой строп для распределения нагрузки по длине приспособления, позволяющие поднимать и удерживать грузы (рис. 2). Объем наполненного воздушного мешка V , равного $V_{треб}$, обеспечивает образование требуемой подъемной силы $F_{выт}$.

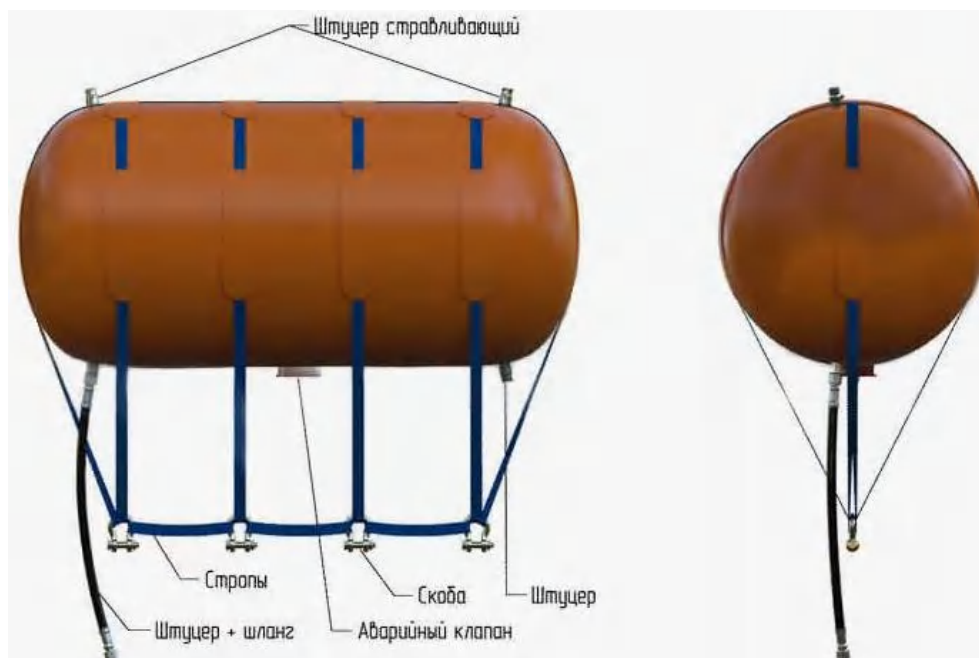


Рис. 2. Цилиндрический эластичный надувной понтон

Систему «резервуар высокого давления (РВД) – клапан – эластичный надувной понтон

(воздушный мешок)» можно представить следующим образом (рис. 3).

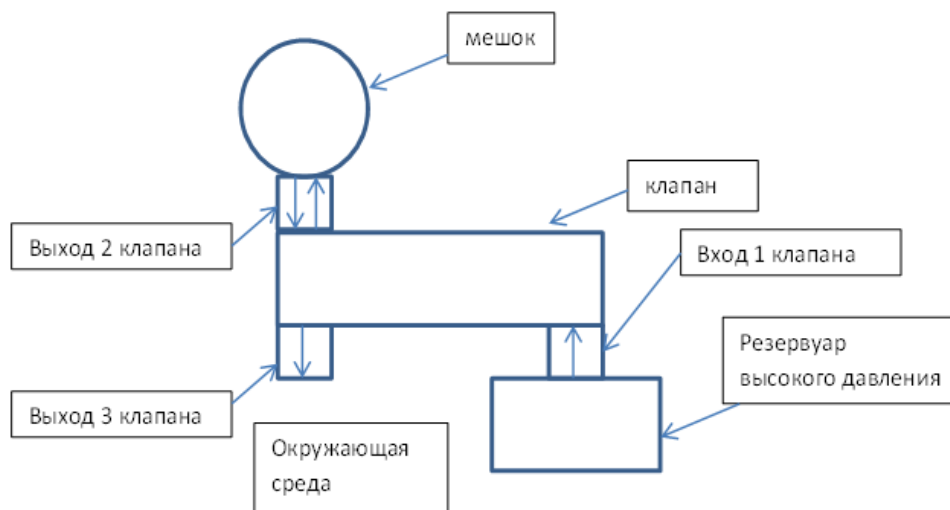


Рис. 3. Система «резервуар высокого давления – клапан – надувной понтон»

Управление подачей воздуха, а соответственно, и плавучестью – аналогично третьему методу управления подачей воздуха в жесткий воздушный понтон [6].

Сравнение конструктивных схем

Жесткий понтон имеет постоянные внешние габариты и, следовательно, постоянный коэффициент лобового сопротивления, что упрощает управление движением. Эластичный понтон изменяет свои размеры в зависимости от степени наполнения, что приводит к изменению гидродинамического сопротивления и может усложнить поддержание равномерной скорости. С производственной точки зрения эластичные понтоны значительно проще и дешевле в изготовлении, чем жесткие многокомпонентные емкости с поршнем. Однако жесткие системы выигрывают в точности регулировки и надежности при многократных циклах нагружения, особенно в условиях низких температур и высокого внешнего давления. Выбор между схемами следует делать, исходя из конкретных задач и условий эксплуатации.

Вывод

В работе рассмотрены три метода управления выталкивающей силой подводной роботизированной платформы, движущейся по канатно-рельсовой трассе за счет циклического изменения плавучести. Первый метод основан на фиксации объема вытесненной воды, второй и третий – на регулировании давления в резервуаре или дозированной подаче воздуха. Показано, что второй и третий методы обеспечивают значительно большее число рабочих циклов (примерно в 7 раз) и, следовательно, большую

дальность перемещения по сравнению с первым методом. Проведен сравнительный анализ двух конструктивных схем – с жестким и эластичным понтонами. Отмечено, что жесткий понтон предпочтительнее с точки зрения точности и надежности, а эластичный – по простоте и стоимости изготовления. Выбор конкретной схемы и метода управления должен определяться условиями эксплуатации и поставленными задачами.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Ляхов, Д. Г. Современные задачи подводной робототехники / Д. Г. Ляхов // Подводные исследования и робототехника. – 2012. – № 1. – С. 15–23.
2. Hong, S. Comparative study on tracked Vehicles on Extremely soft Cohesive soil / S. Hong, H. W. Kim, J. S. Choi // The 5th ISO PE Pacific/Asia Offshore Mechanics Symposium. – 2002. – Pp.132–138.
3. Чернышев, В. В. МАК-1 – подводный шагающий робот / В. В. Чернышев, В. В. Арыканцев // Робототехника и техническая кибернетика. – 2015. – № 2(7). – С. 45–50.
4. Патент RU 2829977 C1. Способ подводного перемещения грузов / Е. В. Дементьев, Е. С. Брискин, А. Е. Гаврилов; ВолгГТУ. – 2025.
5. Патент RU 231713 U1. Подводная колея для транспортировки грузов / Е. В. Дементьев, Е. С. Брискин, А. Е. Гаврилов; ВолгГТУ. – 2024.
6. Дементьев, Е. В. Конструктивная схема и принцип работы подводной роботизированной транспортной системы / Е. В. Дементьев, Е. С. Брискин // Известия ВолгГТУ : научный журнал № 4(287) / ВолгГТУ. – Волгоград, 2024. – С. 55–59.
7. Дементьев, Е. В. Оптимизация расхода воздуха на подводной роботизированной платформе, перемещающейся по рельсовой дорожке / Е. В. Дементьев // Известия ВолгГТУ : научный журнал. № 4(311) / ВолгГТУ. – Волгоград, 2026. – С. 9–17.
8. Дементьев, Е. В. О пространственной ориентации направляющих трассы подводной роботизированной транспортной системы / Е. В. Дементьев, Е. С. Брискин // ВолгГТУ : научный журнал № 9(292) / ВолгГТУ. – Волгоград, 2024. – С. 25–31.

9. Надувные понтоны. – URL : https://пonton-пвх.рф/articles-2/exploataciya_pontonovuntitled-copy.html?ysclid=mrt7g9jftf205470507, свободный (дата обращения: 01.07.2026). – Текст: электронный.

REFERENCES

1. *Lyakhov, D. G.* Modern tasks of underwater robotics / D. G. Lyakhov // Underwater research and robotics. – 2012. – No. 1. – Pp. 15-23.
2. *Hong, S.* Comparative study on tracked Vehicles on Extremely soft Cohesive soil / S. Hong, H. W. Kim, J. S. Choi // The 5th ISO PE Pacific/Asia Offshore Mechanics Symposium. – 2002. – Pp.132-138.
3. *Chernyshev, V. V.* MAK-1 – Underwater Walking Robot / V. V. Chernyshev, V. V. Arykantsev // Robotics and Technical Cybernetics. – 2015. – No. 2(7). – P. 45-50.
4. Patent RU 2829977 C1. Method for underwater cargo transportation / E. V. Dementyev, E. S. Briskin, A. E. Gavrilov; VSTU. – 2025.

5. Patent RU 231713 U1. Underwater track for cargo transportation / E. V. Dementyev, E. S. Briskin, A. E. Gavrilov; VSTU. – 2024.

6. *Dementyev, E. V.* Design Scheme and Principle of Operation of an Underwater Robotic Transport System / E. V. Dementyev, E. S. Briskin // Izvestiya of VSTU. – 2024. – No. 4(287). – Pp. 55-59.

7. *Dementyev, E. V.* Optimization of Air Consumption on an Underwater Robotic Platform Moving on a Rail Road / E. V. Dementyev // Izvestiya of VSTU. – 2026. – No. 4(311). – Pp. 9–17.

8. *Dementyev, E. V.* On the spatial orientation of the route guides of an underwater robotic transport system / E. V. Dementyev, E. S. Briskin // Izvestiya of VSTU. – 2024. – No. 9(292). – Pp. 25-31.

9. Inflatable pontoons [Electronic resource]. – Access mode: https://пonton-пвх.рф/articles-2/exploataciya_pontonovuntitled-copy.html?ysclid=mrt7g9jftf205470507, free (accessed: 01.07.2026).

Статья поступила в редакцию 01.07.2026, доработана 16.07.2026, подписана в печать 13.08.2026

The article was submitted 01.07.2026, revised 16.07.2026, accepted for publication 13.08.2026

УДК 621.865.8

DOI: 10.35211/1990-5297-2026-9-316-35-39

Научная статья

Original article

И. А. Машковский, А. А. Машковская, К. М. Воротников, С. С. Шемелюнас

**ИНТЕГРАЦИЯ TOF-ДАЛЬНОМЕРОВ
В СИСТЕМУ УПРАВЛЕНИЯ ШАГАЮЩИМ РОБОТОМ
ДЛЯ АВТОНОМНОГО ОБХОДА ПРЕПЯТСТВИЙ**

Волгоградский государственный технический университет, Волгоград, Россия

✉ Илья Александрович Машковский, mashkovsky_ilya_48@mail.ru

Аннотация. Рассматривается интеграция трех лазерных дальномеров в систему управления мобильным шагающим роботом для реализации автономного обхода препятствий. Описана архитектура сенсорной подсистемы. Приведен расчет временных затрат на последовательный опрос датчиков по шине I2C и метод вычисления относительной скорости сближения с препятствием. Разработан алгоритм навигации на основе правила левой руки, использующий пороговую обработку расстояний и приоритетный выбор левого маневра.

Ключевые слова: ToF-дальномер, шагающий робот, обход препятствий, правило левой руки, ESP32, техническое зрение, время пролета, автономная навигация

Для цитирования: Машковский И. А., Машковская А. А., Воротников К. М., Шемелюнас С. С. Интеграция ToF-дальномеров в систему управления шагающим роботом для автономного обхода препятствий. Известия ВолгГТУ. 2026; 9 (316): 35–39. DOI: 10.35211/1990-5297-2026-9-316-35-39.

Информация об авторах:

Илья Александрович Машковский – студент, кафедра АПП ВолгГТУ
e-mail: mashkovsky_ilya_48@mail.ru

Алена Александровна Машковская – студент, кафедра АПП ВолгГТУ
e-mail: a_mvvs@mail.ru

Константин Михайлович Воротников – студент, кафедра АПП ВолгГТУ
e-mail: italianec2@list.ru

Сергей Сергеевич Шемелюнас – преподаватель кафедры АПП ВолгГТУ
<https://orcid.org/0009-0007-6521-7197>
e-mail: sergey.shemelyunas@bk.ru

Вклад авторов:

И. А. Машковский – разработка схемы подключения датчиков.

А. А. Машковская – написание текста статьи.

К. М. Воротников – разработка алгоритма автономного обхода препятствий.

С. С. Шемелюнас – обработка и анализ результатов разработки.

I. A. Mashkovsky, A. A. Mashkovskaya, K. M. Vorotnikov, S. S. Shemelyunas

INTEGRATION OF TOF-RANGEFINDERS INTO THE STEPPING ROBOT CONTROL SYSTEM FOR AUTONOMOUS OBSTACLE AVOIDANCE

Volgograd State Technical University, Volgograd, Russia

✉ Ilya A. Mashkovsky, mashkovsky_ilya_48@mail.ru

Annotation. The integration of three laser rangefinders into the control system of a mobile walking robot for autonomous obstacle avoidance is considered. The architecture of the sensor subsystem is described. The calculation of the time spent on sequential polling of sensors over the I2C bus and the method of calculating the relative speed of approach to an obstacle are given. An algorithm for navigation based on the left-hand rule has been developed, which uses threshold processing of distances and prioritizes the left maneuver.

Keywords: ToF-rangefinder, walking robot, obstacle avoidance, left-hand rule, ESP32, technical vision, time of flight, autonomous navigation

For citation: Mashkovsky I. A., Mashkovskaya A. A., Vorotnikov K. M., Shemelyunas S. S. Integration of ToF-rangefinders into the stepping robot control system for autonomous obstacle avoidance. *Izvestia VSTU*. 2026; 9(316): 35–39. DOI: 10.3521/1990-5297-2026-9-316-35-39.

Information about the authors:

Ilya A. Mashkovsky – Student, Department of Automation of Manufacturing Processes VSTU
e-mail: mashkovsky_ilya_48@mail.ru

Alyona A. Mashkovskaya – Student, Department of Automation of Manufacturing Processes VSTU
e-mail: a_mvsvsk@mail.ru

Konstantin M. Vorotnikov – Student, Department of Automation of Manufacturing Processes VSTU
e-mail: italianec2@list.ru

Sergey S. Shemelyunas – Lecturer at the Department of Automation of Manufacturing Processes VSTU
<https://orcid.org/0009-0007-6521-7197>
e-mail: sergey.shemelyunas@bk.ru

Contribution of the authors:

Ilya A. Mashkovsky – development of a sensor connection scheme.

Alyona A. Mashkovskaya – writing the text of the article.

Konstantin M. Vorotnikov – development of an algorithm for autonomous obstacle avoidance.

Sergey S. Shemelyunas – processing and analysis of development results.

Введение

Мобильные шагающие роботы, благодаря высокой проходимости, находят применение в различных сферах деятельности. Автономный мобильный робот представляет собой техническую систему, способную к автономному поведению без участия оператора [1]. Техническое зрение представляет собой совокупность аппаратных и программных средств, предназначенных для получения, обработки и анализа визуальной информации об окружающей среде с целью принятия управляющих решений. Актуальность использования систем технического зрения в мобильных робототехнических комплексах обусловлена необходимостью перехода от жестко запрограммированных действий к адаптивному поведению в условиях неопределенности окружающей среды [2].

Анализ существующих робототехнических систем демонстрирует широкую интеграцию методов машинного зрения в готовые производственные и сервисные решения. В промышленном секторе роботы-сварщики *FANUC* оснащаются системой технического зрения, где нейросеть обучается на тысячах снимков

и учится находить дефекты сварных швов, оценивать зазоры между деталями и подбирать нужный режим сварки. В сфере сервисной робототехники показателен робот-уборщик «Пиксель» разработки компании «Автономика», оснащенный многосенсорной системой, где техническое зрение, в том числе стереокамеры, помогает уверенно ориентироваться в пространстве, избегать столкновений с людьми и другими объектами, а также целенаправленно искать скопления мусора. Особое внимание уделяется безопасности: в коллаборативных роботах камеры отслеживают положение человека в рабочей зоне, чтобы вовремя остановить движение или скорректировать траекторию, предотвращая травмы [3].

Несмотря на высокую информативность, описанные системы на базе стереозрения и нейросетевой обработки изображений обладают рядом существенных ограничений для компактных мобильных платформ. Они характеризуются высокой вычислительной сложностью, значительным энергопотреблением и высокой стоимостью аппаратной части. Для небольших образовательных или исследователь-

ских шагающих роботов с ограниченными вычислительными ресурсами использование полноценных систем компьютерного зрения часто приводит к недопустимым задержкам в контуре управления, что критично для поддержания динамической устойчивости аппарата.

В связи с этим актуальной задачей становится разработка упрощенной, энергоэффективной и экономически обоснованной сенсорной подсистемы. Оптимальным решением является применение лазерных дальномеров времени пролета (*Time-of-Flight, ToF*), которые измеряют расстояние на основе распространения светового импульса. Данный подход обеспечивает высокую точность измерений, компактность, низкое энергопотребление и простоту интеграции через стандартный интерфейс *I2C*, что позволяет реализовать надежный алгоритм локального обхода препятствий без перегрузки вычислительного ядра микроконтроллера *ESP32*.

Материалы и методы исследования

В современных мобильных роботах применяются различные методы восприятия пространства, которые можно условно разделить на оптические, дальномерные и комбинированные подходы. К оптическим методам относится стереозрение, использующее две и более камеры для получения трехмерной информации об объекте путем сопоставления изображений с разных ракурсов и вычисления глубины на основе параллакса, а также монокулярное зрение, применяющее одну камеру с алгоритмами оценки глубины на основе движения или машинного обучения. Среди дальномерных методов наиболее широкое распространение получили лазерная триангуляция, метод времени

пролета и фазовый метод измерения расстояния [4]. Оптимальным вариантом является применение лазерных дальномеров времени пролета *Time-of-Flight (ToF)*, которые измеряют расстояние по времени распространения светового импульса до объекта и обратно.

Физическая сущность метода опирается на соотношение между скоростью распространения электромагнитного излучения, временем прохождения сигнала и измеряемым расстоянием, где искомая дистанция вычисляется как произведение скорости света на измеренное время пролета, деленное на два с учетом двукратного прохождения пути. Практическая реализация *ToF*-технологии в современных датчиках включает в себя генерацию коротких импульсов инфракрасного лазерного излучения с длиной волны около 940 нанометров, детектирование отраженных фотонов с помощью однофотонных лавинных фотодиодов, обладающих высокой чувствительностью, и точное временное измерение с использованием высокоскоростных таймеров или корреляционных схем [5].

Выбор данного метода для образовательной платформы четырехногого робота обусловлен высокой точностью измерений (± 3 мм на расстояниях до двух метров), компактными размерами модулей, низким энергопотреблением, быстроем действием с частотой измерений до 50 Гц, независимостью от условий освещенности и простотой интеграции через стандартный интерфейс *I2C* с микроконтроллером *ESP32*.

Результаты исследования и их обсуждение

Схема размещения датчиков представлена на рис. 1.

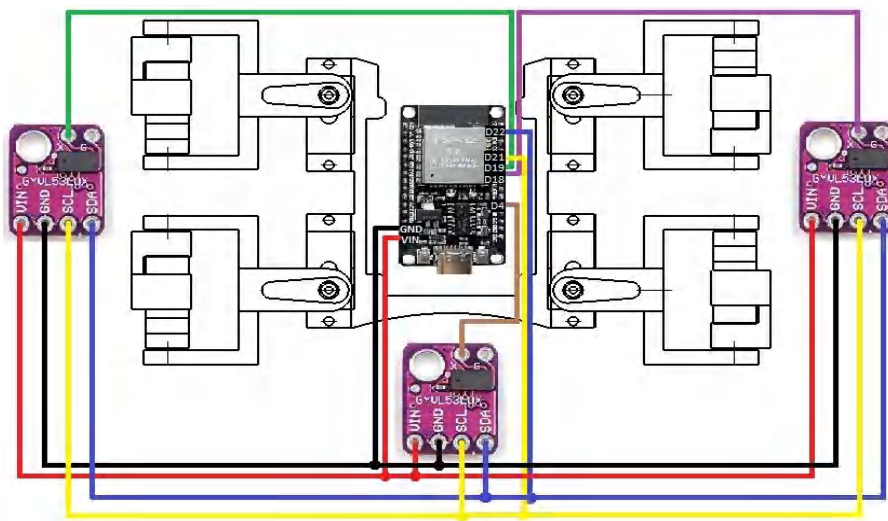


Рис. 1. Схема размещения *ToF*-датчиков VL53L0X на платформе робота

Центральный датчик установлен в передней части корпуса и ориентирован строго вперед по направлению движения, его основное назначение – обнаружение препятствий на траектории движения и измерение дистанции до фронтальных объектов. Левый боковой датчик размещен на левой стороне передней части корпуса, что обеспечивает контроль левого фланга, обнаружение препятствий при поворотах. Правый боковой датчик размещен симметрично левому, выполняя аналогичные функции для правого фланга. Все три датчика объединены общей шиной I2C, что позволяет подключить их к микроконтроллеру ESP32 с использованием минимального количества выводов.

Совокупное поле зрения трех датчиков образует сектор приблизительно 180° перед роботом, что обеспечивает своевременное обнаружение препятствий, оценку свободного пространства для маневрирования, определение ширины проходов при навигации в лабиринте и контроль боковых препятствий при движении вдоль стен или коридоров. Пороговые значения для принятия решений о навигации настроены в диапазоне 200 мм, что оптимально для габаритов данной платформы и обеспечивает запас времени для реакции системы управления.

На рис. 2 представлена блок-схема разработанного алгоритма обхода препятствий.

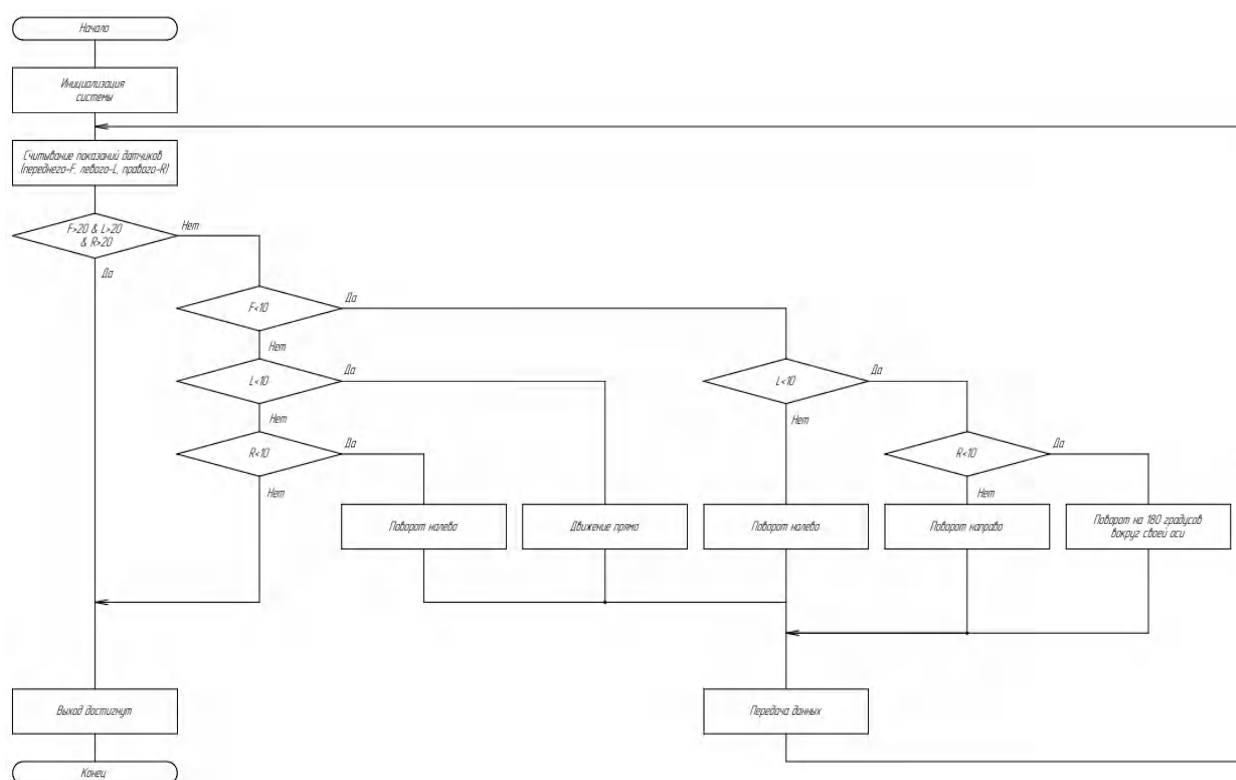


Рис. 2. Блок-схема алгоритма обхода препятствий

Система управления роботом реализует алгоритм автономной навигации с обходом препятствий на основе данных от ToF-датчиков, позволяющий роботу перемещаться в неизвестной среде, избегать столкновений и находить выход в лабиринте. При нажатии соответствующей кнопки срабатывает алгоритм обхода препятствий, который в зависимости от конфигурации свободных зон выбирает маневр уклонения или полную остановку. Алгоритм начинается с инициализации системы и опроса трех ToF-дальномеров. После считывания рас-

стояний происходит их сравнение с пороговым значением 200 мм. В зависимости от конфигурации свободных зон принимается решение: движение прямо (все датчики показывают расстояние больше порога), поворот налево (свободен левый сектор), поворот направо (заблокированы левый и центральный сектора) либо разворот на 180° (тупиковая ситуация, когда препятствия зафиксированы со всех сторон). В ситуации тупика, когда препятствия зафиксированы со всех сторон, робот выполняет разворот на 180° и движение назад по пройденно-

му пути с последующей попыткой найти альтернативный маршрут. На этапе исполнения движения генерируются управляющие сигналы для сервоприводов на основе выбранной траектории, реализуется соответствующая походка, после чего система возвращается к этапу опроса датчиков для непрерывного мониторинга обстановки. Каждое управляющее воздействие реализуется через вызов соответствующей подпрограммы походки, после чего цикл повторяется. Блок-схема наглядно демонстрирует замкнутую структуру управления с обратной связью по данным сенсорной подсистемы.

Выводы

Разработанная система технического зрения на базе трех *ToF*-дальномеров модели *VL53L0X* позволяет обеспечить эффективное восприятие окружающего пространства в секторе до 180° перед мобильным шагающим роботом. Применение метода времени пролета обеспечивает высокую точность измерения расстояний независимо от условий освещения и цвета объектов. Интеграция сенсорной подсистемы с вычислительным ядром на микроконтроллере *ESP32* позволила реализовать замкнутый контур управления с обратной связью по данным внешней среды, что дает возможность роботу адаптировать походку и траекторию движения в реальном времени. Полученные результаты могут быть использованы при создании образовательных платформ по робототехнике и в прикладных разработках автономных шагающих аппаратов.

Статья поступила в редакцию 15.05.2026, доработана 30.05.2026, подписана в печать 13.08.2026
The article was submitted 15.05.2026, revised 30.05.2026, accepted for publication 13.08.2026

УДК 621.01

DOI: 10.35211/1990-5297-2026-9-316-39-45

Научная статья

Original article

Г. Н. Нагайцев

РАЗРАБОТКА МАНИПУЛЯТОРА ЗАМКНУТОЙ КИНЕМАТИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ ДЛЯ РАБОТЫ НА КОНВЕЙЕРЕ

Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского РАН, Москва, Россия

✉ Георгий Николаевич Нагайцев, nagajcev@ipmnet.ru

Аннотация. Статья посвящена синтезу новой кинематической схемы механизма параллельной структуры, адаптированной для работы на конвейерной линии. Также в статье описан вывод и решение прямой задачи кинематики. В конце статьи представлена демонстрационная модель разработанного механизма, созданная с целью проверки работоспособности предложенной схемы.

Ключевые слова: робототехника, кинематика, параллельные структуры

© Нагайцев Г. Н., 2026.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Канчурин, Р. Я. Системы навигации автономных мобильных роботов / Р. Я. Канчурин // Вестник науки и образования. – 2021. – № 15. – С. 45–50.
2. Локтев, Д. А. Разработка и исследование методов определения пути мобильного робота / Д. А. Локтев // Механика, управление и информатика. – 2012. – № 1. – С. 56–62.
3. Мирошкина, М. В. Управление переносом ортогональных шагающих движителей мобильных роботов при преодолении единичных препятствий: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук: 2.5.4 / М. В. Мирошкина; ВолгГТУ. – Волгоград, 2022. – 143 с.
4. Давыденко, Е. В. Разработка и анализ алгоритмов цифровой обработки сигналов в задаче оптической лазерной триангуляции: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук: 05.12.04 / Е. В. Давыденко; ВлГУ. – Владимир, 2009. – 157 с.
5. Абросимов, А. А. Сканирующий лазерный дальномер на подвесе с двумя степенями свободы / А. А. Абросимов, Е. В. Давыденко // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. – 2014. – Т. 16, № 4. – С. 48–53.

REFERENCES

1. Kanchurin, R. Ya. Navigation systems of autonomous mobile robots / R. Ya. Kanchurin // Bulletin of Science and Education. – 2021. – No. 15. – Pp. 45-50.
2. Loktev, D. A. Development and research of methods for determining the path of a mobile robot / D. A. Loktev // Mechanics, Control and Informatics. – 2012. – No. 1. – Pp. 56-62.
3. Miroshkina, M. V. Control of the transfer of orthogonal walking propulsion units of mobile robots when overcoming single: dis. for the degree of Can. of Tech. Sciences: 2.5.4 / M. V. Miroshkina, VSTU. – Volgograd, 2022. – 143 p.
4. Davydenko, E. V. Development and analysis of digital signal processing algorithms in the task of optical laser triangulation: dis. for the degree of Can. of Tech. Sciences: 05.12.04 / E. V. Davydenko; VLSU. – Vladimir, 2009. – 157 p.
5. Abrosimov, A. A. Scanning laser rangefinder on a two-degree-of-freedom suspension / A. A. Abrosimov, E. V. Davydenko // Izvestiya of the Samara Scientific Center of the Russian Academy of Sciences. – 2014. – Vol. 16, No. 4. – Pp. 48-53.

Финансирование: работа выполнена по теме государственного задания № 124012500443-0.

Для цитирования: Нагайцев Г. Н. Разработка манипулятора замкнутой кинематической структуры для работы на конвейере. Известия ВолгГТУ. 2026; 9(316): 39–45. DOI: 10.3521/1990-5297-2026-9-316-39-45.

Информация об авторе:

Георгий Николаевич Нагайцев – аспирант, лаборатория робототехники и мехатроники, ИПМех РАН.
e-mail: nagajcev@ipmnet.ru

G. N. Nagaytsev

DEVELOPMENT OF A MANIPULATOR WITH A CLOSED KINEMATIC STRUCTURE FOR WORK ON A CONVEYOR

Ishlinsky Institute for Problems in Mechanics RAS, Moscow, Russia

✉ Georgiy N. Nagaytsev, nagajcev@ipmnet.ru

Annotation. This article is devoted to the synthesis of a new kinematic design for a parallel-structure mechanism adapted for operation on a conveyor line. The article also describes the derivation and solution of a direct kinematics problem. A demonstration model of the developed mechanism, created to verify the functionality of the proposed design, is presented at the end of the article.

Keywords: robotics, kinematics, parallel structures

Funding: the work was carried out on the topic of the state assignment №124012500443-0.

For citation: Nagaytsev G. N. Development of a manipulator with a closed kinematic structure for work on a conveyor. Izvestia VSTU. 2026; 9(316): 39–45. DOI: 10.3521/1990-5297-2026-9-316-39-45.

Information about the author:

Georgiy N. Nagaytsev – Postgraduate Student, Laboratory of Robotics and Mechatronics, IPMeh RAS.
e-mail: nagajcev@ipmnet.ru

Введение

Разработка новых кинематических схем манипуляторов позволяет находить новые оптимальные пути к выполнению промышленных технологических операций. Описание большого количества параллельных структур приведено в работе [1]. Для выполнения работ на конвейерной ленте, требующих высокой точности, принято использовать манипуляторы параллельной структуры [2–4], однако их рабочая зона ограничена взаимосвязью нескольких кинематических цепей.

Простая установка манипулятора на дополнительную ось, параллельную конвейерной ленте, может уменьшить точность позиционирования выходного звена [5].

Для увеличения длины рабочей зоны вдоль оси OX , с сохранением точности, было принято решение построить кинематику манипулятора на двух параллельных рельсах.

За основу взят триптерон, о модификациях такого рода механизмов можно ознакомиться в работах [6] и [7].

**Описание
ключевых особенностей**

1. Кинематика триптерона.

Так как за основу был взят триптерон на двух параллельных рельсах, для понимания приложенной далее кинематики шестиступенного механизма здесь будет описана кинематика триптерона.

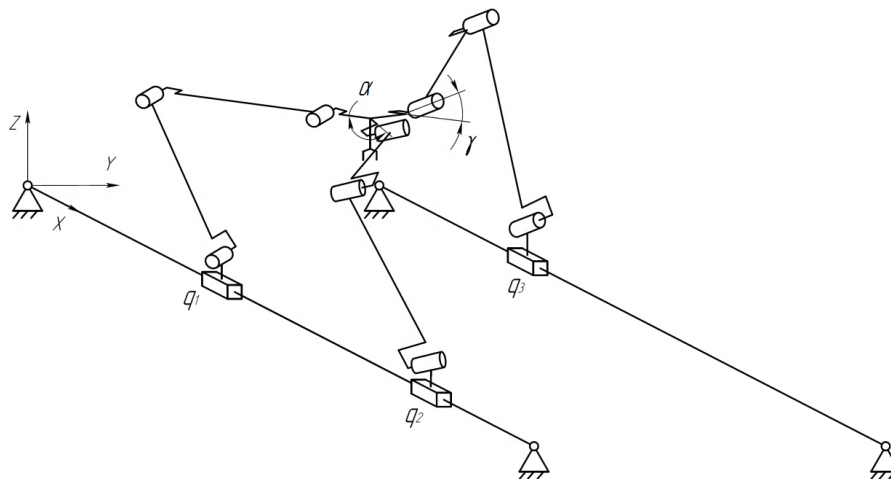


Рис. 1. Кинематическая схема триптерона на двух параллельных рельсах

Кинематическая схема триптерона на двух параллельных рельсах представлена на рис. 1. Основной особенностью данного механизма является перемещение вдоль осей OX , OY , OZ исключительно за счет взаимных перемещений кареток в основании кинематических цепей вдоль оси OX . Такая кинематика манипулятора обеспечивается расположением кинематических цепей структуры друг к другу под фиксированными углами.

Здесь символом α обозначен угол между нормальными к осям кинематических цепей, идущих от q_1 и q_2 , он находится в плоскости, параллельной плоскости OXY . Символом γ обозначен угол между осью вращения кинематической цепи, идущей от q_3 плоскостью, параллельной плоскости OXY . Фактически перемещения вдоль осей OX и OY основаны на изменении длин сторон треугольников, которые образуются в проекциях на плоскости OXY и OXZ .

Далее представлены уравнения для решения прямой задачи кинематики (ПЗК) триптерона:

$$X = \frac{q_2 + q_1}{2},$$

$$Y = \frac{q_2 - q_1}{2} \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\pi - \alpha}{2}\right),$$

$$Z = \frac{q_1 - q_2 - 2q_3}{2} \cdot \operatorname{tg}\gamma.$$

В результате решения ПЗК видно, что конструкция триптерона не позволяет менять ориентацию выходного звена. Для решения данной проблемы предлагается новая кинематическая схема манипулятора параллельной структуры с шестью степенями свободы.

В предлагаемую кинематическую схему будет входить такой же простой принцип изменения длины основания треугольника, в результате чего достигается желаемое положение выходного звена в пространстве. Разработанная схема представлена на рис. 2.

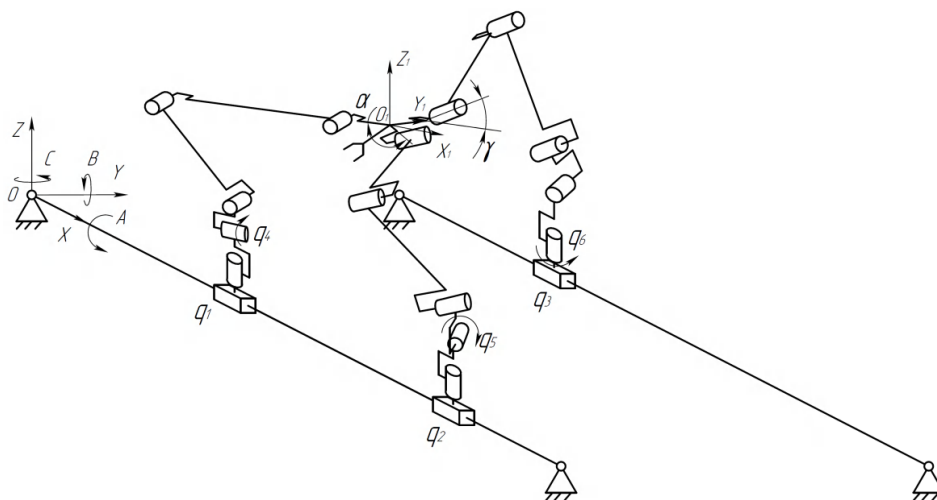


Рис. 2. Кинематическая схема манипулятора параллельной структуры на параллельных рельсах

В новой кинематической схеме увеличено число подвижностей каждой кинематической цепи. Теперь каждая кинематическая цепь имеет по шесть подвижностей.

Также в каждую кинематическую цепь было добавлено по приводу, на рисунке они обозначены q_4 , q_5 , q_6 .

Далее приведено пояснение, почему кинематика манипулятора была составлена именно таким образом, а также приведено решение ПЗК для данного механизма.

Для удобства кинематические цепи, в состав которых входят q_1 , q_2 и q_3 , обозначены как цепи 1, 2 и 3 соответственно.

На рис. 3 представлено схематичное изображение траектории перемещения выходного звена при повороте. Видно, что выходное звено перемещается по дуге эллипса. Фокусами эллипса являются поворотные узлы на каретках q_1 и q_2 , а сам поворот осуществляется благодаря смещению q_3 относительно q_1 , q_2 и повороту узла q_6 .

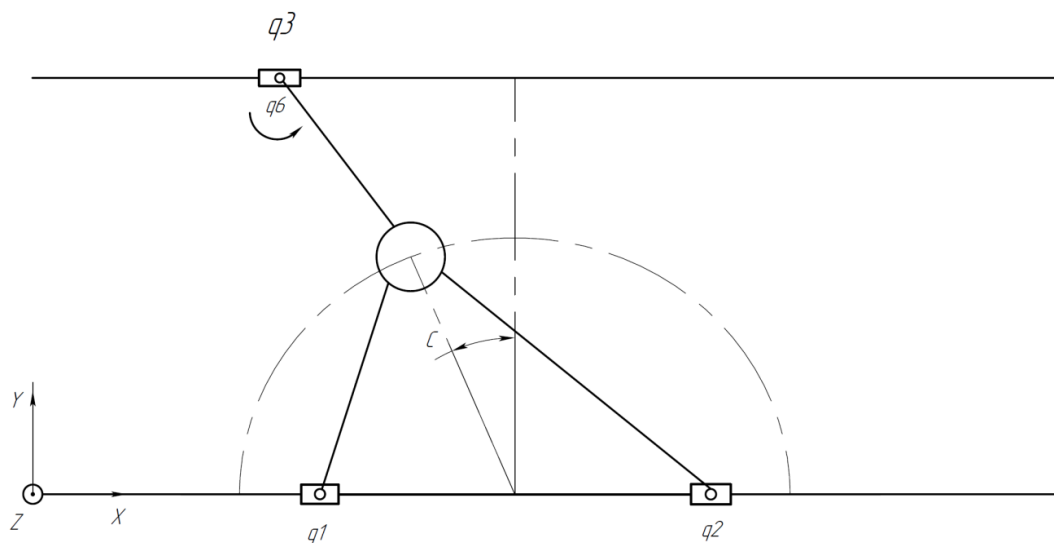


Рис. 3. Схема перемещения при повороте вокруг оси OZ

Соответственно, перемещение выходного звена по осям OX и OY зависит и от перемещения по дуге этого эллипса. Далее представлена формула радиуса эллипса:

$$R = \frac{ab}{\sqrt{b^2 \cos^2 \varphi + a^2 \sin^2 \varphi}},$$

где φ – угол поворота радиуса, a – полуось эллипса по оси OX , b – полуось эллипса по оси OY .

В случае этого манипулятора параметры a и b – изменяемые и зависят от расстояния между q_1 и q_2 . В таком случае перепишем формулу изменения радиуса эллипса в зависимости от значения обобщенных координат:

$$R = \frac{\frac{q_2 - q_1}{2} \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\pi - \alpha}{2}\right) \cdot \frac{q_2 - q_1}{2 \sin\left(\frac{\pi - \alpha}{2}\right)}}{\sqrt{\left(\frac{q_2 - q_1}{2 \sin\left(\frac{\pi - \alpha}{2}\right)}\right)^2 \sin^2 q_6 + \left(\left(\frac{q_2 - q_1}{2}\right) \cdot \operatorname{tg}\left(\frac{\pi - \alpha}{2}\right)\right)^2 \cos^2 q_6}},$$

где α – угол между соединениями кинематических цепей, идущих от q_1 и q_2 к выходному звену.

В результате получаем следующее уравнение прямой задачи кинематики для оси OX :

$$X = \frac{q_2 + q_1}{2} + \frac{(q_2 + q_1) \cdot \sin(q_6)}{\sqrt{\sin^2 q_6 \cdot 4 \operatorname{ctg}^2\left(\frac{\pi - \alpha}{2}\right) + \cos^2 q_6 \cdot \sin^2\left(\frac{\pi - \alpha}{2}\right)}} + \left(q_3 - \frac{q_2 + q_1}{2}\right) \cdot \operatorname{tg} \gamma \cdot \sin\left(\frac{q_4 + q_5}{2}\right) \cdot \cos(q_6).$$

Поворот вокруг оси OX осуществляется при совместном повороте узлов q_4 и q_5 в противоположных направлениях. Поскольку кинематические цепи жестко закреплены в выходном

звене, а звенья цепей 1 и 2 образуют треугольник в плоскости $O_1X_1Y_1$, при повороте q_4 и q_5 изменяется ориентация одного из сторон треугольника в пространстве, что приводит к из-

менению ориентации всего треугольника целиком. Далее представлено решение прямой задачи кинематики для поворота вокруг оси OX :

$$A = \frac{\pi(q_4 - q_5)}{2(\pi - \alpha)}.$$

Поворот вокруг оси OY тоже осуществляется путем совместного изменения координат q_4 и q_5 :

$$B = \frac{q_4 + q_5}{2}.$$

Изменение положения при повороте вокруг оси OX оказывает влияние на положение выходного звена по оси OY , так же, как и изменение ориентации вокруг оси OZ . Запишем кинематическое уравнение для оси OY :

$$K_1 = \frac{(q_2 - q_1) \cdot \cos(q_6)}{\sqrt{\sin^2 q_6 \cdot \operatorname{ctg}^2\left(\frac{\pi - \alpha}{2}\right) + \cos^2 q_6 \cdot \sin^2\left(\frac{\pi - \alpha}{2}\right)}},$$

$$K_2 = L_y \cdot \frac{2q_3 - (q_2 + q_1) + 2L_y \cdot \operatorname{tg}(q_6)}{2L_y + (2q_3 - (q_2 + q_1)) \cdot \operatorname{tg}(q_6)},$$

$$Y = \sqrt{\left(K_1 \cdot \cos \frac{\pi(q_4 - q_5)}{2(\pi - \alpha)}\right)^2 + \left(\operatorname{tg}\left(\gamma - \frac{q_4 + q_5}{2}\right) \cdot K_2 \cdot \sin \frac{\pi(q_4 - q_5)}{2(\pi - \alpha)}\right)^2}.$$

Аналогичное влияние оказывается на положение выходного звена по оси OZ .

$$Z = \sqrt{\left(K_1 \cdot \sin \frac{\pi(q_4 - q_5)}{2(\pi - \alpha)}\right)^2 + \left(\operatorname{tg}\left(\gamma - \frac{q_4 + q_5}{2}\right) \cdot K_2 \cdot \cos \frac{\pi(q_4 - q_5)}{2(\pi - \alpha)}\right)^2}.$$

С учетом предыдущих уравнений, запишем решение прямой задачи кинематики для поворота вокруг оси OZ .

$$C = q_6,$$

Однако при решении прямой задачи кинематики также присутствует ряд ограничений:

$$Y < L_y, \quad (1)$$

$$-\frac{\pi}{2} < A < \frac{\pi}{2}, \quad (2)$$

$$-\gamma < B < \frac{\pi}{2} - \gamma, \quad (3)$$

$$-\frac{\pi - \alpha}{2} < C < \frac{\pi - \alpha}{2}, \quad (4)$$

$$\frac{\cos \frac{\alpha}{2} \cdot L_y}{2} < l < \frac{\cos \frac{\alpha}{2} \cdot L_y \cdot 3}{4}, \quad (5)$$

Ограничение (1) означает, что перемещения выходного звена по оси OY ограничены и должны быть строго между направляющими.

Ограничения (2), (3) и (4) связаны с кинематическими особенностями механизма и предотвращают самопересечение сторон «треугольников», на которых основано решение ПЗК.

Ограничение (5) является рекомендательным и призвано предотвратить возможные заклинивания механизма в пассивных шарнирах, здесь l – длина звена кинематической цепи.

На основе этой кинематической схемы в ИПМех РАН был создан демонстрационный образец манипулятора, он представлен на рис. 4.

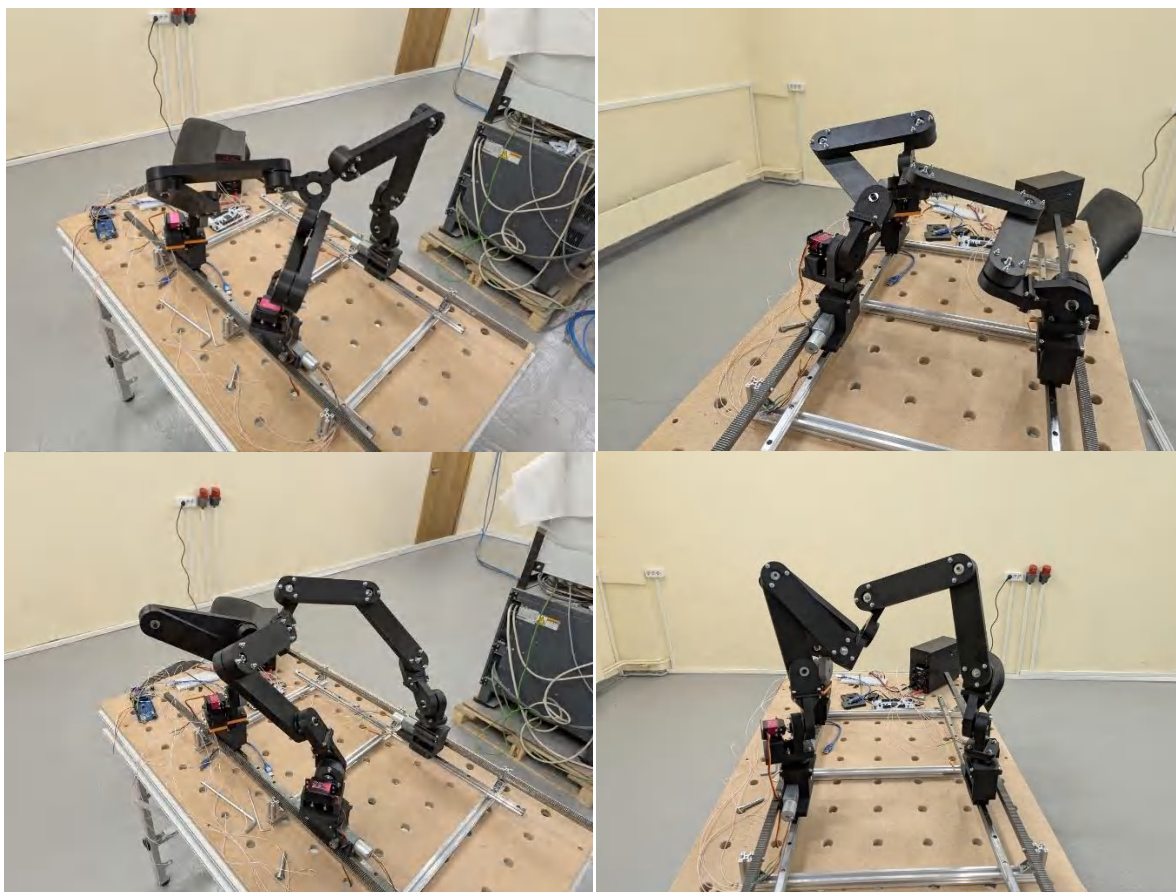


Рис. 4. Демонстрационная модель манипулятора параллельной структуры

В результате проведения нескольких тестовых запусков была доказана работоспособность предлагаемой кинематической структуры.

Заключение

В результате проведенной работы была разработана новая кинематическая схема манипулятора параллельной структуры, предназначенная для выполнения операций на конвейерной ленте. Данная кинематическая структура позволяет увеличить рабочую зону манипулятора на протяженность всей конвейерной линии и при этом сохранить преимущества параллельной структуры. В дальнейшем требуются исследования механических и динамических характеристик данной кинематической структуры, в том числе с использованием реальной модели.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Глазунов, В. А. Механизмы параллельной структуры и их применение: робототехнические, технологические, медицинские, обучающие системы / В. А. Глазунов. – М. ; Ижевск : Институт компьютерных исследований, 2018. – 1036 с.
2. Филиппов, Г. С. Научное обоснование и разработка механизмов параллельно-последовательной структуры для многокоординатных манипуляционных систем : дис-

сертация на соискание ученой степени доктора технических наук : 05.02.18 / Г. С. Филиппов; ИМАШ. – М., 2019 – 324 с.

3. Leveziel, M. A 4-DoF Parallel Robot With a Built-in Gripper for Waste Sorting / M. Leveziel et. al. // IEEE Robotics and Automation Letters. – 2022. – Vol. 7, No. 4. – Pp. 9834–9841.

4. Dynamic Conveyor Tracking Control of a Delta Robot / Zh. G. Ying, L. G. Feng, G. X. Bin, L. X. Yuan // Key Engineering Materials. – 2016. – Vol. 679. – Pp. 43–48.

5. Kleinkes, M. Highly accurate integration of track motions / M. Kleinkes, A. Lilienthal, W. Neddermeyer // Proceedings of the Second International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics – Robotics and Automation, 2005. – Pp. 11–15.

6. Гарин, О. А. Разработка и исследование механизмов с шестью степенями свободы, имеющих ортогонально расположенные пары двигателей с попарно параллельными связями : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук : 2.5.2 / О. А. Гарин; ИМАШ. – М., 2023. – 122 с.

7. Seward, N. A new 6-DOF parallel robot with simple kinematic model / N. Seward, I. A. Bonev // IEEE International Conference on Robotics and Automation. – 2014. – P.p. 4061–4066.

REFERENCES

1. Glazunov, V. A. Mechanisms of parallel structure and their application: robotic, technological, medical, educational systems / V.A. Glazunov. - M.; Izhevsk: Institute of Computer Research, 2018. –1036 p.

2. *Filippov, G. S.* Scientific substantiation and development of parallel-sequential structure mechanisms for multi-coordinate manipulation systems: dis. for the degree of Doctor of Tech. Sciences: 05.02.18 / G. S. Filippov; IMASH. – Moscow, 2019. – 324 p.

3. *Leveziel, M.* A 4-DoF Parallel Robot With a Built-in Gripper for Waste Sorting / M. Leveziel et. al. // IEEE Robotics and Automation Letters. – 2022. – Vol. 7, No. 4. – Pp. 9834-9841.

4. *Zhang, G. Y.* Dynamic Conveyor Tracking Control of a Delta Robot / Zh. G. Ying, L. G. Feng, G. X. Bin, L. X. Yuan // Key Engineering Materials. – 2016. – Vol. 679. – Pp. 43-48.

5. *Kleinkes, M.* Highly accurate integration of track mo-

tions / M. Kleinkes, A. Lilienthal, W. Neddermeyer // Proceedings of the Second International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics - Robotics and Automation, 2005. – Pp.11-15.

6. *Garin, O. A.* Development and study of mechanisms with six degrees of freedom, having orthogonally located pairs of motors with pairwise parallel connections: dis. for the degree of Can. of Tech. Sciences: 2.5.2 / O. A. Garin; IMASH. – Moscow, 2023. – 122 p.

7. *Seward, N.* A new 6-DOF parallel robot with simple kinematic model / N. Seward, I. A. Bonev // IEEE International Conference on Robotics and Automation. – 2014. – P.p. 4061-4066.

Статья поступила в редакцию 08.07.2026, доработана 30.07.2026, подписана в печать 13.08.2026

The article was submitted 08.07.2026, revised 30.07.2026, accepted for publication 13.08.2026

УДК 621.865.8+62-503.5

DOI: 10.35211/1990-5297-2026-9-316-45-49

Научная статья

Original article

А. В. Нелюбова, В. В. Жога

МЕТОД РАСЧЕТА ТОЧЕК ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ЗВЕНЬЕВ МАНИПУЛЯТОРА-ТРИПОДА

Волгоградский государственный технический университет, Волгоград, Россия

✉ Анна Васильевна Нелюбова, mqdschen@yandex.ru

Аннотация. В работе описывается метод расчета геометрического места точек пересечения осей звеньев механизма манипулятора-трипода с дополнительной связью. Обосновывается возможность отсутствия изгибающих моментов в приводах манипулятора при выполнении технологических операций рабочего органа. Данный метод учитывает геометрические характеристики конструкции манипулятора-трипода с дополнительной связью.

Ключевые слова: манипулятор-трипод, точки пересечения, параллельный механизм

Финансирование: исследование выполнено за счет финансового обеспечения реализации программы развития ВолГТУ в рамках программы стратегического академического лидерства «Приоритет-2030», проект научных исследований № 25/044-26.

Для цитирования: Нелюбова А. В., Жога В. В. Метод расчета точек пересечения звеньев манипулятора-трипода. Известия ВолГТУ. 2026; 9(316): 45–49. DOI: 10.35211/1990-5297-2026-9-316-45-49.

Информация об авторах:

Анна Васильевна Нелюбова – младший научный сотрудник, кафедра «Динамика и прочность машин» ВолГТУ.

<https://orcid.org/0009-0001-8825-8545>

e-mail: mqdschen@yandex.ru

Виктор Викторович Жога – д-р физ.-мат. наук, профессор, кафедра «Динамика и прочность машин» ВолГТУ.

<https://orcid.org/0000-0002-8345-7385>

e-mail: viczhoga@gmail.com

Вклад авторов:

А. В. Нелюбова – определение цели работы, написание текста статьи, анализ результатов исследования.

В. В. Жога – разработка метода решения задачи, обоснование полученных результатов.

A. V. Nelyubova, V. V. Zhoga

THE METHOD OF CALCULATING THE INTERSECTION POINTS OF THE LINKS OF THE MANIPULATOR TRIPOD

Volgograd State Technical University, Volgograd, Russia

✉ Anna V. Nelyubova, mqdschen@yandex.ru

Abstract. The article describes a method for calculating the geometric location of the intersection points of the axes of the links of the tripod manipulator mechanism with an additional connection. The possibility of the absence of bending moments in the manipulator drives during the technological operations of the working body is substantiated. This method takes into account the geometric characteristics of the tripod manipulator design with additional link.

Keywords: tripod manipulator, intersection points, parallel mechanism

Funding: the research was carried out at the expense of financial support for the implementation of the VSTU development program within the framework of the strategic academic leadership program "Priority 2030", a research project No. 25/044-26.

For citation: Nelyubova A. V., Zhoga V. V. The method of calculating the intersection points of the links of the manipulator tripod. *Izvestia VSTU*. 2026; 9(316): 45–49. DOI: 10.3521/1990-5297-2026-9-316-45-49.

Information about the authors:

Anna V. Nelyubova – Junior Researcher of the Department of Dynamics and Strength of Machines VSTU

<https://orcid.org/0009-0001-8825-8545>

e-mail: mqdschen@yandex.ru

Victor V. Zhoga – D. Sc. (Phys.-Math), Professor of the Department of Dynamics and Strength of Machines VSTU

<https://orcid.org/0000-0002-8345-7385>

e-mail: viczhoga@gmail.com

Contribution of the authors:

Anna V. Nelyubova – defining the aim of the work, writing the text of the article, analysis of the research results.

Victor V. Zhoga – development of a method for solving the problem, justification of the results.

Введение

Для многих задач современного производства целесообразно использование механизмов параллельной структуры. Такие механизмы эффективны при реализации сборочных процессов, при обработке деталей сложной геометрии и в задачах высокоточного позиционирования. Их особенности заключаются в замкнутой кинематической схеме, которая обеспечивает распределение нагрузок между всеми звеньями.

Современные манипуляторы на основе механизмов параллельной структуры способны повысить точность позиционирования рабочего органа и достигать хороших показателей быстродействия. Основными примерами таких манипуляторов являются манипуляторы-триподы [1–3], *Delta* роботы [4], гибридные манипуляторы типа *Tricept* [5], *Trimule* [6] и гибридные роботы, объединяющие параллельную и последовательную части механизмов. Исследования и развитие манипуляционных механизмов параллельной структуры дает возможность их применения во многих областях промышленности для технологических и вспомогательных операций. Основной проблемой в задачах погрузки-разгрузки, транспортировки грузов является возникновение изгибающих моментов в приводах манипулятора, что может привести к их поломке. Предварительный расчет координат точек пересечения геометрических осей трех звеньев манипулятора-трипода поможет обосновать наличие или отсутствие изгибов в приводах при нагрузках рабочего инструмента.

Таким образом, цель работы заключается в обосновании метода расчета координат точек пересечения осей линейных исполнительных звеньев конструкции манипулятора-трипода с дополнительным пассивным звеном, что по-

зволяет оценить эффективность использования данного манипулятора для задач погрузки-разгрузки.

Постановка задачи

Рассматривается манипулятор-трипод с дополнительным звеном [7; 8] (рис. 1), образованный из механизма параллельной структуры и механизма последовательной структуры. Три активных звена переменной длины 1–3 закреплены параллельно и образуют трипод. Одним концом исполнительные звенья 1–3 соединены с помощью сферических шарниров с выходным звеном 6, а другим концом крепятся с помощью двухстепенных шарниров к поворотному основанию *ABC* в точках *A*, *B*, *C* соответственно. Выбор сферических шарниров обусловлен тем, что они не передают изгибающие моменты. Выходное звено 6 служит местом крепления рабочего органа манипулятора. Сечение выходного звена 6 представляет собой окружность с радиусом r , исполнительные звенья 1–3 на выходном звене крепятся под углом α . Основание *ABC* осуществляет поворот за счет изменения длины исполнительного звена 4, что позволяет увеличить рабочее пространство манипулятора. Манипулятор оснащен дополнительным конструктивным элементом 5, который представляет собой центральную металлическую трубу. Ее основные задачи – расширение функциональных возможностей манипулятора, повышение жесткости его механической системы и компенсация изгибающих моментов в приводах при нагрузках рабочего органа. Механическая система манипулятора имеет четыре степени подвижности и описывается обобщенными координатами, записанными в системе l -координат исполнительных приводов манипулятора l_1, l_2, l_3, l_4 [9].

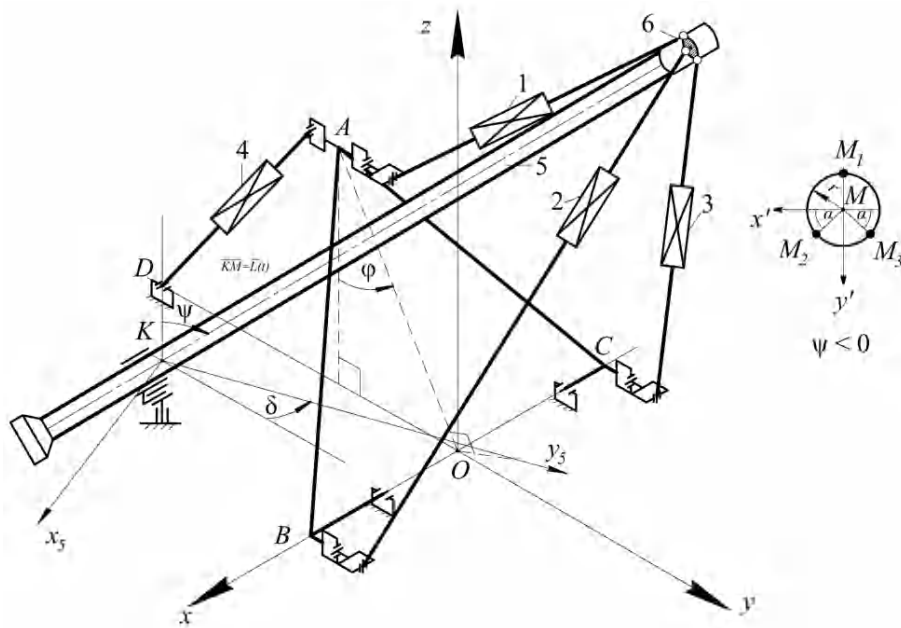


Рис. 1. Кинематическая схема манипулятора:
1, 2, 3, 4 – линейные приводы, 5 – металлическая труба, 6 – выходное звено

Абсолютная система координат $Oxyz$ связана с неподвижным основанием. Положение звеньев манипулятора в пространстве определяется с помощью связанных систем координат каждого линейного исполнительного звена и трубой 5 $x_i y_i z_i$ ($i = 1-5$). Начало каждой системы координат находится в точке крепления исполнительных звеньев, пространственная ориентация подвижной системы координат $x_i y_i z_i$ ($i = 1-5$) относительно абсолютной $Oxyz$ задается двумя углами δ_i при повороте вокруг оси z_i , параллельной неподвижной оси Oz и углом ψ_i при повороте вокруг оси x_i^* . (рис. 2) [10].

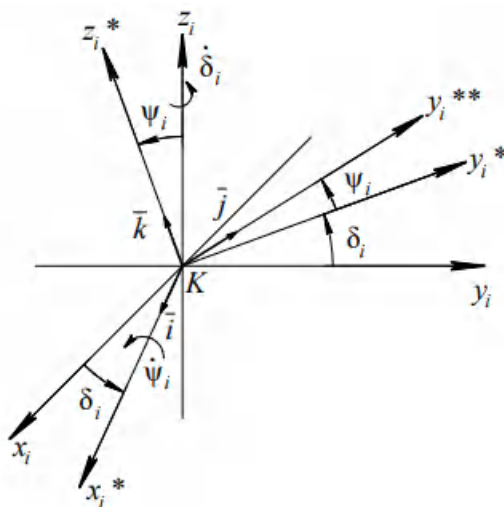


Рис. 2. К определению направляющих косинусов подвижных осей координат

С учетом особенностей кинематической схемы манипулятора необходимо определить точки пересечения геометрических осей исполнительных звеньев 1–3 с осью симметрии дополнительного звена 5.

В случае пересечения осей звеньев в одной точке можно говорить об отсутствии изгибающих моментов в исполнительных приводах при нагружении рабочего органа манипулятора.

Метод расчета координат точек пересечения осей звеньев

Для аналитического расчета необходимо определить положение точки M на выходном звене 6, задаться координатами x_M, y_M, z_M относительно неподвижной системы координат $Oxyz$. Затем записать уравнения прямых (осей звеньев) в пространстве, проходящих через эти точки.

Зависимости между декартовыми координатами точек крепления исполнительных звеньев на выходном звене $M_1(x_{M_1}, y_{M_1}, z_{M_1})$, $M_2(x_{M_2}, y_{M_2}, z_{M_2})$, $M_3(x_{M_3}, y_{M_3}, z_{M_3})$ в абсолютной системе отсчета $Oxyz$ и длинами звеньев имеют вид [9]:

$$\begin{aligned} AM_1 &= l_1 = \sqrt{x_{M_1}^2 + (y_{M_1} - y_A)^2 + (z_{M_1} - z_A)^2}, \\ BM_2 &= l_2 = \sqrt{(x_{M_2} - OB)^2 + y_{M_2}^2 + z_{M_2}^2}, \\ CM_3 &= l_3 = \sqrt{(x_{M_3} + OC)^2 + y_{M_3}^2 + z_{M_3}^2}, \end{aligned} \quad (1)$$

где OB , OC , y_D – геометрические параметры поворотного основания и точек его крепления.

Так как координаты точки A являются однозначными функциями угла поворота основания φ , то выражения для y_A и z_A имеют вид:

$$y_A = -OA \sin \varphi, \quad z_A = OA \cos \varphi. \quad (2)$$

Координаты точек M_1 , M_2 , M_3 определяются выражениями [10]:

$$x_{M_1} = x_M + r \cos \psi_5 \sin \delta_5, \quad y_{M_1} = y_M - r \cos \psi_5 \cos \delta_5, \quad z_{M_1} = z_M - r \sin \psi_5. \quad (3)$$

$$\begin{aligned} x_{M_2} &= x_M + r \cos \delta_5 \cos \alpha - r \cos \psi_5 \sin \delta_5 \sin \alpha, \\ y_{M_2} &= y_M + r \sin \delta_5 \cos \alpha + r \cos \psi_5 \cos \delta_5 \sin \alpha, \\ z_{M_2} &= z_M + r \sin \psi_5 \sin \alpha. \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} x_{M_3} &= x_M - r \cos \delta_5 \cos \alpha - r \cos \psi_5 \sin \delta_5 \sin \alpha, \\ y_{M_3} &= y_M - r \sin \delta_5 \cos \alpha + r \cos \psi_5 \cos \delta_5 \sin \alpha, \\ z_{M_3} &= z_M + r \sin \psi_5 \sin \alpha. \end{aligned} \quad (5)$$

Для определения значений (3)–(5) используем выражения для углов $\psi_5(t)$, $\delta_5(t)$ ориента-

ции звена $KM = L(t)$ через координаты точки M [10; 11]:

$$\begin{aligned} \sin \delta_5 &= -\frac{x_M}{\sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2}}, \quad \sin \psi_5 = -\frac{\sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2}}{\sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2}}, \\ \cos \delta_5 &= \frac{(y_M + OD)}{\sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2}}, \quad \cos \psi_5 = \frac{(z_M + DK)}{\sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2}}. \end{aligned}$$

Координаты точки $M_0(x_0, y_0, z_0)$ – при конфигурации манипулятора в исходном положении (длины всех звеньев минимальны и равны). Пусть точки E_1 , E_2 , E_3 – точки пересечения геометрических осей звеньев AM_1 и KM , BM_2 и KM , CM_3 и KM соответственно.

Длина отрезка KM определяется выражением:

$$KM = \sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2}. \quad (6)$$

Записывая уравнения прямых (1) в параметрической форме, приравняв к уравнению прямой с учетом (6) и решая систему алгебраических уравнений, находим координаты точек пересечения.

Рассмотрим численный пример (рис. 3) с учетом заданных геометрических параметров манипулятора. Примем, что изначально манипулятор находится в начальном положении, тогда точка M_0 имеет координаты равные $x = 0$ мм; $y = 720$ мм; $z = 78$ мм. Данной точке соответствуют значения обобщенных координат в системе дополнительного звена: $KM = 1392$ мм; $\psi = -1,42$; $\delta = 0$. Для определения координат точек приравняем выражения (1), (6) и решаем системы уравнений.

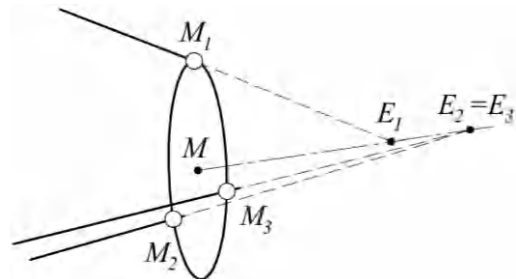


Рис. 3. К определению координат точек пересечения осей звеньев

Тогда координаты точки пересечения AM_1 и $KM-E_1$ (0; 795; 89), пересечения BM_2 и $KM-E_2$ (0; 850; 97), пересечения CM_3 и $KM-E_3$ (0; 850; 97).

Результаты

Расчетные значения показывают, что геометрические оси 2 и 3 исполнительных звеньев пересекаются в одной точке с осью трубы и не совпадают с точкой пересечения оси исполнительного звена 1 и трубы для данного положения механизма манипулятора.

При проектировании механизмов манипуляторов важно заранее закладывать в расчет условие пересечения осей в определенной точке. Координаты точек пересечения осей звеньев

зависят от значений геометрических параметров кинематической схемы манипулятора. При радиусе трубы r равном 0, оси всех звеньев пересекаются в одной точке M . Учет конструктивных особенностей и модификация конструкции существующего механизма манипулятора-трипода позволит исключить передачу изгибающих моментов от внешних нагрузок на приводы манипулятора, что значительно повысит его жесткость и точность позиционирования.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Гапоненко, Е. В. Анализ жесткости и точности позиционирования робота-трипода / Е. В. Гапоненко, Л. А. Рыбак, Л. Г. Вирабян // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2020. – № 1. – С. 21–30.
2. Воробьева, Н. С. Методы управления манипуляторами на базе трипода при выполнении технологических операций / Н. С. Воробьева // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2022. – № 3(744). – С. 3–14.
3. Антонов, А. В. Решение обратной кинематической задачи для пятиподвижного манипулятора гибридной структуры / А. В. Антонов, А. С. Фомин // Автоматика и телемеханика. – 2023. – № 3. – С. 106–125.
4. Создание трехмерной кинематической модели манипулятора Delta при помощи системы автоматизированного проектирования в NX / А. А. Волошкин, Л. А. Рыбак, В. М. Скитова [и др.] // Робототехника и техническая кибернетика. – 2023. – Т. 11, № 1. – С. 20–29.
5. Experimental identification of the static model of the HPKM Tricept industrial robot / M. Palpacelli, G. Palmieri, Carbonari, L., Callegari, M. // Advanced Robotics. – 2014. – V. 28. – No. 19. – P. 1291–1304.
6. Dynamic Accuracy Analysis of a 5PSS/UPU Parallel Mechanism Based on Rigid-Flexible Coupled Modeling / Y. Li, Z. Wang, C. Chen [et al.] // Chinese Journal of Mechanical Engineering. – 2022. – V. 35. – Article number 33.
7. П. м. 218886 Российская Федерация, МПК B66C 23/00 Манипулятор-трипод / В. В. Жога, А. В. Нелюбова, Н. Г. Шаронов, В. В. Чернышев; ФГБОУ ВО ВолгГТУ. – 2023.
8. П. м. 218887 Российская Федерация, МПК B66C 23/00 Манипулятор-трипод / В. В. Жога, А. В. Нелюбова, Н. Г. Шаронов, В. В. Чернышев; ФГБОУ ВО ВолгГТУ. – 2023.

9. Корендясев, А. И. Теоретические основы робототехники. В 2 кн. / А. И. Корендясев, Б. Л. Саламандра, Л. И. Тывес; отв. ред. С. М. Каплунов; Ин-т машиноведения им. А. А. Благонравова РАН. – М.: Наука, 2006.

10. Нелюбова, А. В. Расчет кинематических характеристик манипулятора-трипода с дополнительной кинематической связью / А. В. Нелюбова, В. В. Жога, И. П. Вершинина // Известия ВолгГТУ : научный журнал № 4 (275) / ВолгГТУ. – Волгоград, 2023. – С. 71–76.

11. Лурье, А. И. Аналитическая механика. – М.: Физматгиз, 1961. – 824 с.

REFERENCES

1. Gaponenko, E. V. Analysis of Stiffness and Positioning Accuracy of a Tripod Robot / E. V. Gaponenko, L. A. Rybak, L. G. Virabyan // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. – 2020. – Vol. 49, No. 1. – Pp. 16–23.
2. Vorobyeva, N. S. Methods of Manipulators Controlling Based on a Tripod When Performing Technological Operations. BMSTU Journal of Mechanical Engineering. – 2022. – No. 3. – Pp. 3–14.
3. Rybak, L. A. Correction algorithms synthesis for the motion path of the hexapod robot output link based on the theory of artificial neural networks / L. A. Rybak, Yu. A. Mamaev, L. G. Virabyan // Vestnik BGUTU im. V.G. Shukhova. – 2016. – No. 12. – Pp. 142–151.
4. Li, Y. Dynamic Accuracy Analysis of a 5PSS/UPU Parallel Mechanism Based on Rigid-Flexible Coupled Modeling / Y. Li, Z. Wang, C. Chen [et al.] // Chinese Journal of Mechanical Engineering. – 2022. – V. 35. – Article number 33.
5. Patent RU 218886. Tripod manipulator / V. V. Zhoga, A. V. Nelyubova, N. G. Sharonov et al.; VSTU. – 2023.
6. Patent RU 218887. Tripod manipulator / V. V. Zhoga, A. V. Nelyubova, N. G. Sharonov et al.; VSTU. – 2023.
7. Korendyasev, A. I. Theoretical Foundations of Robotics. In 2 books / A. I. Korendyasev, B. L. Salamandra, L. I. Tyves; ed. S. M. Kaplunov; A. A. Blagonravov Institute of Mechanical Engineering of the Russian Academy of Sciences. – Moscow: Nauka. 2006.
8. Nelyubova, A. V. Computation of kinematic characteristics of a manipulator-tripod with additional kinematic coupling / A. V. Nelyubova, V. V. Zhoga, I. P. Vershinina // Izvestiya VSTU. – 2023. – No. 4 (275). – Pp. 71–76.
9. Lurie, A. I. Analytical Mechanics. – Moscow: Fizmatgiz, 1961. – 824 p.

Статья поступила в редакцию 30.06.2026, доработана 10.07.2026, подписана в печать 13.08.2026

The article was submitted 30.06.2026, revised 10.07.2026, accepted for publication 13.08.2026

УДК 629.7.05

DOI: 10.35211/1990-5297-2026-9-316-50-59

Научная статья

Original article

*С. К. Тарусова, М. Д. Яушкина***МОДИФИЦИРОВАННЫЙ МЕТОД ВЕКТОРНЫХ ПОЛЕЙ
В ЗАДАЧЕ АВТОНОМНОЙ ПОСАДКИ БЕСПИЛОТНОГО
ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА НА ДВИЖУЩУЮСЯ ПЛАТФОРМУ****Санкт-Петербургский государственный университет
аэрокосмического приборостроения, Санкт-Петербург, Россия**

✉ Софья Константиновна Тарусова, sofya.tarusova.04@mail.ru

Аннотация. Рассматривается задача автономной посадки беспилотной авиационной системы (БАС) на подвижный объект. Предложена математическая постановка стабилизации относительного движения в нестационарной системе координат, связанной с платформой. Синтезирован модифицированный закон наведения на основе метода векторных полей с упреждающей компенсацией по скорости и курсу платформы. Приведены результаты имитационного моделирования полета при различных сценариях движения платформы.

Ключевые слова: беспилотный летательный аппарат, автономная посадка, векторные поля, подвижная платформа, фильтр Калмана

Для цитирования: Тарусова С. К., Яушкина М. Д. Модифицированный метод векторных полей в задаче автономной посадки беспилотного летательного аппарата на движущуюся платформу. Известия ВолГГТУ. 2026; 9(316): 50–59. DOI: 10.35211/1990-5297-2026-9-316-50-59.

Информация об авторах:**Софья Константиновна Тарусова** – студент, кафедра электромеханики и робототехники СПбГУАП<https://orcid.org/0009-0007-7909-6787>

e-mail: sofya.tarusova.04@mail.ru

Мария Дмитриевна Яушкина – ассистент, кафедра электромеханики и робототехники, инженер, лаборатория робототехники СПбГУАП<https://orcid.org/0009-0001-1478-5772>

e-mail: qwakenqwaken@yandex.ru

Вклад авторов:**С. К. Тарусова** – проведение моделирования, написание текста статьи.**М. Д. Яушкина** – определение цели работы, обработка и анализ результатов исследования.*S. K. Tarusova, M. D. Yaushkina***MODIFIED VECTOR FIELD METHOD FOR THE AUTONOMOUS LANDING
OF AN UNMANNED AERIAL VEHICLE ON A MOVING PLATFORM****State University of Aerospace Instrumentation, Saint Petersburg, Russia**

✉ Sofia K. Tarusova, sofya.tarusova.04@mail.ru

Annotation. This paper addresses the problem of autonomous landing of an unmanned aerial system (UAS) on a moving platform. A mathematical formulation is proposed for stabilizing the relative motion in a non-stationary coordinate frame attached to the platform. A modified guidance law based on the vector field method is synthesized, featuring feedforward compensation for the platform's velocity and heading. Results of comprehensive simulation studies of a fixed-wing UAS are presented for various platform motion scenarios.

Keywords: unmanned aerial vehicle, autonomous landing, vector fields, moving platform, Kalman filter

For citation: Tarusova S.K., Yaushkina M. D. Modified vector field method for the autonomous landing of an unmanned aerial vehicle on a moving platform. Izvestia VSTU. 2026; 9(316): 50–59. DOI: 10.35211/1990-5297-2026-9-316-50-59.

Information about the authors:**Sofia K. Tarusova** – Student, Department of Electromechanics and Robotics SPbSUAI<https://orcid.org/0009-0007-7909-6787>

e-mail: sofya.tarusova.04@mail.ru

Maria D. Yaushkina – Assistant, Department of Electromechanics and Robotics, Engineer, Robotics Laboratory SPbSUAI<https://orcid.org/0009-0001-1478-5772>

e-mail: qwakenqwaken@yandex.ru

Contribution of the authors:**Sofia K. Tarusova** – conducting experiments, writing the text of the article.**Maria D. Yaushkina** – defining the purpose of the work, processing and analysis of research results

Введение

В настоящее время нельзя представить область работ без использования беспилотной авиационной системы (БАС), они стали неотъемлемой частью как в гражданской, так и в военной деятельности. Наиболее критическим и аварийно-опасным этапом выступает посадка БАС на мобильные технические объекты: роботизированные платформы, автомобильный транспорт или палубы морских судов [1]. Задача существенно усложняется внешними возмущениями и динамическим маневрированием объекта посадки.

Анализ существующих технических решений [2–6] показывает, что большинство систем используют ПИД-регулирование или алгоритмы интеллектуального позиционирования для минимизации текущей пространственной ошибки. Однако при движении платформы со значительной путевой скоростью или при совершении ею курсовых маневров наведение «в точку» по текущему рассогласованию порождает кинематический эффект «преследования».

Это приводит к перерегулированию, затягиванию времени посадки и выходу параметров движения за пределы эксплуатационных ограничений аппарата.

Для решения проблемы в работе предлагается подход, основанный на адаптации геометрического метода векторных полей. Закон управления синтезируется непосредственно в подвижной системе координат цели с явным включением вектора путевой скорости платформы в контур формирования командной скорости БАС, что обеспечивает оптимальный перехват и фазовую синхронизацию объектов.

Математическая постановка задачи относительного движения

Для формализации пространственного движения введем три правые прямоугольные системы координат: инерциальную (Земную) систему, связанную с БАС систему и связанную с подвижной платформой систему, в которой ось x_p сонаправлена с вектором курса платформы. На рис. 1 показана геометрия относительного положения БАС и платформы.

Вектор относительного положения БАС относительно платформы в инерциальной системе координат определяется как:

$$r = p_a - p_p,$$

где r – вектор относительного положения БАС относительно платформы; p_a – абсолютное положение БАС; p_p – абсолютное положение платформы.

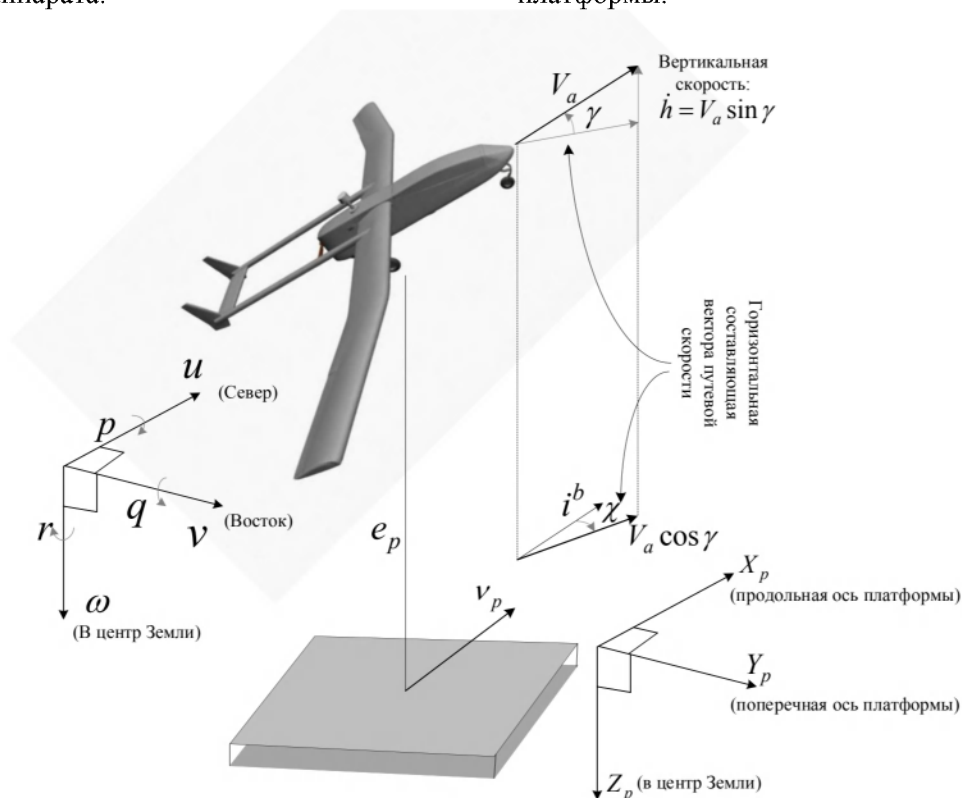


Рис. 1. Геометрия относительного положения БАС и платформы

Подобная постановка задачи относительно движения БАС и целей в системе NED широко используется по навигации и управлению МБЛА [7].

Для перехода к системе координат, связанной с платформой, вводится матрица поворота. Тогда относительное положение БАС в системе координат платформы задается как:

$$e_p = R_{IP(\chi_p)} \cdot (p_a - p_p),$$

где $R_{IP(\chi_p)}$ – матрица перехода из инерциальной системы координат в систему платформы; χ_p – курс платформы.

В качестве математической модели БАС используется типовая нелинейная модель самолета. Поскольку посадка выполняется на движущийся объект, необходимо учитывать относительную скорость. В инерциальной системе координат она определяется как:

$$v_{rel} = v_a - v_p,$$

где v_{rel} – относительная скорость БАС относительно платформы в инерциальной системе; v_a – скорость БАС; v_p – скорость платформы.

В системе координат платформы относительная скорость записывается следующим образом:

$$v_{rel,p} = R_{IP(\chi_p)} \cdot (v_a - v_p),$$

где $v_{rel,p}$ – относительная скорость в системе платформы.

Условие успешной посадки формулируется как выполнение ограничений на ошибки положения, ориентацию и относительную скорость в момент касания:

$$|e_x| \leq e_{x,max}; |e_y| \leq e_{y,max}; |e_h| \leq e_{h,max},$$

где $e_{x,max}$, $e_{y,max}$, $e_{h,max}$ – допустимые значения продольной, поперечной и вертикальной ошибки.

$$|\varphi| \leq \varphi_{max}; |\theta| \leq \theta_{max},$$

где φ_{max} , θ_{max} – допустимые углы крена и тангажа.

$$\|v_{rel,p}\| \leq V_{rel,max},$$

где $V_{rel,max}$ – максимально допустимая относительная скорость в момент касания.

С учетом введенных обозначений задача автономной посадки формулируется как задача стабилизации относительного движения БАС относительно движущейся платформы:

$$e_x(t) \rightarrow 0; e_y(t) \rightarrow 0; e_h(t) \rightarrow 0,$$

где $e_x(t)$, $e_y(t)$, $e_h(t)$ – функции времени, описывающие относительные ошибки по продольной, поперечной и вертикальной координатам соответственно.

Алгоритм навигации и относительного позиционирования БАС

Корректная работа алгоритма возможна только при наличии оценок относительного положения БАС и платформы, а также информации о скорости цели. Поэтому навигационное обеспечение рассматривается как двухконтурное: дальний контур на основе *Global Navigation Satellite System/Inertial Navigation System* (GNSS/INS) и ближний контур на основе технического зрения и локальных датчиков. Процесс обнаружения платформы и распознавания маркера не моделируется: считается, что ближний контур формирует оценки относительного положения, курса и скорости платформы, а в имитационной модели они принимаются равными истинным значениям по ее кинематической модели, что позволяет сосредоточиться на исследовании алгоритма наведения и управления посадкой. Аналогичная двухконтурная архитектура применяется в современных системах посадки БАС на движущиеся объекты [8].

Пусть навигационная система БАС формирует оценки собственного положения и скорости, а по каналу связи доступны оценки состояния платформы. Тогда оценки относительного положения вычисляются как:

$$\hat{r} = \hat{p}_a - \hat{p}_p,$$

где $\hat{p}_a$, $\hat{p}_p$ – оценка положения БАС и платформы.

Оценка относительной скорости вычисляется как:

$$\hat{v}_{rel} = \hat{v}_a - \hat{v}_p,$$

где $\hat{v}_a$, $\hat{v}_p$ – оценка скоростей БАС и платформы.

Формирование относительных оценок положения и скорости по разности векторов состояния является стандартным при решении задач относительного наведения и сопровождения [9].

На ближнем участке посадки используются локальные датчики относительного позиционирования. Вектор измерений ближнего контура представляется выражением:

$$z_v = h_v \cdot (x_{rel}) + v_v,$$

где h_v – нелинейная функция измерения; x_{rel} – вектор относительного состояния; v_v – шум измерений.

Для объединения информации от GNSS/INS и локальных датчиков в работе рассматривается использование расширенного фильтра Калмана [10]. Вектор оцениваемого относительно состояния вводится в виде:

$$x_{rel} = \begin{pmatrix} r \\ v_{rel} \\ \chi_p \\ V_p \end{pmatrix},$$

где r – относительное положение.

Дискретная модель прогноза записывается как:

$$x_{rel,k+1} = f(x_{rel,k}, u_k) + w_k,$$

где u_k – известные воздействия; w_k – шум процесса; k – дискретный шаг по времени; $f(x_{rel,k}, u_k)$ – функция прогноза.

Модель измерений высчитывается как:

$$z_k = h(x_{rel,k}) + v_k,$$

где $h(x_{rel,k})$ – функция наблюдения; v_k – шум измерений.

Если телеметрия платформы недоступна, ее скорость может быть оценена по конечным разностям последовательности измерений:

$$\hat{v}_p(k) \approx \frac{\hat{p}_p(k) - \hat{p}_p(k-1)}{\Delta t},$$

где $\hat{v}_p(k)$ – оценка скорости платформы на k -м шаге; Δt – шаг дискретизации; $\hat{p}_p(k)$, $\hat{p}_p(k-1)$ – оценки положения платформы на соседних шагах.

Навигационный контур формирует для алгоритма наведения оценки относительного положения, относительной скорости, курса и скорости платформы, на основе которых выбирается режим движения и рассчитываются команды верхнего уровня.

Синтез алгоритма наведения на базе векторных полей с учетом скорости цели

В классических работах по векторному полю для наведения [11] и поперечной ошибки относительно эталонной линии, что обеспечивает экспоненциальное притяжение траектории к этой линии.

Типовая форма командного курса такого закона имеет вид:

$$\chi_c = \chi_q - \chi_\infty \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \arctan(k_{path} \cdot e_{py}),$$

где χ_q – направление эталонной прямой; χ_∞ – угол входа на траекторию при больших ошиб-

ках; k_{path} – коэффициент усиления поля; e_{py} – поперечная ошибка относительно линии пути.

Для задачи посадки на подвижную платформу поле наведения строится в системе координат, связанной с целью. При этом вводятся единичные векторы вдоль и поперек курса платформы:

$$q_p = \begin{pmatrix} \cos \chi_p \\ \sin \chi_p \\ 0 \end{pmatrix}, n_p = \begin{pmatrix} -\sin \chi_p \\ \cos \chi_p \\ 0 \end{pmatrix},$$

где q_p – единичный вектор вдоль курса платформы; n_p – единичный поперечный вектор.

В режиме сопровождения вводится виртуальная точка, расположенная позади платформы на фиксированном расстоянии:

$$p_{tr} = p_p - d_f \cdot q_p,$$

где d_f – дистанция сопровождения; p_p – положение платформы.

Направление на точку сопровождения определяется как:

$$\chi_{ref} = \text{atan2}(p_{tr,e} - p_{e,a}, p_{tr,n} - p_{n,a}),$$

где $\text{atan2}(p_{tr,e} - p_{e,a}, p_{tr,n} - p_{n,a})$ – функция вычисления угла по координатным приращениям; $p_{tr,e}$, $p_{tr,n}$ – восточная и северная координаты точки сопровождения; $p_{e,a}$, $p_{n,a}$ – текущие координаты БАС.

Командный курс в режиме сопровождения задается следующим образом:

$$\chi_c = \chi_{ref} - \chi_\infty \cdot \frac{2}{\pi} \cdot \arctan(k_y \cdot e_y),$$

где χ_∞ – угол входа; k_y – коэффициент усиления по поперечной ошибке; e_y – поперечная ошибка.

Для компенсации движения платформы закон формирования команды по скорости модифицируется введением упреждающей составляющей по скорости цели:

$$V_{a,c} = V_{a,0} + k_x \cdot e_x + k_{ff} \cdot (V_p - V_g),$$

где $V_{a,0}$ – номинальная воздушная скорость; k_x – коэффициент обратной связи по продольной ошибке; e_x – продольная ошибка; k_{ff} – коэффициент упреждающей компенсации; V_p – скорость платформы; V_g – текущая путевая скорость БАС.

После выхода в требуемую область позади платформы алгоритм переводится в режим захода на посадку, в котором БАС выводится на подвижную посадочную прямую. Высотная команда на участке захода формируется по глиссаде. На терминальном участке задача сво-

дится к точному согласованию относительного движения БАС и платформы.

Алгоритм наведения формирует команды верхнего уровня, подаваемые на типовой каскадный автопилот: χ_c – командный курс; h_c – командная высота; $V_{a,c}$ – командная воздушная скорость.

Эти команды реализуются внутренними контурами стабилизации крена, тангажа, высоты и скорости на основе стандартной PID-структуры автопилота.

Логика работы алгоритма наведения организована в виде многорежимной структуры:

$trac \rightarrow approach \rightarrow terminal \rightarrow landed$,

где *track* – режим сопровождения платформы; *approach* – режим захода на посадку; *terminal* – терминальный режим точного согласования; *landed* – режим успешной посадки.

При нарушении условий успешного захода предусмотрен переход в режим ухода на второй круг:

$approach \rightarrow missed_approach \rightarrow$
 $\rightarrow terminal \rightarrow missed_approach$,
 где *missed_approach* – режим ухода на второй круг.

Упрощенная блок-схема последовательности режимов и условий их переключения приведена на рис. 2.

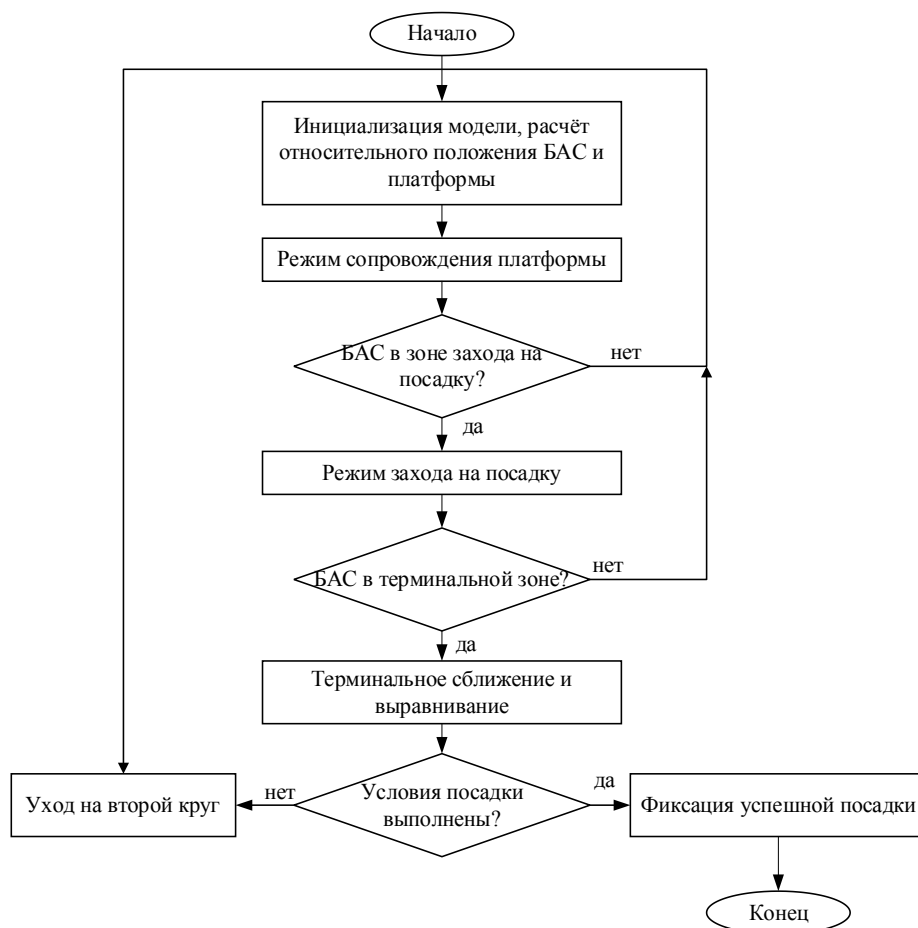


Рис. 2. Блок-схема логики режимов автономной посадки БАС на движущуюся платформу

Такая структура позволяет разделить этапы грубого сближения, захода, точного выравнивания и безопасного прерывания посадки при недопустимом отклонении параметров.

Разработанный алгоритм сочетает базовые положения классического метода векторных полей для следования по прямой [7; 11–13]

с модификациями, ориентированными на посадку на движущуюся платформу. К ним относятся: построение поля наведения в системе координат платформы, введение геометрии точки касания и линии захода, а также использование компенсации по скорости цели в законе формирования командной скорости.

Архитектура системы и навигационное обеспечение

Разработанная система автономной посадки имеет строго упорядоченную трехкомпонентную иерархическую структуру, показанную на рис. 3.

Верхний уровень осуществляет отслеживание вектора состояний, проверку критериев безопасности и переключение конечного автомата режимов полета. В случае фиксации критического отклонения от посадочной оси активируется логика ухода на второй круг.

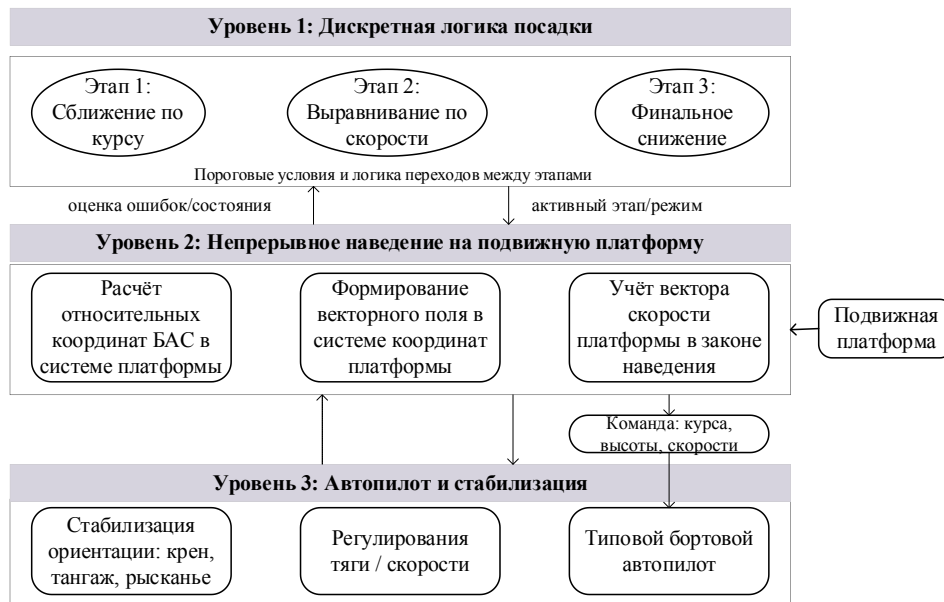


Рис. 3. Иерархическая архитектура системы

Средний уровень реализует непрерывные уравнения синтезированных модифицированных векторных полей, рассчитывая целевые значения пространственной траектории БАС относительно мгновенного положения платформы.

Нижний уровень – это базовый автопилот БАС, обеспечивающий управление углами крена, тангажа и тягой двигателя для отработки траекторных команд.

Моделирование и анализ результатов

Для оценки эффективности алгоритма и обеспечения связи с реальной практикой используется имитационная модель конкретного аппарата «Aerosonde» с учетом его летно-технических характеристик [7].

В ходе моделирования была сформирована серия сценариев маневрирования посадочной платформы.

В сценарии, где платформа движется с постоянным курсом и скоростью, пространственная траектория показывает, что БАС последовательно смещается к платформе. БАС прохо-

дит сначала режим сопровождения с заданным продольным отставанием, а затем переходит в режим захода по оси платформы (рис. 4). Стоит отметить, что размеры платформы и БЛА «Aerosonde» специально увеличены в несколько раз, чтобы была возможность нормально разглядеть работу и поведение системы на больших расстояниях.

При этом траектория самолета не содержит резких разворотов и спиральных участков, что говорит о корректной настройке внешнего контура наведения и отсутствии перерегулирования в боковом канале.

Графики относительных координат по осям и графики продольной и поперечной ошибок показаны на рис. 5.

Графики относительных координат показывают, что по мере работы алгоритма наведения, траектория в системе платформы плавно смещается к нулю, что свидетельствует о правильной ориентации вектора относительной скорости и отсутствии устойчивых смещений в сторону.

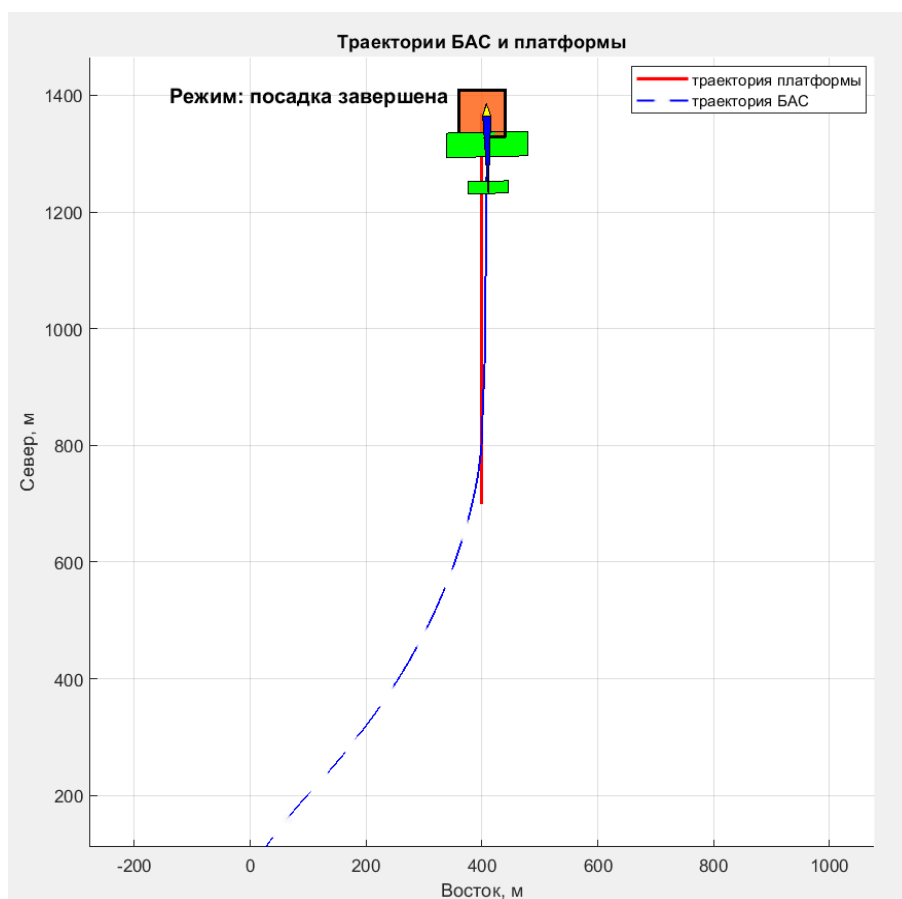


Рис. 4. Траектории БАС и платформы: движение прямо

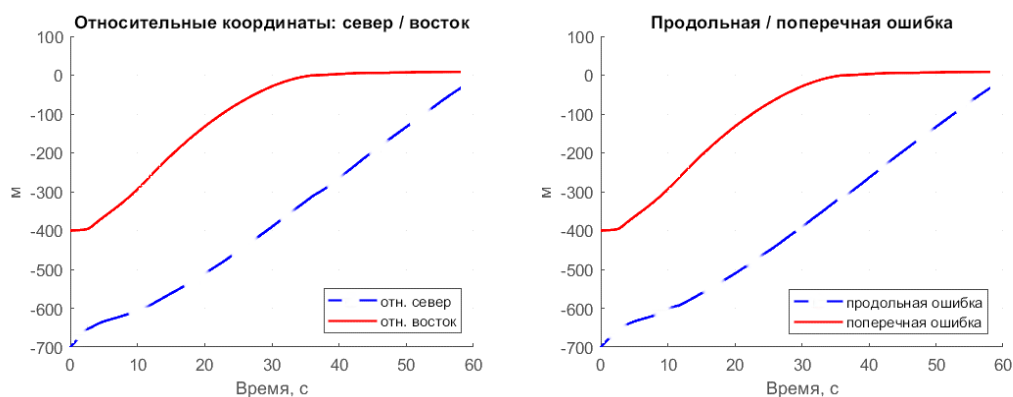


Рис. 5. Временные зависимости относительных координат по осям «север–восток» и продольной/поперечной ошибок при прямолинейном движении платформы

Качество наведения отражают графики продольной и поперечной ошибок. Поперечная ошибка убывает быстрее продольной и к моменту входа в терминальный режим снижается до малых значений, обеспечивая корректный выход БАС на ось посадки, тогда как продольная ошибка на начальном участке остается заметной, но постепенно уменьшается по мере

согласования скорости БАС со скоростью платформы, что подтверждает работоспособность продольного канала и введенного *feedforward* по скорости цели.

График горизонтальной дистанции демонстрирует практически линейное уменьшение расстояния от БАС до платформы на протяжении основного участка сближения (рис. 6).

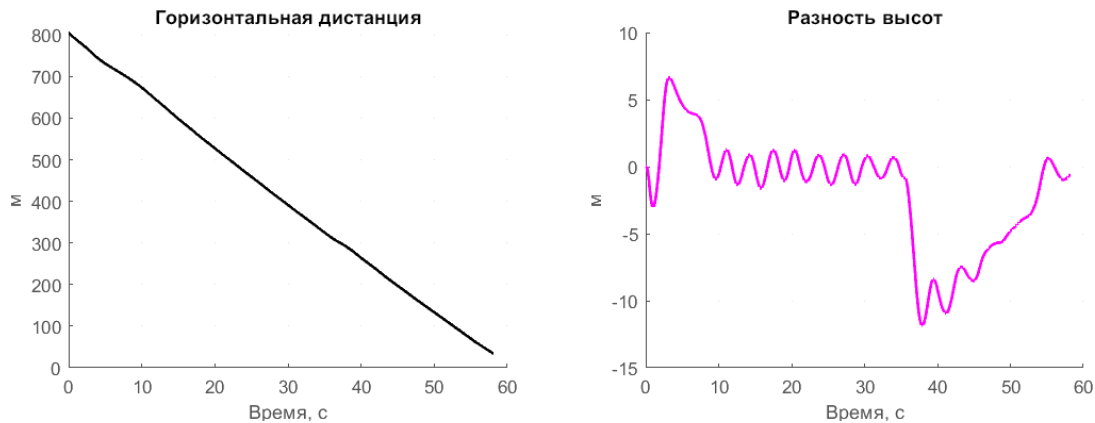


Рис. 6. Временные зависимости горизонтальной дистанции и высотного рассогласования БАС относительно платформы в прямолинейном сценарии

Результат указывает на то, что алгоритм формирует близкую к оптимальной по времени траекторию без длительных зависаний на фиксированном удалении и без участков, где система теряет цель.

Изменение высотного рассогласования показывает, что на этапе сопровождения высотная ошибка удерживается в допустимой области, а в начале захода БАС начинается снижение по глиссаде, постепенно уменьшая высотное рассогласование до окрестности нуля в терминальной фазе. Отсутствие резких скачков высотной ошибки и ограниченный уровень колебаний вблизи глиссады свидетельствуют о корректной настройке вертикального канала и достаточном запасе устойчивости [14].

После этого были рассмотрены более сложные сценарии, такие как ускорение и круговое движение платформы.

Наиболее критическими с точки зрения контуров стабилизации являются знакопеременные сценарии (зигзаг и S-образный маневр), где производная курса платформы претерпевает разрывы первого рода (рис. 7). В моменты резкой смены направления движения платформы наблюдаются локальные динамические выбросы боковой ошибки. Высокая эффективность расширенного фильтра Калмана при оценивании вектора относительной скорости позволила исполнительному контуру БАС парировать данные возмущения за счет контролируемого увеличения углов крена.

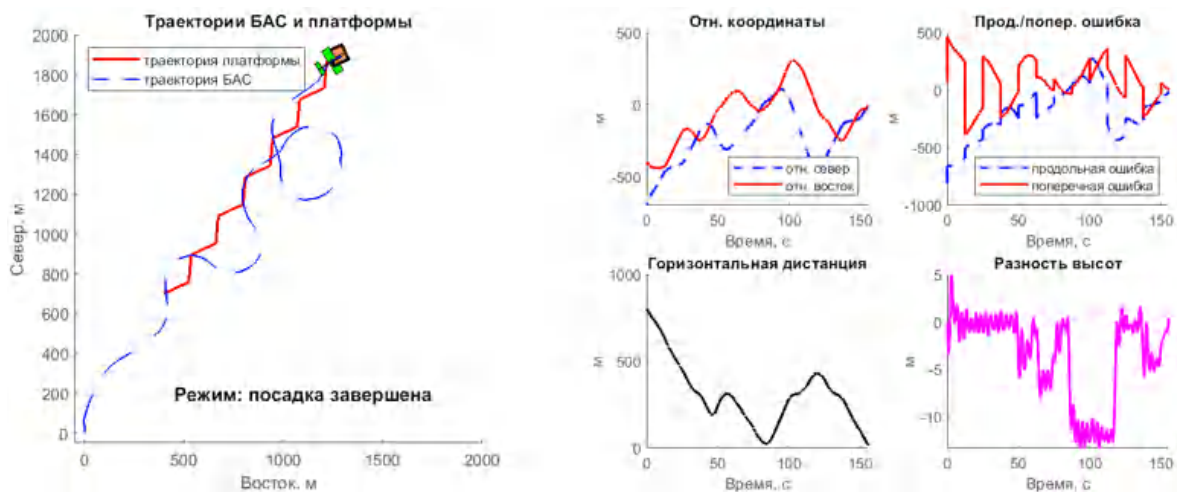


Рис. 7. Результат посадки при зигзагообразном движении платформы

Результаты работы

Во всех исследованных критических режимах переходные процессы имели затухающий характер, а пространственные траектории БАС

демонстрировали устойчивое монотонное притяжение к подвижной оси посадки. К моменту достижения терминальной точки относительные линейные ошибки гарантированно находились

в пределах области притяжения, что доказывает работоспособность разработанного алгоритма в условиях вычислительного эксперимента.

Результаты вычислительных экспериментов

по каждому сценарию при реализациях случайных факторов: инициализация ветровых возмущений, шумы измерений [15] показаны в таблице.

Анализ полученных результатов

Сценарий движения	Процент успешных посадок, %	Среднее время успешной посадки, с	Среднее число уходов на второй круг
Прямая	100	57,9107	0
С ускорением	100	101,97	0
Круг	83,3	192,10	1,23
Зигзаг	90	140,03	0,93
S-образный маневр	96,7	100,21	0,43

Выводы

Результатом работы является реализованный модифицированный алгоритм наведения БАС на движущуюся платформу на основе векторных полей, заданных в системе координат, связанной с платформой, и с учетом вектора ее скорости. Такое построение позволяет уменьшить эффект преследования, обеспечивает стабилизированное сближение при использовании стандартных ПИД-контуров полетного контроллера. Результаты математического моделирования подтвердили работоспособность алгоритма, его точность и устойчивость наведения.

Принятые упрощения не снижают значимости полученных результатов, а лишь четко задают область их применимости и формируют обоснованный задел для последующих исследований. Практическая значимость работы заключается в создании функционального прототипа системы посадки, который может быть основой для разработки автономных посадочных комплексов для БЛА.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Посадка беспилотных летательных аппаратов на суда. Проблемы и решения / С. Н. Шаров, А. А. Александров, М. С. Дворяшин, В. В. Морозов. – СПб.: Судостроение, 2014. – 192 с.
2. Подоплекин, Ю. Ф. Информационно-управляющая система приведения беспилотных летательных аппаратов на движущееся судно / Ю. Ф. Подоплекин, С. Г. Толмачев, С. Н. Шаров // Информационно-управляющие системы. – 2012. – № 3. – С. 22–28.
3. Суркова, А. Д. Система посадки беспилотного аппарата на подвижную платформу с использованием радиомаяков / А. Д. Суркова, А. Л. Масленников, С. Чжан // XLVII Академические чтения по космонавтике, 2023. – С. 232–236.
4. Сулов, В. А. Автоматизированная посадка беспилотного летательного аппарата на подвижную платформу с использованием нейронных сетей / В. А. Сулов, С. В. Га-

гарский // Вестник Российского университета дружбы народов. Серия: Инженерные исследования. – 2024. – Т. 25, № 4. – С. 413–426.

5. Широков, И. Б. Система автоматизированной посадки беспилотного летательного аппарата на движущуюся платформу на базе алгоритмов технического зрения / И. Б. Широков, Е. Г. Зинченко // Известия Тульского государственного университета. Технические науки. – 2022. – № 9. – С. 293–297.

6. Аникин, Д. А. Моделирование процесса автономной посадки БЛА-квадрокоптера на движущуюся платформу с использованием инфракрасной оптической системы / Д. А. Аникин, А. И. Савельев // Известия Юго-Западного государственного университета. – 2024. – Т. 28, № 4. – С. 8–20.

7. Рэндал, У. Малые беспилотные летательные аппараты: теория и практика / У. Рэндал, Т. Биард, Т. У. Мак-Лэйн. – М.: Техносфера, 2024. – 312 с.

8. Visual Servoing Approach to Autonomous UAV Landing on a Moving Vehicle / A. Keipour, G. A. S. Pereira, R. Bonatti, R. Garg, P. Rastogi, G. Dubey, S. Scherer // Sensors. – 2022. – Vol. 22, No. 17. – Art. 6549. DOI: 10.3390/s22176549.

9. Wise, R. UAV Control and Guidance for Autonomous Cooperative Tracking of a Moving Target: research proposal / R. Wise. – Seattle: University of Washington, Dept. of Aeronautics & Astronautics, 2006. – 55 p.

10. Шумилов, А. В. Разработка математической модели управления посадкой беспилотного летательного аппарата с использованием фильтра Калмана / А. В. Шумилов // Молодой ученый. – 2018. – № 22. – С. 42–48.

11. Vector Field Path Following for Miniature Air Vehicles / D. R. Nelson, D. B. Barber, T. W. McLain, R. W. Beard // IEEE Transactions on Robotics. – 2007. – Vol. 23, No. 3. – Pp. 519–529.

12. Lyapunov Guidance Vector Fields for Unmanned Aircraft Applications / E. W. Frew, D. A. Lawrence, C. Dixon, J. Elston, W. J. Pisano // 2007 American Control Conference (ACC). – New York: IEEE, 2007. Pp. 371–376. DOI: 10.1109/ACC.2007.4282974.

13. Designing a Guidance System in MATLAB and Simulink: application example. – MathWorks, 2020. – URL: <https://docs.exponenta.ru/simulink/slref/designing-a-guidance-system-in-matlab-and-simulink.html> (дата обращения: 22.04.2026). – Текст: электронный.

14. Бураков, М. В. Теория автоматического управления. Нелинейные системы. Ч. 3: учеб. пособие / М. В. Бураков. – СПб.: ГУАП, 2018. – 177 с.

15. Мальцев, А. В. Моделирование влияния внешних воздействий на процесс автоматизированной посадки БЛА-квадрокоптера на подвижную платформу с использованием технического зрения / А. В. Мальцев, Д. В. Пигулевский, В. В. Цой // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2023. – Т. 24, № 4. – С. 366–381.

REFERENCES

1. Sharov, S. N. Landing of Unmanned Aerial Vehicles on Ships: Problems and Solutions / S. N. Sharov, A. A. Aleksandrov, M. S. Dvoryashin, V. V. Morozov – St. Petersburg: Sudostroenie, 2014. – 192 p.
2. Podoplekin, Yu. F. Information-control system for bringing unmanned aerial vehicles to a moving ship / Yu. F. Podoplekin, S. G. Tolmachev, S. N. Sharov // Informationsno-upravlyayushchie sistemy (Information-Control Systems). – 2012. – No. 3. – Pp. 22-28.
3. Surkova, A. D. Landing system for an unmanned vehicle on a moving platform using radio beacons / A. D. Surkova, A. L. Maslennikov, S. Zhang // XLVII Academic Readings on Cosmonautics, 2023. – Pp. 232-236.
4. Suslov, V. A. Automated landing of an unmanned aerial vehicle on a moving platform using neural networks / V. A. Suslov, S. V. Gagarsky // Bulletin of the Peoples' Friendship University of Russia. Series: Engineering Research. – 2024. – Vol. 25, No. 4. – Pp. 413-426.
5. Shirokov, I. B. Automated landing system for an unmanned aerial vehicle on a moving platform based on computer-vision algorithms / I. B. Shirokov, E. G. Zinchenko // Proceedings of Tula State University. Technical Sciences. – 2022. – No. 9. – Pp. 293-297.
6. Anikin, D. A. Modeling of the autonomous landing process of a quadrotor UAV on a moving platform using an infrared optical system / D. A. Anikin, A. I. Savelev // Izvestia of the Southwest State University. – 2024. – Vol. 28, No. 4. – Pp. 8-20.
7. Randal, W. Small Unmanned Aerial Vehicles: Theory and Practice / W. Randal, T. Biard, T.U. McLain. – Moscow: Tekhnosfera, 2024. – 312 p.
8. Keipour, A. Visual Servoing Approach to Autonomous UAV Landing on a Moving Vehicle / A. Keipour, G. A. S. Pereira, R. Bonatti, R. Garg, P. Rastogi, G. Dubey, S. Scherer // Sensors. – 2022. – Vol. 22, No. 17. – Art. 6549. DOI: 10.3390/s22176549.
9. Wise, R. UAV Control and Guidance for Autonomous Cooperative Tracking of a Moving Target: research proposal / R. Wise. – Seattle: University of Washington, Dept. of Aeronautics & Astronautics, 2006. – 55 p.
10. Shumilov, A. V. Development of a mathematical model for control of UAV landing using a Kalman filter / A. V. Shumilov // Molodoy uchenyy (Young Scientist). – 2018. – No. 22. – Pp. 42-48.
11. Nelson, D. R. Vector Field Path Following for Miniature Air Vehicles / D. R. Nelson, D. B. Barber, T. W. McLain, R. W. Beard // IEEE Transactions on Robotics. – 2007. – Vol. 23, No. 3. – Pp. 519-529.
12. Frew, E. W. Lyapunov Guidance Vector Fields for Unmanned Aircraft Applications / E. W. Frew, D. A. Lawrence, C. Dixon, J. Elston, W. J. Pisano // 2007 American Control Conference (ACC). – New York: IEEE, 2007. Pp. 371-376. DOI: 10.1109/ACC.2007.4282974.
13. Designing a Guidance System in MATLAB and Simulink: application example [Electronic resource]. – MathWorks, 2020. – Access mode: <https://docs.exponenta.ru/simulink/slref/designing-a-guidance-system-in-matlab-and-simulink.html> (accessed: 22.04.2026).
14. Burakov, M.V. Theory of Automatic Control. Nonlinear Systems. Part 3: textbook / M. V. Burakov. – St. Petersburg: SUAI, 2018. – 177 p.
15. Maltsev, A.V. Modeling the influence of external disturbances on the automated landing process of a quadrotor UAV on a moving platform using computer vision / A. V. Maltsev, D. V. Pigulevskiy, V. V. Tsoy // Mechatronics, Automation, Control. – 2023. – Vol. 24, No. 4. – Pp. 366-381.

Статья поступила в редакцию 17.07.2026, доработана 27.07.2026, подписана в печать 13.08.2026
The article was submitted 17.07.2026, revised 27.07.2026, accepted for publication 13.08.2026

УДК 629.365

DOI: 10.35211/1990-5297-2026-9-316-59-64

Научная статья
Original article

В. В. Чернышев, С. Д. Оборин, Д. С. Петров

КОЛЕСНО-ШАГАЮЩИЙ ДВИЖИТЕЛЬ ДЛЯ АВТОМОБИЛЯ ПОВЫШЕННОЙ ПРОХОДИМОСТИ

Волгоградский государственный технический университет, Волгоград, Россия

✉ Сергей Денисович Оборин, oborin.d.s@mail.ru

Аннотация. Обсуждается колесно-шагающий способ передвижения. Предложен цикловой механизм шагания навесного типа, используемый только в сложных условиях движения. Исследована его кинематика при совместной работе с колесным двигателем. Рассмотрены алгоритмы преодоления препятствий. Полученные результаты могут быть использованы в автомобилях повышенной проходимости.

Ключевые слова: колесно-шагающий движитель, шарнирно-рычажный механизм, кинематический анализ, алгоритмы управления, профильная и грунтовая проходимость

Для цитирования: Чернышев В. В., Оборин С. Д., Петров Д. С. Колесно-шагающий движитель для автомобиля повышенной проходимости. Известия ВолгГТУ. 2026; 9(316): 59–64. DOI: 10.35211/1990-5297-2026-9-316-59-64.

Информация об авторах:

Вадим Викторович Чернышев – д-р техн. наук, профессор, кафедра «Динамика и прочность машин» ВолгГТУ

<https://orcid.org/0000-0002-8687-8046>

e-mail: vad.chernyshev@mail.ru

Сергей Денисович Оборин – аспирант, кафедра «Динамика и прочность машин» ВолгГТУ

<https://orcid.org/0009-0003-4442-9802>

e-mail: oborin.d.s@mail.ru

Дмитрий Сергеевич Петров – аспирант, кафедра «Динамика и прочность машин» ВолгГТУ

<https://orcid.org/0009-0004-5222-8442>

e-mail: dmitry.rogue@yandex.ru

Вклад авторов:

В. В. Чернышев – определение цели работы, постановка задачи, редактирование текста статьи.

С. Д. Оборин – математическое моделирование, написание текста статьи.

Д. С. Петров – обработка и анализ результатов исследования, написание текста статьи.

V. V. Chernyshev, S. D. Oborin, D. S. Petrov

A WALKING WHEEL PROPULSION UNIT FOR AN ALL-TERRAIN VEHICLE

Volgograd State Technical University, Volgograd, Russia

✉ **Sergey D. Oborin**, oborin.d.s@mail.ru

Annotation. A wheeled-walking mode of locomotion is discussed. A mounted cyclic walking mechanism is proposed, used only in difficult driving conditions. Its kinematics are studied in conjunction with a wheeled propulsion unit. Algorithms for overcoming obstacles are considered. The results obtained can be used in all-terrain vehicles.

Keywords: wheeled walking propulsion, articulated lever mechanism, kinematic analysis, control algorithms, profile- and ground passability

For citation: Chernyshev V. V., Oborin S. D., Petrov D. S. A walking wheel propulsion unit for an all-terrain vehicle. *Izvestia VSTU*. 2026; 9(316): 59–64. DOI: 10.3521/1990-5297-2026-9-316-59-64.

Information about the authors:

Vadim V. Chernyshev – D. Sc. (Engineering), Professor, Department of Dynamics and Strength of Machines VSTU

<https://orcid.org/0000-0002-8687-8046>

e-mail: vad.chernyshev@mail.ru

Sergey D. Oborin – Postgraduate Student, Department of Dynamics and Strength of Machines VSTU

<https://orcid.org/0009-0003-4442-9802>

e-mail: oborin.d.s@mail.ru

Dmitry S. Petrov – Postgraduate Student, Department of Dynamics and Strength of Machines VSTU

<https://orcid.org/0009-0004-5222-8442>

e-mail: dmitry.rogue@yandex.ru

Contribution of the authors:

Vadim V. Chernyshev – definition of the study's objective, problem statement, editing the text of the article.

Sergey D. Oborin – Mathematical modeling, article writing.

Dmitry S. Petrov – processing and analysis of research results, article writing.

Введение

В настоящее время все большее применение находят шагающие машины и роботы различного типа [1–3]. Они могут перемещаться и работать в условиях сложной местности. Вместе с тем, шагающие машины не могут обеспечить высокую скорость передвижения. Традиционные колесные машины лишены этого недостатка, но имеют ограниченную грунтовую и профильную проходимость. Колесно-шагающие машины могут сочетать преимущества как колесных, так и шагающих движителей [4–7]. Однако, из-за сложной конструкции машины

такого типа не получили широкого распространения. В работе рассматривается колесно-шагающий способ передвижения автомобиля повышенной проходимости с помощью простых и надежных цикловых механизмов шагания навесного типа.

Таковыми механизмами шагания могут комплектоваться серийно выпускаемые автомобили. Предполагается, что они будут использоваться только в условиях сложного рельефа и слабонесущих грунтов. В обычных условиях автомобиль будет передвигаться как обычное колесное транспортное средство.

Механизм шагания

Рассматривается механизм шагания циклового типа на базе четырехзвенного плоского механизма с шарнирно прикрепленными стопами [8]. Схема механизма шагания представлена на рис. 1. Кривошип 1 является ведущим звеном механизма шагания. Он шарнирно соединен с Т-образным шатуном 2, который является опорным звеном (ногой). С другой стороны к Т-образному звену шарнирно прикреплен качающийся рычаг 3. К нижнему концу шатуна 2 крепится стопа 4. Привод механизма шагания осуществляется мотор-редуктором 5. Качающийся рычаг 3 верхним концом прикреплен к кривошипу механизма смены положения точки подвеса, состоящего из линейного электропривода 6 и вала с кривошипом 7 точки подвеса рычага 3. За счет изменения углового положения кривошипа 7 регулируются длина и высота шага.

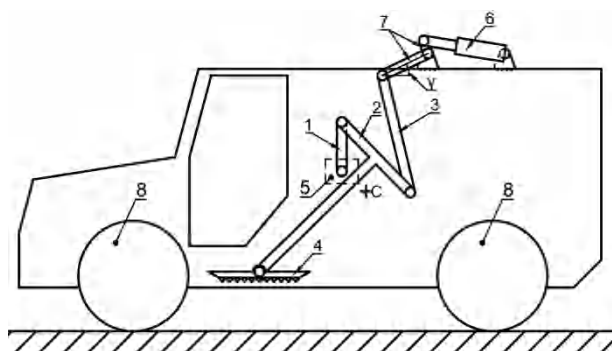


Рис. 1. Схема механизма шагания в транспортном положении

Методика определения кинематических характеристик

Был проведен полный кинематический анализ движения механизмов шагания корпуса автомобиля. При определении скоростей и ускорений узловых точек механизма шагания он рассматривался как плоский многозвенный механизм. При составлении дифференциальных уравнений движения звеньев их угловые скорости выражались через скорости точек, на которые накладываются внешние связи. Выражения для скоростей узловых точек получались последовательным рассмотрением движений звеньев механизма. Угловые ускорения звеньев двигателя определялись дифференцированием их угловых скоростей. Для задания движения корпуса к уравнениям движения также добавлялись формулы для проекций относительных скоростей опорных точек, являющихся узловыми точками опорного звена, а также формулы для относительных координат опорных точек, необходимых для определения момента смены стопы и колеса в опорной фазе.

Относительные траектории опорной точки механизма (шарнира стопы 4) для различных углов γ представлены на рис. 2. На траекториях рис. 2 точки с заливкой соответствуют опорной фазе, точки без заливки – фазе переноса.

На траекториях рис. 2 цифрами обозначены различные этапы движения: 0–5 – движение на колесах; 6–7 – шагающее движение; 8–12 – колесно-шагающее движение; 12–14 – шагающее движение; 15–24 – фаза переноса стопы.

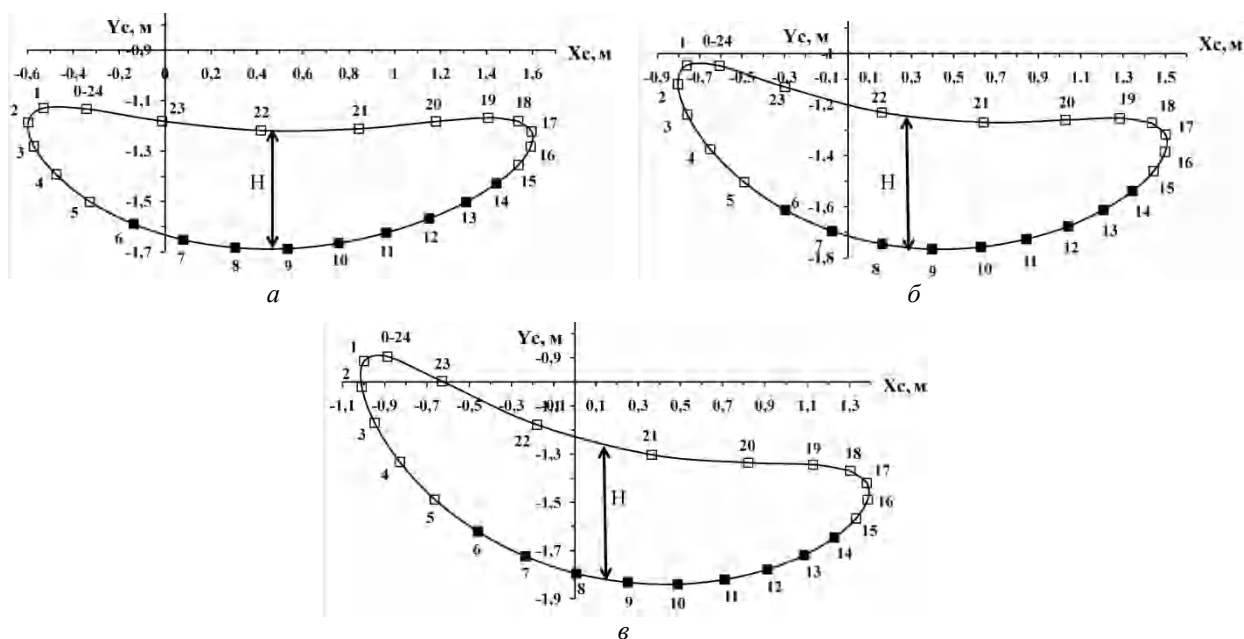


Рис. 2. Относительная траектория движения опорной точки механизма шагания при:
а – $\gamma = 0,14$ рад; б – $\gamma = 0,35$ рад; в – $\gamma = 0,52$ рад

Траектории на рис. 2, *а* и 2, *б* больше подходят для маршевого режима движения; на рис. 2, *в* – для режима преодоления препятствий. Для дальнейшего анализа колесно-шагающего способа передвижения использовалась траектория 2, *б*, поскольку она является промежуточной и подходит для движения как в маршевом режиме, так и в режиме преодоления препятствий. Высота шага для такой траекто-

рии *H* примерно составляет 0,5 м. При этом высота подъема передних колес автомобиля будет примерно в 2 раза больше – около 1 м.

Алгоритмы преодоления препятствий

На дороге или ровном участке местности движение осуществляется в колесном режиме. Система находится в транспортном положении: стопа с грунтозацепом прижата к днищу, криво-

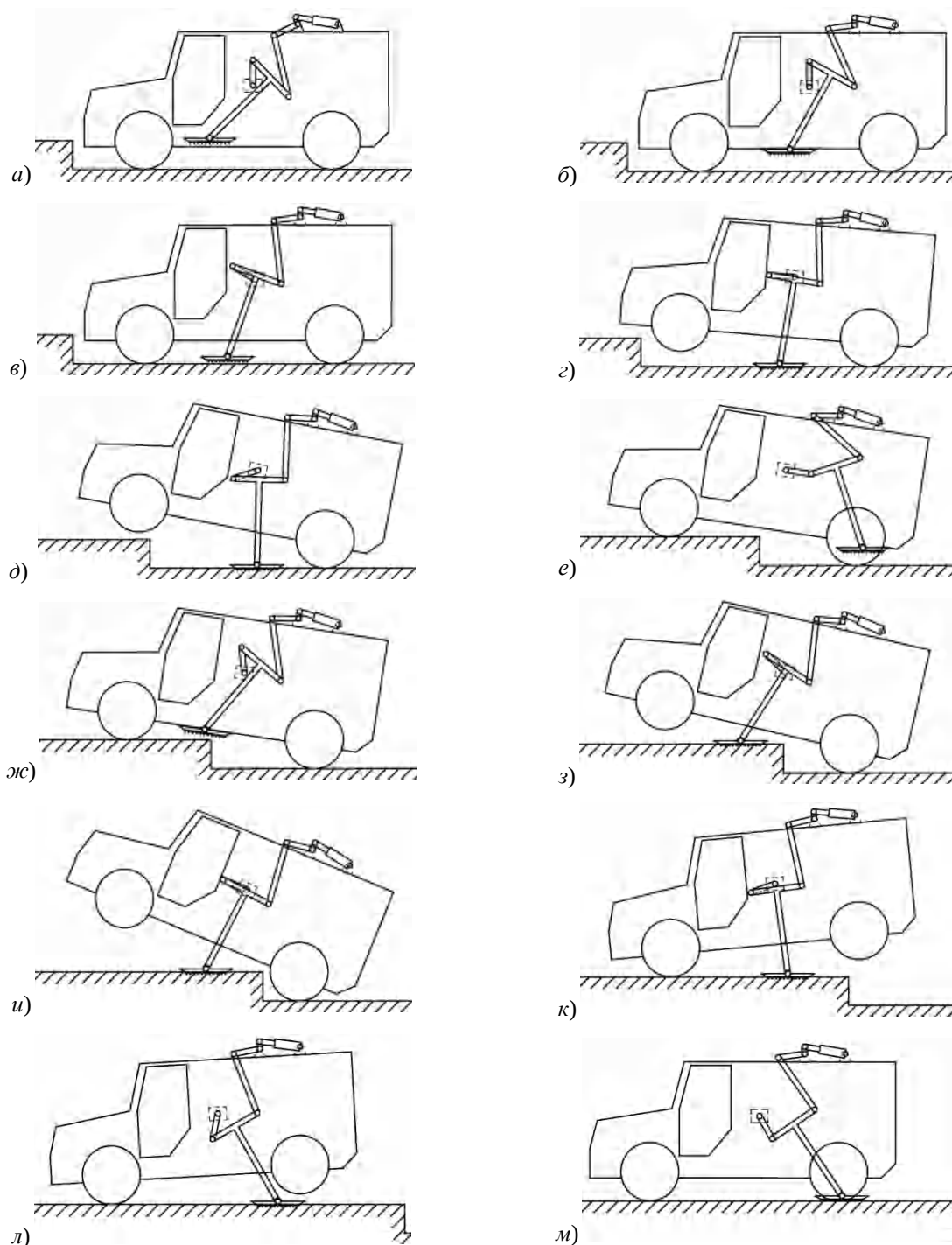


Рис. 3. Этапы преодоления выступающего препятствия

шип и рычаг зафиксированы. При активации шагающего режима электропривод изменяет угол кривошипа точки подвеса и переводит механизм в рабочее положение. Ведущий кривошип начинает вращение. В опорной фазе механизм шагания обеспечивает подъем носа машины. Нога механизма опирается на грунт, обеспечивая повышенное сцепление, тем самым обеспечивая движение на грунте с низкой несущей способностью. После преодоления «проблемного участка» механизм шагания возвращается в транспортное положение.

При преодолении, например, выступающего препятствия алгоритм меняется (рис. 3). До встречи с препятствием автомобиль движется в колесном режиме, а шагающий механизм находится в транспортном положении (рис. 3, а). При встрече с препятствием линейный привод переводит шарнирно-рычажный механизм в рабочую конфигурацию (рис. 3, б), после чего привод шагания перемещает опорную стопу по расчетной траектории до ее контакта с опорной поверхностью (рис. 3, в). В опорной фазе шагающий механизм и колесный движитель работают одновременно (рис. 3, г–д), до тех пор, пока передняя часть автомобиля не преодолеет выступ. Когда передние колеса находятся в опоре на выступе, стопа переводится в фазу переноса и возвращается в исходное положение (рис. 3, е–ж). Далее цикл повторяется для задних колес, при этом стопа опирается на препятствие (выступ) (рис. 3, з). При следующей опорной фазе осуществляется одновременная работа колесно-шагающего движителя, заключающаяся в перемещении стопы и задней части автомобиля до приближения задних колес к препятствию (рис. 3, и). После приближения задней оси к препятствию, автомобиль наклоняется в сторону по ходу движения до тех пор, пока передние колеса не будут в опоре (рис. 3, к). На данном этапе движение осуществляется за счет передних колес и механизма шагания до преодоления препятствия задними колесами (рис. 3, л). После полного преодоления препятствия стопа возвращается в исходное транспортное положение (рис. 3, м), и дальнейшее движение осуществляется в колесном режиме.

Преодоление машиной рвов и канав происходит приблизительно таким же способом – перенос передних колес, перешагивание траншеи, перенос задних колес.

Заключение

Предложенная конструкция дополнительного навесного шагающего движителя может обеспечить повышение (в 2–3 раза) профильной проходимости колесного транспортного средства. Рассмотренный колесно-шагающий способ передвижения может быть использован на автомобилях повышенной проходимости, работающих в условиях бездорожья, сложного рельефа и слабонесущих грунтов.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

1. Сравнительный анализ колесных, гусеничных и шагающих машин / Е. С. Брискин, В. В. Чернышев, А. В. Малолетов, Н. Г. Шаронов // Робототехника и техническая кибернетика. – 2013. – № 1 (1). – С. 6–14.
2. Павловский, В. Е. О разработках шагающих машин / В. Е. Павловский // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. – 2013. – № 101. – URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2013-101>, свободный (дата обращения: 03.06.2026). – Текст: электронный.
3. Walking machines for operation on non-cohesive and water-saturated soils / Ya. Kalinin, V. Chernyshev, M. Vetsitsyn, et al. // II international scientific and practical conference “Energy, ecology and technology in agriculture” : E3S Web of Conferences, Khujand, 11–13 декабря 2023 года. – PA COURTABOEUF: EDP SCIENCES, 2024. – P. 2017. – DOI 10.1051/e3sconf/202448002017.
4. Transformable quadruped wheelchair: Unified walking and wheeled locomotion via mode-conditioned policy distillation / A. Akamisaka, et al. // Applied Sciences. – 2025. – Vol. 15, № 4. – Art. 1987.
5. Hybrid Wheel-Leg Locomotion in Rough Terrain. Experimental Robotics / B. Silva, et al. // ISER 2020. Springer Proceedings in Advanced Robotics. – 2021. – Vol 19. – Pp. 95–104. – DOI: 10.1007/978-3-030-71151-1_9.
6. Паукообразные шагающие экскаваторы. – URL: <https://skoleso.ru/avtopark/shagayushhie-kolesnye-ekskavatory-prohodimost-na-grani-fantastiki/>, свободный (дата обращения: 03.06.2026). – Текст: электронный.
7. Walking Excavators. [Электронный ресурс]. – URL: <https://www.oemoffhighway.com/market-analysis/industry-news/construction/article/21067938/walking-excavators-require-top-performing-components>, свободный (дата обращения: 03.06.2026). – Текст: электронный.
8. Чернышев, В. В. Цикловой механизм шагания с трансформируемой траекторией опорной точки / В. В. Чернышев, В. В. Арыканцев // Теория механизмов и машин. – 2017. – Т. 15, № 2(34). – С. 71–79. – DOI 10.5862/TMM.34.4.

REFERENCES

1. Briskin, E. S. Comparative analysis of wheeled, tracked and walking machines / E. S. Briskin, V. V. Chernyshev, A. V. Maloletov, N. G. Sharonov // Robotics and technical cybernetics. – 2013. – No. 1 (1). – Pp. 6–14.
2. Pavlovsky, V. E. On the development of walking machines [Electronic resource] / V. E. Pavlovsky // Preprints of the Keldysh Institute of Applied Mathematics. – 2013. – No. 101. – Access mode: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2013-101>, free (accessed: 03.06.2026).

3. Walking machines for operation on non-cohesive and water-saturated soils / Ya. Kalinin, V. Chernyshev, M. Vetlitsyn, et al. // II international scientific and practical conference "Energy, ecology and technology in agriculture" : E3S Web of Conferences, Khujand, 11–13 декабря 2023 года. – PA COURTABOEUF: EDP SCIENCES, 2024. – P. 2017. – DOI 10.1051/e3sconf/202448002017.

4. Transformable quadruped wheelchair: Unified walking and wheeled locomotion via mode-conditioned policy distillation / A. Akamisaka, et al. // Applied Sciences. – 2025. – Vol. 15, No. 4. – Art. 1987.

5. Hybrid Wheel-Leg Locomotion in Rough Terrain. Experimental Robotics / B. Silva, et al. // ISER 2020. Springer Proceedings in Advanced Robotics. – 2021. – Vol 19. – Pp. 95-104. – DOI: 10.1007/978-3-030-71151-1_9.

6. Spider-like walking excavators [Electronic resource]. – Access mode: <https://5koleso.ru/avtopark/shagayushhie-kolesnye-ekskavatory-prohodimost-na-grani-fantastiki/>, free (accessed: 03.06.2026).

7. Walking Excavators [Electronic resource]. – Access mode: <https://www.oemoffhighway.com/market-analysis/industry-news/construction/article/21067938/walking-excavators-require-top-performing-components>, free (accessed: 03.06.2026).

8. Chernyshev, V. V. Cyclic walking mechanism with a transformable trajectory of the support point / V. V. Chernyshev, V. V. Arykantsev // Theory of mechanisms and machines. – 2017. – Vol. 15, No. 2 (34). – Pp. 71-79. – DOI 10.5862/TMM.34.4.

Статья поступила в редакцию 29.06.2026, доработана 21.07.2026, подписана в печать 13.08.2026
The article was submitted 29.06.2026, revised 21.07.2026, accepted for publication 13.08.2026

Ответственный за выпуск
Ирина Петровна **ВЕРШИНИНА**

Оригинал-макет и электронная версия издания
подготовлены редакционно-издательским отделом
Издательства ВолгГТУ

Корректурa **А. Н. Сергеевой**
Компьютерная верстка: **Е. В. Макарова**

Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77–61113 от 19 марта 2015 г.
Федеральной службы по надзору в сфере связи, информационных технологий
и массовых коммуникаций (Роскомнадзор)

Учредитель:
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Волгоградский государственный технический университет» (ВолгГТУ)

Адрес редакции и издателя: 400005, г. Волгоград, просп. В. И. Ленина, 28.
Волгоградский государственный технический университет (ВолгГТУ)
Телефон: гл. редактор – 8 (8442) 24-80-00
E-mail: ianovakov@vstu.ru

Темплан 2026 г. Поз. № 8ж. Дата выхода в свет 29.09.2026 г. Формат 60 x 84 1/8.
Бумага офсетная. Гарнитура Times. Печать офсетная. Усл. печ. л. 7,44. Уч.-изд. л. 7,10.
Тираж 100 экз. Свободная цена. Заказ № 417.

Отпечатано в типографии Издательства ВолгГТУ
400005, г. Волгоград, просп. В. И. Ленина, 28, корп. 7.

ISSN 1990-5297



9 771990 529000 >