

ИЗВЕСТИЯ

Волгоградского
государственного
технического
университета

ISSN 1990-5297



Серия
Роботы, мехатроника
и робототехнические системы

16+

№ 4 (299)
2025

Главный редактор научного журнала
«Известия Волгоградского государственного технического университета»
академик РАН, профессор, доктор химических наук,
советник при ректорате Волгоградского государственного технического университета (ВолгГТУ)
И. А. НОВАКОВ

Редакционная коллегия:

Байбурин В. Б., д-р физ.-мат. наук, проф., академик РАН, засл. деятель науки РФ, Саратовский государственный технический университет (г. Саратов, Россия)
Безъязычный В. Ф., д-р техн. наук, проф., Рыбинский государственный авиационный технический университет им. П. А. Соловьева (г. Рыбинск, Россия)
Бодров В. Н., д-р, проф., Университет прикладных наук (г. Берлин, Германия)
Бребельс А., PhD, доцент факультета инженерных наук университета г. Левена (г. Левен, Бельгия)
Буренин А. А., чл.-корр. РАН, Институт машиноведения и металлургии ДВО РАН (г. Комсомольск-на-Амуре, Россия)
Голованчиков А. Б., д-р. техн. наук, проф. ВолгГТУ
Гринберг Б. А., д-р физ.-мат. наук, Институт физики металлов УрО РАН (г. Екатеринбург, Россия)
Гуревич Л. М., д-р техн. наук, доц. ВолгГТУ
Добрушин Л. Д., д-р техн. наук, Институт электросварки им. Е. О. Патона НАН Украины (г. Киев, Украина)
Злотин С. Г., д-р хим. наук, проф., Институт органической химии им. Н. Д. Зелинского РАН (г. Москва, Россия)
Иванов А. М., д-р техн. наук, проф., Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ, г. Москва, Россия)
Иващенко Н. А., д-р техн. наук, проф., засл. деятель науки РФ, МГТУ им. Н. Э. Баумана (г. Москва, Россия)
Королев А. В., д-р техн. наук, проф., Саратовский государственный технический университет (г. Саратов, Россия)
Кузьмин С. В., чл.-корр. РАН, д-р техн. наук, проф. ВолгГТУ
Кураев А. А., д-р физ.-мат. наук, проф., Белорусский государственный университет информатики и радиоэлектроники (БГУИР, г. Минск, Республика Беларусь)
Лысак В. И., академик РАН, засл. деятель науки РФ, д-р техн. наук, проф. ВолгГТУ
Марков В. А., д-р техн. наук, проф., Московский государственный технический университет (МГТУ) им. Н. Э. Баумана (г. Москва, Россия)
Мертен Клеменс, д-р техн. наук, проф. Universität Stuttgart Institut für Chemische Verfahrenstechnik (г. Штутгарт, Германия)
Навроцкий А. В., д-р хим. наук, проф. ВолгГТУ
Нижегородцев Р. М., д-р экон. наук, Институт проблем управления им. В. А. Трапезникова РАН (г. Москва, Россия)
Пай В. В., д-р физ.-мат. наук, Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева СО РАН (г. Новосибирск, Россия)
Пустовойт В. Н., д-р техн. наук, проф., засл. деятель науки РФ, Донской государственный технический университет (г. Ростов-на-Дону, Россия)
Русинов В. Л., чл.-корр. РАН, Химико-технологический институт Уральского федерального университета (ХТИ УрФУ, г. Екатеринбург, Россия)
Рыбин В. В., чл.-корр. РАН, д-р физ.-мат. наук, проф., Санкт-Петербургский политехнический университет (г. Санкт-Петербург, Россия)
Трюэль Жан-Луи, д-р экон. наук, проф., Университет «Париж-12», Сорбонна, Франция, вице-президент Международного клуба экономистов «Круг Кондратьева»
Тхай Куанг Винь, д-р философии, Институт информационных технологий (г. Ханой, Вьетнам)
Федянов Е. А., д-р техн. наук, проф. ВолгГТУ
Фролов В. А., д-р техн. наук, проф., МАТИ – Российский государственный технологический университет им. К. Э. Циолковского (г. Москва, Россия)
Шарилов В. М., д-р техн. наук, проф., Московский государственный технический университет (МАМИ, г. Москва, Россия)
Шаховская Л. С., д-р экон. наук, проф. ВолгГТУ
Щербаков М. В., д-р техн. наук, проф. ВолгГТУ

Серия

«РОБОТЫ,
МЕХАТРОНИКА
И РОБОТОТЕХНИЧЕСКИЕ
СИСТЕМЫ»

ИЗВЕСТИЯ



ВОЛГОГРАДСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО
ТЕХНИЧЕСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

Журнал входит в перечень утвержденных ВАК РФ изданий для публикации трудов соискателей ученых степеней

РЕДАКЦИОННЫЙ СОВЕТ:

Председатель

Брискин Е. С., д.ф.-м.н., проф.

Горобцов А. С., д.т.н., проф.

Жога В. В., д.ф.-м.н., проф.

Зейдис И., PhD, проф.,

Университет Ильменау
(г. Ильменау, Германия)

Ермолов И. Л., д.т.н., проф. РАН,
ИПМех им. А. Ю. Ишлинского РАН
(г. Москва)

Калинин Я. В., к.т.н., доцент,
Холдинг «Вертолеты России»

Капустян С. Г., д.т.н.,
ЮФУ (г. Ростов-на-Дону)

Малолетов А. В., д.ф.-м.н.,
Университет Иннополис
(г. Иннополис, Республика Татарстан)

Медведев М. Ю., д.т.н., доцент,
ЮФУ (г. Ростов-на-Дону)

Несмиянов И. А., д.т.н., доцент,
ВолГТУ (г. Волгоград)

Пановко Г. Я., д.т.н., проф.
ИМАШ им. А. А. Благоданова
РАН (г. Москва)

Ронжин А. Л., д.т.н., проф. РАН,
СПИИРАН (г. Санкт-Петербург)

Фоменков С. А., д.т.н., проф.

Чернышев В. В., д.т.н., проф.

Шаронов Н. Г., к.т.н., доцент

Ющенко А. С., д.т.н., проф.,
МГТУ им. Н. Э. Баумана (г. Москва)

Ячун С. Ф., д.т.н., проф.,
ЮЗГУ (г. Курск)

Ответственный секретарь

Вершинина И. П.

Тел.: 8 (8442) 24-81-13

Международный индекс журнала
ISSN 1990-5297

Журнал распространяется
по подписке.

Индекс журнала
по объединенному каталогу
«Пресса России» – 80811
https://www.pressa-rf.ru/cat/1/edition/y_e80811/

Тел. Издательства ВолГТУ:

8 (8442) 24-84-05

8 (8442) 24-84-08

zavrio@vstu.ru

Научный журнал

Издается с января 2004 г.

Выходит двенадцать раз в год

№ 4 (299)

Апрель 2025

УЧРЕДИТЕЛЬ:

ФГБОУ высшего образования

«Волгоградский государственный технический университет»

Адрес редакции:

Волгоград, пр. В. И. Ленина, 28.

Телефон: гл. редактор – 8(8442) 24-80-00

E-mail: ianovakov@vstu.ru

Журнал зарегистрирован в Федеральной службе по надзору в сфере связи, информационных технологий и массовых коммуникаций (Роскомнадзор)

Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77-61113 от 19 марта 2015 г.

Печатается по решению редакционно-издательского совета
Волгоградского государственного технического университета

**Авторское право на журнал в целом принадлежит Учредителю,
на отдельные статьи – сохраняется за автором**

Перепечатка из журнала «Известия Волгоградского государственного технического университета» категорически запрещена без оформления договора в соответствии с действующим законодательством РФ

При перепечатке материалов ссылка на журнал «Известия Волгоградского государственного технического университета» обязательна

Head Editor of the scientific journal "Izvestiya VSTU":

Novakov I. A. – Academician of RAS, Prof., Doctor of Chemistry, Advisor in the Rector's Office of VSTU

Editorial board:

Baiburin V. B., D. Sc. (Physical and Mathematical Sciences), Prof., Academician of RAS, Honored Scientist of the Russian Federation, State Technical University of Saratov (Saratov, Russia)

Bezyazychny V. F., D. Sc. (Engineering), Prof., Rybinsk State Aviation Technical University named after P.A. Solovyov (Rybinsk, Russia)

Bodrov V. N., D. Sc., Prof., University of Applied Sciences (Berlin, Germany)

Brebels A., PhD, Associate Prof., Faculty of Engineering Science of University of Leuven (Leuven, Belgium)

Burenin A. A., Corresponding Member of RAS, Institute of Machinery and Metallurgy of the FEB RAS (Komsomolsk-on-Amur, Russia)

Golovanchikov A. B., D. Sc. (Engineering), Prof. of VSTU

Grinberg B. A., D. Sc. (Physical and Mathematical Sciences), Institute of Metal Physics, Ural Division of RAS (Ekaterinburg, Russia)

Gurevich L. M., D. Sc. (Engineering), Associate Prof. of VSTU

Dobrushin L. D., D. Sc. (Engineering), E. O. Paton Electric Welding Institute of the National Academy of Sciences of Ukraine (Kiev, Ukraine)

Zlotin S. G., D. Sc. (Chemistry), Prof., N. D. Zelinsky Institute of Organic Chemistry Russian Academy of Sciences (Moscow, Russia)

Ivanov A. M., D. Sc. (Engineering), Prof., Moscow Automobile and Road Construction University (MADI) (Moscow, Russia)

Ivashchenko N. A., D. Sc. (Engineering), Prof., Honored Scientist of the Russian Federation, Bauman Moscow State Technical University (Moscow, Russia)

Korolev A. V., D. Sc., Prof., State Technical University of Saratov (Saratov, Russia)

Kuzmin S. V., Corresponding Member of RAS, D. Sc. (Engineering), Prof. of VSTU

Kurayev A. A., D. Sc. (Physical and Mathematical Sciences), Prof., Belarusian State University of Informatics and Radioelectronics (BSUIR) (Minsk, Republic of Belarus)

Lysak V. I., Academician of RAS, Honored Scientist of the Russian Federation, D. Sc. (Engineering), Prof. of VSTU

Markov V. A., D. Sc. (Engineering), Prof., Bauman Moscow State Technical University (Moscow, Russia)

Merten K., D. Sc. (Engineering), Prof., Institute of Chemical Process Engineering (Stuttgart, Germany)

Navrotsky A. V., D. Sc. (Chemistry), Prof. of VSTU

Nizhegorodtsev R. M., D. Sc. (Economy), Chief research worker, Institute of Control Sciences V. A. Trapeznikov Academy of Sciences (Moscow, Russia)

Pai V. V., D. Sc. (Physical and Mathematical Sciences), Lavrentyev Institute of Hydrodynamics of SB RAS (Novosibirsk, Russia)

Pustovoyt V. N., D. Sc. (Engineering), Prof., Honored Scientist of the Russian Federation, Don State Technical University (Rostov-on-Don, Russia)

Rusinov V. L., Corresponding Member of RAS, Institute of Chemical Technology of Ural Federal University (Ekaterinburg, Russia)

Rybin V. V., Corresponding Member of RAS, D. Sc. (Physical and Mathematical Sciences), Prof., St. Petersburg Polytechnic University (St. Petersburg, Russia)

Thai Quang Vinh, D. Sc. (Philosophy), Institute of Information Technology (Hanoi, Vietnam)

Truel J.-L., D. Sc. (Economy), Prof., University Paris Est Créteil, Sorbonne, France, Vice-president of International economists club "Kondratiev Circle"

Fedyanov E. A., D. Sc. (Engineering), Prof. of VSTU

Frolov V. A., D. Sc. (Engineering), Prof., "MATI Russian State Technological University named after K. E. Tsiolkovsky" (Moscow, Russia)

Sharipov V. M., D. Sc. (Engineering), Prof., Moscow State Technical University "MAMI" (Moscow, Russia)

Shakhovskaya L. S., D. Sc. (Economy), Prof. of VSTU

Shcherbakov M. V., D. Sc. (Engineering), Prof. VSTU

SERIES
"ROBOTS,
MECHATRONICS
AND ROBOTIC SYSTEMS"

IZVESTIA



VOLGOGRAD STATE TECHNICAL
UNIVERSITY

The Journal is included to the list of peer-reviewed scientific journals and publications of the Higher Attestation Commission (HAC) of the RF for publishing of results of candidates for scientific degrees

Editorial board:

Chairman

Briskin E. S., D. Sc. (Physical and Mathematical), Prof.

Gorobtsov A. S., D. Sc. (Engineering), Prof.

Zhoga V. V., D. Sc. (Physical and Mathematical), Prof.

Zejdís I., PhD, Prof.,
Ilmenau University (Ilmenau, Germany)

Ermolov I. L., D. Sc. (Engineering),
Prof. RAS IPMechRAS (Moscow)

Kalinin Ya. V., Cand. Sc. (Engineering),
Assoc. Prof., Russian Helicopters

Kapustyan S. G., D. Sc. (Engineering),
SFEDU (Rostov-on-Don)

Maloletov A. V., D. Sc. (Physical and Mathematical), Innopolis University (Innopolis, Republic of Tatarstan)

Medvedev M. Yu., D. Sc. (Engineering),
Assoc. Prof., SFEDU (Rostov-on-Don)

Nesmiyanov I. A., D. Sc. (Engineering),
Assoc. Prof., Volgograd SAU (Volgograd)

Panovko G. Ya., D. Sc. (Engineering),
Prof., Mechanical Engineering Research Institute of the RAS (Moscow)

Ronzhin A. L., D. Sc. (Engineering),
Prof. RAS, SPIIRAS (St. Petersburg)

Fomenkov S. A., D. Sc. (Engineering),
Prof.

Chernyshev V. V., D. Sc. (Engineering),
Prof.

Sharonov N. G., Cand. Sc. (Engineering),
Assoc. Prof.

Yuschenko A. S., D. Sc. (Engineering),
Prof., Bauman MSTU (Moscow)

Yatsun S. F., D. Sc. (Engineering), Prof.,
SWSU (Kursk)

Executive secretary

Vershinina I. P.

Tel.: 8 (8442) 24-81-13

International index of the journal
ISSN 1990-5297

The journal is distributed
by subscription.
Index of the magazine according
to the united catalog
«Press of Russia» – 80811.
https://www.pressa-rf.ru/cat/1/edition/y_e80811/

Tel. Of VSTU editorial office:

8 (8442) 24-84-05

8 (8442) 24-84-08

zavrio@vstu.ru

© Volgograd State Technical University,
"Izvestia VSTU", 2024

Scientific journal

Published since January 2004

12 times a year

№ 4 (299)
April
2025

FOUNDER:

FSBEI of Higher Education
"Volgograd State Technical University"

Editorial office address:

Volgograd, Lenin avenue, 28.

Tel.: Head Editor – +7 (8442) 24-80-00

E-mail: ianovakov@vstu.ru

The journal is registered at the Federal Service on Control in the Sphere of Communication,
IT and Mass Communications (Roscomnadzor)
Registration certificate ПИ № ФС77–61113 of March 19, 2015

Is printed according to the decision of editorial-review board
of Volgograd State Technical University

***The copyright for the journal in general belongs to the Founder,
for separate articles – to authors.***

*Reprint from the journal "Izvestia VSTU" is strongly forbidden without conclusion of
an agreement in accordance with the legislation of the RF
When reprinting the materials, the citation to the journal "Izvestia VSTU" is obligatory*

АВТОРСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ

- | | |
|-------------------------|----------------------|
| Бабаев М. С. 6 | Оборин С. Д. 67 |
| Белкин У. В. 12 | Петров Д. С. 67 |
| Бордюгов Д. В. 16 | Приходский А. А. 12 |
| Борина А. П. 22 | Прокопов А. С. 16 |
| Быков А. С. 27, 48 | Рогачев А. А. 43 |
| Вершинина И. П. 61 | Сафонова Н. К. 43 |
| Ветлицын М. Ю. 31 | Серигов С. А. 12 |
| Воротников С. А. 35, 71 | Суханов М. С. 71 |
| Джачаев А. Ш. 35 | Терешин В. А. 22 |
| Климов К. В. 43 | Файзуллин Р. Ф. 79 |
| Кошман А. М. 27, 48 | Чернышев В. В. 67 |
| Крайнов Р. В. 84 | Шаронов Н. Г. 84 |
| Леонард А. В. 27, 48 | Шурыгин В. А. 27, 48 |
| Магид Е. А. 53, 79 | Щербов Р. М. 43 |
| Нелюбова А. В. 61 | |

СОДЕРЖАНИЕ

<i>Бабаев М. С.</i> Закономерности перемещения тросово-колесного робота по наклонным плоским поверхностям.....	6
<i>Белкин У. В., Приходский А. А., Сериков С. А.</i> Разработка и оценка алгоритмов децентрализованного управления роями роботов в сценариях ликвидации последствий чрезвычайных ситуаций.....	12
<i>Бордюгов Д. В., Прокопов А. С.</i> Об управлении движением двухсекционного капсульноподобного мобильного робота.....	16
<i>Борина А. П., Терешин В. А.</i> Перевернутый маятник как идеальный механизм в системе управления для стабилизации ходьбы.....	22
<i>Быков А. С., Кошман А. М., Леонард А. В., Шурыгин В. А.</i> Способ обхода роботом статичного препятствия на горизонтальной плоскости с помощью отклоняющей силы.....	27
<i>Ветлицын М. Ю.</i> Особенности движения рабочего органа захватного устройства при оптимальном ШИМ-управлении.....	31
<i>Джачаев А. Ш., Воротников С. А.</i> Метод роя частиц для решения обратной задачи кинематики манипуляторов с избыточным числом степеней подвижности.....	35
<i>Климов К. В., Рогачев А. А., Сафонова Н. К., Щербов Р. М.</i> Решение задач кинематики шестизвенного манипулятора RUKA в аппарате бикватернионов.....	43
<i>Кошман А. М., Быков А. С., Леонард А. В., Шурыгин В. А.</i> Планирование движения робота по горизонтальной плоскости с обходом двух статичных препятствий методом $VC/APF+BC_t^1$	48
<i>Магид Е. А.</i> Моделирование поисково-спасательных мобильных роботов и их взаимодействия для задач ликвидации последствий чрезвычайных ситуаций.....	53
<i>Нелюбова А. В., Вершинина И. П.</i> Динамика управляемого движения манипулятора-трипода с дополнительной связью.....	61
<i>Оборин С. Д., Петров Д. С., Чернышев В. В.</i> Модельная оценка структуры энергозатрат подводных шагающих робототехнических систем тяжелой весовой категории.....	67
<i>Суханов М. С., Воротников С. А.</i> Экспериментальная идентификация динамических параметров манипуляционного робота с шестью степенями подвижности.....	71
<i>Файзуллин Р. Ф., Магид Е. А.</i> Размещение зарядных станций для группы гомогенных беспилотных летательных аппаратов в миссиях покрытия больших территорий.....	79
<i>Шаронов Н. Г., Крайнов Р. В.</i> Кинематика якорно-тросового движителя мобильного робота с учетом геометрии механизма подъема.....	84

М. С. Бабаев

**ЗАКОНОМЕРНОСТИ ПЕРЕМЕЩЕНИЯ ТРОСОВО-КОЛЕСНОГО РОБОТА
ПО НАКЛОННЫМ ПЛОСКИМ ПОВЕРХНОСТЯМ**

Волгоградский государственный технический университет

maxsin1525@mail.ru

В работе дается обзор основных механизмов и подходов, которые используют тросовые роботы, перемещающиеся по плоским вертикальным и наклонным поверхностям; описание применения тросово-колесных роботов с несколькими ветвями тросов для задач перемещения по таким поверхностям, получение закономерностей перемещения таких роботов.

Ключевые слова: тросовый робот, перемещение по плоским вертикальным и наклонным поверхностям.

М. S. Babaev

**REGULARITIES OF MOVEMENT OF A CABLE-WHEELED ROBOT
ON INCLINED FLAT SURFACES**

Volgograd State Technical University

The work provides an overview of the main mechanisms and approaches used by rope robots moving on flat vertical and inclined surfaces; describes the use of rope-wheeled robots with several branches of cables for tasks of moving on such surfaces, obtaining patterns of movement of such robots.

Keywords: rope robot, moving on flat vertical and inclined surfaces.

Введение

В статье [1] был приведен обзор способов перемещения роботов по вертикальным поверхностям. Цель работы – обосновать применение тросовых роботов по наклонным плоским поверхностям и для мониторинга, обследования и ремонта протяженных и высотных зданий и сооружений, что важно для применения в строительной отрасли.

Основные механизмы и подходы, которые используют роботы для преодоления препятствий на вертикальных и наклонных поверхностях благодаря своей конструкции и принципу работы:

– системы сцепления. Роботов оснащают специальными механизмами, которые обеспечивают надежное сцепление с поверхностями. Это могут быть когти [2] для перемещения по ковровым покрытиям; присоски, которые создают вакуум [3], или магниты [4], которые позволяют роботу удерживаться на металличе-

ских поверхностях. Некоторые модели используют специальные резиновые или текстильные покрытия, которые увеличивают трение. Роботы с гусеничным движением обеспечивают высокий уровень сцепления и могут преодолевать неровности и небольшие препятствия на плоских поверхностях [5];

– механизмы передвижения. Для перемещения роботов по плоским вертикальным и наклонным поверхностям часто используют тросы [6];

– адаптивные сенсоры. Оснащенные различными сенсорами, такими как камеры, ультразвуковые датчики и гироскопы, роботы могут обнаруживать препятствия и оценивать расстояние до них. Это позволяет им адаптировать свои движения и избегать столкновений [7];

– алгоритмы управления. Современные роботы используют сложные алгоритмы для управления движением. Эти алгоритмы позволяют им планировать маршрут, анализировать

окружающую среду и принимать решения в реальном времени, что особенно важно при преодолении препятствий [8–10].

Постановка задачи

В статье [11], опираясь на конструкцию из [12], описана математическая модель переме-

щения тросового робота по вертикальной поверхности.

В настоящей работе рассчитаны силы для робота, удерживаемого четырьмя тросами и имеющего четыре опоры, движущегося по ровной вертикальной поверхности.

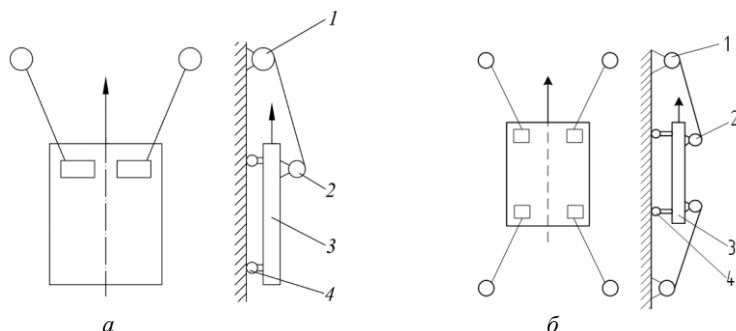


Рис. 1. Робот-прототип [6] (а) и предлагаемый вариант робота для мониторинга высотных зданий и сооружений (б):

1 – опорный барабан троса, 2 – тяговый барабан троса, 3 – корпус робота, 4 – пассивные опорные колеса

Предлагается вариант развития робота, показанного на рис. 1, а, в виде дополнения его тросов ветвями, идущими вниз (рис. 1, б), что позволяет осуществлять более надежный и управляемый прижим робота к поверхности, движение по наклонным поверхностям с отрицательными углами наклона к нормали, движению по горизонтальным поверхностям, когда вектор силы тяжести пытается оторвать робота от опорной поверхности.

Закономерности перемещения по плоским поверхностям

Математическая модель предлагаемого робота в соответствии с расчетной схемой, представленной на рис. 2:

– уравнение равенства проекций всех сил на ось Х нулю:

$$-T_1 \sin \alpha_1 - T_2 \sin \alpha_2 + N_1 + N_2 - G \sin \beta = 0; \quad (1)$$

– уравнение равенства проекций всех сил на ось Y нулю:

$$T_1 \cos \alpha_1 - T_2 \cos \alpha_2 - G \cos \beta = 0; \quad (2)$$

– уравнение равенства нулю моментов всех сил относительно ЦМ:

$$\begin{aligned} & -N_1 p_1 + N_2 p_2 + T_1 \left(\frac{d}{2} \cos \alpha_1 + h_2 - h_1 \right) - \\ & - T_2 \left(\frac{d}{2} \cos \alpha_2 + h_2 - h_1 \right) + \\ & + T_1 \left(\frac{d}{2} \sin \alpha_1 + l_1 \right) - T_2 \left(\frac{d}{2} \sin \alpha_2 + l_2 \right) = 0, \end{aligned} \quad (3)$$

где d – диаметр барабана.

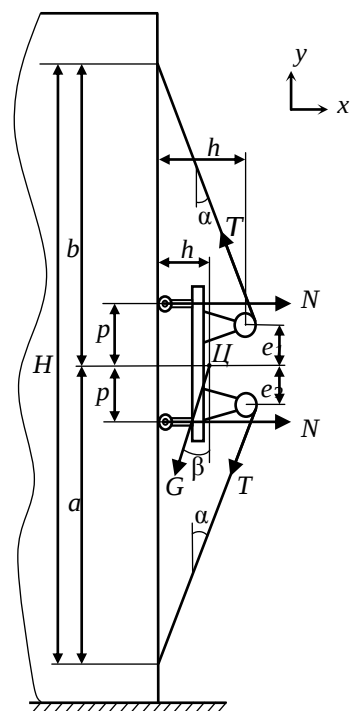


Рис. 2. Расчетная схема колесно-тросового робота на наклонной поверхности (при $\beta \neq 0$ на наклонной плоской поверхности, при $\beta = 0$ на вертикальной плоской поверхности):

ЦМ – центр масс робота, h_1 – расстояние от опорной поверхности до ЦМ, h_2 – расстояние от опорной поверхности до оси барабанов, e_1, e_2 – расстояния от осей барабанов 1, 2 до ЦМ соответственно, d – диаметр барабана, p_1, p_2 – расстояния от осей опор 1, 2 до ЦМ.

После приведения подобных членов получаем замкнутую систему из трех независимых уравнений плоской статики с четырьмя неизвестными N_1, N_2, T_1, T_2 :

$$\begin{cases} -T_1 \sin \alpha_1 - T_2 \sin \alpha_2 + N_1 + N_2 - G \sin \beta = 0 \\ T_1 \cos \alpha_1 - T_2 \cos \alpha_2 - G \cos \beta = 0, \\ -N_1 p_1 + N_2 p_2 + T_1 \left(\frac{d}{2} \cos \alpha_1 + h_2 - h_1 + \frac{d}{2} \sin \alpha_1 + l_1 \right) - \\ - T_2 \left(\frac{d}{2} \cos \alpha_2 + h_2 - h_1 + \frac{d}{2} \sin \alpha_2 + l_2 \right) = 0. \end{cases} \quad (4)$$

Из второго уравнения системы (4) выражаем T_1 :

$$T_1 = \frac{T_2 \cos \alpha_2 + G \cos \beta}{\cos \alpha_1} = 0. \quad (5)$$

Из первого уравнения системы (4) выражаем N_2 :

$$N_2 = G \sin \beta - N_1 + T_2 \sin \alpha_2 +$$

$$+ \frac{G \cos \beta + T_2 \cos \alpha_2}{\cos \alpha_1} \sin \alpha_1. \quad (6)$$

Тогда из третьего уравнения системы (4) определяем T_2 как функцию N_1 :

$$\begin{aligned} & -N_1 p_1 + G \cdot p_2 \sin \beta - N_1 p_2 + T_2 p_2 \sin \alpha_2 + \frac{G \cos \beta + T_2 \cos \alpha_2}{\cos \alpha_1} p_2 \sin \alpha_1 + \\ & + \frac{G \cos \beta + T_2 \cos \alpha_2}{\cos \alpha_1} \left(\frac{d}{2} \cos \alpha_1 + h_2 - h_1 + \frac{d}{2} \sin \alpha_1 + l_1 \right) = \\ & = T_2 \left(\frac{d}{2} \cos \alpha_2 + h_2 - h_1 + \frac{d}{2} \sin \alpha_2 + l_2 \right). \end{aligned} \quad (7)$$

Преобразуя, получаем:

$$\begin{aligned} & -N_1 p_1 + G \cdot p_2 \sin \beta - N_1 p_2 + G \cos \beta p_2 \operatorname{tg} \alpha_1 + G \frac{\cos \beta}{\cos \alpha_1} \left(\frac{d}{2} (\cos \alpha_1 + \sin \alpha_1) + l_1 + h_2 - h_1 \right) = \\ & = T_2 \left(\frac{d}{2} (\cos \alpha_2 + \sin \alpha_2) + l_2 + h_2 - h_1 \right) - T_2 \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1} \left(\frac{d}{2} (\cos \alpha_1 + \sin \alpha_1) + l_1 + h_2 - h_1 \right) - \\ & - T_2 p_2 \sin \alpha_2 - T_2 p_2 \cos \alpha_2 \operatorname{tg} \alpha_1. \end{aligned} \quad (8)$$

Отсюда выражаем T_2 как функцию N_1 , угла β , углов α_1 и α_2 :

$$T_2 = \frac{-N_1 A + G[B + C]}{D - E - F}, \quad (9)$$

где $A = (p_1 + p_2)$, $B = p_2 (\sin \beta + \cos \beta \operatorname{tg} \alpha_1)$;

$$C = \frac{\cos \beta}{\cos \alpha_1} \left(\frac{d}{2} (\cos \alpha_1 + \sin \alpha_1) + l_1 + h_2 - h_1 \right);$$

$$D = \frac{d}{2} (\cos \alpha_2 + \sin \alpha_2) + l_2 + h_2 - h_1;$$

$$E = \frac{\cos \alpha_2}{\cos \alpha_1} \left(\frac{d}{2} (\cos \alpha_1 + \sin \alpha_1) + l_1 + h_2 - h_1 \right).$$

Через известную функцию T_2 выражаем из (5) и (6) $T_1(N_1, \alpha_1, \alpha_2, \beta)$ и $N_2(N_1, \alpha_1, \alpha_2, \beta)$ соответственно.

Строим графики функций $T_1(N_1, \alpha_1, \alpha_2, \beta)$, $T_2(N_1, \alpha_1, \alpha_2, \beta)$, $N_2(N_1, \alpha_1, \alpha_2, \beta)$. В данном исследовании определяем функции $T_1(N_1, \alpha_1, \alpha_2, \beta)$, $T_2(N_1, \alpha_1, \alpha_2, \beta)$, $N_2(N_1, \alpha_1, \alpha_2, \beta)$ как функции

одного аргумента – N_1 , задавая остальные переменными: α_1 , α_2 , β как константами конкретного расчета. При этом α_1 , α_2 вычисляются по простым геометрическим формулам:

$$\alpha_1 = \arctg \frac{(h_2 + d/2)}{H - a},$$

$$\alpha_2 = \arctg \frac{(h_2 + d/2)}{a}.$$

Обсуждение результатов

Для условного робота весом $G = 500$ Н с конструктивными параметрами: $h_1 = 0,5$ м, $h_2 = 0,9$ м, $e_1 = 0,5$ м, $e_2 = 0,5$ м, $d = 0,2$ м, $p_1 = 0,7$ м, $p_2 = 0,7$ м, для высоты размещения опор тросового робота на здании $H = 180$ м, получаем результаты, приведенные на рис. 3–5, на которых указаны характерные 9 из 126 графиков, построенных для комбинации дискретных наборов $\beta = 0^\circ, 30^\circ, -30^\circ, -45^\circ, -60^\circ, -90^\circ$, $a = 10, 15, 20, 25, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90, 100, 110, 120, 130, 140, 150, 155, 160, 165, 170$.

Из анализа представленных графиков можно сделать вывод о линейном росте N_2 , T_1 , T_2 при росте N_1 независимо от геометрических условий применений робота. При этом наблюдается рост значения реакций T_1 , T_2 при росте a до середины расстояния H , потом наблюдается симметричный спад при уменьшении a .

Существуют области отрицательных значений T_2 (реакции троса в нисходящей ветви) при малых значениях N_1 , в таком случае может быть применен робот только с восходящими ветвями, это особенно заметно при нулевых и положительных углах наклона опорной поверхности.

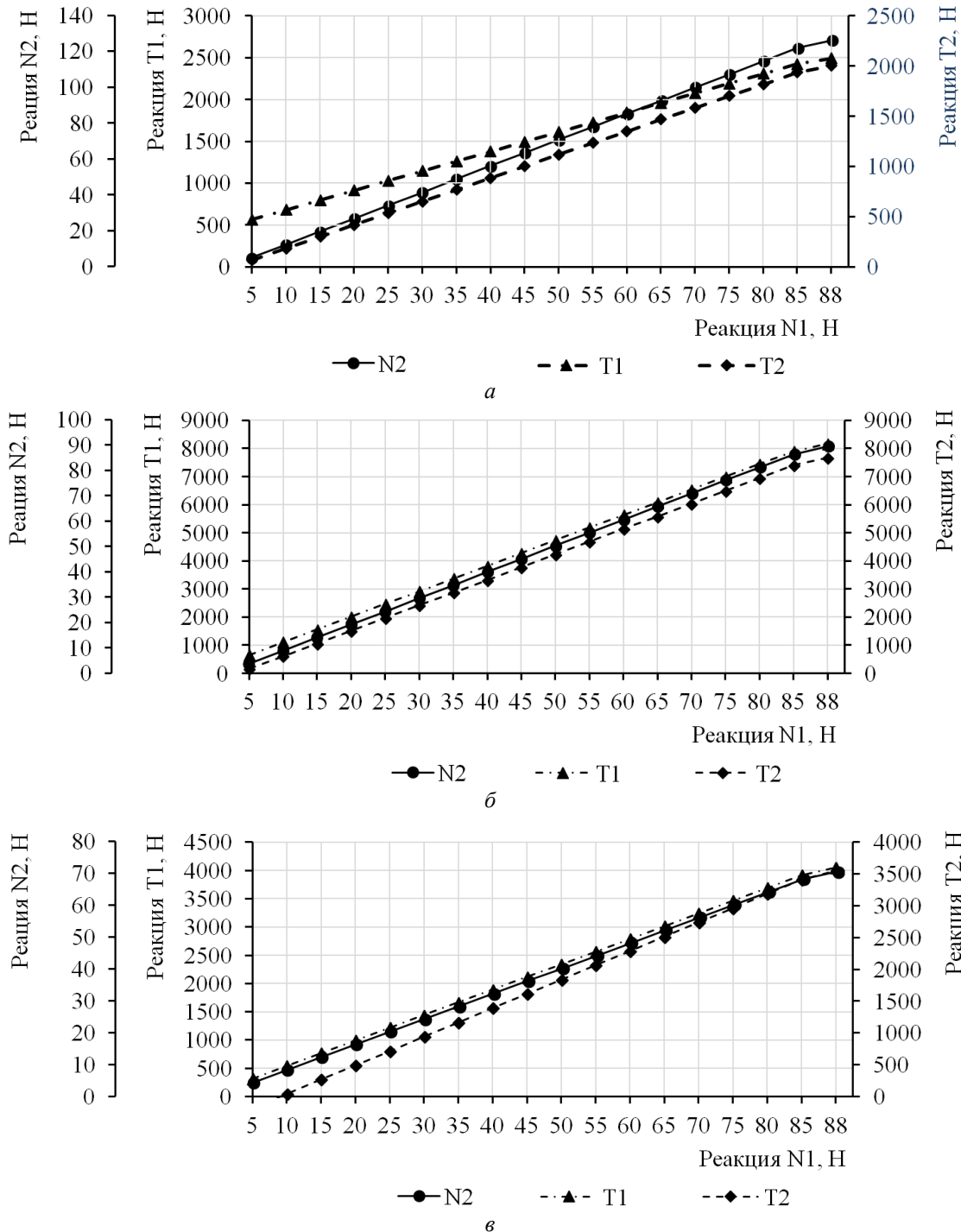


Рис. 3. Графики функций $T_1(N_1, \alpha_1, \alpha_2, \beta)$, $T_2(N_1, \alpha_1, \alpha_2, \beta)$, $N_2(N_1, \alpha_1, \alpha_2, \beta)$, построенные для комбинации дискретных наборов:
 а – реакции при $\beta = 0^\circ$, $a = 10$ м; б – реакции при $\beta = 0^\circ$, $a = 80$ м; в – реакции при $\beta = 0^\circ$, $a = 150$ м

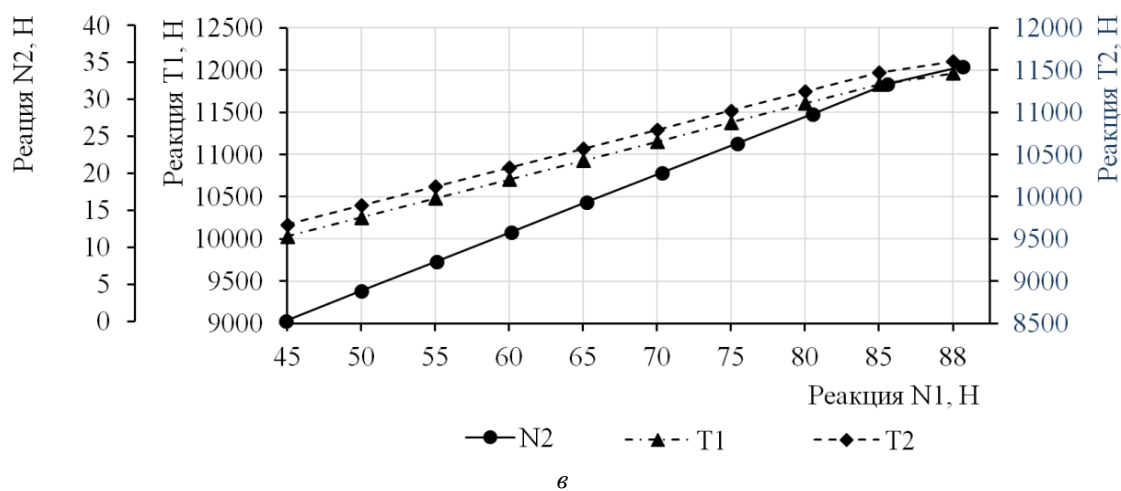
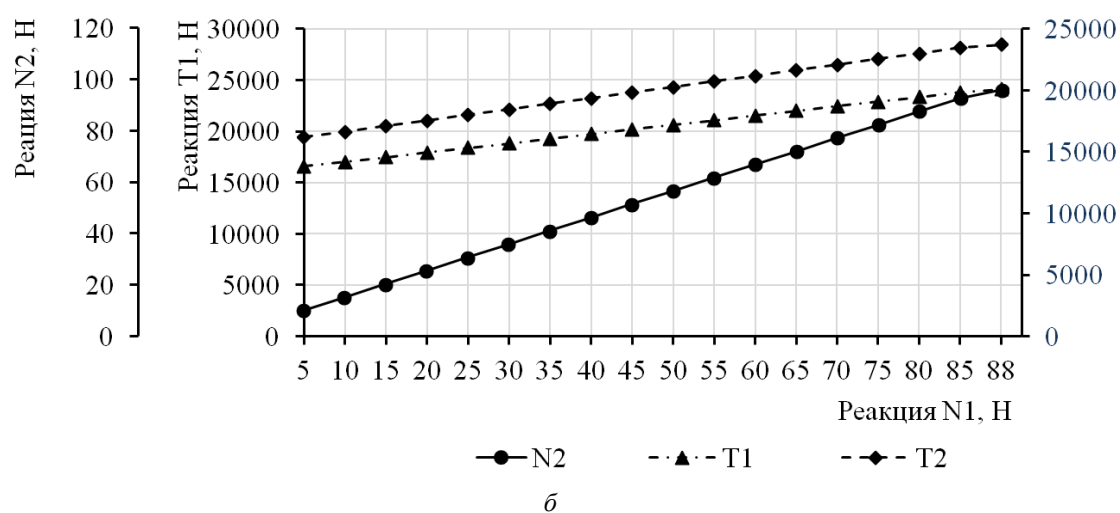
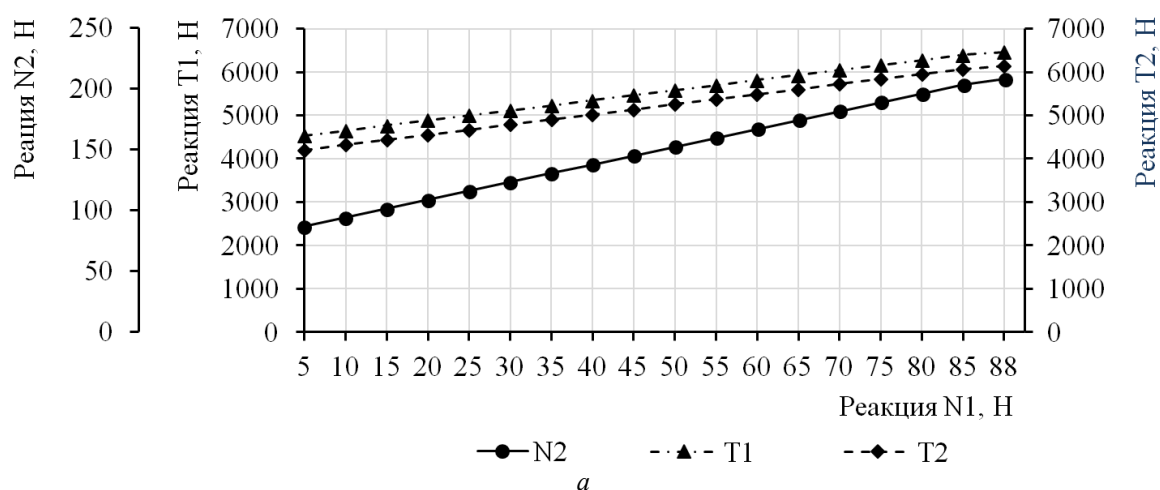


Рис. 4. Графики функций $T_1(N_1, \alpha_1, \alpha_2, \beta)$, $T_2(N_1, \alpha_1, \alpha_2, \beta)$, $N_2(N_1, \alpha_1, \alpha_2, \beta)$, построенные для комбинации дискретных наборов:
 а – реакции при $\beta = -45^\circ$, $a = 10$ м; б – реакции при $\beta = -45^\circ$, $a = 80$ м; в – реакции при $\beta = -45^\circ$, $a = 150$ м

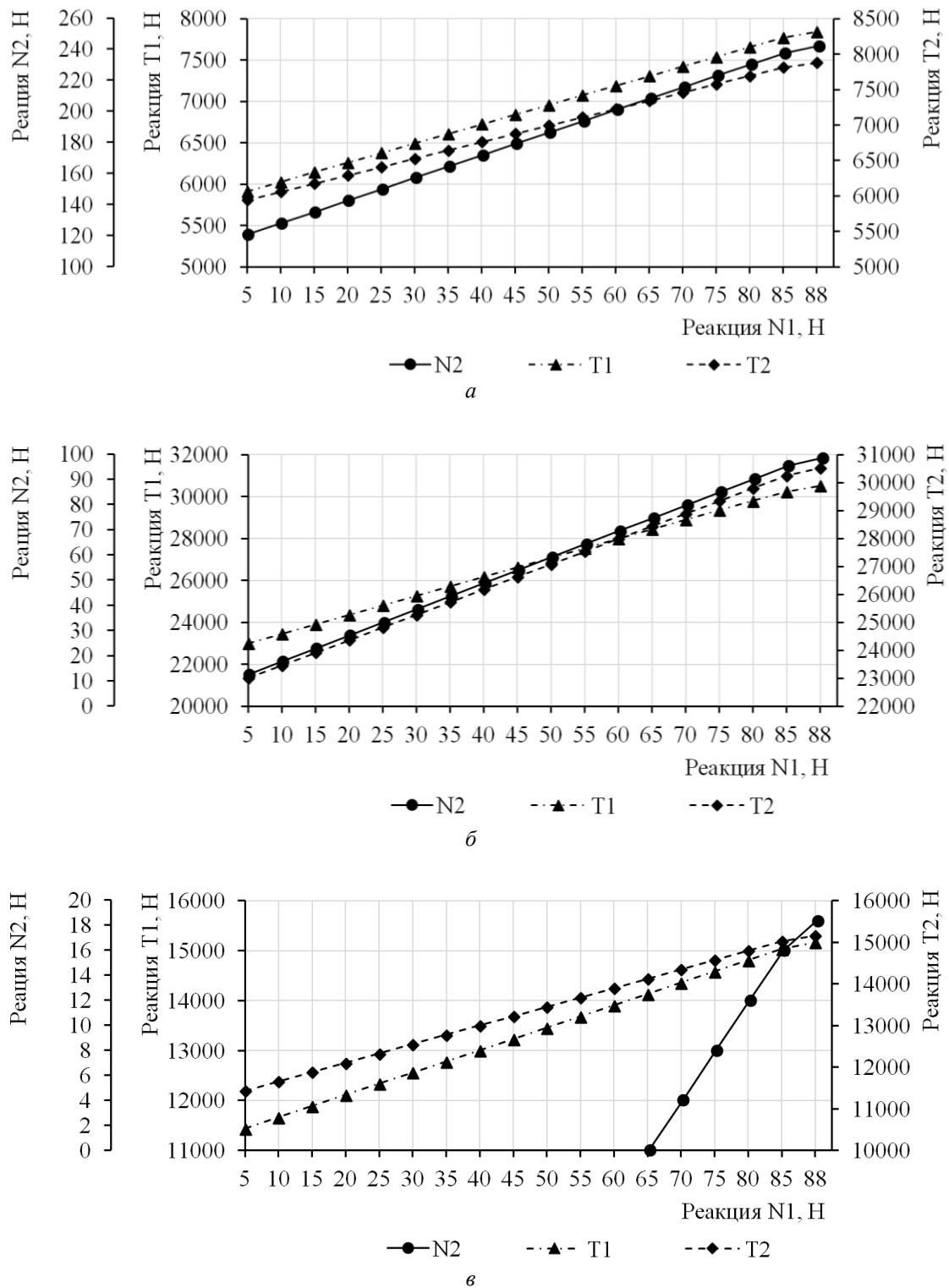


Рис. 5. Графики функций $T_1(N_1, \alpha_1, \alpha_2, \beta)$, $T_2(N_1, \alpha_1, \alpha_2, \beta)$, $N_2(N_1, \alpha_1, \alpha_2, \beta)$, построенные для комбинации дискретных наборов:
a – реакции при $\beta = -90^\circ$, $a = 10$ м; *б* – реакции при $\beta = -90^\circ$, $a = 80$ м; *в* – реакции при $\beta = -90^\circ$, $a = 150$ м

Также наблюдаются более высокие усилия натяжения тросов при отрицательном наклоне, так как составляющая силы тяжести оказывает большее влияние, пытаясь оторвать робота от

опорной поверхности. При перемещении вдоль вертикали и по наклонной поверхности с положительным углом наклона натяжение в верхней и нижней ветвях троса существенно различа-

ется, при перемещении вдоль поверхности с отрицательными углами наклона различия в натяжении тросов практически исчезают.

Заключение

За счет подбора рациональной конструкции работа и управления опорной реакцией N_1 (или N_2) возможно обеспечивать перераспределение реакций в тросах и таким образом управлять ими целенаправленно, например, для выравнивания усилий, минимизации суммарного усилия либо суммы квадратов усилий, что однозначно влияет на энергетику приводных двигателей барабанов, на которые наматываются тросы. Отсюда, например, может быть поставлена оптимизационная задача, сходная по типу [13], которая в таком случае может быть решена прямыми переборными методами.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бабаев, М. С. Робот для мониторинга высотных зданий и сооружений / М. С. Бабаев, Е. С. Брискин, Я. В. Калинин // XIII Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике : сб. тез. докладов в 4 томах. Т. 1. Общая и прикладная механика. Санкт-Петербург, 21–25 августа 2023 года. – СПб.: Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого, 2023. – С. 473–475.
2. Фокин, А. Робоящерица научилась эффективно ползать по стене [Электронный ресурс] / А. Фокин. – Режим доступа: <https://nplus1.ru/news/2021/04/06/climbing-robot-lizards>, свободный (дата обращения: 10.12.2024 г.).
3. Агеев, А. Новый робот-скалолаз может удержаться на любой поверхности [Электронный ресурс] / А. Агеев. – Режим доступа: <https://www.techcult.ru/robots/7813-robot-skalolaz-mozhet-uderzhatsya-na-lyuboj-poverhnosti>, свободный (дата обращения: 10.12.2024 г.).
4. Фокин, А. Робот с магнитами в ногах прошелся по стене и залез на потолок [Электронный ресурс] / А. Фокин. – Режим доступа: <https://nplus1.ru/news/2023/07/28/magnecko> (дата обращения: 10.12.2024 г.).
5. Webster, A. GE uses climbing robots to inspect wind turbine blades [Электронный ресурс] / A. Webster. – Режим доступа: <https://www.theverge.com/2012/6/13/3083141/ge-wind-turbine-robot> (дата обращения: 10.12.2024 г.).
6. П.м. 202828 Российская Федерация, МПК E04G 23/00, A47L 1/02, E04G 3/30. Тросовый робот вертикального перемещения / Е. С. Брискин, М. И. Ефимов, Н. Г. Шаронов ; ВолгГТУ. – 2021.
7. Тырса, В. В. Навигация мобильных роботов с использованием оптических сканирующих систем / В. В. Тырса // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2006. – № 2. – С. 16–21.
8. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2024660280 Российская Федерация. Навигационная система мобильных роботов "Навирос" / М. В. Суворов, А. Ю. Любимов, А. В. Белоус ; ООО "НАВИРОС". – 2024.
9. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2018619756 Российская Федерация. Программа для управления гусеничным роботом с локализацией без столкновения с препятствиями / Д. А. Пономарев, А. В. Девяткин, Т. О. Кузьмина ; ФГАОУ ВО СПбГЭТУ «ЛЭТИ». – 2018.
10. Марчук, Е. А. О численном моделировании области рабочего пространства гибридного тросового робота / Е. А. Марчук // Известия ВолгГТУ : научный журнал № 4 (275) / ВолгГТУ. – Волгоград, 2023. – С. 64–71.
11. Бабаев, М. С. Тросовый робот для мониторинга и обслуживания высотных зданий и сооружений / М. С. Бабаев, Я. В. Калинин // Известия ВолгГТУ : научный журнал № 9 (280) / ВолгГТУ. – Волгоград, 2023. – С. 6–11.
12. П.м. 201924 Российская Федерация, МПК E04G 23/00. Тросовый робот вертикального перемещения / Е. С. Брискин, М. И. Ефимов, Н. Г. Шаронов ; ВолгГТУ. – 2021.
13. Брискин, Е. С. Об энергетически эффективных алгоритмах движения шагающих машин с цикловыми движениями / Е. С. Брискин, Я. В. Калинин // Известия РАН: Теория и системы управления. – 2011. – № 2. – С. 170–176.

УДК: 681.518/004.896

DOI 10.35211/1990-5297-2025-4-299-12-15

У. В. Белкин, А. А. Приходский, С. А. Сериков

РАЗРАБОТКА И ОЦЕНКА АЛГОРИТМОВ ДЕЦЕНТРАЛИЗОВАННОГО УПРАВЛЕНИЯ РОЯМИ РОБОТОВ В СЦЕНАРИЯХ ЛИКВИДАЦИИ ПОСЛЕДСТВИЙ ЧРЕЗВЫЧАЙНЫХ СИТУАЦИЙ

**Санкт-Петербургский государственный университет
аэрокосмического приборостроения**

ulyannnb@gmail.com, prihodskiy@gmail.com, srkv@inbox.ru

В статье представлена разработка новых алгоритмов децентрализованного управления для координации роя роботов в сценариях реагирования на чрезвычайные ситуации. Ключевым отличием предложенного подхода является использование адаптивных весовых коэффициентов для динамической настройки баланса между силами разделения, выравнивания, сплочения и отталкивания. Разработана программная платформа моделирования, реализующая предложенные алгоритмы и позволяющая проводить систематические вычислительные эксперименты. Для количественной оценки эффективности рассредоточения роя введены метрики на основе теории графов, характеризующие связность графа взаимодействия агентов. Серия экспериментов из 100 независимых запусков модели для каждой комбинации параметров анализирует влияние размера

роя, радиуса отталкивания и силы отталкивания на динамику рассредоточения. Статистический анализ с построением 95 % доверительных интервалов демонстрирует значимость полученных результатов. Проведено сравнение с современными подходами к децентрализованному управлению на основе глубокого обучения с подкреплением и эволюционных алгоритмов. Показано, что предложенный адаптивный подход обеспечивает сопоставимое качество рассредоточения при существенно меньших вычислительных затратах. Полученные результаты развивают методы роевого интеллекта и способствуют созданию эффективных алгоритмов управления группами роботов в условиях чрезвычайных ситуаций.

Ключевые слова: роевая робототехника, децентрализованное управление, адаптивные системы, теория графов, статистический анализ, глубокое обучение, эволюционные алгоритмы

U. V. Belkin, A. A. Prihodskiy, S. A. Serikov

DEVELOPMENT AND EVALUATION OF DECENTRALIZED CONTROL ALGORITHMS FOR ROBOT SWARMS IN EMERGENCY RESPONSE SCENARIOS

Saint-Petersburg State University of Aerospace Instrumentation

This paper presents the development of new decentralized control algorithms for coordinating robot swarms in emergency response scenarios. The key distinguishing feature of the proposed approach is the use of adaptive weight coefficients for dynamically adjusting the balance between separation, alignment, cohesion, and repulsion forces. A software simulation platform has been developed that implements the proposed algorithms and enables systematic computational experiments. For quantitative evaluation of swarm dispersion effectiveness, metrics based on graph theory have been introduced, characterizing the connectivity of the agent interaction graph. A series of experiments involving 100 independent model runs for each parameter combination analyzes the influence of swarm size, repulsion radius, and repulsion force on dispersion dynamics. Statistical analysis with 95% confidence intervals demonstrates the significance of the obtained results. A comparison with modern approaches to decentralized control based on deep reinforcement learning and evolutionary algorithms has been conducted. It is shown that the proposed adaptive approach provides comparable dispersion quality with significantly lower computational costs. The results advance swarm intelligence methods and contribute to the development of effective control algorithms for robot groups in emergency situations.

Keywords: swarm robotics, decentralized control, adaptive systems, graph theory, statistical analysis, deep learning, evolutionary algorithms.

Децентрализованное управление роем автономных роботов представляет актуальное направление исследований в области коллективного интеллекта [1]. Роевой подход позволяет решать сложные задачи, недоступные отдельным агентам, за счет самоорганизации и эмерджентного группового поведения [2].

Особую значимость роевые системы приобретают в сценариях ликвидации последствий чрезвычайных ситуаций (ЧС). Применение роботов для поиска пострадавших, разведки территории и оказания первой помощи позволяет повысить скорость и безопасность спасательных работ [3]. При этом ключевым требованием является автономность функционирования роя в условиях разрушенной инфраструктуры связи.

Целью данной работы является разработка и исследование новых алгоритмов децентрализованного управления, обеспечивающих адаптивное поведение роя при рассредоточении на местности. Ставятся следующие задачи:

1) предложить математическую модель адаптивной настройки параметров локальных правил поведения агентов на основе оценки связности графа взаимодействий;

2) разработать программную платформу для проведения репрезентативных вычислительных экспериментов с роями различной конфигурации;

3) провести статистический анализ результатов моделирования и сравнить эффективность предложенного подхода с современными методами на основе машинного обучения.

Децентрализованное управление роем строится на принципах роевого интеллекта, впервые предложенных в работах [4; 5]. Классический подход основан на реализации простых локальных правил поведения агентов: разделения, выравнивания, сплочения [6]. Эти правила обеспечивают поддержание связности роя, бесконфликтное маневрирование и адаптацию к препятствиям.

Дальнейшее развитие концепции роевого управления связано с интеграцией механизмов машинного обучения. Подход на основе глубокого обучения с подкреплением (Deep Reinforcement Learning) позволяет оптимизировать стратегию поведения агентов на основе функции награды, отражающей целевые критерии управления [7; 8]. Рой обучается в ходе многократного взаимодействия со средой, адаптируя параметры нейронных сетей агентов.

Альтернативным направлением являются эволюционные методы оптимизации коллективного поведения. Генетические алгоритмы применяются для автоматизированного поиска эффективных правил поведения агентов и настройки их параметров.

Недостатком существующих подходов является высокая вычислительная сложность и необходимость длительного обучения. Для сценариев ЧС требуются более гибкие методы, обеспечивающие быструю адаптацию к изменениям среды. Кроме того, остается открытым вопрос количественной оценки взаимосвязи микроправил поведения агентов и результирующих характеристик рассредоточения роя.

Предлагается модифицировать базовые правила поведения агентов (1)–(4), вводя механизм адаптивной настройки весовых коэффициентов. Динамика весов определяется на основе оценки текущей связности графа взаимодействующих агентов:

$$v_i^{sep} = v_i^{sep} + w_{sep}(t) \cdot f^{sep}(p_i, N_i), \quad (1)$$

$$v_i^{alg} = v_i^{alg} + w_{alg}(t) \cdot f^{alg}(p_i, N_i), \quad (2)$$

$$v_i^{coh} = v_i^{coh} + w_{coh}(t) \cdot f^{coh}(p_i, N_i), \quad (3)$$

$$v_i^{rep} = v_i^{rep} + w_{rep}(t) \cdot f^{rep}(p_i, N_i), \quad (4)$$

где $v_i^{sep}, v_i^{alg}, v_i^{coh}, v_i^{rep}$ – результирующие силы, действующие на i -го агента; $f_i^{sep}, f_i^{alg}, f_i^{coh}, f_i^{rep}$ – локальные силы; $w_{sep}, w_{alg}, w_{coh}, w_{rep}$ – адаптивные весовые коэффициенты.

Веса вычисляются на основе спектральных характеристик матрицы смежности графа взаимодействий A_t :

$$w_{sep}(t) = \alpha \cdot \lambda_2(L(A_t)), \quad w_{alg}(t) = \beta \cdot \lambda_2(L(A_t)),$$

$$w_{coh}(t) = \gamma \cdot \lambda_n(L(A_t)), \quad w_{rep}(t) = \delta \cdot \lambda_n(L(A_t)),$$

где λ_2, λ_n – второе минимальное и максимальное собственные значения матрицы Лапласа графа $L(A_t)$; $\alpha, \beta, \gamma, \delta$ – положительные константы.

Использование алгебраической связности графа λ_2 позволяет усиливать разделение и выравнивание при уменьшении связности роя. Увеличение λ_n свидетельствует о группировке агентов и приводит к повышению сил сплочения и отталкивания. Подобный механизм обратных связей обеспечивает адаптацию параметров к текущей конфигурации роя.

Разработанная платформа моделирования реализована на языке *Python* и включает:

- генерацию графа взаимодействий на основе метрики близости агентов. Используется анализ векторов координат и *k-nearestneighbors* (ближайших соседей) подход;

- вычисление спектральных характеристик графа с помощью библиотеки *scipy (sparse.csgraph.laplacian, sparse.linalg.eigs)*;

- реализацию адаптивных сил в соответствии с математической моделью (*numpy.linalg.norm* для вычисления евклидовой метрики в силах);

- интегрирование уравнений движения на основе схемы *leapfrog* (аналог *Runge-Kutta* второго порядка);

- сбор данных по записи координат агентов и метрикам связности в файлы формата CSV;

- визуализацию состояния и траекторий роя с анимацией на основе *matplotlib.animation*.

Модульная структура позволяет гибко изменять конфигурацию и параметры модели, проводить систематические вычислительные эксперименты.

Для оценки влияния ключевых параметров (размер роя N , радиус отталкивания r_r , сила отталкивания f_r) проведена серия из 100 независимых запусков моделирования для каждой комбинации факторов. Рассмотрены следующие уровни варьирования:

- размер роя N : 50, 100, 200 агентов;

- радиус отталкивания r_r : 1, 2, 3 м;

- сила отталкивания f_r : 1, 5, 10 Н.

В качестве откликов использовались метрики на основе теории графов: алгебраическая связность λ_2 , средняя степень вершины $\langle k \rangle$, отношение реальной и конвексной площади рассредоточения S_r/S_c . Последняя характеристика отражает равномерность покрытия территории с учетом ее геометрии.

Результаты 100 повторов усреднялись, вычислялись стандартные отклонения и 95 % доверительные интервалы на основе t -распределения Стьюдента. Это позволило обеспечить статистическую достоверность оценок.

Проведено сравнение предложенного адаптивного подхода (AA) с методами децентрализованного управления на основе: базовых правил *Reynolds (BR)*; обучения с подкреплением *MADDPG (MR)*; генетической оптимизации правил поведения (*GA*).

Использовалась единая конфигурация сценария с размером роя $N = 100$, радиусом оттал-

кивания $r_r = 2$ и силой отталкивания $f_r = 5$. Результаты 30 независимых экспериментов для каждого метода приведены в таблице.

Результаты эксперимента

Метод	λ_2	$\langle k \rangle$	S_r/S_c
BR	0,15 (0,12)	4,75 (0,91)	0,63 (0,08)
MR	0,35 (0,18)	6,52 (1,25)	0,85 (0,12)
GA	0,21 (0,14)	5,18 (1,07)	0,74 (0,11)
AA	0,42 (0,23)	8,14 (1,53)	0,88 (0,14)

Предлагаемый адаптивный подход обеспечивает наиболее высокие значения связности и равномерности рассредоточения. При этом, в отличие от методов на основе обучения и оптимизации, не требуется длительной процедуры настройки параметров. Адаптация весов происходит динамически на основе текущего состояния роя.

Базовые правила демонстрируют приемлемое качество для простых сценариев, но проигрывают по устойчивости к вариациям начальных условий. Более сложные комбинированные стратегии *MADDPG* обеспечивают повышение связности, но требуют существенных вычислительных ресурсов для обучения. Генетический поиск параметров позволяет улучшить базовый подход, но уступает в скорости адаптации.

Заключение

В работе предложен новый подход к децентрализованному управлению роем на основе адаптивной настройки параметров взаимодействия агентов. Введенный механизм обратных связей позволяет динамически регулировать баланс между силами разделения, выравнивания, сплочения и отталкивания на основе оценок связности графа взаимодействий. Такой подход обеспечивает быструю адаптацию роя к изменениям конфигурации и повышает равномерность рассредоточения на местности.

Разработанная программная платформа реализует предложенные алгоритмы и позволяет проводить систематические вычислительные эксперименты. Использование метрик на основе спектральной теории графов дает количественную интерпретацию влияния микроправил поведения агентов на макрохарактеристики роя.

Статистический анализ результатов моделирования подтверждает эффективность адаптивного управления по сравнению с базовыми правилами и современными методами на основе машинного обучения. Значимое повышение связности и равномерности покрытия территории достигается при меньших вычислительных затратах и не требует длительной настройки параметров.

Направления дальнейших исследований включают: расширение набора сценариев взаимодействия, учет гетерогенности агентов, переход к динамическому формированию коалиций, верификацию предложенных алгоритмов на реальных робототехнических платформах.

Полученные результаты вносят вклад в развитие методов роевого интеллекта и способствуют созданию эффективных систем коллективного управления для проведения поисково-спасательных операций и ликвидации последствий ЧС.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бурцев, М. С. Исследование новых типов самоорганизации и возникновения поведенческих стратегий: автореф. дис. ... канд. физ.-мат. наук / М. С. Бурцев. – М., 2005. – 128 с.
2. Dorigo, M. Swarm Robotics: Past, Present, and Future [Point of View] / M. Dorigo, G. Theraulaz, V. Trianni // Proceedings of the IEEE. – 2021. – Vol. 109, No. 7. – Pp. 1152–1165.
3. Амелин, К. С. Децентрализованное групповое управление роем автономных роботов без маршрутизации данных / К. С. Амелин, Н. О. Амелина, О. Н. Граничин, С. Ф. Сергеев // Робототехника и техническая кибернетика. – 2021. – Т. 9, № 1. – С. 42–48.
4. Min, H. Design and analysis of Group Escape Behavior for distributed autonomous mobile robots / H. Min and Z. Wang // 2011 IEEE International Conference on Robotics and Automation, Shanghai. – China, 2011. – P. 6128–6135.
5. Sabattini, L. Nonlinear Control Strategies for Cooperative Control of Multi-Robot Systems / L. Sabatini // Ph.D. thesis, Università di Bologna, 2012. – 113 p.
6. Li, Qiyang. Learning of Coordination Policies for Robotic Swarms / Qiyang Li, Xintong Du, Yizhou Huang, Quinlan Sykora, Angela P. – Schoellig, 2017. – 220 p.
7. Каляев, И. А. Модели и алгоритмы коллективного управления в группах роботов / И. А. Каляев, А. Р. Гайдук, С. Г. Капустян. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2009. – 280 с.
8. Худайбердина, А. Р. Алгоритмы поиска кратчайшего пути / А. Р. Худайбердина, Г. Ю. Беспялый, В. Е. Беляй, А. В. Выграновская // Modern Science. – 2023. – № 1–2. – С. 144–148.

УДК 629.1.02

DOI 10.35211/1990-5297-2025-4-299-16-22

*Д. В. Бордюгов, А. С. Прокопов***ОБ УПРАВЛЕНИИ ДВИЖЕНИЕМ ДВУХСЕКЦИОННОГО
КАПСУЛЬНОПОДОБНОГО МОБИЛЬНОГО РОБОТА*****Волгоградский государственный технический университет**

denklopuk@gmail.com, proas98@mail.ru

Рассматривается двухсекционный капсульноподобный мобильный робот, перемещающийся по горизонтально расположенной поверхности. Конструкция включает два твердых тела (секции), на нижней поверхности корпуса расположены шариковые опоры, также в общем случае робот оснащен N -выдвижными стойками с возможностью их поочередного взаимодействия с опорной поверхностью. Взаимодействие между секциями осуществляется за счет линейного привода.

Ключевые слова: мобильный робот, дискретное взаимодействие, математическая модель.

*D. V. Bordyugov, A. S. Prokopov***ABOUT MOTION CONTROL OF A TWO-SECTION
CAPSULE-LIKE MOBILE ROBOT****Volgograd State Technical University**

A two-section capsule-like mobile robot moving along a horizontally positioned surface is considered. The design includes two solid bodies (sections), ball bearings are located on the lower surface of the housing, and, in general, the robot is equipped with N -extendable racks, with the possibility of their alternate interaction with the support surface. The interaction between the sections is carried out by a linear actuator.

Keywords: mobile robot, discrete interaction, mathematical model.

Введение

Создание мобильных роботов различных классов остается актуальной задачей благодаря их широкому спектру применения: подводные инспекции, перемещение по специализированным поверхностям, преодоление сложного рельефа и др. Характеристики их движения (маневренность, скорость, устойчивость) определяются типом двигателей и движителей. Классификация по типу применяемых движителей включает: колесные, гусеничные, шагающие и прочие.

Среди мобильных роботов со свойствами капсульноподобных можно выделить шагающие и шагающеподобные. Теоретической основой методов анализа их движения являются труды И. И. Артоболевского, Н. В. Умнова, Д. Е. Охоцимского и т.д. [1–6]. Ключевая особенность данного типа роботов – дискретность взаимодействия с опорной поверхностью. Они демонстрируют преимущества при движении в неорганизованных средах или по различным направляющим (балкам, тросам, столбам), для перемещения и обеспечения постоянного контакта с которыми конструкция робота может

включать механические захваты, вакуумные присоски и другие механизмы [6–10].

Дискретность взаимодействия (периодическая фиксация точек движителя) может реализовываться различными методами. Например, перемещение корпуса робота достигается за счет дискретного взаимодействия опорных элементов с поверхностью и стационарного движения внутренних тел, вспомогательных подвижных масс [11]. В таком случае робот обладает свойствами локомоторной системы с вибрационным возбуждением, представляющей собой совокупность твердых тел, взаимодействующих между собой и со средой посредством колебаний (капсульный робот). Конструктивно они могут исключать внешние движители: перемещение корпуса обеспечивается движением внутренних масс под действием приводов, что вызывает силу реакции, изменяющую скорость корпуса, тем самым изменяя силу сопротивления среды. Ключевые этапы разработки капсульных роботов включают: анализ динамики и управляющих процессов; синтез алгоритмов движения; учет массово-геометрических параметров системы; изуче-

© Бордюгов Д. В., Прокопов А. С., 2025.

* Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 24-21-00477, <https://rscf.ru/project/24-21-00477/>

ние свойств поверхности и характеристик приводов.

Значительный вклад в эту область внесли И. И. Блехман, Р. Ф. Нагаев, Ф. Л. Черноусько, Н. Н. Болотник и их коллеги [12-14].

В [15; 16] рассматривается движение робота, состоящего из двух секций, связанных между собой линейным приводом, который шарнирно закреплен в центре масс каждой из секций. Приведены результаты изменения продольной, поперечной и угловых координат центра масс каждой из секций робота, а также выбор оптимального режима движения двухсекционного робота.

В настоящей работе представлены результаты геометрического расчета изменения положения секций капсульноподобного робота при выдвигании штока линейного привода и дискретном взаимодействии одной из опорных стоек с поверхностью.

Актуальность обусловлена принципом перемещения «капсульноподобного» мобиль-

ного робота, который заключается в дискретном управлении взаимодействия опорных элементов с поверхностью, что на практике является более простой задачей в сравнении с управлением движения внутреннего тела. Организация движения мобильного робота сводится к определению алгоритмов управления опорными элементами, которые поочередно контактируют с поверхностью, в то время как внутреннее тело перемещается стационарно (с постоянной скоростью).

Схема двухсекционного мобильного робота и описание принципа его движения

Мобильный робот (рис. 1) состоит из двух твердых тел 1, 2 (секций) и снабжен шариковыми опорами, расположенными на нижней поверхности корпуса и в общем случае N -выдвижными стойками 4, с возможностью их поочередного контакта с опорной поверхностью. Взаимодействие между секциями осуществляется за счет линейного привода 3 [15; 16].

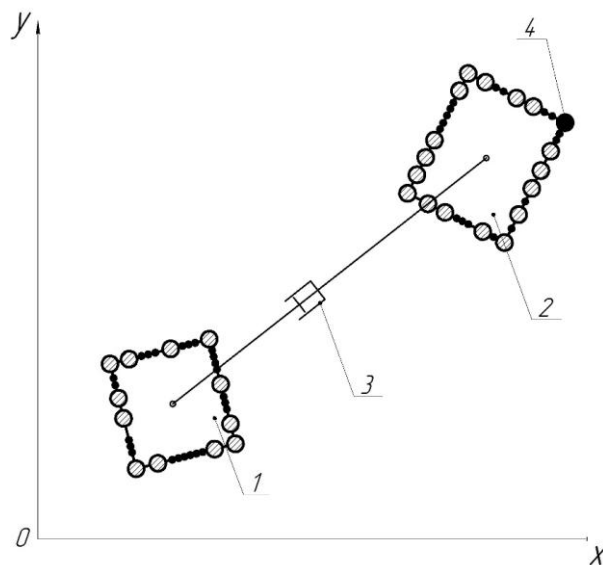


Рис. 1. Схема двухсекционного мобильного робота:
1, 2 — первая и вторая секции мобильного робота; 3 — линейный привод;
4 — опорная стойка, взаимодействующая с поверхностью

Особенность управления представленного на рисунке робота заключается в следующем: в процессе движения у одной из секций в заторможенном состоянии постоянно находятся N движителей для закрепления данной секции на опорной поверхности, в то время как у другой — в опорной фазе находится только один из движителей, тем самым позволяя секции совершать вращательное движение относительно вертикальной оси под действием силы со стороны линейного привода. Причем требуется

обеспечивать неподвижность заторможенных опор, что может достигаться как нормальной реакцией, действующей между опорой и опорной поверхностью, так и выбором материалов для увеличения коэффициента сцепления.

Математическое моделирование

Геометрическая схема робота, состоящего из двух секций, представлена на рис. 2. Количество движителей каждой из секций примем равным четырем.

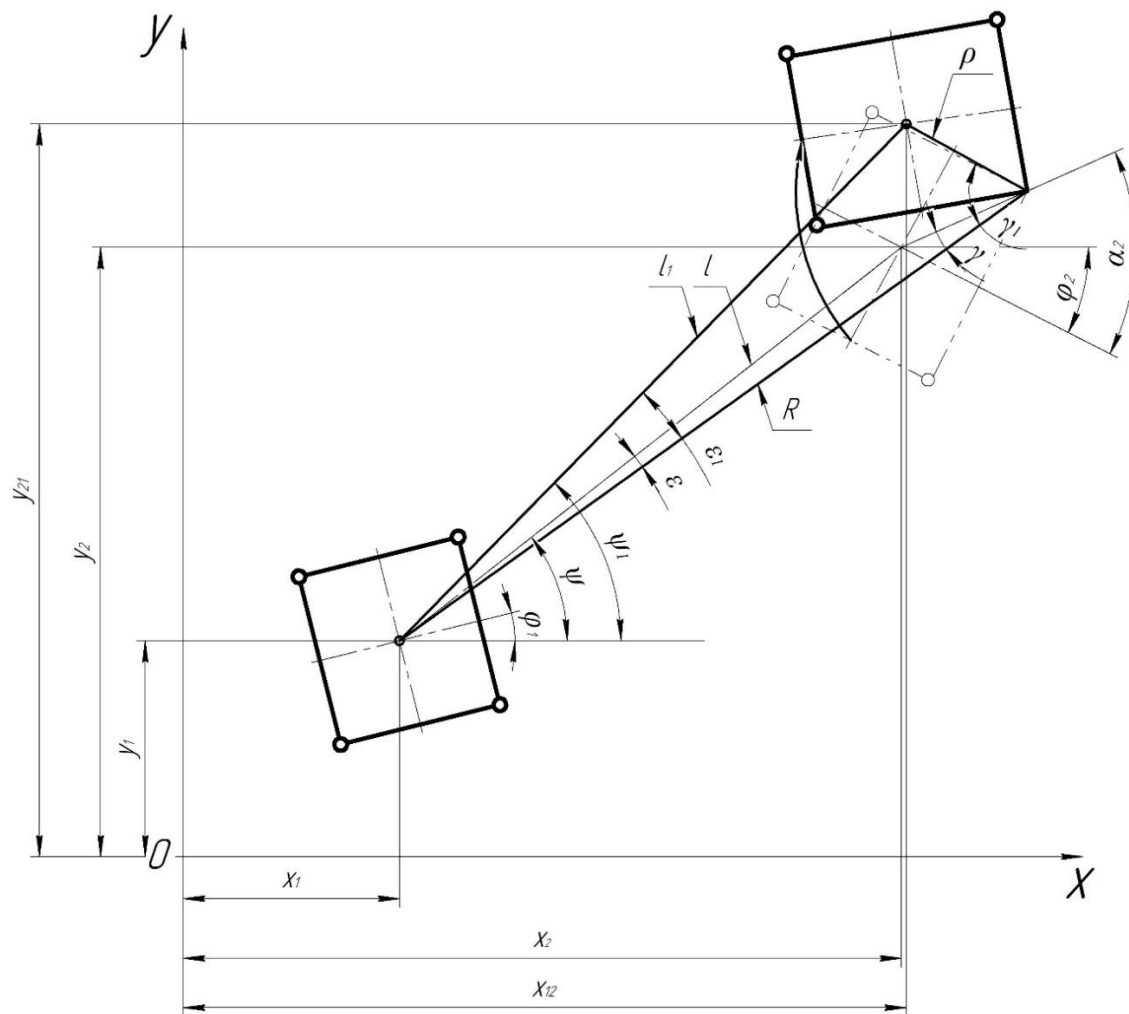


Рис. 2. Геометрическая схема двухсекционного робота

Уравнения изменения положения второй секции робота при удлинении линейного привода на длину, равную Δl .

Начальная длина линейного привода l равна:

$$l = \sqrt{(x_2 - x_1)^2 + (y_2 - y_1)^2}, \quad (1)$$

где $(x_1; y_1)$ – начальные координаты первой секции робота; $(x_2; y_2)$ – начальные координаты второй секции робота.

Длина отрезка R определяется по формуле:

$$R = \sqrt{\rho^2 + 2 \cos(\psi - \varphi_2 + \alpha_2) \cdot \rho l + l^2}, \quad (2)$$

где ρ – расстояние от центра одной из секций робота до неподвижной опоры.

При выдвигении штока на длину, равную Δl , новые координаты центра подвижной секции робота определяются из уравнений:

$$\begin{aligned} x_{21} &= x_1 + l_1 \cos(\psi_1), \\ y_{21} &= y_1 + l_1 \sin(\psi_1), \end{aligned} \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} \psi_1 &= \psi + (\varepsilon_1 - \varepsilon); \quad \psi = \arccos\left(\frac{x_2 - x_1}{l}\right); \\ \varepsilon &= \arccos\left(\frac{l^2 + R^2 - \rho^2}{2lR}\right); \quad \varepsilon_1 = \arccos\left(\frac{l_1^2 + R^2 - \rho^2}{2l_1R}\right). \end{aligned} \quad (4)$$

Имитационное моделирование

Результаты геометрического расчета двухсекционного робота (табл. 1–3).

Таблица 1

Начальные условия

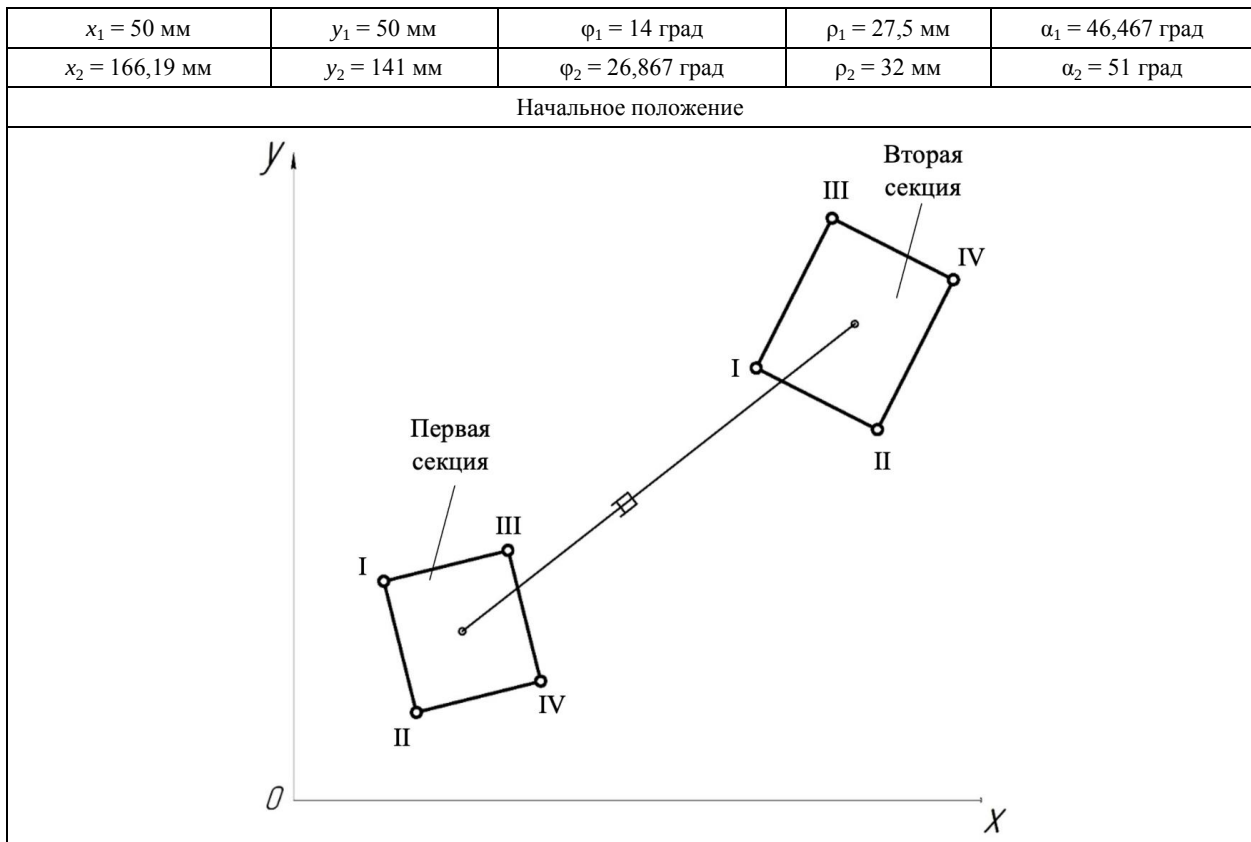
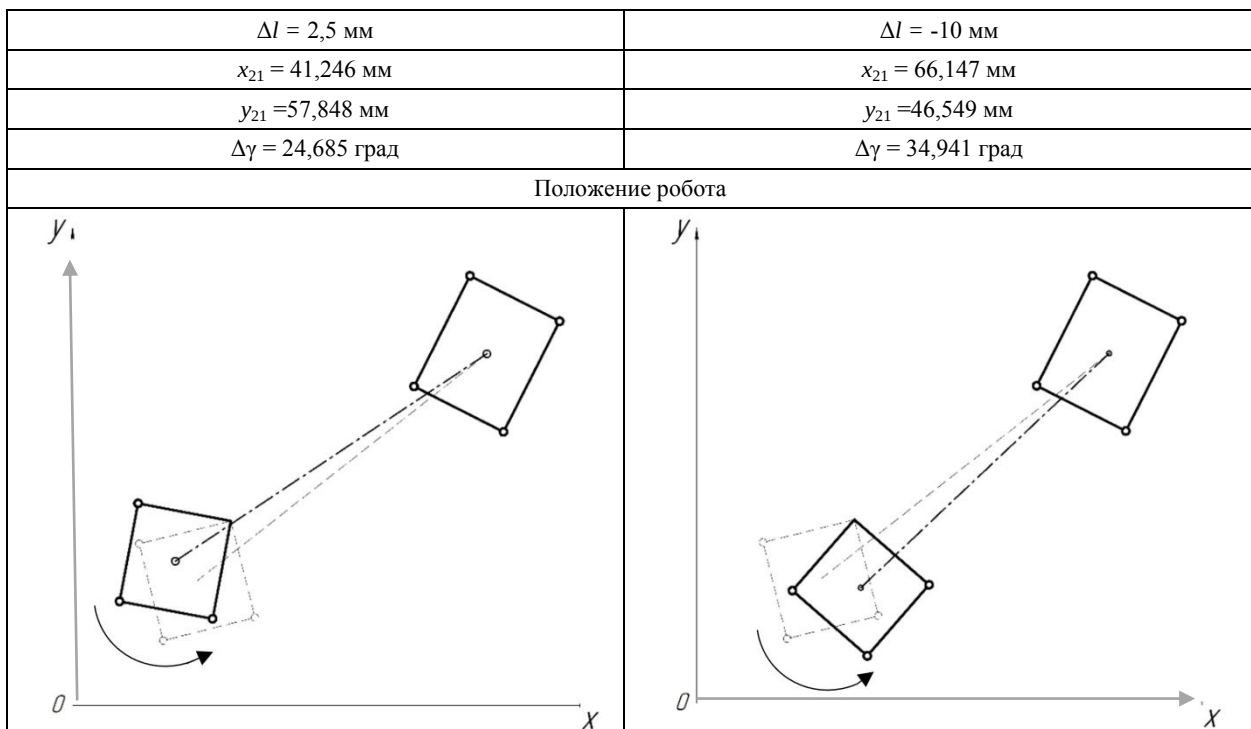


Таблица 2

Движение первой секции, III опора в зацеплении



Окончание табл. 2

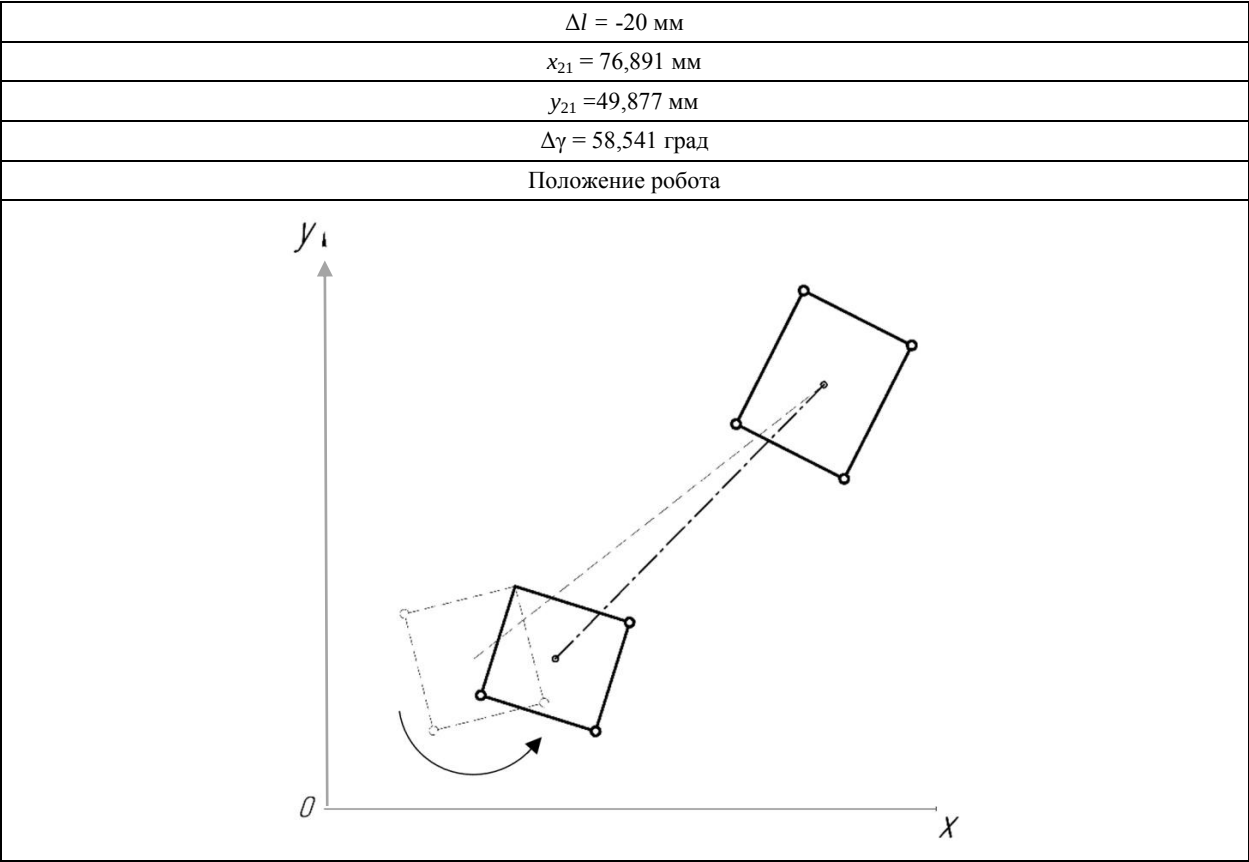
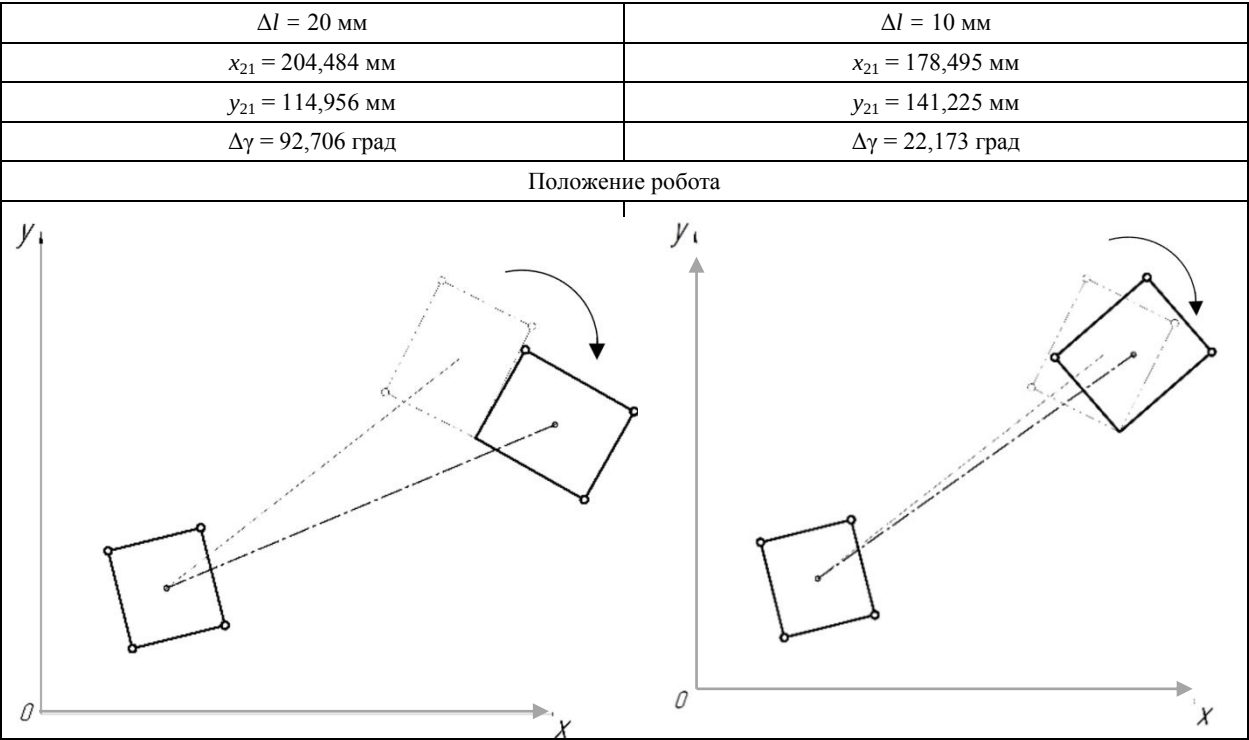
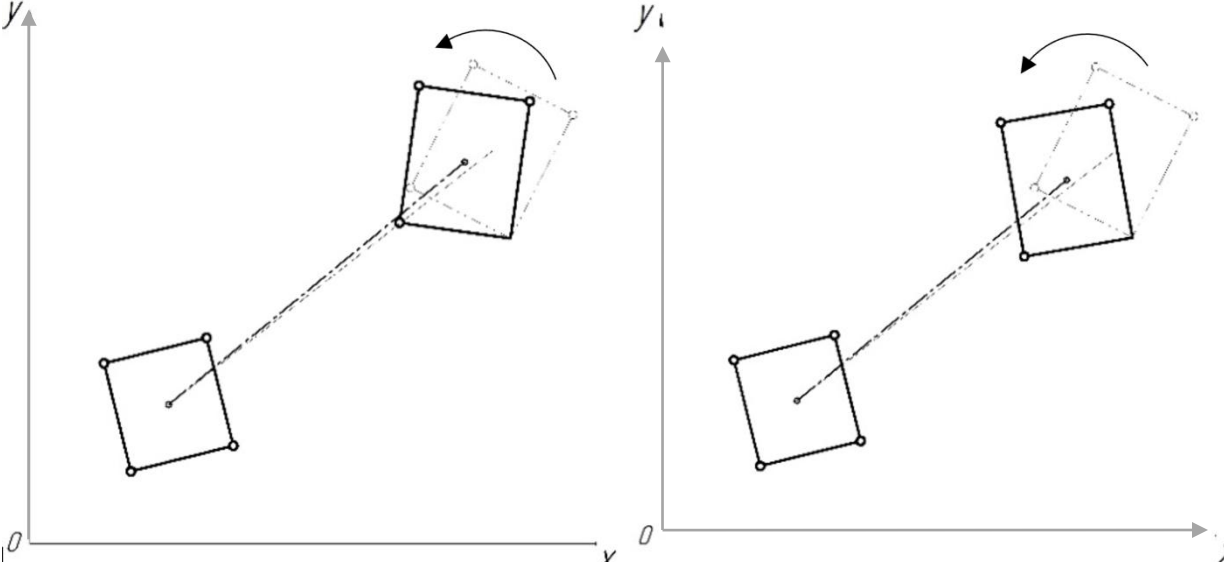


Таблица 3

Движение второй секции, IV опора в зацеплении



Окончание табл. 3

$\Delta l = -10$ мм	$\Delta l = -20$ мм
$x_{21} = 156,457$ мм	$x_{21} = 148,789$ мм
$y_{21} = 137,157$ мм	$y_{21} = 130,737$ мм
$\Delta\gamma = 18,821$ град	$\Delta\gamma = 36,801$ град
Положение робота	
	

Выводы

Рассматривается схема двухсекционного капсульноподобного мобильного робота с опорными стойками, дискретно взаимодействующими с поверхностью; приведены геометрические расчеты, демонстрирующие изменение положения одной из секции робота в процессе работы линейного привода и фиксации одной из опорных стоек.

Анализ полученных результатов позволяет ставить задачу об определении методов (алгоритмов) управления опорными элементами для целенаправленного движения мобильного робота из начальной точки в конечную, а также реализации оптимального программного движения, зависящего от условий, необходимых для выполнения роботом технологической операции.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Артоболевский, И. И. Теория механизмов и машин: учеб. для вузов. – 4-е изд., перераб. и доп. – М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1988. – 640 с.
2. Артоболевский, И. И. Некоторые проблемы создания шагающих машин / И. И. Артоболевский, Н. В. Умнов // Вестник АН СССР. – 1969. – № 2. – С. 44–51.
3. Охоцимский, Д. Е. Механика и управление движением автоматического шагающего аппарата / Д. Е. Охоцимский, Ю. Ф. Голубев. – М.: Наука. Физматлит, 1984. – 312 с.

4. Лапшин, В. В. Управление движением четырехного аппарата, перемещающегося рысью, иноходью и галопом / В. В. Лапшин // Известия Академии наук СССР. Механика твердого тела. – 1985. – № 5. – С. 39–45.

5. Брискин, Е. С. Концепция проектирования, динамика и управление движением шагающих машин. Ч. 2. Динамика движения шагающих машин серии «Восьминог» / Е. С. Брискин, В. В. Чернышев, В. В. Жога [и др.] // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2005. – № 6. – С. 19–26.

6. Брискин, Е. С. Об управлении походкой шагающей машины «Восьминог» / Е. С. Брискин // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2008. – № 5. – С. 6–10.

7. Parker, R. Robotics in forestry / R. Parker, K. Bayne, P. Clinton // New Zealand Journal of Forestry. – 2016. – № 60 (4). – С. 8–14.

8. Голубев, Ю. Ф. Управление инсектоморфным роботом при залезании на вершину вертикального угла и при движении по приставной лестнице / Ю. Ф. Голубев, В. В. Корянов // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 2008. – № 1. – С. 148–157.

9. Яцун, С. Ф. Вибрационный мобильный робот для движения по вертикальной ферромагнитной стене / С. Ф. Яцун, А. А. Черепанов // Естественные и технические науки. – 2010. – № 6 (50). – С. 400–401.

10. Шаронов, Н. Г. О перемещении роботов по вертикальной шероховатой поверхности с помощью тросовых движителей / Н. Г. Шаронов, М. И. Ефимов // Известия ВолгГТУ: научный журнал № 3(226) / ВолгГТУ. – Волгоград, 2019. – С. 51–54.

11. П. м. № 230052 U1 Российская Федерация, МПК В25J 9/10. Мобильный робот / Д. В. Бордюгов, Е. С. Брискин, Н. Г. Шаронов; ФГБОУ ВО ВолгГТУ. – 2024.

12. Блехман, И. И. Вибрационное перемещение / И. И. Блехман, Г. Ю. Джанелидзе. – М.: Наука, 1964. – 410 с.

13. Нагаев, Р.Ф. Периодические режимы вибрационного перемещения / Р.Ф. Нагаев. – М.: Наука, 1978. – 160 с.

14. Черноусько, Ф. Л. Динамика мобильных систем с управляемой конфигурацией / Ф. Л. Черноусько, Н. Н. Болотник. – М.: Физматлит, 2022. – 464 с.

15. Прокопов, А. С. Выбор оптимального режима движения двухсекционного робота / А. С. Прокопов, Е. С. Брискин // Известия ВолГГТУ : научный журнал № 9 (292) / ВолГГТУ. – Волгоград, 2024. – С. 61–67.

16. Прокопов, А. С. О точности позиционирования двухсекционного робота / А. С. Прокопов, Е. С. Брискин // Известия ВолГГТУ : научный журнал № 4(287) / ВолГГТУ. – Волгоград, 2024. – С. 75–81.

УДК 621.865.8

DOI 10.35211/1990-5297-2025-4-299-22-27

А. П. Борина¹, В. А. Терешин²

ПЕРЕВЕРНУТЫЙ МАЯТНИК КАК ИДЕАЛЬНЫЙ МЕХАНИЗМ В СИСТЕМЕ УПРАВЛЕНИЯ ДЛЯ СТАБИЛИЗАЦИИ ХОДЬБЫ

¹АО «Навигатор»

²Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого

apborina@gmail.com, terva@mail.ru

В работе решена задача управления ходьбой модели шагающего аппарата на примере перевернутого математического маятника переменной длины. Подтверждена правильность использования динамической модели шагающего аппарата для формирования его системы управления.

Ключевые слова: шагающие аппараты, идеальный механизм в обратной связи, перевернутый маятник.

A. P. Borina¹, V. A. Tereshin²

INVERTED PENDULUM AS AN IDEAL MECHANISM IN CONTROL SYSTEM FOR STABILIZING WALKING

¹Navigator

²Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University

The control mission of a walking machine model using the example of the inverted mathematical pendulum with variable length is solved. The correctness of using a dynamic model of a walking machine to form its control system is confirmed.

Keywords: walking machine, ideal feedback mechanism, inverted pendulum.

За более чем столетнюю историю исследований динамики и управления ходьбой шагающих механизмов сложились современные математические модели процесса ходьбы и подходы к решению задачи стабилизации ходьбы. Сложность управления шагающим аппаратом состоит в том, что конструкция такого аппарата предполагает наличие большого количества степеней свободы для обеспечения требуемых кинематических и динамических параметров шагающих устройств. Также трудно обеспечить высокую маневренность таких машин. Система управления аппаратом должна обеспечивать устойчивость ходьбы в целом, ее эффективность и возможность отслеживать требуемое перемещение.

Критический анализ выполненных исследований в области управления ходьбой двуногих шагающих аппаратов показывает, что исследования эти проводятся не только специалистами

в области робототехники [1; 2], механики, автоматизации, но и в институтах ортопедии и протезирования. Как правило, сначала решается задача возможности управления ходьбой простой модели шагающего аппарата, затем снимаются заданные ограничения, выполняется анализ ходьбы на модели, учитывающей ее инерционные свойства и изменения длины ноги. Затем полученные результаты подтверждаются различными экспериментальными исследованиями, в том числе биомеханическими исследованиями на основе высокоскоростной съемки движений человека.

Точечная модель шагающего аппарата

Рассматривается простейшая модель двуножного шагающего аппарата с точечной массой, невесомыми ногами и нулевыми размерами стоп, изменяемая длина ноги обеспечивает го-

ризонгальное перемещение [3]. В предположении медленности изменения длины ноги и малости ширины шага можно линеаризовать уравнения такого движения. В этой постановке задачи аппарат на каждом шаге представляет

собой перевернутый математический маятник переменной длины, план положений которого схематично представлен на рис. 1. Индексы «s» (start) и «f» (finish) обозначают начало и конец шага, «i» соответствует номеру шага.

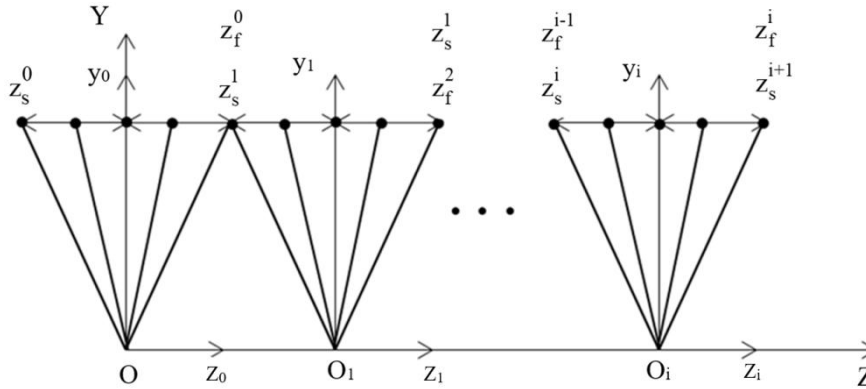


Рис. 1. План положений идеального механизма шагающего аппарата

Приближенный закон движения центра масс с учетом начальных условий вдоль горизонтальной оси будет иметь вид:

$$z = \frac{1}{2} \left(z_s - \frac{\dot{z}_s}{k} \right) e^{kt} + \frac{1}{2} \left(z_s - \frac{\dot{z}_s}{k} \right) e^{-kt}, \quad (1)$$

где z_s и $\dot{z}_s$ – координата и скорость в начале шага, $k = \sqrt{g/L}$ – частота свободных колебаний математического маятника, L – высота центра тяжести, t – произвольный момент времени, g – ускорение свободного падения. Для синтеза закона управления удобно воспользоваться фазовым портретом, на котором движение перевернутого маятника в окрестности положения неустойчивого равновесия отображается семействами гипербол, разделенными линейными сепаратрисами. На основе измерения ошибки

ψ_i как разности между координатой точки при вертикальном положении ноги и ее программным значением в этот же момент времени определяется координата в конце шага

$$z_f^i = \frac{z_{\max}}{2} \left(\frac{1}{2} - \frac{\arctg(\psi_i k_p + \dot{\psi}_i k_d)}{\pi} \right)$$

и место постановки ноги в начале следующего шага

$$z_s^{i+1} = -\frac{\dot{z}_f^i}{k} \left(\frac{1}{2} + \frac{\arctg(\psi_i k_p + \dot{\psi}_i k_d)}{\pi} \right), \quad \text{где } k_p$$

и k_d – коэффициенты обратных связей по ошибке и ее скорости, $z_{\max}$ – конструктивно допустимая ширина шага. Подбирая коэффициенты обратных связей, можно найти устойчивые режимы движения, не заканчивающиеся падением машины, что показано на рис. 2.

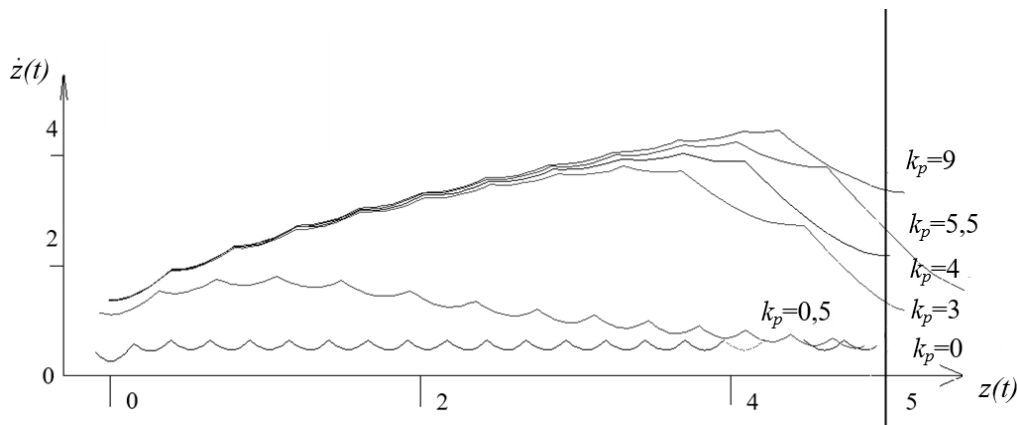


Рис. 2. Фазовый портрет ускоренной ходьбы

Продифференцировав (1) по времени и сопоставляя с (1), получаем для произвольного шага зависимость

$$\dot{z}^2 - k^2 z^2 = \dot{z}_s^2 - k^2 z_s^2. \quad (2)$$

При движении вперед и при малых значениях z_s и $\dot{z}_s$ уравнение (2) имеет фазовые траектории в виде гипербола

$$z = \sqrt{\dot{z}_s^2 - k^2 z_s^2 + k^2 z^2}. \quad (3)$$

Описание эксперимента

Для подтверждения теоретических результатов были проведены экспериментальные ис-

следования совместно с Российским НИИ травматологии и ортопедии имени Р. Р. Вреде на Росмедтехнологий. Испытания выполнялись на движущейся беговой дорожке и регистрировались с помощью высокоскоростной видеокамеры фирмы Fastec HaSpec с частотой 100 кадров в секунду. Объектом испытаний был здоровый человек.

Исследовались режимы ходьбы с различной скоростью и шириной шага, торможение и приседание. В результате была получена раскладка движений человека, представленная на рис. 3.

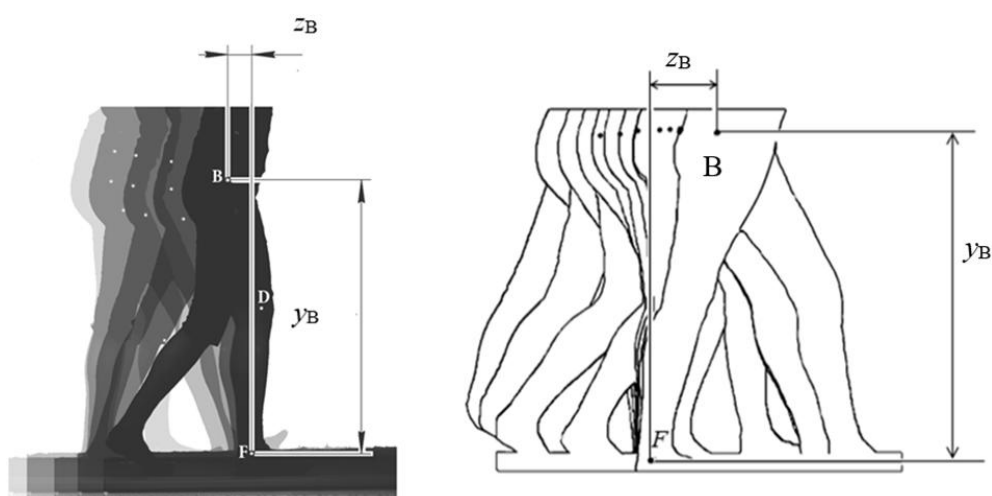


Рис. 3. Кинограмма шага с тактом 0,1 с

Каждое изображение переводилось в AutoCAD и масштабировалось. По координатам наклеенных на человека марок определялось положение центров тазобедренного «B» и опорного голеностопного «F» суставов. Полученных данных оказалось достаточно для определения закона движения туловища человека и построения фазовой траектории горизонтального пере-

мещения на правой ноге, представленной на рис. 4 сплошной линией. На рисунке кроме экспериментальной представлена пунктирной линией теоретическая фазовая траектория с параметрами, определенными из эксперимента $L = 0,875$ м, $z_s = z_{Bs} = -0,134$ м и $\dot{z}_s = \dot{z}_{Bs} = 0,5$ м/с, величина параметра L определена как среднее значение y_B (рис. 3).

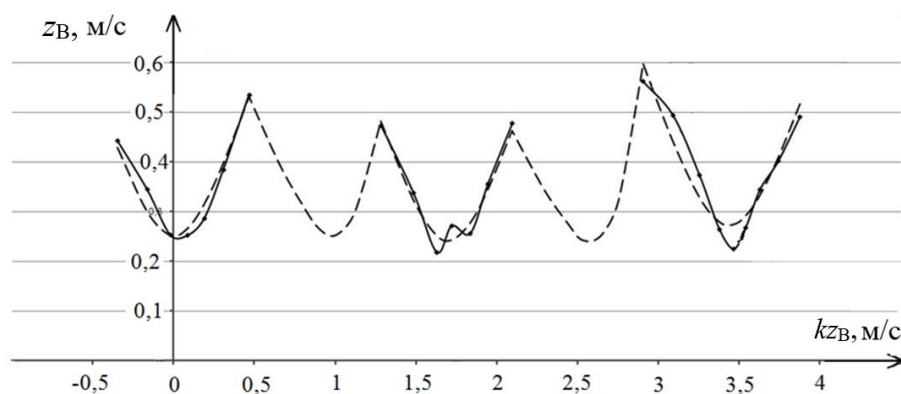


Рис. 4. Фазовые траектории пяти шагов:
— экспериментальная кривая; --- теоретическая кривая

Математическая модель динамики шагающего аппарата

После определения области устойчивости в пространстве коэффициентов обратных связей и оценки качества отработки различных

режимов и ситуаций при ходьбе выполнен анализ движения аппарата на модели, учитывающей его инерционные свойства и управление длиной ноги [4], кинематическая схема которого представлена на рис. 5.

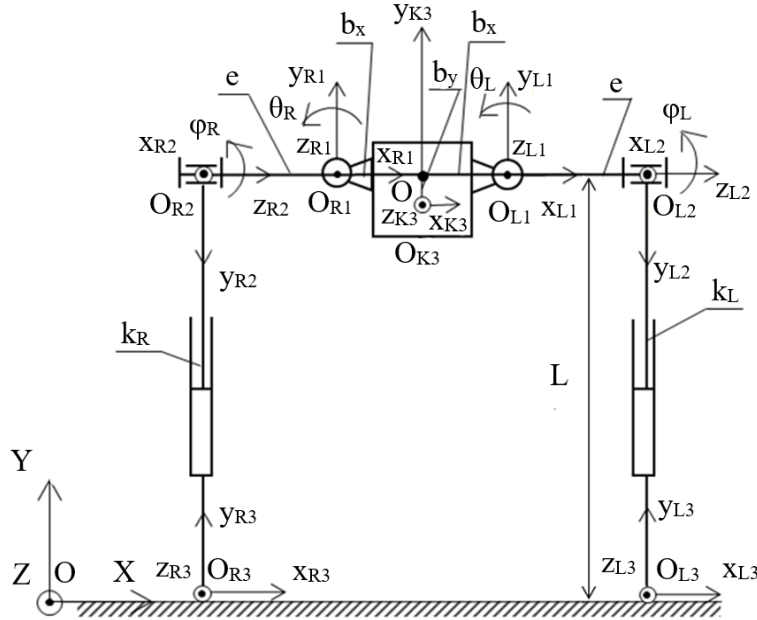


Рис. 5. Кинематическая схема двуногого шагающего аппарата

Для составления уравнения движения двуногого шагающего аппарата использовано общее уравнение динамики, для описания инерционных свойств аппарата учтена масса и матрица инерции корпуса как абсолютно твердого

тела. Взаимодействие стопы с опорой описано только вектором силы. Рассмотрена фаза движения, во время которой аппарат опирается на левую ногу. Движение на правой ноге описывается аналогичными уравнениями.

$$\begin{aligned} & \Phi_x \delta x + (\Phi_y - mg) \delta y + \Phi_z \delta z + M_{zK1}^{\Phi} \delta \alpha + M_{zK2}^{\Phi} \delta \beta + M_{zK3}^{\Phi} \delta \gamma + \\ & + M_{\theta L} \delta \theta_L + M_{\phi L} \delta \phi_L + R_L \delta k_L + F_{xL} \delta x_L + F_{yL} \delta y_L + F_{zL} \delta z_L = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где $\alpha, \beta, \gamma, x, y, z$ – углы конечных поворотов и координаты центра тяжести корпуса, x_L, y_L, z_L – координаты точки постановки левой стопы в глобальной системе, θ_L, ϕ_L, k_L – углы поворота левого тазобедренного шарнира и длина левой ноги, Φ_x, Φ_y, Φ_z и F_{xL}, F_{yL}, F_{zL} – проекции главного вектора сил инерции и вектора силы, действующего на стопу со стороны опоры, на оси неподвижной системы координат; $M_{zK1}^{\Phi}, M_{zK2}^{\Phi}, M_{zK3}^{\Phi}$ – проекции вектора главного момента сил инерции на оси промежуточных систем координат; R_L и $M_{\theta L}$,

$M_{\phi L}$ – движущая сила, действующая вдоль ноги, и движущие моменты в приводах.

Уравнения движения (4), дополненные начальными условиями и координатами места постановки ноги, определяемыми из любых двух приведенных ниже уравнений движения перевернутого маятника (5) позволяют исследовать изменения обобщенных координат корпуса, углов поворота и тазобедренных шарниров, длин ног, движущих моментов, сил и мгновенных мощностей в приводах при ходьбе и динамическом стоянии.

$$\begin{cases} x_{tf} - x_L = \frac{1}{2} \left((x_s - x_L) + \frac{\dot{x}_s}{k} \right) e^{ktf} + \frac{1}{2} \left((x_s - x_L) - \frac{\dot{x}_s}{k} \right) e^{-ktf} \\ z_{tf} - z_L = \frac{1}{2} \left((z_s - z_L) + \frac{\dot{z}_s}{k} \right) e^{ktf} + \frac{k}{2} \left((z_s - z_L) - \frac{\dot{z}_s}{k} \right) e^{-ktf} \\ \dot{x}_{tf} = \frac{k}{2} \left(x_s - x_L + \frac{\dot{x}_s}{k} \right) e^{ktf} - \frac{k}{2} \left(x_s - x_L - \frac{\dot{x}_s}{k} \right) e^{-ktf} \\ \dot{z}_{tf} = \frac{k}{2} \left(z_s - z_L + \frac{\dot{z}_s}{k} \right) e^{ktf} - \frac{k}{2} \left(z_s - z_L - \frac{\dot{z}_s}{k} \right) e^{-ktf} \end{cases} \quad (5)$$

Временные зависимости и фазовые портреты движения в режиме прямолинейной равномерной ходьбы [5] представлены на рис. 6 и 7, на которых сплошные линии соответствуют движению шагающего аппарата, а пунктирные – его идеальному механизму. Крестиками отмечено начало каждого шага. Траектория идеаль-

ного механизма получена из первых двух уравнений перевернутого математического маятника системы (5) при тех же начальных условиях, что и для модели реального объекта. Численные исследования подтвердили малость отклонений фактического движения аппарата от желаемого.

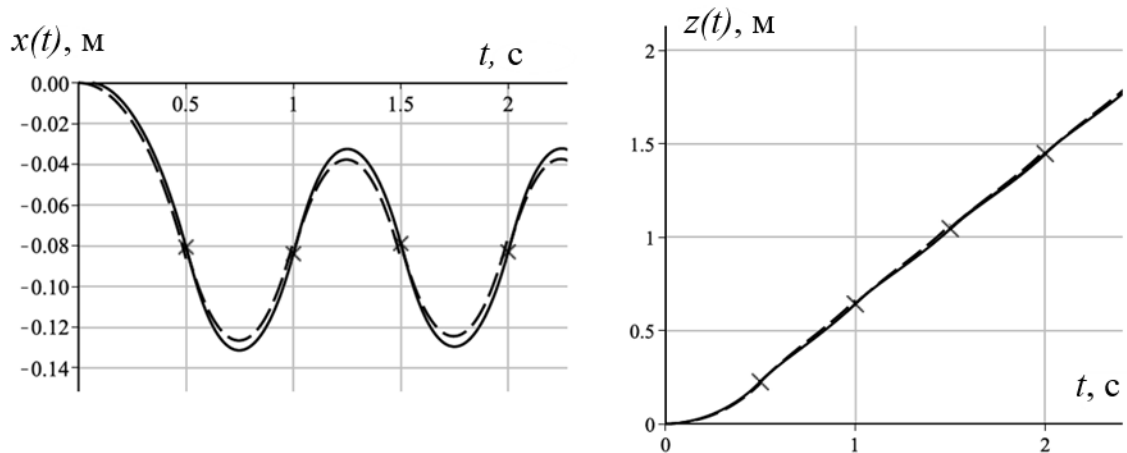


Рис. 6. Зависимости координат центра тяжести аппарата и его идеальной модели от времени при прямолинейной ходьбе с постоянной скоростью

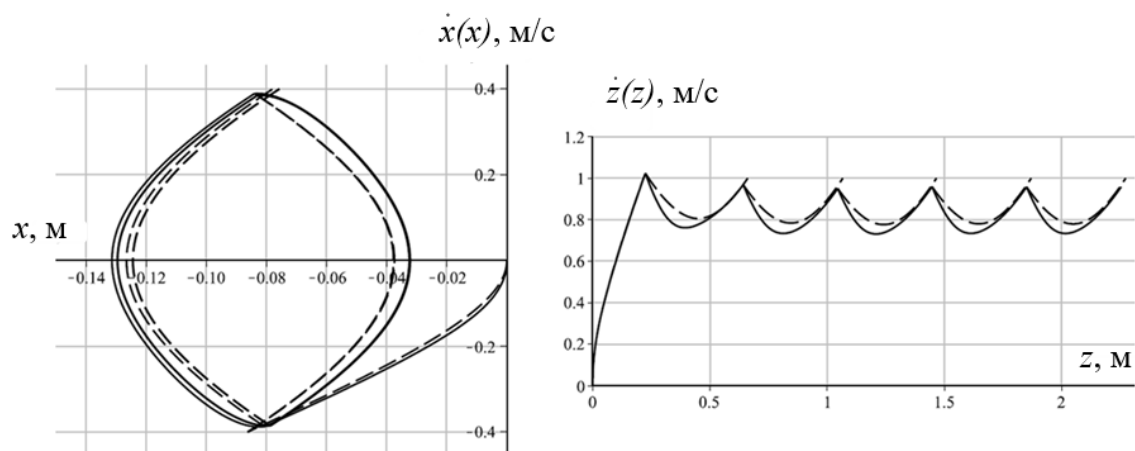


Рис. 7. Фазовые портреты движения аппарата и его идеальной модели при прямолинейной ходьбе с постоянной скоростью

Фазовые портреты вдоль оси z на рис. 7 схожи с графиками на рис. 2 и 4.

Выводы

В работе рассмотрена плоская задача о движении статически неустойчивого двуногого шагающего аппарата по горизонтальной прямой. В качестве модели выбрана материальная точка с невесомыми ногами.

Полученные в ходе эксперимента результаты позволили решить задачу идентификации системы управления ходьбой и показали достаточную адекватность разработанной математической модели шагающего аппарата движению реального объекта.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Горобцов, А. С. Обобщенная задача динамического уравнивания и перспективные направления ее применения / А. С. Горобцов // Известия высших учебных

заведений. Машиностроение. – 2023. – № 3. – С. 14–24.

2. Жога, В. В. Обоснование расчетной схемы динамики манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью / В. В. Жога, А. В. Нелюбова // Известия ВолгГТУ : научный журнал № 4 (287) / ВолгГТУ. – Волгоград, 2024. – С. 60–65.

3. Борова, А. П. Возможности управления двуногим шагающим аппаратом с помощью уравнений перевернутого маятника / А. П. Борова, В. А. Терешин // Современное машиностроение. Наука и образование. – 2014. – № 4. – С. 131–140.

4. Борова, А. П. Система управления статически неустойчивым шагающим аппаратом / А. П. Борова // Вестник ИжГТУ имени М. Т. Калашникова. – 2023. – Т. 26, № 4. – С. 4–12.

5. Борова, А. П. Прямолинейное равномерное движение антропоморфного робота / А. П. Борова, В. А. Терешин // Неделя науки СПбГПУ: материалы научно-практич. конф. с междунар. участием / Институт металлургии, машиностроения и транспорта СПбГПУ. – СПб.: Изд-во Политехн. ун-та, 2014. – Ч. 1. – С. 160–162.

УДК 004.896+007.3+007.52+51-74+517.97+62-52+681.5
DOI 10.35211/1990-5297-2025-4-299-27-31

А. С. Быков, А. М. Кошман, А. В. Леонард, В. А. Шурыгин

СПОСОБ ОБХОДА РОБОТОМ СТАТИЧНОГО ПРЕПЯТСТВИЯ НА ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ С ПОМОЩЬЮ ОТКЛОНЯЮЩЕЙ СИЛЫ

Волгоградский государственный технический университет

alexanderbs00@mail.ru, artkoshman@gmail.com, alex-leonard@yandex.ru, au@vstu.ru

В статье предлагается способ обхода мобильным роботом одного статического препятствия, когда геометрический центр препятствия располагается в непосредственной близости к прямой линии, проходящей через точки стартовой и финальной позиций робота. Для обхода препятствия используется отклоняющая сила, перпендикулярная вектору скорости центра масс робота вблизи препятствия.

Ключевые слова: мобильный робот, планирование движения, обход препятствий, метод потенциальных полей, компьютерное моделирование.

A. S. Bykov, A. M. Koshman, A. V. Leonard, V. A. Shurygin

METHOD FOR A ROBOT BYPASSING A STATIC OBSTACLE ON THE HORIZONTAL PLANE USING A DEFLECTIVE FORCE

Volgograd State Technical University

The article proposes a method for a mobile robot to bypass a single static obstacle, when the obstacle's center is located in close proximity to a straight line passing through the robot's starting and final positions. To bypass the obstacle, a deflective force is used that is perpendicular to the velocity vector of the robot's center of mass near the obstacle.

Keywords: mobile robot, motion planning, obstacle avoidance, potential field method, computer modeling.

Введение

Разработка алгоритмов автоматической навигации мобильных роботов в условиях наличия препятствий представляет собой актуальную задачу робототехники. Существует большое количество различных подходов к решению задачи автоматической навигации [1–3]. Одним из направлений решения данной задачи является использование методов, основанных

на применении виртуальных (искусственных) силовых полей, которые позволяют эффективно планировать движение робота [2]. К группе данных методов можно отнести метод, описанный в статьях [4; 5]. При исследовании указанного метода была выявлена проблема заикленного движения робота вблизи препятствия, схожая проблеме локальных минимумов классических методов искусственных полей [6].

В статье [7] предложен метод исключения осцилляций робота за счет смещения исходного отталкивающего поля относительно статичного препятствия. В данной статье предлагается способ исключения осцилляций робота, основанный на использовании отклоняющей силы, перпендикулярной вектору скорости центра масс робота вблизи препятствия.

1. Постановка задачи

Необходимо предложить подход по преодолению статичного препятствия за заданное время для случая, когда центр препятствия располагается вблизи прямой линии, соединяющей начальную и конечную точки положения центра масс мобильного робота. При этом мобиль-

ный робот и препятствие моделируются окружностями. Масса робота сосредоточена в геометрическом центре окружности.

Робот осуществляет перемещение по горизонтальной плоскости без сил сопротивления движению, обладая идеальной маневренностью (центр масс робота способен реализовать движение в любом направлении сколь угодно быстро). Перемещение центра масс мобильного робота (МР) реализуется из начальной точки A в целевую B , в которую необходимо попасть за отведенное время τ с заданными начальными и конечными координатами и скоростями центра масс МР: $x_0, y_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0$ и $x_\tau, y_\tau, \dot{x}_\tau, \dot{y}_\tau$ (рис. 1).

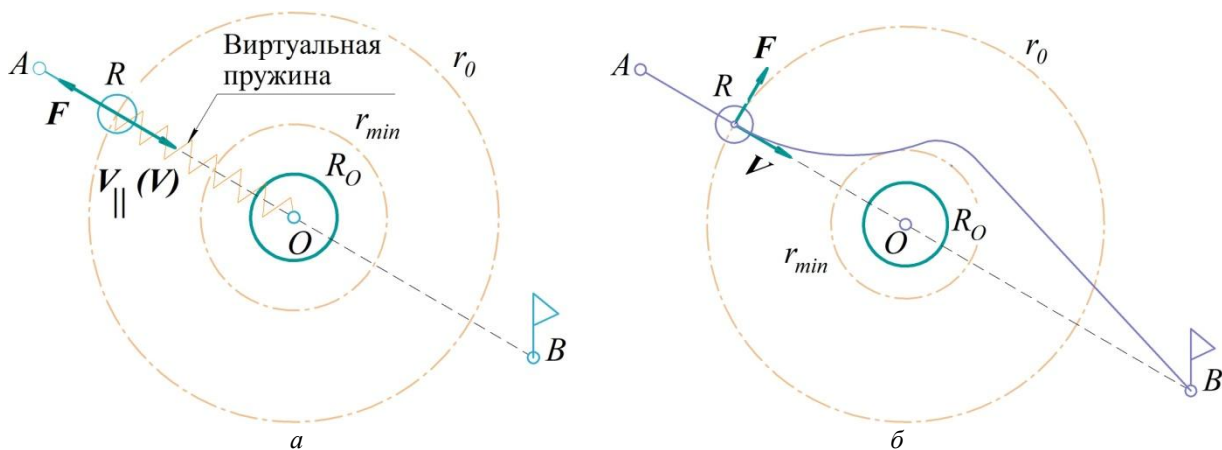


Рис. 1. Обход препятствия с помощью центрально-симметричного отталкивающего поля (а) и отклоняющей силы (б)

2. Предлагаемый способ

В статьях [4; 5] обход препятствия реализуется следующим образом. В процессе движения мобильного робота в зоне действия потенциального поля $[r_{min} \dots r_0]$ на него воздействует виртуальная пружина жесткостью c (рис. 1, а). Данное воздействие позволяет роботу (радиусом R) избежать столкновения с препятствием (радиусом R_O), при соответствующем расчете параметра поля c (жесткости виртуальной пружины) из условия безударного обхода [4]. Направление силы F действия виртуальной пружины всегда противоположно радиальной составляющей $V_{||}$ вектора скорости V робота. Предлагается заменить виртуальную пружину на силу F (рис. 1, б), направленную перпендикулярно вектору скорости V , когда линия вектора скорости пересекает границу опасной зоны радиуса r_{min} . После успешного обхода препятствия сила перестает действовать без обяза-

тельного выхода робота из зоны радиуса r_0 .

3. Общий алгоритм обхода препятствия с помощью отклоняющей силы

I этап – движение робота вне зоны обнаружения препятствия r_0 . На первом этапе (рис. 2) робот движется из стартовой точки A к целевой точке B по законам, например, вида [4]:

$$\begin{aligned} x &= C_{11} + C_{12}t + C_{13}e^{kt} + C_{14}e^{-kt}, \\ y &= C_{21} + C_{22}t + C_{23}e^{kt} + C_{24}e^{-kt}, \end{aligned} \quad (1)$$

где константы интегрирования C_{ij} определяются из заданных граничных условий: $x_0, y_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0$ и $x_\tau, y_\tau, \dot{x}_\tau, \dot{y}_\tau$.

II этап – обнаружение препятствия сенсорной системой мобильного робота и активация отклоняющей силы F . На втором этапе происходит обнаружение препятствия, например, с помощью лидара и определение радиуса моделирующей окружности R_O , координат ее центра O [8].

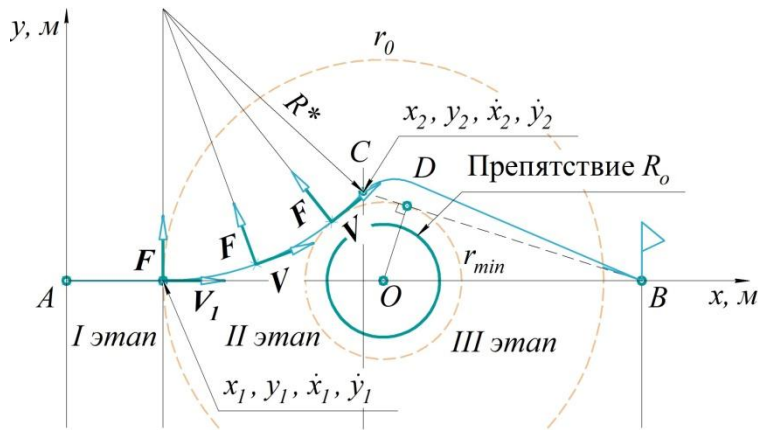


Рис. 2. Схема обхода препятствия с помощью отклоняющей силы

После этого производится проверка пересечения траекторией робота (1) границы опасной зоны вокруг препятствия радиуса r_{min} . Если пересечения нет – движение к целевой точке B продолжается по законам (1), уклонение от препятствия не требуется. При определении

пересечения активируется сила F , перпендикулярно направленная к вектору скорости V для каждого последующего момента времени. Законы движения центра масс робота на втором этапе могут быть выражены зависимостями вида (2):

$$\begin{cases} x = x_1 - \frac{mV_1}{F} \left[\dot{y}_1 - \dot{y}_1 \cos\left(\frac{F}{mV_1}t\right) - \dot{x}_1 \sin\left(\frac{F}{mV_1}t\right) \right], \\ y = y_1 + \frac{mV_1}{F} \left[\dot{x}_1 + \dot{y}_1 \sin\left(\frac{F}{mV_1}t\right) - \dot{x}_1 \cos\left(\frac{F}{mV_1}t\right) \right]. \end{cases} \quad (2)$$

Величина силы F определяется из соотношения (3):

$$F = mV_1^2 / R^*. \quad (3)$$

В формулах (2) и (3) соответственно: $x_1, y_1, \dot{x}_1, \dot{y}_1$ – координаты и скорости центра масс робота в момент активации силы F ; m – масса робота; V_1 – величина абсолютной скорости в момент активации силы F ; R^* – радиус дуги окружности (траектории центра масс робота в режиме уклонения от препятствия), величина которого определяется из геометрических условий касания траекторией робота окружности радиуса r_{min} и ее сопряжения с участком траектории (1) в точке (x_1, y_1) .

Второй этап продолжается до тех пор, пока робот или не покинет зону обнаружения препятствия r_0 , или пока траектория робота (2) не пересечет в некоторой точке $C (x_2, y_2)$ линию

BD , касательную к окружности радиуса r_{min} и проходящую через целевую точку B .

III этап – завершение движения робота в целевую точку за оставшееся время. Движение центра масс робота на III этапе происходит по законам I этапа (1) с переопределением начальных условий: $x_0 = x_2, y_0 = y_2, \dot{x}_0 = \dot{x}_2, \dot{y}_0 = \dot{y}_2$, времени $\tau - \tau_I - \tau_{II}$ и соответствующим перерасчетом констант C_{ij} .

4. Результаты компьютерного моделирования

Для подтверждения работоспособности предлагаемого способа решения проблемы замкнутого движения робота вблизи препятствия были проведены численные эксперименты в авторском программном инструменте, реализованном на языке программирования C# (рис. 3).

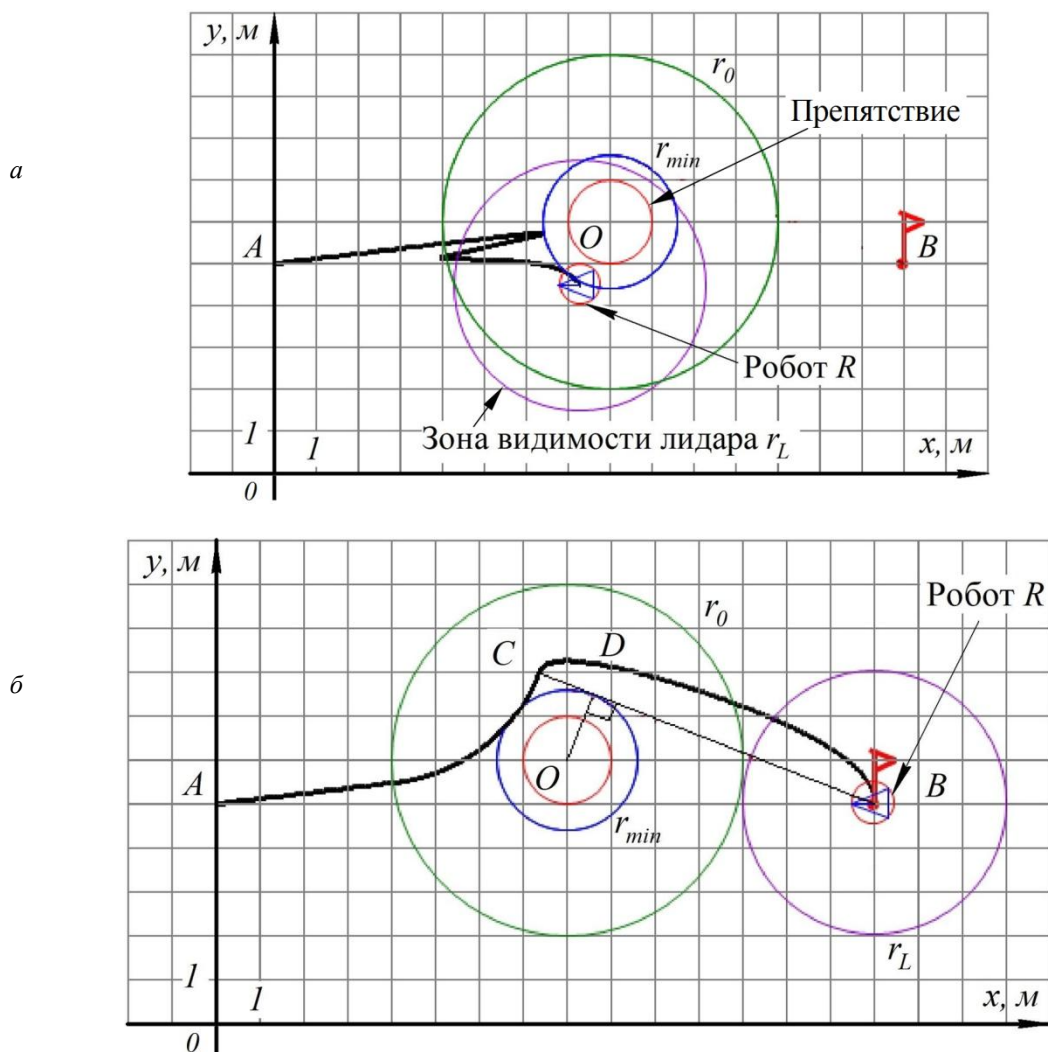


Рис. 3. Движение робота с конечной скоростью $\dot{y}_B = -2 \text{ м/с}$:

a – обход препятствия с помощью центрально-симметричного поля; *б* – обход препятствия с помощью отклоняющей силы

Заключение

Анализ полученных результатов показывает, что предложенный способ (на основе отклоняющей силы) обхода роботом статичного препятствия позволяет исключить проблему осцилляции робота вблизи статичного препятствия (рис. 3, *a*) и обеспечить роботу достижение целевого положения за отведенное время (рис. 3, *б*). Рассмотренный способ может быть использован для обхода роботом нескольких статичных препятствий, расположенных на значительном удалении друг от друга, и применен в составе других методов автоматического планирования движения робота с соответствующим учетом ограничений на скорости и ускорения робота. Использование представленного способа для обхода роботом группы близко расположенных друг к другу препятствий требует модификации описанного алгоритма.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Chunxi, Cheng Path planning and obstacle avoidance for AUV : A review / Chunxi Cheng, Qixin Sha, Bo He, Guangliang // Ocean Engineering. – 2021. – Vol. 235. Article 109355.
2. Лю, В. Методы планирования пути в среде с препятствиями (обзор) / В. Лю // Математика и математическое моделирование. – 2018. – № 1. – С. 15–8.
3. Казаков, К. А. Обзор современных методов планирования движения / К. А. Казаков, В. А. Семенов // Труды ИСП РАН. – 2016. – Т. 28. Вып. 4. – С. 241–294.
4. Леонард, А. В. Планирование движения наземного робота с обходом стационарного препятствия при заданных: начальных и конечных координатах, скоростях и оперативном времени (VC/APF+BC_т¹). Ч. I Теория / А. В. Леонард // Известия ВолГГТУ : научный журнал № 9 (268) / ВолГГТУ. – Волгоград, 2022. – С. 34–42.
5. Леонард, А. В. Планирование движения наземного робота с обходом стационарного препятствия при заданных: начальных и конечных координатах, скоростях и оперативном времени (VC/APF+BC_т¹). Ч. II. Результаты / А. В. Леонард // Известия ВолГГТУ : научный журнал № 9 (268) / ВолГГТУ. – Волгоград, 2022. – С. 42–48.

6. Khatib, O. Real-Time Obstacle Avoidance for Manipulators and Mobile Robots // 1985 IEEE International Conference on Robotics and Automation, March 25-28, 1985, St. Louis. – P. 500–505.

7. Кошман, А. М. Планирование движения мобильного робота со смещением исходного центра потенциального поля статического препятствия / А. М. Кошман, А. С. Быков, А. В. Леонард, В. А. Шурыгин // Известия ВолгГТУ :

научный журнал № 4 (287) / ВолгГТУ. – Волгоград, 2024. – С. 65–71.

8. Быков, А. С. Классификация препятствий и способы их аппроксимации для задач обхода статических препятствий / А. С. Быков, А. М. Кошман, А. В. Леонард, В. А. Шурыгин // Известия ВолгГТУ : научный журнал № 4(287) / ВолгГТУ. – Волгоград, 2024. – С. 35–40.

УДК621.865

DOI 10.35211/1990-5297-2025-4-299-31-35

М. Ю. Ветлицын

ОСОБЕННОСТИ ДВИЖЕНИЯ РАБОЧЕГО ОРГАНА ЗАХВАТНОГО УСТРОЙСТВА ПРИ ОПТИМАЛЬНОМ ШИМ-УПРАВЛЕНИИ*

Волгоградский государственный технический университет

mikhail.vetlitsyn@mail.ru

В работе представлены результаты экспериментальной реализации ШИМ-управления электроприводом захватного устройства по заданным критериям оптимизации. Показано влияние элементов кинематической схемы, технических решений и ограничений при ШИМ-управлении на особенности движения и мощностные параметры электропривода.

Ключевые слова: адаптивный захват, оптимальное управление, ШИМ-управление электроприводом, программные перемещения.

М. Yu. Vetlitsyn

FEATURES OF MOVEMENT OF THE WORKING BODY OF THE GRIPPER DEVICE WITH OPTIMAL PWM CONTROL

Volgograd State Technical University

The paper presents the results of the experimental implementation of PWM control of the electric drive of the gripping device according to the specified optimization criteria. The influence of the elements of the kinematic scheme, technical solutions and limitations in PWM control on the features of the movement and power parameters of the electric drive is shown.

Keywords: adaptive grip, optimal control, PWM-control of electric drive, software movements.

Введение

В электроприводе робототехнических систем под оптимальным управлением понимают набор управляющих параметров, обеспечивающих наилучшее, с точки зрения заданных критериев, поведение робототехнической системы, ее движение к цели по оптимальной траектории [1]. Управляющие параметры рассматривают как функции времени, что допускает их изменение в ходе процесса для выбора на каждом этапе оптимальных значений. Оптимальные значения, рассматриваются с учетом экономических аспектов, энергетических показателей, режима работы робототехнической системы и электропривода на всех этапах жизненного цикла изделия.

Использование стандартных модулей при реализации оптимального управления электроприводом захватного устройства требует определения оптимальной диаграммы тока якоря $I(t)$ и скорости вращения $V(t)$ и реализации параметров ШИМ-управления, обеспечивающих изменение напряжения якоря $U(t)$, соответствующее оптимальным диаграммам. Формирование импульсов управления осуществляет контроллер, который в соответствии с аппаратными возможностями и заданным алгоритмом обрабатывает программу управления, накладывая дополнительные программные и временные ограничения на реализацию оптимальных диаграмм.

© Ветлицын М. Ю., 2025.

* Исследование выполнено за счет средств программы развития ВолгГТУ «Приоритет 2030», в рамках научного проекта 35/637-24.

Реализация ШИМ-управления электроприводом рабочего органа адаптивного захватного устройства

Задача оптимального управления по минимизации энергозатрат [1; 2] захватным устройством сформулирована в виде функций тока якоря $i(\tau)$ и скорости $v(\tau)$, доставляющих максимум перемещения рабочего органа по обобщенной координате α за время τ (в относительных единицах):

$$\alpha = \int_0^T v(\tau) d\tau. \quad (1)$$

Оптимальное управление электроприводами непрерывного режима работы при постоянстве момента сопротивления и максимуме интеграла (1) достигается при параболической диаграмме скорости вращения $v(\tau)$, удовлетворяющей уравнению:

$$v = \frac{6\alpha}{T^2} \left(\tau - \frac{\tau^2}{T} \right), \quad (2)$$

и линейной диаграмме якоря $i(\tau)$:

$$i = i_0 + \frac{6\alpha}{T^2} \left(1 - \frac{2\tau}{T} \right). \quad (3)$$

Применение современных цифровых контроллеров и драйверов значительно усложняет математическое описание оптимальных функций скорости и тока ввиду импульсного способа формирования управляющих воздействий и возникающих при этом колебаний движущего момента и вариаций момента сопротивления [3].

Реализация оптимального управления производилась на электроприводе захватного устройства (ЗУ), схематично представленного на рис. 1. ЗУ состоит из двух независимых приводов с встроенным редуктором ПР, преобразователя П, кривошипного передаточного механизма ПМ и двухэластичных рабочих органов РО. К рабочему органу ЗУ приложена сила F_{np} от электродвигателя, и сила сопротивления F_c от объекта удержания. Независимое управление каждым рабочим органом обеспечивает снижение момента сопротивления на один двигатель и дает возможность использования микродвигателей постоянного тока в условиях ограниченных габаритов ЗУ при применении критерия оптимального управления для уменьшения нагрева [1; 2].

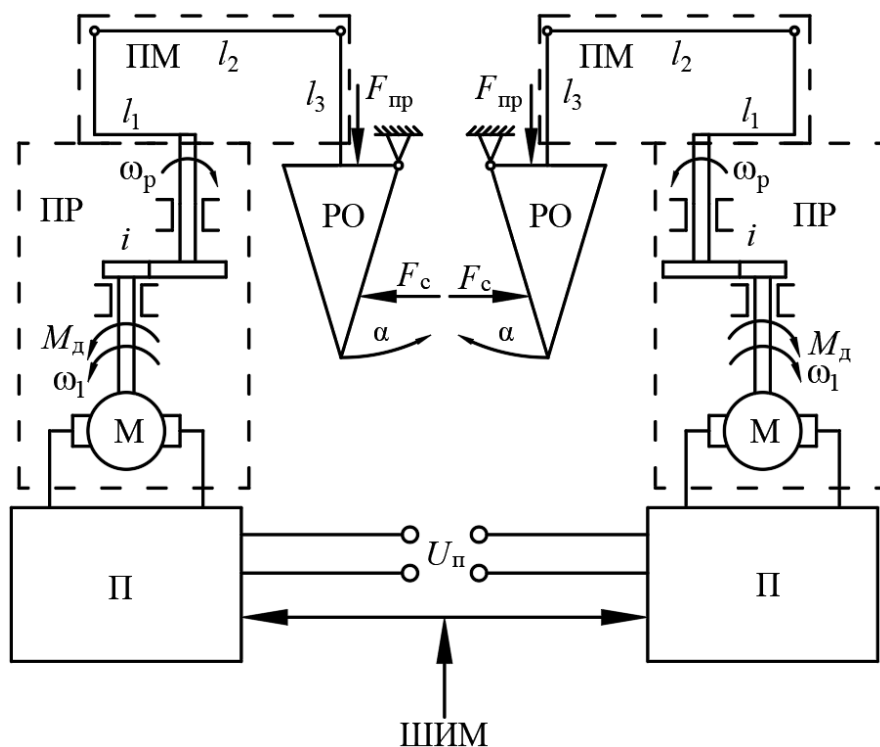


Рис. 1. Упрощенная функциональная схема захватного устройства

На рис. 2 представлены осциллограммы изменения тока двух электроприводов в режимах на открытие и закрытие рабочего органа. Экспериментальный вид кривой (1) имеет отличие от расчетных (кривая 2), так как в режиме

ШИМ-управления получение линейной кривой невозможно, а приближение к оптимальной диаграмме реализуется уменьшением времени открытия транзисторов H-моста при постоянном периоде ШИМ-управления.

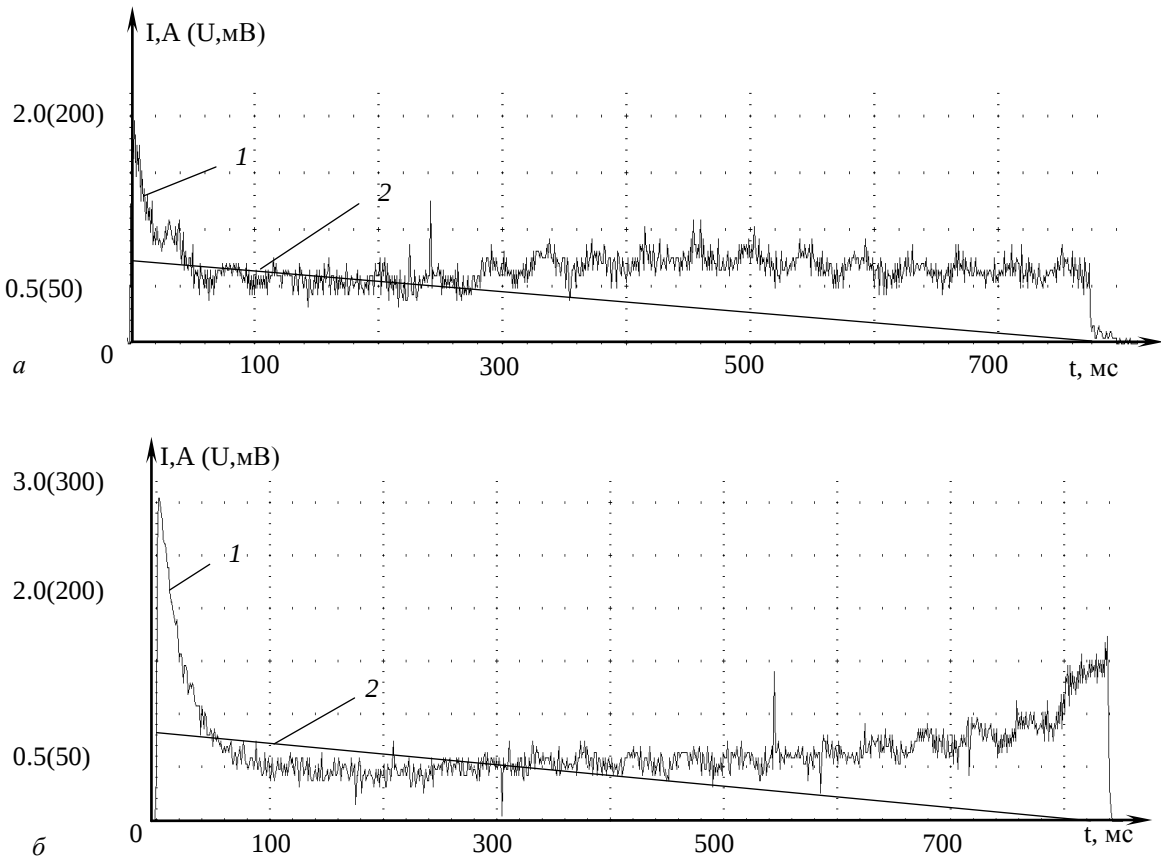


Рис. 2. Сравнение экспериментального (1) характера изменения тока и расчетного оптимального (2) для ЗУ:
а – движение на открытие; б – движение на закрытие

Для преодоления микродвигателем пускового момента сопротивления и приближения реальной диаграммы скорости $V(t)$ в режиме ШИМ-управления к оптимальной в начальный момент на якорь допустимо подавать напряжение $U = U_{\max}$ и $t_{\text{откр}} = T_{\text{импульс}}$. Под действием $U_{\max}$ ток якоря будет возрастать с начальной скоростью, через несколько импульсов ШИМ-управления ток якоря уменьшится до начального значения, рекомендованного оптимальной диаграммой, после чего можно увеличивать время $t_{\text{пауз}}$ паузы для получения оптимальной характеристики тока и скорости. Индуктив-

ность якоря не влияет на расчетную форму оптимальной диаграммы тока, но влияет на вид реальной кривой тока на каждом периоде $T_{\text{импульс}}$ и на величину действующего на якорь напряжения. Увеличение тока якоря в конце интервала $T_{\text{движ}}$ связано с увеличением момента сопротивления при захвате объекта РО.

Влияние конструкции ЗУ и ШИМ-управления электроприводом на характер момента

Система уравнений, определяющая изменения момента M и скорости ω при ШИМ-управлении, может быть представлена в виде [4; 5]:

$$\left\{ \begin{array}{l} I_{\text{я}} = \frac{(U - C_{\text{ЕФ}} \Phi_{\text{дв}} \omega) \left(1 - e^{-\frac{t}{T_{\text{я}}}}\right)}{r_{\text{я}}} + I_0 e^{-\frac{t}{T_{\text{я}}}}, \quad 0 < t < t_{\text{откр}} \\ I_{\text{я}} = -\frac{C_{\text{ЕФ}} \Phi_{\text{дв}} \omega \left(1 - e^{-\frac{t - t_{\text{откр}}}{T_{\text{я}}}}\right)}{r_{\text{я}}} + I_{\text{ми}} e^{-\frac{t - t_{\text{откр}}}{T_{\text{я}}}}, \quad t_{\text{откр}} < t < T_{\text{импульс}} \\ M = C_{\text{ф}} \Phi_{\text{дв}} I_{\text{я}} \\ \Delta \omega = \frac{M(t) - M_{\text{с}}}{J} \Delta t \end{array} \right. \quad (4)$$

где $I_{\text{я}}$ – ток якоря электродвигателя; U – напряжение на якоре; t – время; $r_{\text{я}}$ – сопротивление якоря; $\Phi_{\text{дв}}$ – полезный результирующий магнитный поток; $C_{\text{ЕФ}}$ и $C_{\text{ф}}$ – постоянные электродвигателя; $T_{\text{я}}$ – постоянная времени обмотки якоря; I_0 – ток в начале интервала $T_{\text{импульс}}$; $I_{\text{mi}} = I(t_{\text{откр}})$ – ток в конце интервала $t_{\text{откр}}$; $M_{\text{с}}$ – суммарный момент сопротивления на валу; ω – скорость вращения вала двигателя; $M(t)$ – электрохимический момент двигателя;

J – момент инерции двигателя, редуктора и захватного устройства, приведенный к валу электродвигателя; $\Delta\omega$ – отклонение скорости вращения от усредненного значения ω ; Δt – шаг расчета на интервале $T_{\text{импульс}}$; $T_{\text{импульс}} = t_{\text{откр}} + t_{\text{пауз}}$ – период цикла управления. Решение системы (4) на интервале $T_{\text{импульс}} \cong 0,02$ с при $T_{\text{я}} \cong 0,02 \ll T_{\text{м}} = 0,3 \div 0,5$ с, при условии $M_{\text{с}} \approx M_{\text{ном}}$, $t_{\text{откр}} = t_{\text{пауз}} = T_{\text{импульс}}/2$ представлено на рис. 3.

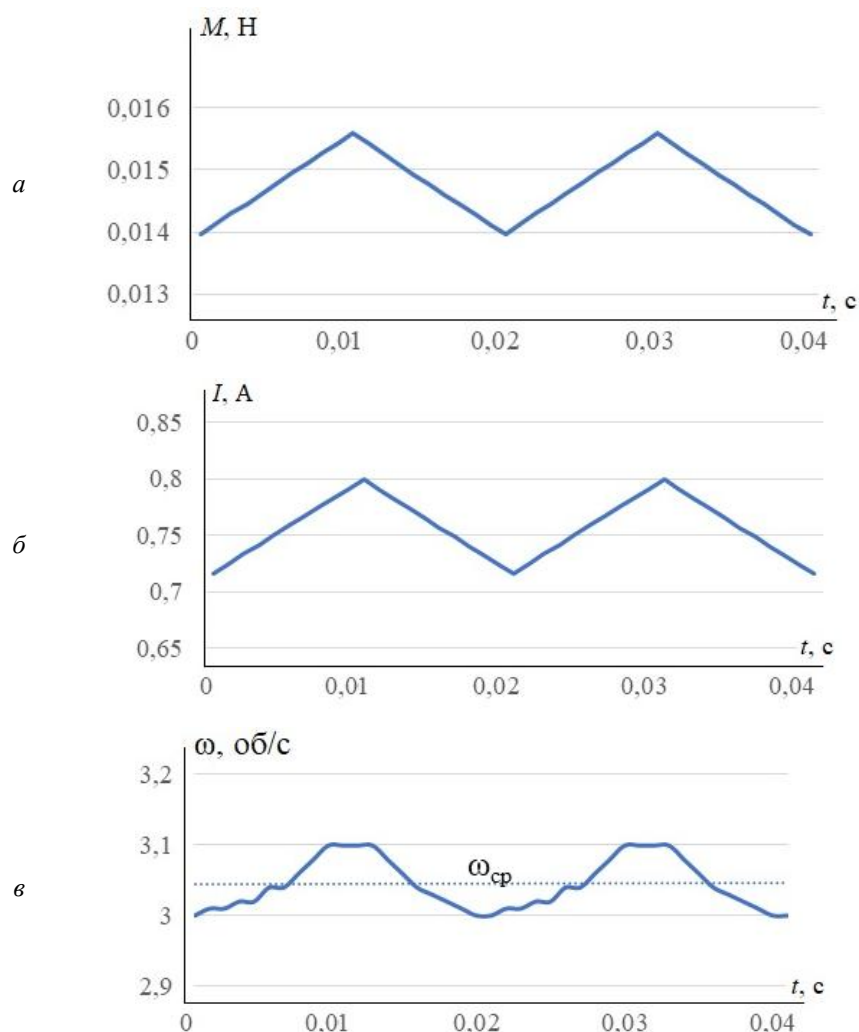


Рис. 3. Расчетные графики колебаний $I(t)$, $M(t)$, $\omega(t)$

Ток якоря имеет пульсации экспоненциального характера ΔI (4), что приводит к соответствующим изменениям момента ΔM [4]. При подключении на короткое время посредством ШИМ-управления двигателя к источнику питания могут возникать колебания РО, расчетные колебания частоты вращения относительно $\omega_{\text{ср}}$ имеют дискретный характер, определяемый шагом расчета Δt .

Заключение

Экспериментальные исследования оптимального управления для захватных устройств показали, что реализация расчетной оптимальной характеристики изменения тока якоря связана с различными динамическими процессами, определяемыми кинематической схемой и способом управления. При использовании ШИМ-управления для ЗУ экспериментальный характер

изменения тока якоря, близкий к оптимальному, обеспечивает требуемую производительность электропривода в заданное время T и может быть программно настроен на одно из условий оптимизации, но ограничен возможностью возникновения колебаний РО вследствие характера из-

менения движущего момента. На рис. 4 представлен экспериментальный характер тока якоря при аппроксимации оптимального движения в режиме ШИМ-управления, наглядно отражающий сложный характер изменения движущего момента, определяющего динамику движения РО.

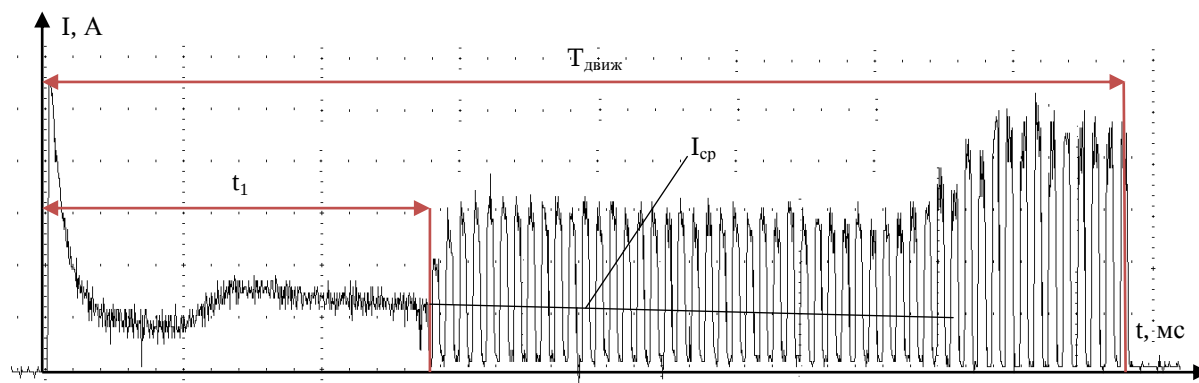


Рис. 4. Экспериментальный характер тока якоря при аппроксимации оптимального движения в режиме ШИМ-управления

Дополнительным достоинством оптимального ШИМ-управления оказывается близкое к минимуму потребление энергии при выполнении операции открытия-закрытия ЗУ, поскольку часть заданного времени выполнения программы приходится на участок паузы следования импульсов, что на рис. 4 видно снижением значений величины тока якоря.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Петров, Ю. П. Оптимальное управление электрическим приводом с учетом ограничений по нагреву / Ю. П. Петров. – Ленинград : Энергия, 1971. – 145 с.
2. Ветлицын, М. Ю. Об оптимальном управлении электроприводом реконфигурируемых устройств / М. Ю. Ветлицын // Известия ВолгГТУ : научный журнал № 9 (292) / ВолгГТУ. – 2024. – С. 14–19.
3. Кобринский, А. Е. Механизмы с упругими связями / А. Е. Кобринский. – М.: Наука, 1964. – 252 с.
4. Сен, П. Тиристорные электроприводы постоянного тока / П. Сен; пер. с англ. – М.: Энергоатомиздат, 1985. – 232 с.
5. Данилов, П. Е. Теория электропривода : учебное пособие / П. Е. Данилов, В. А. Барышников, В. В. Рожков. – М., Берлин: Директ-Медиа, 2018. – 417 с.

УДК 004.021

DOI 10.35211/1990-5297-2025-4-299-35-43

А. Ш. Джачаев, С. А. Воротников

МЕТОД РОЯ ЧАСТИЦ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ КИНЕМАТИКИ МАНИПУЛЯТОРОВ С ИЗБЫТОЧНЫМ ЧИСЛОМ СТЕПЕНЕЙ ПОДВИЖНОСТИ

Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана

ajachaev@yandex.ru, s_vorotnikov@mail.ru

В статье рассматривается применение метода роя частиц в качестве алгоритма решения обратной задачи кинематики манипулятора с избыточным числом степеней подвижности. Показано, что использование этого метода для поиска оптимальной конфигурации манипулятора позволяет минимизировать ошибку позиционирования схвата. Проведено моделирование работы алгоритма для ряда тестовых задач в условиях различных начальных конфигураций манипулятора и целевых позиций и определена эффективность предложенного подхода.

Ключевые слова: система управления манипулятором, обратная задача кинематики, метод роя частиц, методы оптимизации, избыточные степени подвижности.

A. S. Jachaev, S. A. Vorotnikov

PARTICLE SWARM OPTIMIZATION METHOD FOR SOLVING THE REDUNDANT MANIPULATORS INVERSE KINEMATICS

Bauman Moscow State Technical University

The article discusses the use of the Particle Swarm Optimization method as an algorithm for solving the inverse problem of manipulator kinematics with an excessive number of degrees of freedom. It is shown that using this method to find the optimal manipulator configuration allows minimizing the gripper positioning error. The algorithm operation was simulated for a number of test problems under conditions of various initial manipulator configurations and target positions, and the efficiency of the proposed approach was determined.

Keywords: Manipulator control system, inverse kinematics problem, particle swarm optimization, optimization methods, excessive number of degrees of freedom.

Введение

В настоящее время манипуляторы находят применение в различных отраслях промышленности и сферах услуг. В рамках широкого спектра задач существуют такие, где предъявляются особые требования к области достижимости манипуляторов с учетом существующих в условиях данной задачи пространственных ограничений. Это привело к появлению манипуляторов, способных обеспечить данные требования – главным образом, *манипуляторов с избыточным числом степеней подвижности* (МИСП). Наличие дополнительных степеней подвижности позволяет МИСП корректно позиционировать схват по положению и ориентации на тех участках рабочей области, доступ к которым затруднен ввиду особенностей выполняемой операции [1]. Например, при выполнении сварочных операций такой особенно-

стью может являться форма свариваемых изделий. На рис. 1 показано преимущество 7-степенного робота-манипулятора (рис. 1, б) перед обычным 6-степенным роботом-манипулятором (рис. 1, а) – наличие дополнительной степени подвижности позволяет обрабатывать весь периметр сварного шва [2].

Однако наличие дополнительных степеней подвижности приводит к изменениям в синтезе системы управления манипулятором, в частности, в решении *обратной задачи кинематики* (ОЗК). Решение ОЗК заключается в нахождении обобщенных координат сочленений манипулятора по заданным значениям положения и ориентации схвата [3] (рис. 2, а). В отличие от нее прямая задача кинематики (ПЗК) определяет по заданным значениям обобщенных координат соответствующие значения положения и ориентации схвата (рис. 2, б).

а



б

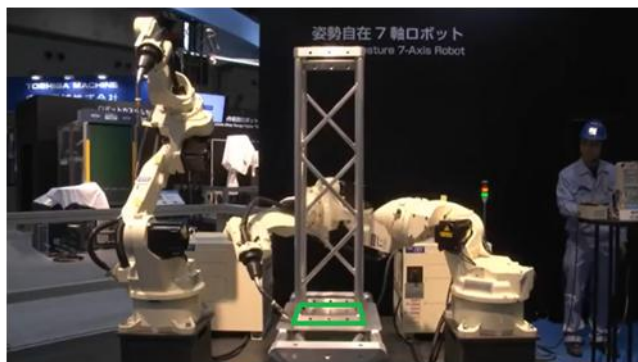


Рис. 1. Демонстрация сварочной операции:

а – 6-степенной робот-манипулятор; б – 7-степенной робот-манипулятор

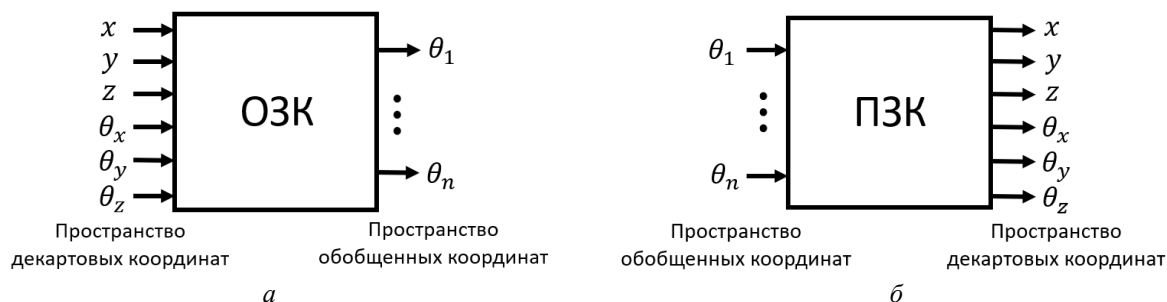


Рис. 2. Две задачи кинематики манипулятора:
а – обратная (ОЗК) и б – прямая (ПЗК)

Положение ОЗК в общей структуре системы управления манипулятором представлено на рис. 3.

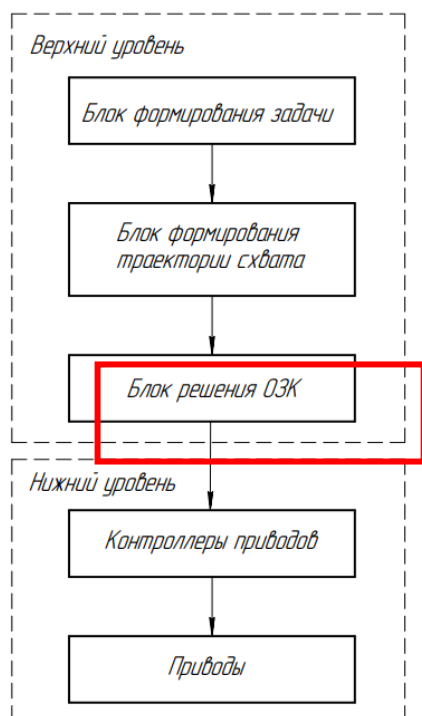


Рис. 3. Обобщенная иерархия задач управления манипулятором

В случае МИСП число степеней подвижности манипулятора превышает число пространственных степеней свободы схвата. Такая избыточность увеличивает область достижимости манипулятора, но приводит к появлению множественности возможных решений, что накладывает ограничения на выбор подходящего метода решения ОЗК [4].

Так, традиционные *аналитические методы* решения ОЗК основываются на выводе явных математических выражений для переменных обобщенных координат, что возможно только в сравнительно простых системах с ограниченным числом степеней подвижности [5]. В слу-

чае избыточных степеней подвижности аналитические методы не подходят для практического применения, поскольку сложность вывода уравнений значительно возрастает из-за множественности возможных решений [6]. Более того, такой подход не позволяет эффективно учитывать дополнительные критерии оптимизации, такие как отсутствие коллизий [7].

Численные методы, включая градиентный спуск и алгоритмы Ньютона, часто применяются для поиска решений в многомерных пространствах [8]. Однако и они имеют свои ограничения. Во-первых, данные методы сильно зависят от выбора начальной точки, что может привести к застреванию в локальном оптимуме [9]. Во-вторых, вычислительная сложность этих методов возрастает экспоненциально с увеличением размерности задачи, что существенно снижает их эффективность в случае МИСП [10].

Вопрос выбора оптимального подхода к решению ОЗК стоит особенно остро в тех случаях, когда робот-манипулятор функционирует в динамичной среде, поскольку в этом случае неопределенность рабочей области может потребовать от системы управления проводить непрерывные вычислительные операции в режиме реального времени для нахождения актуального в текущий момент решения ОЗК [11]. В качестве целевого примера предлагается рассмотреть семиосевой МИСП «KUKAiwa 14 R820», ассистирующий человеку при выполнении сборочно-монтажных операций (рис. 4) [12].

Как следует из рис. 4, в рабочей области МИСП присутствует ряд динамических объектов, что требует при поиске оптимальной конфигурации манипулятора учесть еще один критерий – *отсутствие коллизий*, где под коллизиями понимается столкновение с объектами окружающего пространства. Геометрия данных объектов выступает дополнительным фактором, формирующим пространство поиска возможных решений ОЗК.



Рис. 4. Совместное выполнение сборочно-монтажных операций с помощью МИСП

Таким образом, приведенные особенности обуславливают необходимость поиска альтернативных подходов, которые способны эффективно справляться с многокритериальными оптимизационными задачами в рамках управления МИСП. Данная проблема была исследована в ряде работ, где авторы предложили использовать нейросетевые и эвристические методы оптимизации для повышения эффективности решения ОЗК [13–15]. Однако и в этих публикациях не учитывалась возможность возникновения коллизий при движении манипулятора; кроме того, для самих методов характерно существенное снижение вычислительной эффективности при увеличении размерности пространства поиска, а также невозможность достижения глобального оптимума для ряда случаев [16; 17].

В данной работе в качестве альтернативного подхода предлагается использовать *метод роя частиц* (Particle Swarm Optimization – PSO), осно-

ванный на применении роевого интеллекта и имитирующий поведение природных популяций, который демонстрирует высокую эффективность при решении оптимизационных задач в высокоразмерных пространствах поиска [18]. Благодаря этому алгоритм метода роя частиц уже получил применение в различных прикладных научных областях, включая робототехнику [19].

Применение метода роя частиц для решения ОЗК МИСП

Следует подробнее рассмотреть метод роя частиц. В основе этого метода, предложенного Р. Эберхартом и Дж. Кеннеди в 1995 г., лежит процесс, схожий с поведением птиц в стае и рыб в косяке: группа частиц (аналогично стае птиц) совершает поиск оптимального состояния в пространстве решений. Каждая частица делится своей текущей лучшей позицией с одной или несколькими другими частицами в рое после смещения в пространстве решений. В результате каждая частица определяет свой следующий шаг в пространстве решений на основе траектории каждой другой частицы (*социальный компонент*) и инерциальной составляющей (*инерциальный компонент*), зависящей от своего состояния на предыдущем шаге (*когнитивный компонент*). После того как все частицы обновляют свои позиции в текущей итерации, начинается следующая итерация процесса поиска, исследующая области, близкие к оптимуму. Результатом всего процесса является нахождение глобального оптимума целевой функции, куда сходится весь рой. Блок-схема алгоритма с пояснениями представлена на рис. 5.

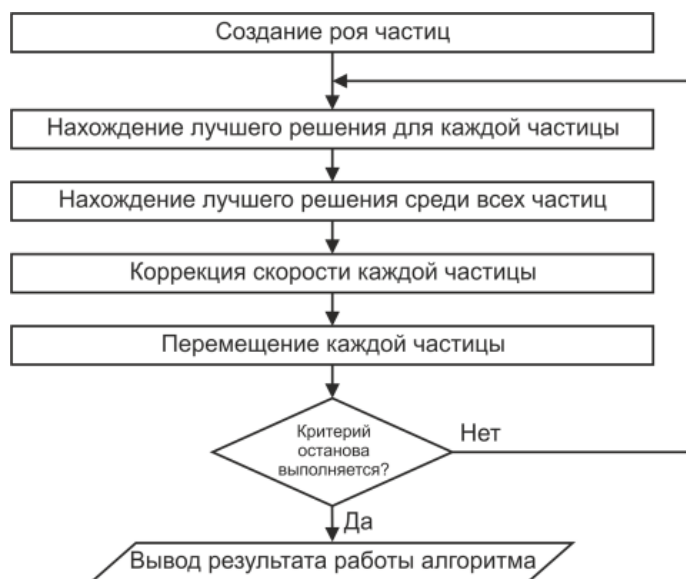


Рис. 5. Блок-схема алгоритма PSO

Применим этот метод при постановке оптимизационной задачи в рамках решения ОЗК манипулятора. Для наглядности представления рассмотрим плоский двухзвенный манипулятор,

схват которого необходимо переместить в целевую точку (рис. 6). Помимо манипулятора в рабочей области также присутствует препятствие, столкновение с которым нужно избежать.

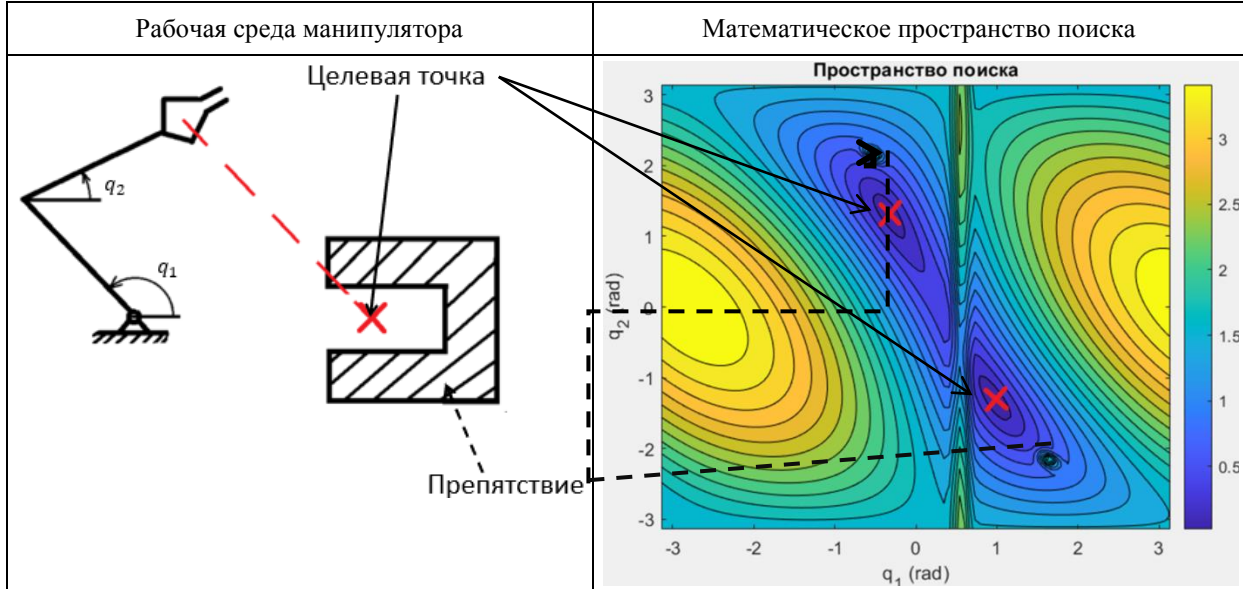


Рис. 6. Иллюстрация постановки оптимизационной задачи в рамках решения ОЗК

В методе роя частиц положение $x_{i,j}^{t+1}$ каждой частицы на текущем шаге обновляется согласно выражению $x_{i,j}^{t+1} = x_{i,j}^t + v_{i,j}^{t+1}$, $x_{i,j}^t$ – положение частицы на предыдущем шаге, $v_{i,j}^{t+1}$ – вектор перемещения частицы [20]. В рамках решения ОЗК манипулятора с двумя степенями подвижности каждая частица $x_i = (q_1, q_2)^T$ – это вектор из двух элементов, соответствующий

значениям обобщенных координат сочленений манипулятора.

Далее необходимо определить целевую функцию $f(\mathbf{x}_i)$. Как правило, для этой цели используются уравнения ошибки по положению $e_p(\mathbf{q})$ и ориентации $e_o(\mathbf{q})$ схвата [21].

Уравнение ошибки по положению $e_p(\mathbf{q})$ выглядит следующим образом:

$$e_p(\mathbf{q}) = \|p_d - p(\mathbf{q})\| = \sqrt{(x_d - x(\mathbf{q}))^2 + (y_d - y(\mathbf{q}))^2 + (z_d - z(\mathbf{q}))^2}, \quad (1)$$

где $p_d = (x_d, y_d, z_d)$ – желаемое положение схвата манипулятора.

Уравнение ошибки по ориентации $e_o(\mathbf{q})$ можно записать аналогично:

$$e_o(\mathbf{q}) = \|o_d - o(\mathbf{q})\| = \sqrt{(y_d - y(\mathbf{q}))^2 + (p_d - p(\mathbf{q}))^2 + (r_d - r(\mathbf{q}))^2}, \quad (2)$$

где $o_d = (y_d, p_d, r_d)$ – желаемая ориентация схвата манипулятора.

Кроме того, поскольку требуется не учитывать те конфигурации манипулятора, при которых он может пересечь препятствие, к общей величине ошибки необходимо добавить соответствующий множитель $\xi = \begin{cases} 0 \\ 1 \end{cases}$, который будет принимать значения 0 и 1 при наличии и отсутствии коллизий соответственно.

Таким образом, итоговое выражение для целевой функции $f(\mathbf{x}_i) = e(q_j)$ примет следующий вид:

$$f(\mathbf{x}_i) = e(q_j) = \frac{\xi}{1 + (\alpha e_p(\mathbf{q}) + \beta e_o(\mathbf{q}))} \rightarrow 1, \quad (3)$$

где α, β – весовые коэффициенты, учитывающие влияние ошибки по положению и по ориентации схвата соответственно.

В рассматриваемом случае пространство поиска возможных решений ОЗК будет двух-

мерным, где каждому вектору $\mathbf{q} = \begin{pmatrix} q_1 \\ q_2 \end{pmatrix}$ соответствует некоторое значение целевой функции $e(\mathbf{q})$.

Очевидно, в случае МИСП, имеющего семь степеней подвижности, пространство поиска будет являться семимерным пространством, а искомый вектор – вектором $\mathbf{q} = \begin{pmatrix} q_1 \\ \dots \\ q_7 \end{pmatrix}$, содержащим семь значений обобщенных координат.

В остальном применение метода роя частиц для ОЗК МИСП не отличается от ранее рассмотренного случая двухзвенного манипулятора.

Как следует из (1)–(3), целевая функция

$$T_n^0(\mathbf{q}) = T_1(q_1)T_2(q_2) \dots T_n(q_n) = \begin{pmatrix} n_x & s_x & a_x & p_x \\ n_y & s_y & a_y & p_y \\ n_z & s_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} R_n^0 & p_n^0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix},$$

здесь векторы $(n_x, n_y, n_z)^T$, $(s_x, s_y, s_z)^T$, $(a_x, a_y, a_z)^T$ определяют направления осей x_n, y_n, z_n относительно нулевой системы координат; R_n^0 – матрица вращения n -й системы координат; p_n^0 – вектор линейного смещения начала координат n -й системы относительно нулевой системы координат; $T_j(\mathbf{q})$ – матрица однородных преобразований для j -й системы координат относительно $(j - 1)$ -й системы координат.

требует нахождения положения схвата манипулятора, соответствующего текущей конфигурации $\mathbf{q}$ его сочленений, то есть решения прямой задачи кинематики (ПЗК).

Формула ПЗК имеет следующий вид [22]:

$$\begin{pmatrix} x_0 \\ y_0 \\ z_0 \\ 1 \end{pmatrix} = T_n^0 \begin{pmatrix} x_n \\ y_n \\ z_n \\ 1 \end{pmatrix},$$

где $(x_0, y_0, z_0)^T, (x_n, y_n, z_n)^T$ – векторы начальной и конечной систем координат соответственно; T_n^0 – матрица однородных преобразований для n -й системы координат относительно нулевой системы координат, которая может быть вычислена по следующей формуле [22]:

Таким образом, оптимизационный алгоритм метода роя частиц применительно к решению ОЗК МИСП примет вид (рис. 7).

Полученный алгоритм был реализован в виде программного кода, где в ходе эмпирического анализа была выбрана численность роя, равная 500, а также коэффициенты α и β целевой функции, равные 1.

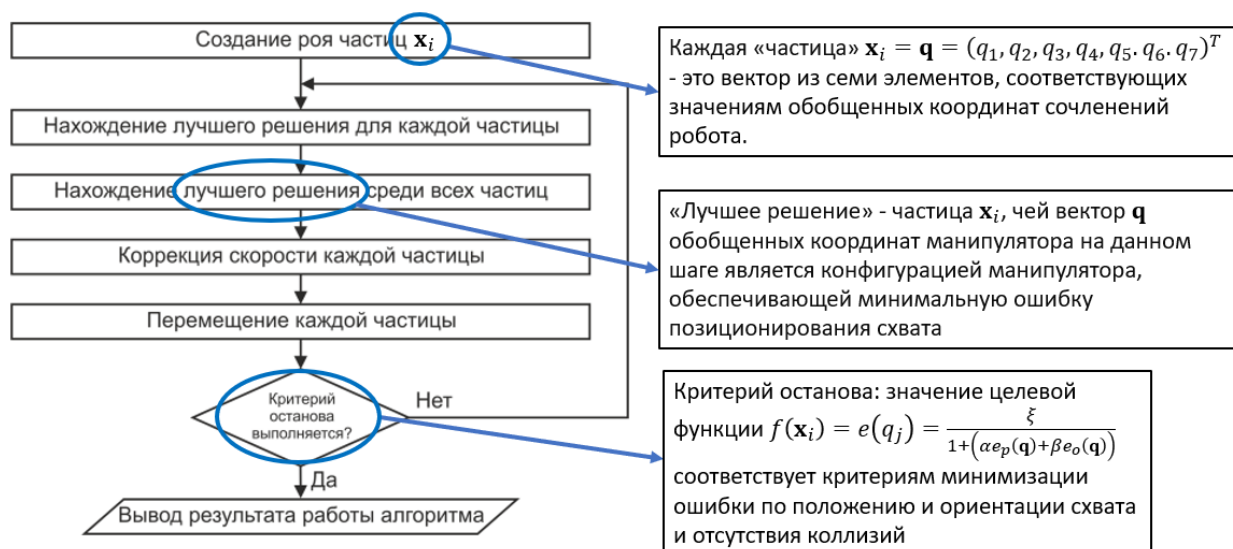


Рис. 7. Применение алгоритма метода роя частиц для решения ОЗК МИСП

Моделирование решения ОЗК для тестовых примеров

Как было упомянуто ранее, разработка оптимального алгоритмического решения ОЗК особенно актуальна для тех задач, которые робот-манипулятор выполняет в режиме реального времени. В связи с этим критически важным критерием оценки эффективности алгоритма является время решения им ОЗК. В данном случае решение ОЗК является итерационным процессом, поэтому это время соответствует длительности цикла сходимости целевой функции (3).

Длительность цикла сходимости целевой

функции изначально представляет собой количество итераций, которое должен выполнить алгоритм для того, чтобы найти значение аргумента, соответствующего оптимальному значению целевой функции. В рамках практического применения значение имеет временная оценка длительности. Соответствие числа итераций и времени выполнения всего расчета определяется аппаратным обеспечением, в частности, процессором, выполняющим вычисления. В табл. 1 представлен период выполнения одной итерации для целевого процессора блока управления МИСП и высокопроизводительного тестового процессора.

Таблица 1

Длительность итерационного цикла ОЗК

Процессор	Intel Pentium G850 (блок управления KRC2) [23]	Intel Xeon E3-1275 v5 (тестовый)
Продолжительность	2,6 мс [25]	1,5 мс [24]

В задачах реального времени цикл решения ОЗК манипулятора не должен превышать 100 мс [26]. Следовательно, за это время вычислительная мощность процессора блока управления МИСП позволит выполнить $\frac{100}{2.6} \sim 38$ итераций.

Это значение было использовано для последующей оценки результатов моделирования для двух тестовых примеров с различными конфигурациями МИСП и целевых точек (рис. 8, а, в).

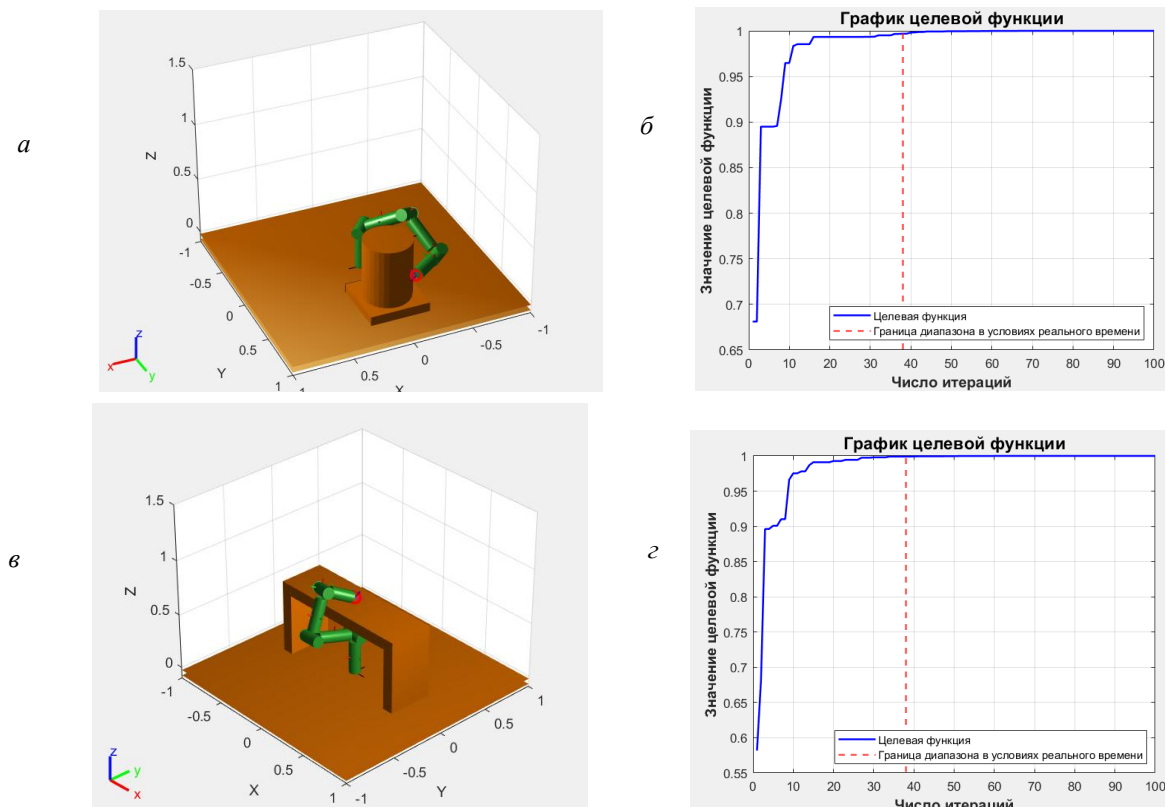


Рис. 8. Результаты моделирования алгоритма:
а, в – рабочие области манипулятора, б, г – графики сходимости целевой функции

Для каждого из примеров в ходе моделирования было проведено пять экспериментов. В табл. 2 представлены значения целевой функции по истечении 38 итераций для каждого из модельных экспериментов в обоих примерах. Поскольку метод роя частиц является

стохастическим методом, на основе результатов моделирования можно определить математическое ожидание $M_1(F) = 0,99913$, $M_2(F) = 0,99934$ и дисперсию $D_1(F) = 4,88 \cdot 10^{-7}$, $D_2(F) = 7,87 \cdot 10^{-7}$.

Таблица 2

Результаты экспериментов

№	Значение целевой функции f_i					$M(F)$	$D(F)$
	1	2	3	4	5		
1	0,99800	0,99915	0,99994	0,99976	0,99880	0,99913	$4,88 \cdot 10^{-7}$
2	0,99760	0,99976	0,99947	0,99989	0,99998	0,99934	$7,87 \cdot 10^{-7}$

Отсюда среднее значение математического ожидания и дисперсии составляет $M(F) = 0,99924$ и $D(F) = 6,38 \cdot 10^{-7}$ соответственно. Из формулы (3) можно вывести, что данное среднее значение математического ожидания соответствует ошибке положения схвата, равной $\frac{1}{0,99924} - 1 = 0,00076$ м = 0,7 мм, а также ошибке ориентации схвата, равной $\frac{1}{0,99924} - 1 = 0,00076$ рад = 0,044°.

Таким образом, полученные результаты подтверждают эффективность предложенного подхода для решения ОЗК МИСП.

Заключение

В данной статье оптимизационный метод роя частиц был применен для решения ОЗК МИСП, функционирующего в реальном времени в условиях недетерминированной рабочей среды, что позволило получить эффективное алгоритмическое решение, применимое для управления реальным МИСП. По результатам моделирования полученного решения было выявлено, что в условиях реального времени данный алгоритм позволяет решать ОЗК МИСП с точностью, соответствующей величине ошибки 0,7 мм по положению и 0,044° по ориентации схвата. Предложенный алгоритм отвечает критерию отсутствия коллизий, под которыми понимается возможность столкновения с объектами окружающего пространства, обеспечивая при этом глобальную сходимость за меньшее время.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Коротков, В. И. Управление мобильным манипуляционным роботом в задаче адаптивной обработки зеленых насаждений / В. И. Коротков, С. А. Воронников, Н. А. Выборнов // Прикаспийский журнал: управление и высокие технологии. – 2016. – № 2 (34). – С. 48–58.

2. Jean-Philippe, J. Top 9 Robotic Highlights from IREX and IROS 2013. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://blog.robotiq.com/bid/68745/Top-9-Robotic-Highlights-from-IREX-and-IROS-2013>.

3. Sanz, P. Robotics: Modeling, planning, and control / P. Sanz // IEEE Robotics & Automation Magazine. – 2009. – V. 16. № 4. – P. 101.

4. Nakamura, Y. Advanced Robotics: Redundancy and Optimization. – Addison-Wesley, 1991. – 337 p.

5. Angeles, J. Fundamentals of Robotic Mechanical Systems. – Springer, 2003. – P. 523.

6. Братчиков, С. А. Решение обратной задачи кинематики манипулятора / С. А. Братчиков, Е. А. Абрамова, Ю. В. Федосов // Вестник Томского государственного университета. – 2021. – № 56. – С. 4–11.

7. Kucuk, S. Inverse kinematics solutions for industrial robot manipulators with offset wrists / S. Kucuk, Z. Bingul // Appl. Math. Model. – 2014. – Vol. 38, № 7–8. – P. 1983–1999.

8. Колтыгин, Д. С. Аналитический и численный методы решения обратной задачи кинематики для робота Delta / Д. С. Колтыгин, И. А. Седелников, Н. В. Петухов // iPolytech Journal. – 2017. – Т. 21, № 5. – С. 87–96.

9. Борисов, О. И. Методы управления робототехническими приложениями: учебное пособие / О. И. Борисов, В. С. Громов, А. А. Пыркин. – СПб.: Университет ИТМО, 2016. – 108 с.

10. Cormen, T. H. Introduction to Algorithms / T. H. Cormen, C. E. Leiserson, R. L. Rivest, C. Stein. – MIT Press, 2009. – P. 1313.

11. Cortes, J. A random loop generator for planning the motions of closed kinematic chains using PRM methods / J. Cortes, T. Simeon, J. P. Laumond // Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). – 2002. – P. 2141–2146.

12. Sebastian, S. Eenvoudig leren programmeren met een bouwsteenrobot. [Электронный ресурс] / S. Sebastian. – Режим доступа: <https://www.kuka.com/nl-be/onderneming/pers/news/2020/05/doe-het-zelf-robot>.

13. Wu, D. T-IK: an efficient multi-objective evolutionary algorithm for analytical inverse kinematics of redundant manipulator / D. Wu, G. Hou, W. Qiu, et al. // IEEE RobotAutom Lett. – 2021. – Vol. 6. – P. 8474–8481.

14. Koganezawa, K. A fast method of solving inverse kinematics of redundant manipulators / K. Koganezawa // Preprints of the Fourth IFAC Symposium on Robot Control – Capri, Italy, 1994. – P. 369–374.

15. Галемов, Р. Т. Комбинированный поисковой метод решения обратной задачи кинематики многозвенного манипулятора / Р. Т. Галемов, Г. Б. Масальский // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2018. – Т. 19, № 7. – С. 464–473.

16. Goldberg, D. E. Genetic Algorithms in Search, Optimization, and Machine Learning / D. E. Goldberg. – Addison-Wesley, 1989. – 412 p.

17. Buss, S. R. Introduction to inverse kinematics with Jacobian transpose, pseudoinverse and damped least squares methods / S. R. Buss // IEEE Journal of Robotics and Automation. – 2004. – V. 17. – P. 1–19.

18. Kennedy, J. Particle Swarm Optimization / J. Kennedy, R. Eberhart // Proceedings of the IEEE International Conference on Neural Networks. – 1995. – V. IV. – P. 1942–1948.

19. Poli, R. Particle swarm optimization / R. Poli, J. Kennedy, T. Blackwell // Swarm Intelligence. – 2007. – V. 1. – P. 33–57.

20. Shi, Y. A modified particle swarm optimizer / Y. Shi, R. C. Eberhart // Proceedings of IEEE International Conference on Evolutionary Computation. – 1998. – P. 69–73.

21. Starke, S. Evolutionary multi objective inverse kinematics on highly articulated and humanoid robots / S. Starke, N. Hendrich, D. Krupke, J. Zhang // In Proc. IEEE/RSJ Int. Conf. Intell. Robots Syst. – 2017. – P. 6959–6966.

22. Зенкевич, С. Л. Основы управления манипуляционными роботами / С. Л. Зенкевич, А. С. Ющенко. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. – 480 с.

23. <https://www.quora.com/What-type-of-processor-is-used-for-robots>.

24. Wang, C.-C. cuPSO: GPU Parallelization for Particle Swarm Optimization Algorithms / C.-C. Wang, C.-Y. Ho, C.-H. Tu, S.-H. Hung // SAC'22. – Brno, Czech Republic. – 2022. – 7 p.

25. https://www.cpubenchmark.net/compare/2672vs1116/Intel-Xeon-E3-1275-v5-vs-Intel-Pentium-G850#table-pp_ratio

26. Gomez, S. R. A faster algorithm for calculating the inverse kinematics of a general 6R manipulator for robot real-time control / S. R. Gomez, J. A. Cerrada, V. Feliu // 14th Triennial World Congress. – Beijing, China, 2015. – P. 47–62.

УДК531.38:007.52

DOI 10.35211/1990-5297-2025-4-299-43-48

К. В. Климов, А. А. Рогачев, Н. К. Сафонова, Р. М. Щербов

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ КИНЕМАТИКИ ШЕСТИЗВЕННОГО МАНИПУЛЯТОРА РУКА В АППАРАТЕ БИКВАТЕРНИОНОВ

Научно-исследовательский институт механики МГУ имени М. В. Ломоносова

kklimov@imec.msu.ru, arogachev@imec.msu.ru, safonova.nk@gmail.com,
romanscherbov@gmail.com

В данной работе решение прямой и обратной задач кинематики для шестизвеного манипулятора РУКА будет произведено с использованием теории бикватернионов. Это обусловлено требованием к высокому быстродействию алгоритмов, использующих решение задач кинематики для движения схвата манипулятора по программной траектории. Переход от пространства Эйлеровых углов (для ориентации) и декартовых координат (для позиции схвата манипулятора) в универсальное пространство бикватернионов Клиффорда позволяет повысить точность и скорость расчетов при меньшей вычислительной сложности.

Ключевые слова: манипулятор, бикватернионы, прямая задача кинематики, обратная задача кинематики.

K. V. Klimov, A. A. Rogachev, N. K. Safonova, R. M. Chsherbov

FORWARD AND INVERSE KINEMATICS PROBLEMS SOLUTION FOR 6DOF MANIPULATOR BY USING BIQUATERNIONS THEORY

Mechanics Institute of Lomonosov Moscow State University

In this work the solution to the forward and inverse kinematics problems for 6DOF manipulator RUKA solved by using the theory of biquaternions. This approach is motivated by the requirement for high-speed algorithms that use the solution of kinematics problems to move the manipulator grip along a planned trajectory. The transition from the space of Eulerian angles for orientation and Cartesian coordinates for the position of the manipulator grip to the universal space of Clifford's biquaternions allows increasing accuracy and speed of calculations due to lower computational complexity.

Keywords: manipulator, biquaternions, forward kinematics problem, inverse kinematics problem.

Введение

Управление промышленными манипуляторами требует решения большого количества задач: построение траектории перемещения схвата, построение обратной связи, построение управления приводами с учетом ограничения

столкновений, пределов рабочей зоны и электромеханических параметров и др. [1]. В этом списке задачи кинематики (прямая и обратная) одни из ключевых для построения управления манипуляторами в рамках классической теории управления. Прямая задача кинематики (ПЗК)

заключается в вычислении положения схвата манипулятора по заданным значениям собственных углов его звеньев и используется как обратная связь по положению. Обратная задача кинематики (ОЗК) состоит в вычислении собственных углов поворота звеньев по заданному положению схвата и может служить опорной уставкой программного движения цикла управления. ОЗК, как правило, представляет собой наибольший интерес в связи с множественностью решения в общем виде и сложностью расчетов [1].

С повышением быстродействия компьютеров активно развиваются численные методы решения ОЗК [3–6], позволяющие создавать, к примеру, манипуляторы с большим числом степеней свободы, для кинематики которых не существует аналитических решений [1]. Несмотря на то, что при движении схвата по заранее заданному пути время на решение ОЗК не играет решающей роли, так как все состояния просчитываются заранее, прямое управление манипулятором требует высокой скорости решения ОЗК, так как это влияет на задержки исполнения и точность траектории. Такое прямое управление особенно востребовано у нового поколения манипуляторов-коботов, работающих в непосредственном контакте с людьми.

ОЗК для шестизвенных манипуляторов, в которых оси вращения последних трех звеньев пересекаются в одной точке, решается аналитически. Представленный в работе манипулятор RUKA, как будет описано ниже, обладает таким свойством.

Классические методы аналитического решения задач кинематики предполагают следующие этапы:

1. Описание кинематической схемы в параметрах Денавита-Хартенбега [1]. Для этого соответствующим образом вводятся оси в каждом шарнире и исследуются переходы между полученными системами координат.

2. После введения этих параметров посредством применения различных математических конструкций и алгоритмов могут быть решены и ПЗК, и ОЗК [1; 7; 8].

Открытые Гамильтоном кватернионы были развиты в работах Клиффорда до бикватернионной теории описания механики твердого тела. В книгах [2; 3] излагаются кватернионные и бикватернионные модели и методы механики твердого тела, которые в дальнейшем применяются для описания кинематики роботоманипуляторов [3–6].

Аналитический метод решения ПЗК и ОЗК в бикватернионной теории требует выполнения аналогичных классическому подходу этапов:

- 1) введение по определенным правилам осей в шарнирах;
- 2) определение параметров манипулятора в полученных системах координат;
- 3) применение математических законов для получения требуемого задачами результата.

Прямая задача кинематики для шестизвенного манипулятора

Определение систем координат. При использовании бикватернионов для кинематической модели (рис. 2) робота-манипулятора RUKA [10] (рис. 1) представляется удобным выбрать следующие системы координат:

- в первом звене так, что ось k_0 направлена вертикально вверх по оси вращения;
- ось i_0 перпендикулярна d_1 ;
- ось j_0 расположена так, что составляет правую тройку векторов;
- точка пересечения осей находится в геометрическом центре шарнира;
- орты в остальных звеньях располагаются сонаправленно соответствующим осям в первом звене;
- начало осей выбирается аналогично в геометрических центрах шарниров.



Рис. 1. Шестизвенный манипулятор RUKA

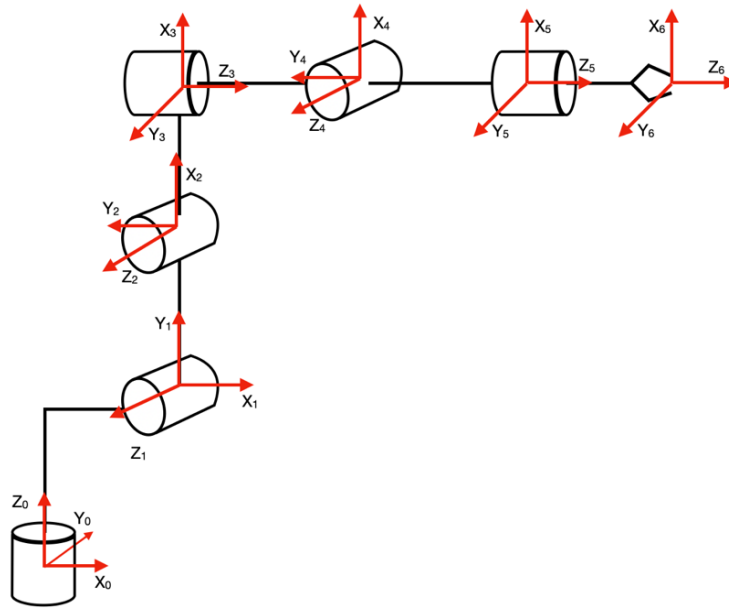


Рис. 2. Кинематическая схема манипулятора RUKA

Определение кватерниона вращения.

Решение прямой задачи кинематики заключается в нахождении бикватернионов, определяемых для соответствующих звеньев, $D_i = \begin{pmatrix} q_i \\ r_i \end{pmatrix}$, где $q_i = (w_i, i_i, j_i, k_i)$ – кватернион ориентации, $r_i = (0, i_i, j_i, k_i)$ – кватернион сдвига.

Конечное перемещение схвата (системы координат $i_6j_6k_6$) относительно основания (системы координат $i_0j_0k_0$) является композицией относительных конечных перемещений звеньев манипулятора.

В свою очередь, каждое из относительных

конечных перемещений звеньев (конечное перемещение i -го звена относительно $(i - 1)$ -го описывается бикватернионом) представляет собой композицию двух перемещений: поворота на дуальный угол θ_i вокруг выбранной оси и сдвига на радиус-вектор, соединяющий i -е и $(i - 1)$ -е звенья. Таким образом, получается набор бикватернионов, перемножение которых дает искомый результат – бикватернион, описывающий ориентацию и положение схвата в начальной системе координат.

Последовательность конечных перемещений для i -го звена относительно $i - 1$ -го:

$$\begin{aligned} i_0j_0k_0 &\xrightarrow{D_0, \vec{k}_0} i_1j_1k_1 \xrightarrow{D_1, -\vec{j}_1} i_2j_2k_2 \xrightarrow{D_2, -\vec{j}_2} i_3j_3k_3 \xrightarrow{D_3, \vec{i}_3} i_4j_4k_4 \xrightarrow{D_4, -\vec{j}_4} i_5j_5k_5 \xrightarrow{D_5, \vec{i}_5} i_6j_6k_6 \end{aligned} \quad (1)$$

Для составления бикватернионного описания манипулятора введем следующие обозначения:

$$\begin{cases} l_0 = (0, a_1, 0, d_1) \\ l_1 = (0, 0, 0, a_2) \\ l_2 = (0, 0, 0, a_3) \\ l_3 = (0, d_4, 0, 0) \\ l_4 = (0, d_5, 0, 0) \\ l_5 = (0, 0, 0, 0) \end{cases}, \quad (2)$$

где $l_m = (w_m, i_m, j_m, k_m)$, $m = 0, 1, \dots, 5$ – кватернионы, описывающие радиус-векторы между m и $(m + 1)$ звеньями.

Бикватернион, описывающий переход от системы координат $i_0j_0k_0$ в систему координат $i_1j_1k_1$, составляется следующим образом:

$$D_0 = \begin{pmatrix} q_0 \\ r_0 \end{pmatrix},$$

где $q_0 = \left(\cos \frac{\theta_1}{2}, \vec{k}_0 \sin \frac{\theta_1}{2} \right)$, $r_0 = q_0 \circ l_0 \circ q_0^*$.

Далее к каждой из осей $i_0j_0k_0$ применяется бикватернион D_0 для перехода в оси $i_1j_1k_1$ соответственно.

$$\begin{cases} i_1 = D_0 \circ i_0 \circ D_0^* \\ j_1 = D_0 \circ j_0 \circ D_0^* \\ k_1 = D_0 \circ k_0 \circ D_0^* \end{cases}$$

Здесь и далее " $\circ$ " обозначает кватернионное произведение, " $*$ " – кватернионное сопряжение.

Затем составляется бикватернион, описывающий поворот вокруг оси, в соответствии со схемой (1) в новой системе координат $i_1j_1k_1$

и применяется к каждой из осей для перехода в систему координат следующего звена $i_2 j_2 k_2$.

Переходы между осями осуществляются с помощью (2).

$$\begin{cases} i_s = D_{s-1} \circ i_{s-1} \circ D_{s-1}^* \\ j_s = D_{s-1} \circ j_{s-1} \circ D_{s-1}^* \\ k_s = D_{s-1} \circ k_{s-1} \circ D_{s-1}^* \end{cases} \quad (3)$$

где $s = 2, 3, 4, 5, 6$.

Компоненты r сдвига можно вычислить по формуле:

$$r_i = q_i \circ q_{1i-1} \circ \dots \circ q_0 \circ l_i \circ q_0^* \circ \dots \circ q_{i-1}^* \circ q_i^*.$$

Те же операции проводятся для нахождения бикватернионов перехода всех последующих по кинематической схеме (1) звеньев.

$$D = D_5 \circ D_4 \circ D_3 \circ D_2 \circ D_1 \circ D_0 = \left(q_5 \circ q_4 \circ q_3 \circ q_2 \circ q_1 \circ q_0 \right).$$

Решение обратной задачи кинематики для шестизвального манипулятора

Положение и ориентация схвата манипулятора заданы бикватернионом $D_{res} = \left(q_{res} \right)_{r_s}$, решение ОЗК заключается в поиске обобщенных координат каждого из звеньев для заданных ориентации и положения. Пользуясь тем, что в данной

$$D_1 = \left(q_1 \right)_{r_1}, \text{ где } q_1 = \left(\cos \frac{\theta_2}{2}, -\vec{j}_1 \sin \frac{\theta_2}{2} \right),$$

$$D_2 = \left(q_2 \right)_{r_2}, \text{ где } q_2 = \left(\cos \frac{\theta_3}{2}, -\vec{j}_2 \sin \frac{\theta_3}{2} \right),$$

$$D_3 = \left(q_3 \right)_{r_3}, \text{ где } q_3 = \left(\cos \frac{\theta_4}{2}, \vec{i}_3 \sin \frac{\theta_4}{2} \right),$$

$$D_4 = \left(q_4 \right)_{r_4}, \text{ где } q_4 = \left(\cos \frac{\theta_5}{2}, -\vec{j}_4 \sin \frac{\theta_5}{2} \right).$$

$$D_5 = \left(q_5 \right)_{r_5}, \text{ где } q_5 = \left(\cos \frac{\theta_6}{2}, \vec{i}_5 \sin \frac{\theta_6}{2} \right).$$

Итоговый оператор перехода от начальной системы координат к системе схвата будет образован композицией найденных переходных бикватернионов.

кинематической схеме первое, второе, третье и пятое звенья лежат в одной плоскости, можно найти сначала первые три угла вращения, исходя из положения, а затем углы последних трех шарниров, опираясь на информацию об ориентации. Для определенности единственно верным решением считается положение «коленом вверх».

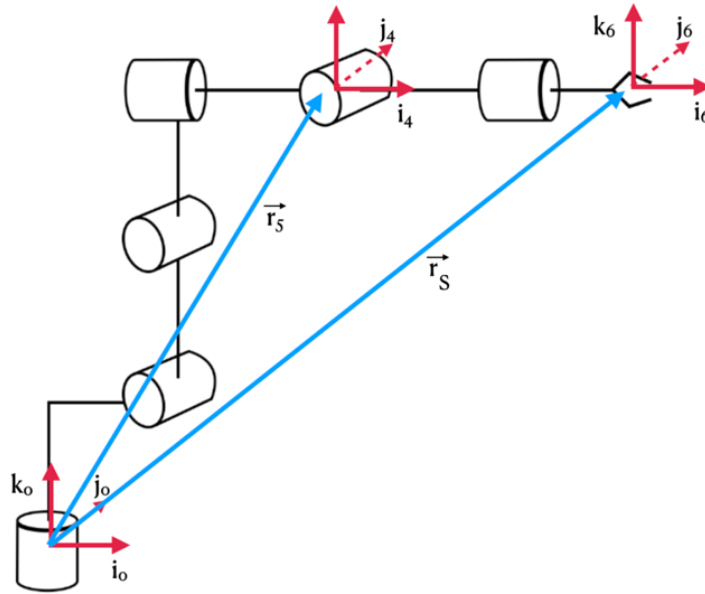


Рис. 3. Постановка задачи и описание вспомогательного радиус-вектора $\vec{r}_5$

Решение подзадачи по положению. Найдем радиус-вектор, соединяющий центры первого и пятого шарниров (рис. 3): $\vec{r}_5 = \vec{r}_s - (0, 0, 0, d_5) \vec{k}_6$, где d_5 – расстояние между 5 и 6 шарнирами.

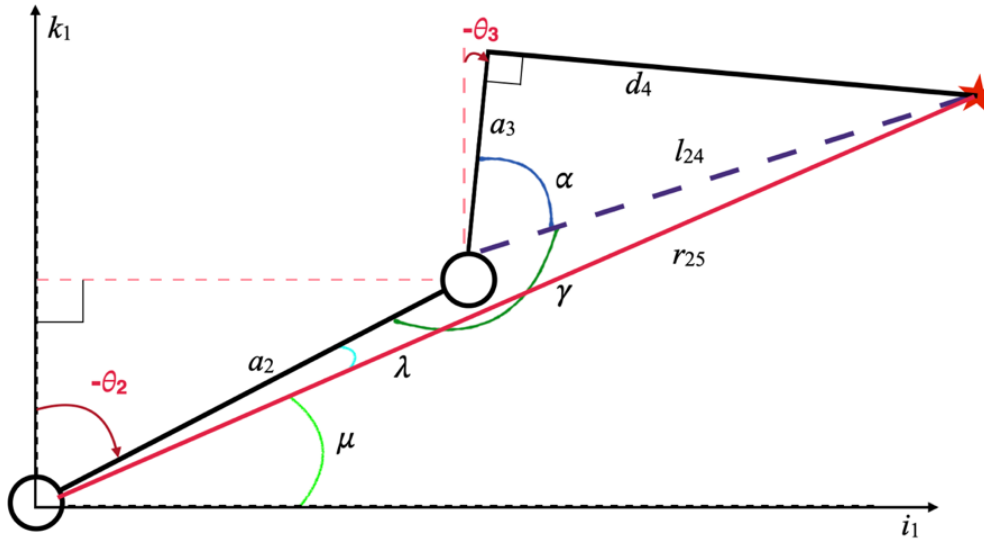
Найдем $\theta_1, \theta_2, \theta_3$, опираясь на постановку задачи в бикватернионах.

$$\theta_1 = \arctg \frac{r_5^j}{r_5^i}. \quad (4)$$

Соответственно, бикватернион, описывающий поворот первого звена будет иметь вид:

$$D_0 = \left(q_0 \right)_{r_0},$$

$$\text{где } q_0 = \left(\cos \frac{\theta_1}{2}, \vec{k}_0 \sin \frac{\theta_1}{2} \right), r_0 = q_0 \circ l_0 \circ q_0^*.$$


 Рис. 4. Описание вспомогательных углов $\alpha, \gamma, \mu, \lambda$

Опираясь на рис. 4, вычислим θ_2, θ_3 :

$$\vec{r}_{25} = \vec{r}_5 - q_0 \circ l_0 \circ q_0^*,$$

$$\theta_2 = \frac{\pi}{2} - \mu - \lambda, \quad (5)$$

$$\theta_3 = \pi + \theta_2 - \alpha - \gamma, \quad (6)$$

где вспомогательное расстояние l_{24} и углы $\alpha, \gamma, \mu, \lambda$ можно найти с помощью геометрических операций по рис. 4.

Таким образом, в соответствии с (3)–(5) находятся углы собственных поворотов первых трех шарниров.

Решение подзадачи по ориентации. Найдем кватернион преобразования осей четвертого звена в оси схвата по кватернионам каждого плоского поворота на углы $\theta_4, \theta_5, \theta_6$.

Для этого будем решать подзадачу в системе координат шестого звена. В соответствии с кинематической схемой центр этой системы находится в точке пересечения осей вращения шарниров последних трех звеньев. По определению кватерниона, поворот вектора сопряженным кватернионом описывает поворот на тот же угол с противоположным знаком. Таким образом, композиция кватернионов поворота последних трех звеньев является тем же кватернионом, что и композиция результирующего кватерниона с комплексно-сопряженными ква-

тернионами, описывающими повороты первых трех звеньев.

Известный результирующий кватернион, описывающий ориентацию схвата, представляет собой композицию кватернионов поворота каждого из звеньев.

$$q_{res} = q_5 \circ q_4 \circ q_3 \circ q_2 \circ q_1 \circ q_0.$$

Выше были найдены $\theta_1, \theta_2, \theta_3$, соответственно, кватернион преобразования последних трех углов описывается:

$$q_5 \circ q_4 \circ q_3 = q_{res} \circ q_0^* \circ q_1^* \circ q_2^*.$$

Обозначим:

$$q_5 \circ q_4 \circ q_3 = (w_{46}, i_{46}, j_{46}, k_{46}).$$

По определению кватернион поворота на угол θ_4 : $q_3 = \cos \frac{\theta_4}{2} + \vec{i} \sin \frac{\theta_4}{2}$.

Кватернион поворота на угол θ_5 :

$$q_4 = \cos \frac{\theta_5}{2} - \vec{j} \sin \frac{\theta_5}{2}.$$

Кватернион поворота на угол θ_6 :

$$q_5 = \cos \frac{\theta_6}{2} + \vec{i} \sin \frac{\theta_6}{2}.$$

Из соотношений выше найдем компоненты результирующего кватерниона (5).

$$\begin{aligned} & \left(\cos \frac{\theta_6}{2} + \vec{i} \sin \frac{\theta_6}{2} \right) \left(\cos \frac{\theta_5}{2} - \vec{j} \sin \frac{\theta_5}{2} \right) \left(\cos \frac{\theta_4}{2} + \vec{i} \sin \frac{\theta_4}{2} \right) = \\ & = \cos \frac{\theta_5}{2} \cos \left(\frac{\theta_6 + \theta_4}{2} \right) + i \cos \frac{\theta_5}{2} \sin \left(\frac{\theta_6 + \theta_4}{2} \right) - j \sin \frac{\theta_5}{2} \cos \left(\frac{\theta_4 - \theta_6}{2} \right) + k \sin \frac{\theta_5}{2} \sin \left(\frac{\theta_4 - \theta_6}{2} \right), \end{aligned}$$

где $ii = -1, ji = -k, iji = ki = j, ij = k$.

Следовательно,

$$\begin{aligned} w_{46} &= \cos \frac{\theta_5}{2} \cos \left(\frac{\theta_6 + \theta_4}{2} \right) \\ i_{46} &= \cos \frac{\theta_5}{2} \sin \left(\frac{\theta_6 + \theta_4}{2} \right) \\ j_{46} &= -\sin \frac{\theta_5}{2} \cos \left(\frac{\theta_4 - \theta_6}{2} \right) \\ k_{46} &= \sin \frac{\theta_5}{2} \sin \left(\frac{\theta_4 - \theta_6}{2} \right) \end{aligned} \quad (7)$$

Из выражений (7) найдем требуемые углы.

$$\theta_4 = \arctg \frac{i_{46}}{w_{46}} - \arctg \frac{k_{46}}{j_{46}}, \quad (8)$$

$$\theta_5 = \arccos \left(2\sqrt{i_{46}^2 + w_{46}^2} \right), \quad (9)$$

$$\theta_6 = \arctg \frac{i_{46}}{w_{46}} + \arctg \frac{k_{46}}{j_{46}}. \quad (10)$$

Таким образом, в соответствии с (3)–(5) из подзадачи по положению и (8)–(10) из подзадачи по ориентации находятся углы собственных поворотов всех шарниров, что и является решением ОЗК.

Заключение

Практическая и научная ценность приведенного в работе подхода к решению ПЗК и ОЗК заключается в возможности его использования во всех манипуляторах сходной кинематической схемы с заданием исходных условий (2) на частные кинематические параметры конкретного манипулятора. Количественные оценки, проведенные авторами [9], позволяют утверждать, что переход в пространство бикватернионов, в свою очередь, позволяет снизить вычислительные затраты на решение ОЗК, при этом повысив точность расчетов по сравнению

с классическими подходами до 20 % за счет снижения количества арифметических операций.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Craig, John J. Introduction to Robotics. Mechanics and Control. Third Edition/ John J. Craig. – Pearson Education: Pearson Prentice Hall, 2005. – 408 с.
2. Шмыглевский, И. П. Применение кватернионов в задачах ориентации твердого тела / И. П. Шмыглевский, В. Н. Бранец. – Наука, 1973. – 311 с.
3. Челноков, Ю. Н. Кватернионные и бикватернионные модели и методы механики твердого тела и их приложения. Геометрия и кинематика движения / Ю. Н. Челноков. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. – 512 с.
4. Челноков, Ю. Н. Дуальные матричные и бикватернионные методы решения прямой и обратной задач кинематики роботов-манипуляторов на примере стэнфордского манипулятора / Ю. Н. Челноков, Е. И. Ломовцева. // Известия Саратовского университета. Новая серия. Серия: Математика. Механика. Информатика. – 2014. – Т. 14, вып. 1. – С. 81–89.
5. Борисенко, Л. А. Развитие методов моделирования кинематики манипулятора с использованием кватернионов / Л. А. Борисенко // Вестник Белорусско-Российского университета. – 2006. – № 4 (13). – С. 77–82.
6. Дауров, С. К. Особенности решения некоторых задач кинематики в аппарате кватернионов. / С. К. Дауров, В. П. Глазков // Вестник СГТУ. – 2005. – № 4 (9). – С. 12–24.
7. Юревич, Е. И. Основы робототехники / Е. И. Юревич. – СПб.: БХВ Петербург, 2005. – 416 с.
8. Зенкевич, С. Л. Основы управления манипуляционными роботами. / С. Л. Зенкевич, А. С. Ющенко. – 2-е изд. – М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2004. – 480 с.
9. Сафонова, Н. К. Тезисы конференции-конкурса молодых ученых Научно-исследовательского института механики МГУ имени М. В. Ломоносова / Н. К. Сафонова // (НК - 2024). – Москва, 2024. – С. 22–23.
10. Манипулятор RUKA. [Электронный ресурс] – Режим доступа: <https://shop.voltbro.ru/robots#!?product/494042486-1715606902155/>.

УДК 004.896+007.3+007.52+51-74+517.97+62-52+681.5

DOI 10.35211/1990-5297-2025-4-299-48-53

А. М. Кошман, А. С. Быков, А. В. Леонард, В. А. Шурыгин

ПЛАНИРОВАНИЕ ДВИЖЕНИЯ РОБОТА ПО ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ПЛОСКОСТИ С ОБХОДОМ ДВУХ СТАТИЧНЫХ ПРЕПЯТСТВИЙ МЕТОДОМ $VC/APF+BC_{\tau}^I$

Волгоградский государственный технический университет

artkoshman@gmail.com, alexanderbs00@mail.ru,

alex-leonard@yandex.ru, au@vstu.ru

В статье рассматривается вопрос применения ранее разработанного метода $VC/APF+BC_{\tau}^I$ (оптимального планирования движения робота с обходом одного стационарного препятствия) для обхода роботом двух статичных препятствий. Определяются критические случаи и предлагаются способы их устранения.

Ключевые слова: мобильный робот, планирование движения, вариационное исчисление, метод потенциальных полей, оптимальное управление, компьютерное моделирование.

A. M. Koshman, A. S. Bykov, A. V. Leonard, V.A. Shurygin

PLANNING OF ROBOT MOTION ON THE HORIZONTAL PLANE WITH BYPASSING TWO STATIC OBSTACLES BY THE VC/APF+BC_τ¹ METHOD

Volgograd State Technical University

The article considers the issue of applying the previously developed VC/APF+BC_τ¹ method (optimal planning of robot motion with bypassing one stationary obstacle) to bypassing two static obstacles by a robot. Critical cases are identified and methods for their elimination are proposed.

Keywords: mobile robot, motion planning, calculus of variations, potential field method, optimal control, computer simulation.

Введение

Для планирования движения мобильных роботов используются различные методы, позволяющие исключить столкновение робота с несколькими препятствиями [1; 2]. Однако многие опубликованные методы могут быть применены на практике только для глобального планирования движения: информация о среде известна в полном объеме и неизменна во времени; прогнозируется исходно только (не гладкая) траектория движения центра масс робота (без синтеза временных законов движения, необходимых для управляющего контура АСУ); большое время (> 0,36 с при компьютерном моделировании, > 2 с при лабораторных испытаниях) исполнения алгоритма планирования движения робота [3].

Автором статей [4; 5] предложен метод оптимального планирования движения робота по горизонтальной плоскости VC/APF+BC_τ¹, основанный на совместном применении вариационного исчисления (VC), метода искусственных (пространственно ограниченных) отталкивающих силовых полей (APF) препятствий с разделением планирования на три этапа (глобальное планирование движения, обход препятствия, глобальное перепланирование движения за препятствием), при заданных начальных и конечных линейных координатах и скоростях, вре-

мени движения центра масс робота (BC_τ¹). Анализ теоретических результатов показывает, что предложенный метод:

- может быть использован для глобального и локального планирования движения робота в условиях неполной (изменяющейся) информации о среде;
- исходно синтезирует законы движения центра масс робота, траектория которого гладкая (отсутствуют изломы);
- затрачиваемое процессором время на исполнение алгоритма по планированию движения робота с обходом одного статичного препятствия не превосходит 7 мс [6].

Однако для предложенного метода (подхода) VC/APF+BC_τ¹ характерна проблема заиклиненного движения робота вблизи препятствия, аналогичная проблеме локальных минимумов классических методов искусственных силовых полей. Указанная проблема для предложенного метода может быть решена за счет смещения исходного центра потенциального поля препятствия [7].

1. Постановка задачи

Необходимо проверить работоспособность метода VC/APF+BC_τ¹ при наличии в оперативном пространстве робота между стартовой и финальной точками двух статичных препятст-

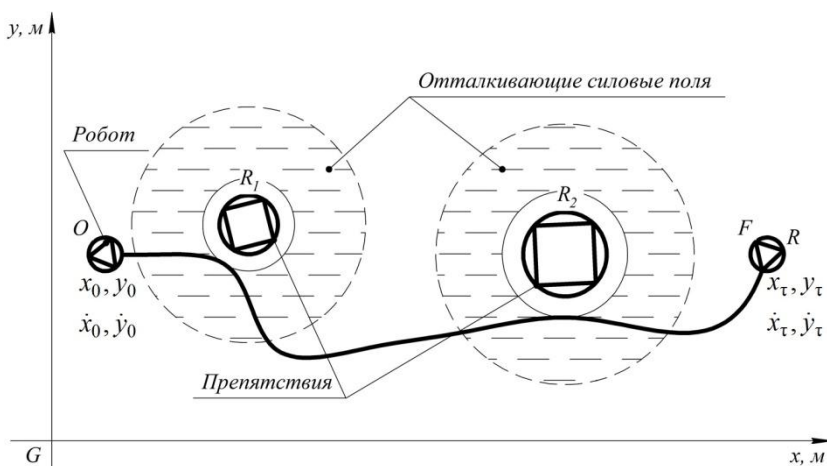


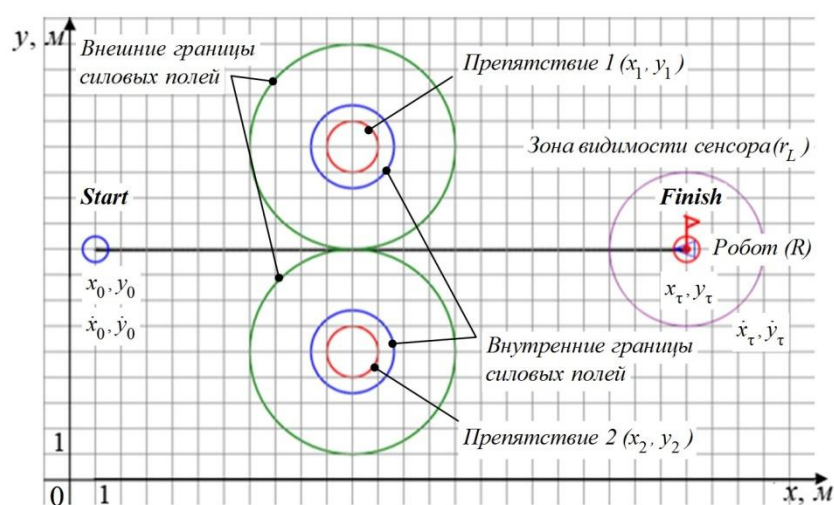
Рис. 1. Постановка задачи

вий. Движение мобильного робота происходит из начальной точки O в конечную точку F , в которую необходимо попасть за отведенное время τ с заданными начальными и конечными линейными координатами и скоростями центра масс робота: $x_0, y_0, \dot{x}_0, \dot{y}_0$ и $x_\tau, y_\tau, \dot{x}_\tau, \dot{y}_\tau$ (рис. 1).

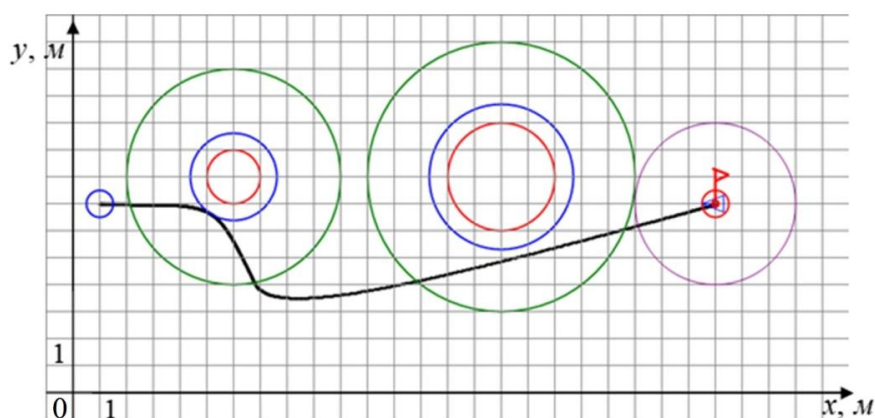
2. Компьютерное моделирование

Исследование возможности применения метода $VC/APF+BC_\tau^I$ для автоматического безударного обхода роботом двух статичных препятствий осуществлялось с помощью авторско-

го программного инструмента, разработанного на языке программирования Visual C# (с визуализацией динамики движения робота). Для всех численных экспериментов (рис. 2–4) были приняты постоянными: масса робота $m=1\text{ кг}$, радиус окружности, описанной вокруг робота $R=0,5\text{ м}$, дальность видимости сенсора робота $r_L=3\text{ м}$, заданное оперативное время движения робота $\tau=10\text{ с}$, временной шаг расчета кинематических характеристик робота (ускорений, скоростей и координат) $dt=0,01\text{ с}$.



$$a - x_0 = 1\text{ м}; y_0 = y_\tau = 9\text{ м}; x_\tau = 24\text{ м}; x_1 = x_2 = 11\text{ м}; y_1 = 5\text{ м}; y_2 = 13\text{ м}$$



$$b - x_0 = 1\text{ м}; y_0 = y_\tau = 7\text{ м}; x_\tau = 24\text{ м}; x_1 = 6\text{ м}; y_1 = y_2 = 8\text{ м}; x_2 = 16\text{ м}$$

Рис. 2. Результаты численного тестирования при нулевых скоростях центра масс робота в начальной и конечной точках (см. также с. 51)

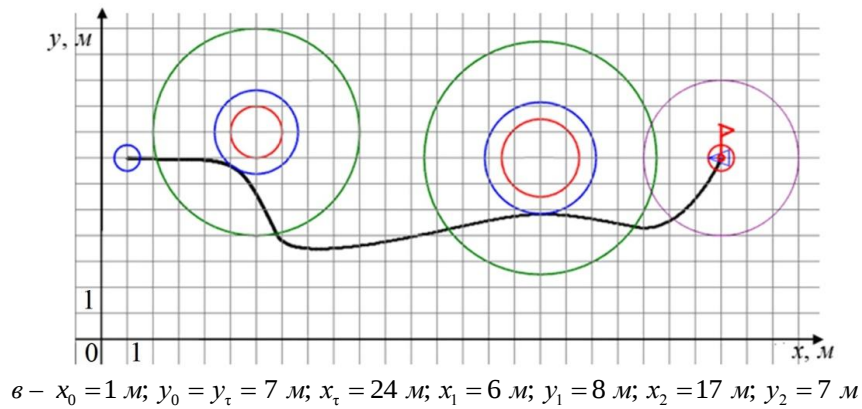


Рис. 2. Окончание

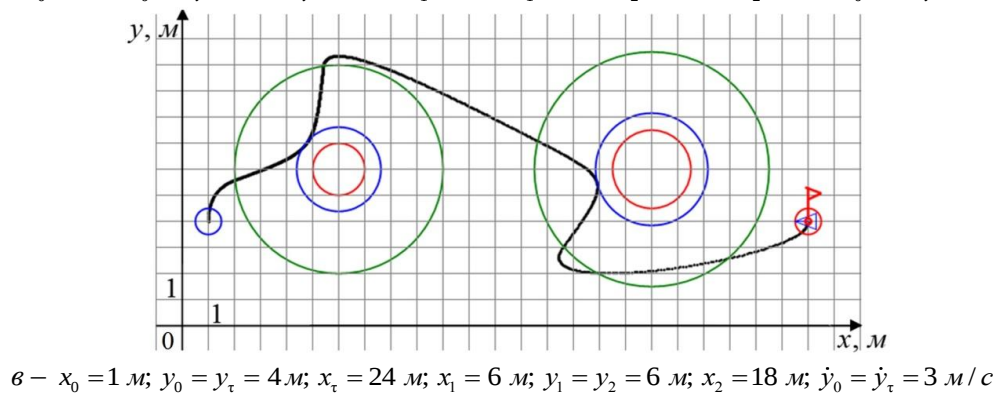
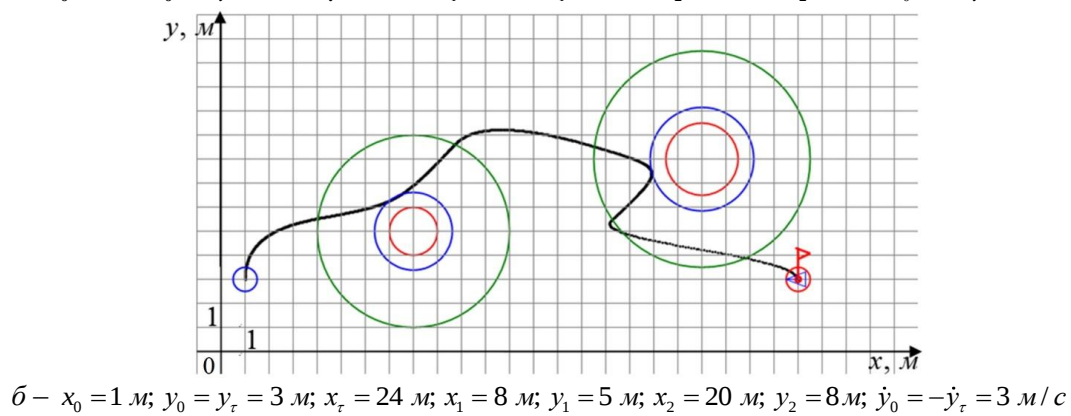
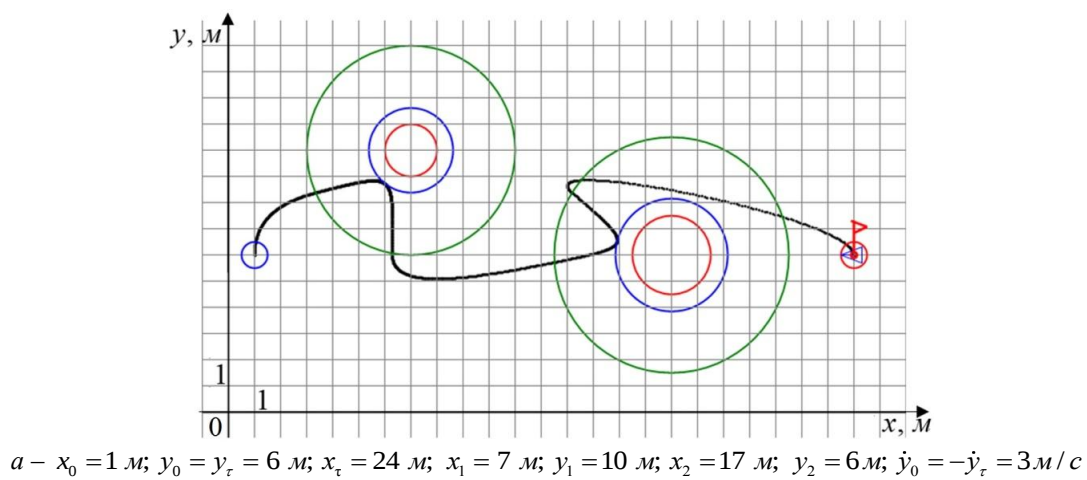
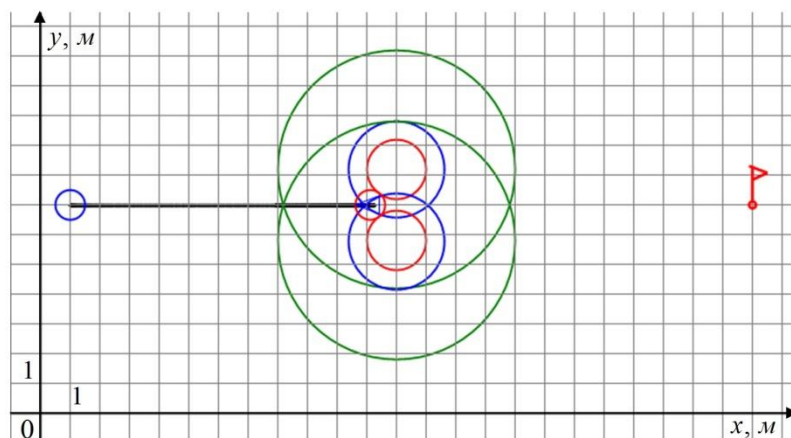
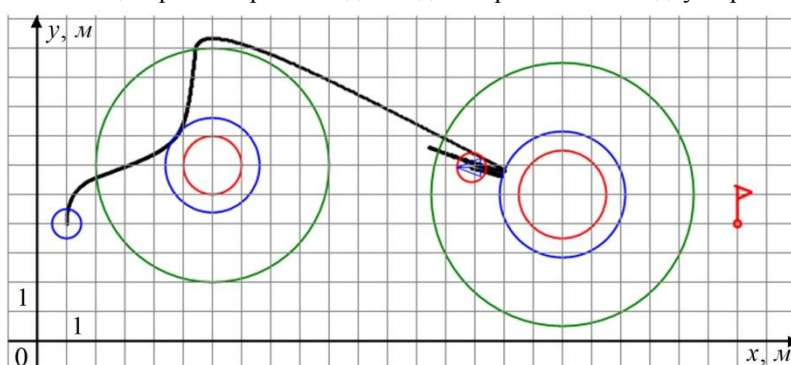


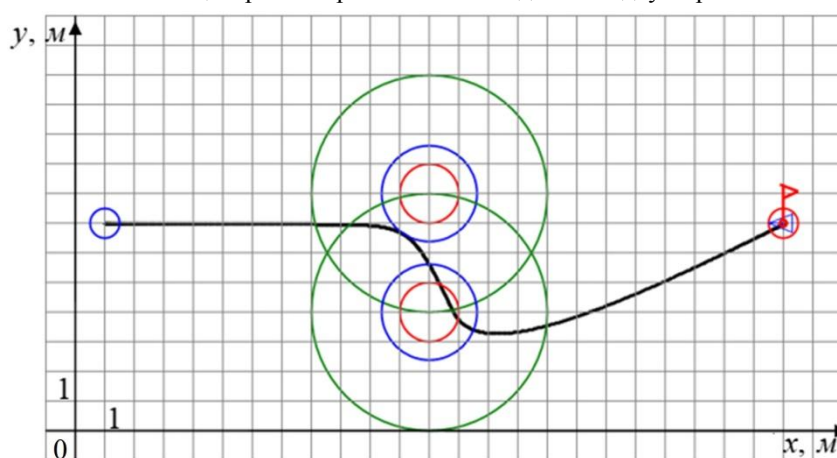
Рис. 3. Результаты численного тестирования при ненулевых скоростях центра масс робота в начальной и конечной точках



a – колебания центра масс робота вдоль одной прямой вблизи двух препятствий



б – колебания центра масс робота вблизи одного из двух препятствий



в – пересечение траекторий центра масс робота препятствия при наложении полей

Рис. 4. Экстремальные случаи планирования движения робота

Заключение

Анализ результатов численного тестирования (рис. 2 и 3) метода $VC/APF+BC_{\tau}^1$ показывает, что указанный метод, решая поочередно задачи уклонения сначала от первого затем от второго препятствий, позволяет роботу безударно обойти два препятствия и прийти в финальную точку за отведенное время с требуемыми линейными координатами и скоростями. Такой обход двух препятствий реализуется при расстоянии между двумя препятствиями много

большем диаметра габаритной окружности робота. Однако могут возникать экстремальные случаи. При совпадении или близости друг к другу линий вектора скорости центра масс робота и отталкивающей силы одного поля или результирующей силы полей двух препятствий робот начинает осциллировать (рис. 4, *a* и рис. 4, *б*), не доходя до финальной точки за отведенное время. Исключить осцилляцию робота при наложении полей двух препятствий можно путем объединения препятствий в одно вирту-

альное и применения смещения поля для виртуального препятствия [7]. В случае наложения отталкивающих полей двух препятствий траектория центра масс робота может пересекать внутреннюю границу поля одного из двух препятствий (рис. 4, в), что не допустимо (происходит соударение робота с препятствием). Данный экстремальный случай может быть устранен путем ввода в алгоритм метода $VC/APF+BC_t^1$ дополнительного прогнозирования столкновения робота со вторым препятствием и соответствующей коррекции законов движения центра масс робота в режиме уклонения от первого препятствия. Таким образом, предлагаемые модификации позволят улучшить исходный метод $VC/APF+BC_t^1$ (оптимального планирования движения робота) для обхода двух статичных препятствий.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Chunxi, Cheng Path planning and obstacle avoidance for AUV : A review / Chunxi Cheng, Qixin Sha, Bo He, Guangliang // Ocean Engineering. – 2021. – Vol. 235. Article 109355.
2. Казаков, К. А. Обзор современных методов планирования движения / К. А. Казаков, В. А. Семенов // Труды ИСП РАН. – 2016. – Т. 28, вып. 4. – С. 241–294.
3. Бросалин, Д. О. Интеграция локального и глобального планировщиков в систему управления мобильным роботом / Д. О. Бросалин, Б. В. Гуренко, М. Ю. Медведев // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2023. – № 6 (236). – С. 8–24.
4. Леонард, А. В. Планирование движения наземного робота с обходом стационарного препятствия при заданных: начальных и конечных координатах, скоростях и оперативном времени ($VC/APF+BC_t^1$). Ч. I Теория / А. В. Леонард // Известия ВолгГТУ : научный журнал № 9 (268) / ВолгГТУ. – Волгоград, 2022. – С. 34–42.
5. Леонард, А. В. Планирование движения наземного робота с обходом стационарного препятствия при заданных: начальных и конечных координатах, скоростях и оперативном времени ($VC/APF+BC_t^1$). Ч. II. Результаты / А. В. Леонард // Известия ВолгГТУ : научный журнал № 9(268) / ВолгГТУ. – Волгоград, 2022. – С. 42–48.
6. Леонард, А. В. Особенности планирования движения наземного робота с обходом стационарного препятствия на основе подхода $VC/APF+BC_t^1$ / А. В. Леонард // Известия ВолгГТУ : научный журнал № 9 (280) / ВолгГТУ. – Волгоград, 2023. – С. 33–40.
7. Кошман, А. М. Планирование движения мобильного робота со смещением исходного центра потенциального поля статичного препятствия / А. М. Кошман, А. С. Быков, А. В. Леонард, В. А. Шурыгин // Известия ВолгГТУ : научный журнал № 4 (287) / ВолгГТУ. – Волгоград, 2024. – С. 65–71.

УДК 001.891.57, 007.52

DOI 10.35211/1990-5297-2025-4-299-53-60

Е. А. Магид

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОИСКОВО-СПАСАТЕЛЬНЫХ МОБИЛЬНЫХ РОБОТОВ И ИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДЛЯ ЗАДАЧ ЛИКВИДАЦИИ ПОСЛЕДСТВИЙ ЧРЕЗВЫЧАЙНЫХ СИТУАЦИЙ*

Казанский федеральный университет
magid@it.kfu.ru

Рассмотрены типы мобильных роботов, наиболее часто используемых в поисково-спасательных операциях при ликвидации последствий чрезвычайных ситуаций (ЧС), и описаны возможности их моделирования в симуляторе Gazebo. Приведены примеры моделирования отдельных роботов и их взаимодействия в Gazebo.

Ключевые слова: поисково-спасательная робототехника, мобильный робот, моделирование, робототехническая операционная система ROS, Gazebo.

Е. А. Magid

MODELLING SEARCH AND RESCUE MOBILE ROBOTS AND THEIR INTERACTION IN EMERGENCY SITUATION ELIMINATION TASKS

Kazan Federal University

The paper considers mobile robots that are typically involved in search and rescue operations to eliminate consequences of emergencies, and possibilities of their modeling in the Gazebo simulator. Examples of single robots and their interactions modelling are demonstrated.

Keywords: search and rescue robotics, mobile robot, modelling, ROS, Gazebo.

© Магид. Е. А., 2025.

* Работа выполнена за счет гранта Академии наук Республики Татарстан, предоставленного молодым кандидатам наук (постдокторантам) с целью защиты докторской диссертации, выполнения научно-исследовательских работ, а также выполнения трудовых функций в научных и образовательных организациях Республики Татарстан в рамках Государственной программы Республики Татарстан «Научно-технологическое развитие Республики Татарстан».

Введение

Вопрос практического применения роботов в поисково-спасательных операциях (ПСО) при ликвидации последствий чрезвычайных ситуаций (ЧС), включая землетрясения и наводнения, привлек внимание на государственном уровне после разрушительного землетрясения 1995 года в городе Кобе (Япония), которое вызвало существенные разрушения в густонаселенном районе, а поиск многочисленных жертв традиционными подходами спасательными службами в условиях масштабных разрушений оказался затруднительным [1]. С 1995 года поисково-спасательная робототехника (ПСР) трансформировалась из теоретической концепции в отдельную область исследований, охватывающую фундаментальные и прикладные аспекты механики, навигации, картографирования, сенсорики и других классических задач робототехники, рассматриваемых теперь уже через призму роботизации операций по ликвидации последствий ЧС.

ПСР занимается разработкой и внедрением робототехнических систем (РТС), предназначенных для выполнения ПСО при ЧС, и значительный акцент делается на ЧС в урбанистических средах, которые, ввиду структурной сложности, высокой динамики, разнообразия и насыщенности, существенно усложняют задачи роботов [2]. Функции РТС в сценарии ликвидации последствий ЧС включают в себя проверку конструкций на предмет повреждений, поиск пострадавших и потенциальных опасностей (например, открытый огонь или радиационное загрязнение), картографирование, уборку завалов, оказание выжившим медицинской помощи перед эвакуацией, транспортировку выживших в безопасную зону, обеспечение логистики грузов и другие [3].

Сценарии ЧС трудно воспроизводимы в лабораторных условиях, поэтому проведение натурных экспериментов для ПСР является сложным, требует много времени и ресурсов. Соответственно, для проверки новых подходов на первых этапах научных исследований условия ЧС реального мира могут быть аппроксимированы через качественное моделирование в симуляторе [4]. Симулятор позволяет создавать широкий спектр виртуальных моделей роботов и сред [5], стремясь достичь относительно реалистичного поведения, удешевляет первые эта-

пы разработки, повышает безопасность разработчиков, помогает обнаруживать концептуальные ошибки в алгоритмах до их переноса на натурных роботов. Существует широкий спектр робототехнических симуляторов [6], среди которого наша научная группа выделяет симулятор Gazebo [7]. Последний был разработан специально для моделирования РТС и полностью совместим с робототехнической операционной системой ROS, что позволяет создавать и использовать модели РТС с системами управления на основе ROS. В большинстве случаев Gazebo используется совместно с RViz [8], обеспечивающим дополнительный уровень сенсорики и визуализации.

1. Типовые поисково-спасательные роботы и их моделирование

ВПСО используются РТС трех основных категорий: морские, воздушные и наземные. Роботы разных типов могут применяться по отдельности [9], однородными [10] или разнородными группами [11; 12] и используются в телеуправляемом или беспилотном режиме. Понимание ролей, которые эти роботы играют в ПСО, имеет решающее значение для использования их полного потенциала в сценариях ликвидации ЧС.

Морские РТС делятся на надводные и подводные. В ПСО они могут использоваться для поиска пострадавших в водных средах и осмотра повреждения подводной инфраструктуры [13]. На официальном сайте ROS [14] указана поддержка трех РТС: Clearpath Heron USV (виртуальная модель только для морально устаревшей ROS Kinetic), Kingfisher (модель для Gazebo отсутствует) и BlueROV (ROS Melodic). В целом, Gazebo редко используется для моделирования работы морских РТС, так как в симуляторе отсутствует качественная реализация воды: возможно создавать водные среды, настраивать динамику движения поверхности воды и плавучесть объектов на ней, но при этом в официальных плагинах отсутствует что-либо под этой тонкой пленкой поверхности воды – когда объект перестает касаться пленки поверхности, он полностью погружается. Например, водный мир (рис. 1) позволяет тестировать только виртуальные модели надводных роботов и алгоритмы работы (на основе компьютерного зрения) беспилотных летательных аппаратов при ПСО в водных средах.

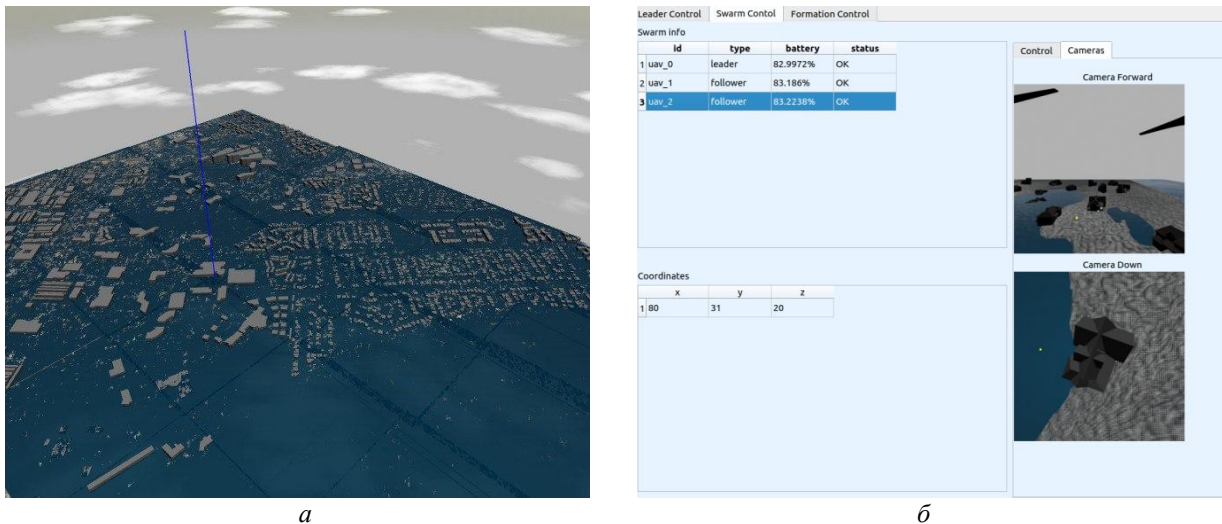


Рис. 1. Виртуальный мир с затопленным городом (а); графический интерфейс управления группой БЛА в Gazebo, тестируемый в водном мире (б)

Беспилотные летательные аппараты (БЛА) могут сканировать обширные территории и передавать собранную информацию в реальном времени для обнаружения жертв [15] и построения трехмерных моделей территории ЧС, что позволяет командам спасателей планировать операции с учетом особенностей ландшафта [16]. ROS указывает поддержку пяти БЛА [14]: COEX Clover и Crazyflie (обе модели для ROS Noetic; вторая – нерабочая), Erle-Copter (только для морально устаревшей ROS

Indigo), Erle-Hexa Copter и Erle-Plane (обе модели нерабочие); при этом не упомянута наиболее популярная среди исследователей абстрактная модель БЛА с открытым кодом *hector_quadrotor* (рис. 2, а). Отдельные исследовательские группы создают собственные модели БЛА, которые соответствуют их натурным моделям, не делая код общедоступными; например, для натурального кастомного БЛА PX4-LIRS была разработана модель [17] для Gazebo под ROS Melodic и Noetic (рис. 2, б).

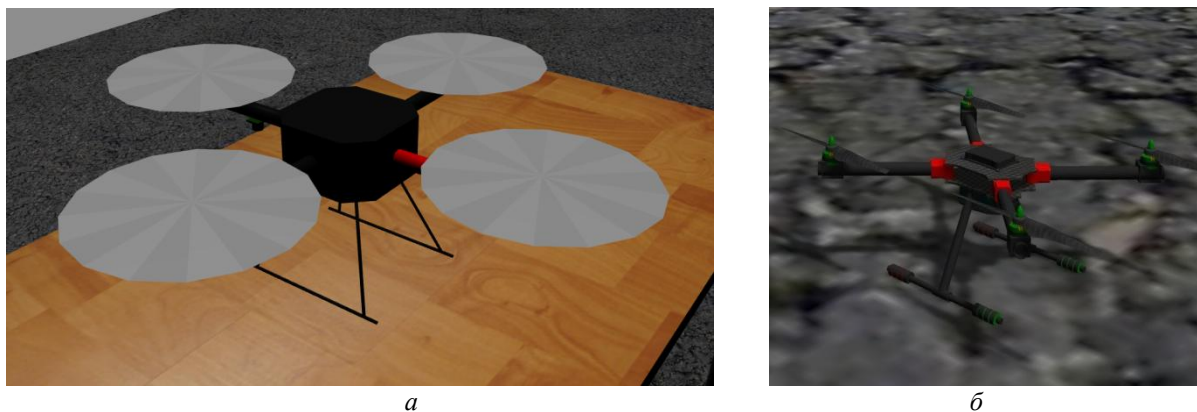


Рис. 2. Модель БЛА *hector_quadrotor* (а) и PX4-LIRS (б)

Наземные мобильные роботы (НМР) в различных исполнениях (колесные, гусеничные, шагающие, ползающие, гибридные) наиболее массово используются в ПСО [18; 19]. Широкая линейка ходовых частей и габаритов НМР позволяет разбирать завалы, доставлять грузы и проникать в узкие проходы, недоступные для людей и поисковых собак, а вариативность бортовых датчиков и программного обес-

печения – выполнять практически все возможные задачи в рамках ПСО. На сайте ROS [14] указано 72 поддерживаемые модели НМР, из которых 68 могут быть задействованы для решения каких-либо задач в ПСО. Учитывая, что каждая ведущая в области мобильной робототехники лаборатория разрабатывает собственных кастомных роботов, и многие из них создают виртуальные модели – общее количество мо-

делей НМР для ПСО оценивается в несколько сотен. Модели могут быть достаточно абстрактными (например, как состоящие из геометрических примитивов модели дифференциальных роботов [20–22]), базовыми (состоит из более сложных блоков, но лишена качественной визуализации; например, модель гусеничного робота [23]), простыми (например, всенаправленный четырехколесный робот MARIO 2016 года [24]) или полноценными, с учетом динамики и визуализации (например, продвинутая версия робота MARIO 2018 года [25]).

2. Разработка собственных моделей для Gazebo

Кафедрой интеллектуальной робототехники КФУ было разработано несколько полноценных моделей для симулятора Gazebo, которые могут быть использованы при моделировании концепций и алгоритмов ПСО.

Модели (рис. 3) соответствуют имеющимся натурным роботам: российским роботам «Сервосила Инженер» и «Аврора Юниор», и кастомной модели всенаправленного колесного робота «ArtBul-2».



Рис. 3. Натурные РТС (1) и их виртуальные модели для Gazebo (2): «Сервосила Инженер» (а), «Аврора Юниор» (б), «ArtBul-2» (в)

Натурные РТС «Сервосила Инженер» и «Аврора Юниор» появились у кафедры в 2017 году, и для возможности предварительной проверки алгоритмов без потенциального повреждения роботов было необходимо создать соответствующие модели в Gazebo. От производителей РТС были получены CAD-модели, позволившие обеспечить приемлемый уровень визуализации внешнего вида РТС, а сотрудниками и студентами в 2016–2023 гг. в несколько итераций были реализованы URDF-файлы, физические и программные составляющие моделей [26; 27]; тестирование движения и сенсорики моделей в Gazebo относительно натуральных моделей показало достаточный уровень корреляции. Для РТС «ArtBul-2», наоборот, сначала была разработана конструкторская документация и виртуальная модель, а затем был собран натуральный прототип робота [28]; виртуальная модель итеративно дорабатывалась параллельно с тестированием натурной РТС с целью отразить внесенные при сборке конструктивные изменения и полученные физические характеристики.

Результаты тестирования в виртуальном и реальном мире показали, что «Сервосила Инженер» может выполнять типовые задачи ПСО для НМР практически без ограничений по качеству подстилающей поверхности и размерам рабочего пространства; «Аврора Юниор» ограничен задачами логистики в условиях небольших неровностей подстилающей поверхности и широких рабочих пространствах; «ArtBul-2» может выполнять функции разведки и логистики только в условиях ровной подстилающей поверхности, но является наиболее маневренным даже в узких пространствах благодаря всенаправленной ходовой части.

Необходимо подчеркнуть, что разработка собственной модели РТС для симулятора Gazebo – это не моделирование в реальном времени, а достаточно кропотливая и трудоемкая задача, требующая понимания основ физики и некоторого минимального уровня владения необходимым программным обеспечением [29]. Например, первая абстрактная модель РТС «Сервосила Инженер» для Gazebo была создана нашей научной группой в 2016 г. [30]; первая визуально реалистичная модель (поддерживающая физическое взаимодействие с подстилающей поверхностью) – в 2019 г., после получения CAD-моделей отдельных деталей РТС от производителя, внесения в них ряда исправлений и сборки в единую модель робота [31]; в 2020 г., по результатам вычислительных экс-

периментов, гусеницы модели были перестроены для улучшения реалистичности взаимодействия с подстилающей поверхностью [32]; затем в 2020 г. была упрощена визуальная составляющая относительно оригинальных CAD-моделей с целью повышения производительности модели (загрузка CPU и обеспечиваемый фактор реального времени RTF) [33]; в 2021 г. было доработано программное обеспечение (модуль *Navigationstack*) [34]; в 2022 г. был предложен принципиально новый подход к моделированию гусениц, который позволил привести проходимость модели в соответствие с проходимостью натурального робота и снизить RTF [35]; в 2023 г. модель была перенесена с ROSMelodic на более современную ROSNoetic и добавлен ряд модулей, повышающих уровень соответствия модели и натурального робота – интегрирован функционирующий фонарь, введены ограничения на зависимое движение двух суставов манипулятора [36].

Эффективность использования разработанных детальных моделей роботов в виртуальной среде доказана на практике. В работе [37] модель РТС «Сервосила Инженер» использовалась в Gazebo для отработки процедуры обнаружения и открывания ручек дверей; затем уже отработанные алгоритмы и полностью готовый для использования код были перенесены на натурального робота, который продемонстрировал успешное открывание двери в ходе серии экспериментов [38]. В [39] модель РТС PMB-2 (TIAGoBase) использовалась в Gazebo для оценки работы нового алгоритма определения человека по мультимодальным данным (камера и лазерный дальномер) и следования за ним; затем готовые алгоритмы и код были перенесены на натурального робота, который продемонстрировал успешное следование за человеком в серии экспериментов в офисной среде [40].

3. Примеры моделирования алгоритмов и взаимодействия РТС

Наиболее часто симулятор Gazebo при моделировании задач ПСР используется для оценки алгоритмов одновременной локализации и картографирования (SLAM) и для апробации методов координации групп РТС между собой; при этом исследователи стараются максимально использовать уже готовые модули ROS для ряда типовых алгоритмов, что существенно упрощает разработку. Например, в [41] X. Chen и другие вручную построили модель офисного помещения и, добавив в него восемь

шароподобных препятствий для примитивного моделирования ПСО, протестировали систему, состоящую из набора готовых модулей ROS – *GmappingSLAM*, глобального планировщика на основе алгоритма Дейкстры, алгоритма локализации *AMCL* и локального планировщика *TEB*. М. R. Mirzae и другие [42] при подготовке к соревнованиям RoboCup провели в Gazebo виртуальное тестирование комбинации алгоритма полуавтономной навигации и SLAM для гусеничной ПТС, используя готовые модули ROS – *Hector SLAM*, локальный планировщик *DWA* и колесный робот *TurtleBot*.

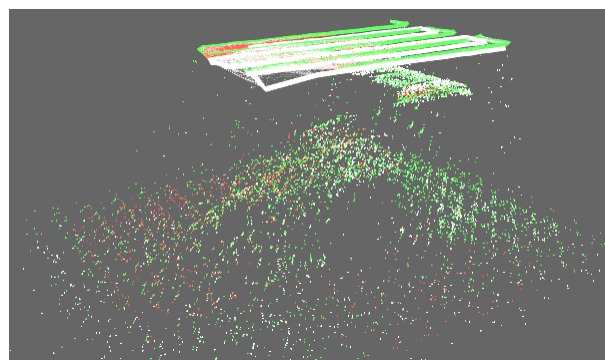
Для оценки алгоритмов SLAM могут применяться различные количественные метрики, включая длину пути, время выполнения алгоритма, плавность траектории, процент успеха в достижении целевой точки, количество столкновений с объектами, потребление CPU и RAM. При использовании готовых датасетов или натуральных роботов для оценки точности определения положения ПТС и траектории движения чаще всего используются абсолютная ошибка траектории (*AbsoluteTrajectoryError*, ATE), относительная ошибка положения (*RelativePoseError*, RPE) и среднеквадратическая ошибка (*Root-MeanSquareError*, RMSE) [43]. В отличие от натуральных экспериментов, в симуляторе Gazebo все

эталонные данные доступны для сравнения с результатами вычислительных экспериментов, что позволяет прогнозировать поведение алгоритмов в натуральных экспериментах и существенно сузить выбор алгоритмов для последних.

Р. Сафин, Р. Лавренов и Е. А. Мартинез-Гарсиа сравнили расчетные ошибки траектории НМР *Husky*, полученной двумя популярными алгоритмами SLAM в Gazebo – *RTAB-Map* и *ORB-SLAM2* [44]. *ORB-SLAM2* продемонстрировал хорошие результаты как для ровных (RMSE 0,15 м), так и для неровных ландшафтов (RMSE 0,19 м); *RTAB-Map* показал лучшую точность по сравнению с *ORB-SLAM2*: RMSE 0,019 м для плоской подстилающей поверхности и 0,03 м – для пересеченной местности. В работе [45] в Gazebo сравнивались *CORB-SLAM* и *CCM-SLAM* – два наиболее часто применяемых метода коллаборативного визуального SLAM с использованием монокулярной камеры и двух БЛА *hector_quadrotor* в условиях ПСО. Вычислительные эксперименты показали, что средняя медианная ATE для алгоритма *CCM-SLAM* в 2–3 раза превышает ошибку *CORB-SLAM*. На рис. 4, а показан созданный для виртуального тестирования мир ПСО, на рис. 4, б – построенные БЛА траектории и карта в виде трехмерного облака точек.



а



б

Рис. 4. Виртуальный мир в симуляторе Gazebo; разрушенное здание патрулируется парой БЛА *hector_quadrotor*, выделенной окружностями (а). 3D облако точек, полученное алгоритмом *CCM-SLAM*; линии в верхней части рисунка показывают траектории правого и левого БЛА соответственно (б)

Автономная навигационная система для координации работы нескольких БЛА в задаче обнаружения людей при ПСО в частично затопленном мире представлена в [46] и использует модели БЛА *hector_quadrotor*. В работе [47] Gazebo использовался для тестирования графического интерфейса и алгоритма управления

роем БЛА. На рис. 5 показана схема строя из 5 БЛА (а) и полет роя из 10 БЛА (б) в Gazebo в шахматном построении. Разработанный интерфейс (рис. 1, б) поддерживает построение в 14 видов строя, управление отдельным БЛА и всем роем. Интерфейс тестировался в средах для ПСО.

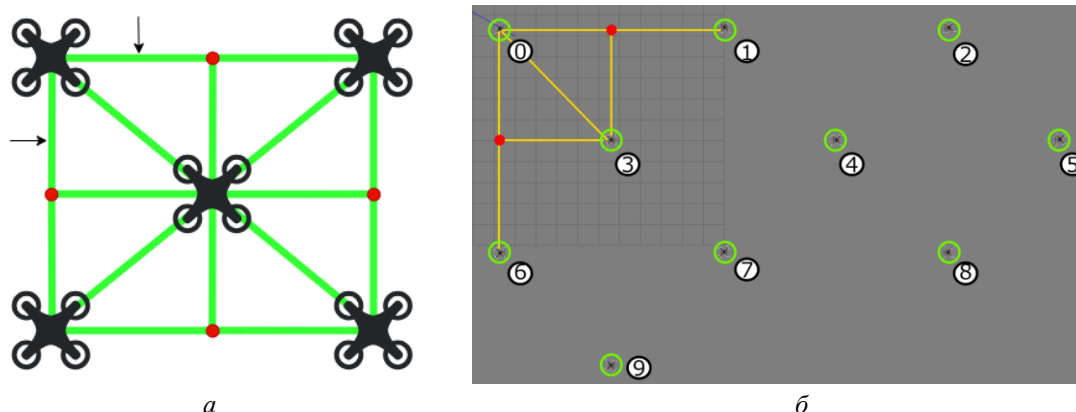


Рис. 5. Рой БЛА в шахматном построении: схема строя для 5 БЛА (а) и построение в Gazebo (вид сверху) из 10 БЛА PX4-LIRS, которые выделены зелеными окружностями с нумерацией от 0 до 9 (б)

Заключение

Использование робототехники в поисково-спасательных операциях (ПСО) демонстрирует важность интеграции новых технологий в процессы реагирования на чрезвычайные ситуации (ЧС). В статье рассмотрены три основные категории мобильных роботов, используемых в ПСО: морские, воздушные и наземные. Описаны возможности их моделирования в симуляторе Gazebo, представлены примеры успешного моделирования роботов и тестирования типовых задач роботов в ПСО, включая SLAM и координацию РТС между собой при выполнении совместной задачи.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Kawata, Y. The great Hanshin-Awaji earthquake disaster: damage, social response, and recovery / Y. Kawata // *Journal of natural disaster science*. – 1995. – Т. 17. – № 2. – С. 1–12.
2. Murphy, R. R. Disaster robotics // R. R. Murphy, S. Tadokoro, A. Kleiner // *Springer Handbook of Robotics*. – Cham: Springer, 2016. – С. 1577–1604.
3. Artificial Intelligence Based Framework for Robotic Search and Rescue Operations Conducted Jointly by International Teams / E. Magid [и др.] // *Smart Innovation, Systems and Technologies*. – 2019. – Т. 154. – С. 15–26.
4. Michel, O. Webots: Symbiosis Between Virtual and Real Mobile Robots / O. Michel // *International Conference on Virtual Worlds*. – 1998. – С. 254–263.
5. A Survey on Open-Source Simulation Platforms for Multi-Copter UAV Swarms / Z. Chen [и др.] // *Robotics*. – 2023. – Т. 12. – № 2. – 53 с.
6. Robots Saving Lives: A Literature Review About Search and Rescue (SAR) in Harsh Environments / K. Tong [и др.] // *2024 IEEE Intelligent Vehicles Symposium (IV)*. – IEEE, 2024. – С. 953–960.
7. Gazebo simulator official site [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://gazebo-sim.org/> (дата обращения: 17.02.2025 г.).
8. Pütz, S. Tools for Visualizing, Annotating and Storing Triangle Meshes in ROS and RViz / S. Pütz, T. Wiemann,

J. Hertzberg // *European Conference on Mobile Robots*. – IEEE, 2019. – С. 1–6.

9. Development of a search and rescue robot system for the underground building environment / G. Wang [и др.] // *Journal of Field Robotics*. – 2023. – Т. 40. – № 3. – С. 655–683.

10. Pallin, M. Formulation and Solution of the Multi-agent Concurrent Search and Rescue Problem / M. Pallin, J. Rashid, P. Ögren // *2021 IEEE international symposium on safety, security, and rescue robotics (SSRR)*. – IEEE, 2021. – С. 27–33.

11. Klimenko, A. A Technique of Distributed Missions Assignment Problem Solving in Heterogeneous Groups of Aerial Rescue Robots / A. Klimenko, A. Barinov // *International Conference on Interactive Collaborative Robotics*. – Cham: Springer Nature Switzerland, 2024. – С. 392–406.

12. A heterogeneous robots collaboration for safety, security, and rescue robotics: e-ASIA joint research program for disaster risk and reduction management / B.M. Pillai [и др.] // *Advanced Robotics*. – 2024. – Т. 38. – № 3. – С. 129–151.

13. Sparrow, R. Naval robots and rescue / R. Sparrow, R. McLaughlin, M. Howard // *International Review of the Red Cross*. – 2017. – Т. 99. – № 906. – С. 1139–1159.

14. ROS Robots [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://robots.ros.org/> (дата обращения: 17.02.2025 г.).

15. Grogan, S. The use of unmanned aerial vehicles and drones in search and rescue operations—a survey / S. Grogan, R. Pellerin, M. Gamache // *Proceedings of the PROLOG*. – 2018. – С. 1–13.

16. Construction of 3D models of buildings damaged by earthquakes using UAV aerial images / F. Yamazaki [и др.] // *Proceedings of the Tenth Pacific Conference on Earthquake Engineering Building an Earthquake-Resilient Pacific*. – 2015. – Т. 204.

17. Embedded ArUco: a novel approach for high precision UAV landing / A. Khazetdinov [и др.] // *Siberian Conference on Control and Communication*. – 2021. – № 9438855.

18. Pillai, B. M. Challenges for Novice Developers in Rough Terrain Rescue Robots: A Survey on Motion Control Systems / B. M. Pillai, J. Suthakorn // *Journal of Control Science and Engineering*. – 2019. – № 2135914.

19. The current state and future outlook of rescue robotics / J. Delmerico [и др.] // *Journal of Field Robotics*. – 2019. – Т. 36. – № 7. – С. 1171–1191.

20. Chikurtev, D. Mobile Robot Simulation and Navigation in ROS and Gazebo / D. Chikurtev // *2020 International Conference Automatics and Informatics (ICAI)*. – IEEE, 2020. – С. 1–6.

21. Yilmaz, Z. Simulation of Lidar-Based Robot Detection Task using ROS and Gazebo / Z. Yilmaz, L. Bayindir // *Avrupa Bilim ve Teknoloji Dergisi*. – 2019. – С. 513–529.
22. Rivera, Z. B. Unmanned Ground Vehicle Modelling in Gazebo/ROS-Based Environments / Z. B. Rivera, M. C. De Simone, D. Guida // *Machines*. – 2019. – Т. 7. – № 2. – С. 42.
23. Pecka, M. Fast Simulation of Vehicles with Non-deformable Tracks / M. Pecka, K. Zimmermann, T. Svoboda // 2017 IEEE/RSJ International Conference on Intelligent Robots and Systems (IROS). – IEEE, 2017. – С. 6414–6419.
24. Mechatronic design and development of a non-holonomic omnidirectional mobile robot for automation of primary production / M. Sharifi [и др.] // *Cogent Engineering*. – 2016. – Т. 3. – № 1.
25. Modelling and simulation of a non-holonomic omnidirectional mobile robot for offline programming and system performance analysis / M. Sharifi [и др.] // *Simulation Modelling Practice and Theory*. – 2018. – Т. 87. – С. 155–169.
26. Gear Wheels based Simulation of Crawlers for Mobile Robot Servosila Engineer / R. Gabdrahmanov [и др.] // The 19th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics (ICINCO 2022). – 2022. – С. 565–572.
27. Aurora Unior Car-like Robot in Gazebo Environment / K. Shabalina [и др.] // *International Conference on Artificial Life and Robotics (ICAROB 2019)*. – 2019. – С. 116–119.
28. LIRS-ArtBul: Design, modelling and construction of an omnidirectional chassis for a modular multipurpose robotic platform / A. Apurin [и др.] // *Lecture Notes in Computer Science*. – 2022. – № 13719. – С. 70–80.
29. How to Create a New Model of a Mobile Robot in ROS/Gazebo Environment: An Extended Tutorial / A. Dobrokvashina [и др.] // *International Journal of Mechanical Engineering and Robotics Research*. – 2023. – Т. 12. – № 4. – С. 192–199.
30. Modelling a crawler-type UGV for urban search and rescue in Gazebo environment / M. Sokolov [и др.] // *Proceedings of the 2017 International Conference on Artificial Life and Robotics*. – 2017. – С. 360–363.
31. Moskvina, I. Modeling Tracks and Controller for Servosila Engineer Robot / I. Moskvina, R. Lavrenov // *Smart Innovation, Systems and Technologies*. – 2019. – Т. 154. – С. 411–422.
32. Moskvina, I. Modelling a Crawler Robot Using Wheels as Pseudo-Tracks: Model Complexity vs Performance / I. Moskvina, R. Lavrenov, E. Magid, M. Svinin // *IEEE 7th International Conference on Industrial Engineering and Applications (ICIEA 2020)*. – 2020. – С. 235–239.
33. Dobrokvashina, A. Improving model of crawler robot Servosila "Engineer" for simulation in ROS/Gazebo / A. Dobrokvashina, R. Lavrenov, E. A. Martinez-Garcia, Y. Bai // *Proceedings of 13th International Conference on Developments in eSystems Engineering (DeSE) (Wuhan, China; 14-17 December 2020)*. – 2020. – С. 212–217.
34. Navigation stack for the crawler robot Servosila Engineer / A. Dobrokvashina [и др.] // *Proceedings of the IEEE 16th Conference on Industrial Electronics and Applications (ICIEA) (Chengdu, China; 01-02 August 2021)*. – 2021. – С. 1907–1912.
35. Gear Wheels based Simulation of Crawlers for Mobile Robot Servosila Engineer / R. Gabdrahmanov [и др.] // *The 19th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics (ICINCO 2022)*. – 2022. – С. 565–572.
36. New Features Implementation for Servosila Engineer Model in Gazebo Simulator for ROS Noetic / A. Dobrokvashina [и др.] // *The 2023 International Conference on Artificial Life and Robotics (online, 9-12 February 2023)*. – 2023. – С. 154–157.
37. Door handle detection modelling for Servosila Engineer robot in Gazebo simulator / R. Abdulganeev [и др.] // *Siberian Conference on Control and Communications, (SIBCON 2022)*. – 2022. – С. 1–4.
38. Autonomous door opening with a rescue robot / R. Abdulganeev [и др.] // *The 10th International Conference on Automation, Robotics and Applications (ICARA 2024)*. – 2024. – С. 7–11.
39. Chebotareva, E. Laser Rangefinder and Monocular Camera Data Fusion for Human-Following Algorithm by PMB-2 Mobile Robot in Simulated Gazebo Environment / E. Chebotareva, K.-H. Hsia, K. Yakovlev, E. Magid // *Smart Innovation, Systems and Technologies*. – 2020. – Т. 187. – С. 357–369.
40. Person-Following Algorithm Based on Laser Range Finder and Monocular Camera Data Fusion for a Wheeled Autonomous Mobile Robot / E. Chebotareva [и др.] // *Lecture Notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*. – 2020. – № 12336. – С. 21–33.
41. SLAM-based Navigation Technology for Rescue Robots in Post-disaster Scenarios / X. Chen [и др.] // *Highlights in Science, Engineering and Technology*. – 2023. – Т. 52. – С. 33–39.
42. Mirzae, M. R. ROS-based motion planner for Gazebo-simulated rescue robots in RoboCup / M. R. Mirzae, N. Karimi, E. Najafi // *21st International Conference on Research and Education in Mechatronics (REM)*. – IEEE, 2020. – С. 1–5.
43. Comparison of monocular ROS-based Visual SLAM methods / L. Safarova [и др.] // *Lecture notes in Computer Science (including subseries Lecture Notes in Artificial Intelligence and Lecture Notes in Bioinformatics)*. – 2022. – С. 81–92.
44. Safin, R. Evaluation of Visual SLAM Methods in USAR Applications Using ROS/Gazebo Simulation/ R. Safin, R. Lavrenov, E. A. Martinez-Garcia // *Proceedings of 15th International Conference on Electromechanics and Robotics "Zavalishin's Readings"*. – Singapore: Springer Singapore, 2020. – С. 371–382.
45. Comparative analysis of ROS-based centralized methods for conducting collaborative monocular visual SLAM using a pair of UAVs / B. Abbyasov [и др.] // *Proceedings of the 23rd International Conference on Climbing and Walking Robots and Support Technologies for Mobile Machines (CLAWAR 2020)*. – 2020. – С. 113–120.
46. Dsouza, J. M. Autonomous Navigation System for Multi-Quadrotor Coordination and Human Detection in Search and Rescue / J. M. Dsouza, R. M. Rafikh, V. G. Nair // *Journal of Robotics and Mechatronics*. – 2023. – Т. 35. – № 4. – С. 1084–1091.
47. UAV Swarm Formation Control for Outdoor Surveillance Tasks / O. Frolov [и др.] // *8th International Conference on Computing, Control and Industrial Engineering 2024 (CCIE)*. *Lecture Notes in Electrical Engineering*. – Singapore: Springer, 2024. – Т. 1252. – С. 364–372.

УДК 621.865.8

DOI 10.35211/1990-5297-2025-4-299-61-66

*А. В. Нелюбова, И. П. Вершинина***ДИНАМИКА УПРАВЛЯЕМОГО ДВИЖЕНИЯ МАНИПУЛЯТОРА-ТРИПОДА
С ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ СВЯЗЬЮ*****Волгоградский государственный технический университет**

mqdschen@yandex.ru, i_vershinina@vstu.ru

В статье рассматривается модель динамики движений манипулятора-трипода с дополнительной пассивной связью. Представлена система дифференциальных уравнений Лагранжа 2-го рода в матричной форме. Приводятся результаты решения первой задачи динамики, определяются управляющие силы, необходимые для выполнения программных перемещений звеньев манипулятора из выбранной начальной точки в конечную.

Ключевые слова: манипулятор-трипод, динамика управляемого движения, первая задача динамики, управляющие силы.

*A. V. Nelyubova, I. P. Vershinina***DYNAMICS CONTROLLED MOVEMENT OF THE
MANIPULATOR-TRIPOD WITH ADDITIONAL LINK****Volgograd State Technical University**

The article presents a model of the dynamics of movements of a manipulator-tripod with an additional passive link. A system of Lagrange differential equations is in matrix form presented. The results of solving the first dynamics problem are presented. The control forces necessary to perform program movements of the manipulator links from the point to point are determined.

Keywords: manipulator-tripod, dynamics of controlled movement, the first task of dynamics, controlling forces.

Введение

Промышленный манипулятор как многозвенный пространственный механизм с несколькими степенями подвижности представляет собой сложную многомерную динамическую систему, к которой предъявляют высокие требования по точности и быстродействию при обработке заданных траекторий. Эффективность работы манипулятора в значительной степени определяется качеством управления, высокий уровень которого можно обеспечить только при адекватном учете их кинематических и динамических свойств на этапах проектирования. В работе ставится задача динамического анализа, то есть определение движущих сил, обеспечивающих выполнение программных движений звеньев манипулятора.

Анализ объекта исследования

Для расширения рабочего пространства и сохранения таких характеристик, как жесткость, точность и быстродействие, рассматриваются манипуляторы, в основе которых присутствуют механизмы как параллельной, так и последовательной структуры, так называемые гибридные манипуляторы. В таких манипуля-

торах последовательный механизм комбинируется с параллельным механизмом. Гибридные манипуляторы обеспечивают высокую производительность и теоретически большее рабочее пространство.

В качестве объекта исследования рассматривается гибридный манипулятор – манипулятор-трипод с дополнительной связью [1]. Под дополнительной пассивной связью понимается полая металлическая труба, которая одним концом крепится к выходному звену манипулятора, а другим концом к двухстепенному шарниру. Труба перемещается вдоль направляющих и вращается относительно вертикальной и горизонтальной осей, но не вращается вокруг своей оси. Кинематическая схема манипулятора приведена на рис. 1. Манипулятор состоит из четырех линейных исполнительных звеньев. Три звена (1, 2, 3) связаны с поворотным основанием ABC с помощью двух подвижных шарниров. Другие концы этих звеньев закреплены с помощью сферических шарниров на выходном звене 6.

Дополнительная связь в виде полой металлической трубы 5 обеспечивает жесткость конструкции и принимает на себя изгибающие мо-

© Нелюбова А. В., Вершинина И. П., 2025.

* Исследование выполнено за счет средств программы развития ВолгГТУ «Приоритет 2030», в рамках научного проекта №25/639-24.

менты, возникающие при выполнении технологических операций рабочим органом. Также полая труба позволяет передавать моменты от двигателей, установленных на неподвижном основании, к рабочему органу манипулятора или служить проводником для рабочей жидкости, таким образом, расширяет функциональ-

ные возможности по сравнению с аналогами [2]. Изменение длины хотя бы одного линейного исполнительного звена 1, 2 или 3 изменяет положение выходного звена 6. Четвертый линейный привод 4 обеспечивает поворот треугольного основания вокруг горизонтальной оси, увеличивая рабочую зону манипулятора.

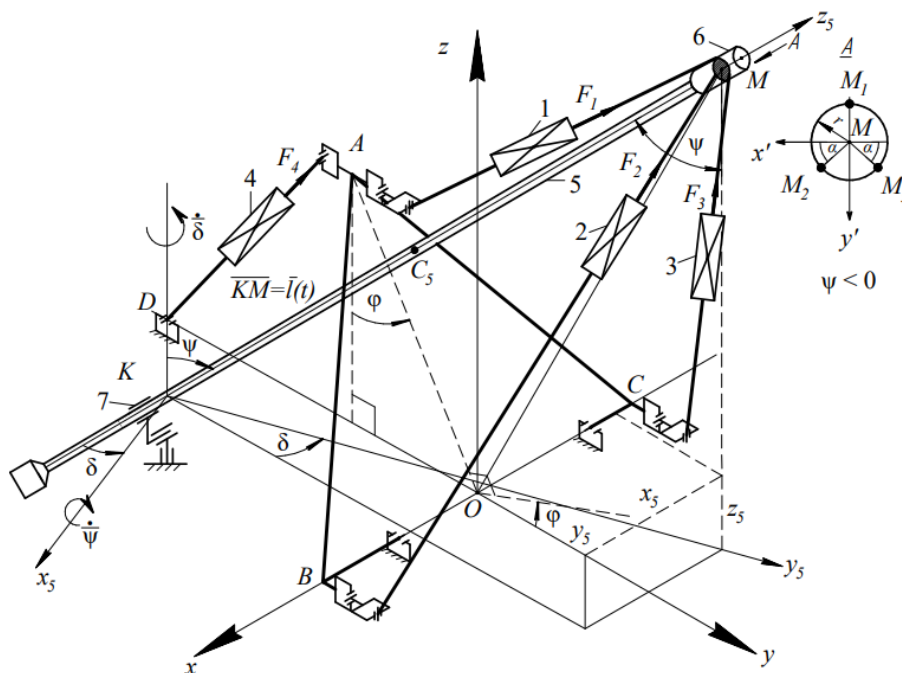


Рис. 1. Схема манипулятора-трипода с дополнительной связью

Механическая система манипулятора рассматривается как совокупность механизмов с жесткими звеньями. Динамическая модель манипулятора описывается как механизм, состоящий из четырех твердых тел. Звено AD (электроцилиндр) включает в себя два твердых тела: цилиндр и шток. Цилиндр совершает вращательное движение вокруг неподвижной оси, параллельной оси Ox , шток совершает плоское движение. Учитываются массово-геометрические характеристики реального манипулятора [3],

масса цилиндра m_{41} , его момент инерции относительно оси вращения I_{41} , масса штока m_{42} , его центральный момент инерции I_{42} . Поворотное основание ABC рассматривается как твердое тело, вращающееся вокруг неподвижной оси Ox (BC) с моментом инерции относительно оси вращения I_{0A} . Звено L – отрезок KM переменной длины полой трубы 5, основа эксплуатационных свойств манипулятора, совершает пространственное движение. Масса звена L и главные центральные моменты инерции соответственно

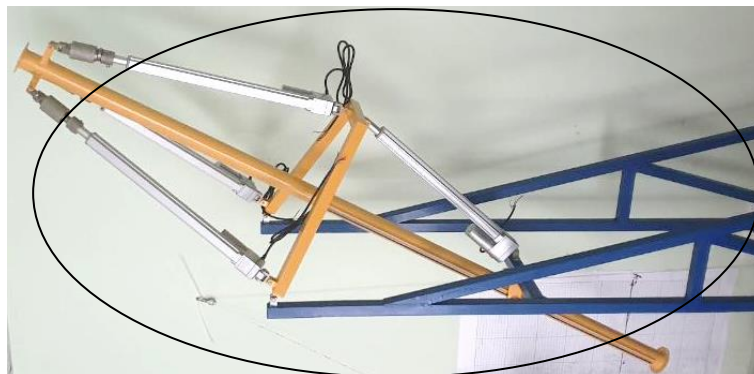


Рис. 2. Манипулятор-трипод с дополнительной пассивной связью

равны m_5 и I_5 . Массово-геометрические параметры полноразмерной физической модели манипулятора (рис. 2) приведены в работе [3].

Система дифференциальных уравнений динамики в матричной форме

Для реализации программных законов перемещения исполнительных звеньев манипулятора необходимо решить две задачи динамики. Первая задача динамики сводится к определению движущих сил, необходимых для реализации программного движения, с учетом известных законов движения всех звеньев робота при выполнении требуемого технологического процесса. Определив движущие силы, можно выбрать двигатели, способные осуществить программные движения манипулятора. Определение динамических нагрузок, действующих на звенья механизмов, необходимо также для оценки прочности, жесткости и надежности системы [4]. Вторая задача динамики заключается в определении динамических ошибок – отклонений законов движения от программных. Задача определения динамических ошибок сводится к интегрированию уравнений движения механической системы совместно с уравнениями динамических характеристик двигателей.

Механизм рассматриваемого манипулятора-трипода с дополнительной связью имеет четы-

ре степени свободы. Конфигурация манипулятора описывается четырьмя обобщенными координатами: угол поворота основания ABC манипулятора $q_1 = \varphi(t)$, длина отрезка полой трубы $q_2 = L(t)$, углы $q_3 = \psi(t)$, $q_4 = \delta(t)$, которые определяют положение подвижной системы координат $Kx_5y_5z_5$ (орты i_5, j_5, k_5) относительно неподвижной $Oxyz$ (орты i, j, k) [5]. Геометрические параметры основания манипулятора и точек крепления на поворотном основании $OA, OB = OC, OD, DK$ (рис. 1). Перемещения звеньев манипулятора происходит под действием движущих сил, действующих со стороны штоков электроцилиндров (рис. 1).

Для формирования дифференциальных уравнений движения используются уравнения Лагранжа 2-го рода [6]. Кинетическая энергия манипулятора складывается из кинетической энергии плоского механизма $DABC$ и кинетической энергии полой трубы L . Кинетическая энергия плоского механизма $DABC$ включает в себя кинетическую энергию корпуса актуатора 4 (звено AD) при его вращательном движении вокруг неподвижной оси и кинетическую энергию штока при движении вместе с корпусом и относительно корпуса.

Полная кинетическая энергия манипулятора [6]:

$$T = \frac{1}{2} \left(0,17 - \frac{0,14}{\pi} \varphi \right) \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} [I_5 + m_5(L - L_0)^2] (\dot{\delta}_5^2 \sin^2 \psi_5 + \dot{\psi}_5^2) + \frac{1}{2} m_5 \dot{L}^2. \quad (1)$$

Уравнение Лагранжа 2-го рода в матричной форме имеет вид:

$$A(q)\ddot{q} + B(q, \dot{q})\dot{q} + C(q) = D(q)F(t), \quad (2)$$

где $A(q)$, $B(q, \dot{q})$, $C(q)$, $D(t)$ – матрицы, зависящие от параметров механизма манипулятора, обобщенных координат и обобщенных скоростей, $F(t)$ – вектор сил, развиваемых приводами в степенях подвижности манипулятора.

Вектор-строки обобщенных координат q^T , обобщенных скоростей $\dot{q}$, обобщенных ускорений и движущих сил F^T :

$$q^T = [\varphi \quad L \quad \psi \quad \delta], \quad \dot{q}^T = [\dot{\varphi} \quad \dot{L} \quad \dot{\psi} \quad \dot{\delta}],$$

$$\ddot{q}^T = [\ddot{\varphi} \quad \ddot{L} \quad \ddot{\psi} \quad \ddot{\delta}], \quad (3)$$

$$F^T = [F_1 \quad F_2 \quad F_3 \quad F_4]. \quad (4)$$

Инерционная матрица $A(q)$ является диагональной и имеет вид:

$$A(q) = \begin{bmatrix} I_{np}(\varphi) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{5K} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{5K} \sin^2 \psi_5 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где $I_{np}(\varphi) = 0,17 - \frac{0,14}{\pi} \varphi$ – приведенный момент инерции [6], m_5 – масса полой трубы, $I_{5K} = [m_5(L - L_0)^2 + I_5]$ – момент инерции относительно точки K .

Матрица $B(q, \dot{q})$ параметров механизма, зависящая от обобщенных координат и обобщенных скоростей, имеет вид:

$$B(q, \dot{q}) = \begin{vmatrix} -\frac{0,07}{\pi} \dot{\varphi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -m_5(L-L_0)\dot{\psi}_5 & -m_5(L-L_0)\sin^2\psi_5\dot{\delta}_5 \\ 0 & m_5(L-L_0)\dot{\psi}_5 & m_5(L-L_0)\dot{L} & -I_{5K}\sin\psi_5\cos\psi_5\dot{\delta}_5 \\ 0 & m_5(L-L_0)\sin^2\psi_5\dot{\delta}_5 & I_{5K}\dot{\delta}_5\sin\psi_5\cos\psi_5 & m_5(L-L_0)\sin^2\psi_5\dot{L} + I_{5K}\dot{\psi}_5\sin\psi_5\cos\psi_5 \end{vmatrix}. \quad (6)$$

Матрица $C(q)$ учитывает потенциальные силы:

$$C(q) = \begin{vmatrix} -m_{42}g \frac{OAOD \cos \varphi \sqrt{l_4^2 - (OD - OAsin \varphi)^2}}{l_4^2} - \frac{1}{3}m_{BC}gOAsin \varphi + \\ + [m_{41}l_{c1} + m_{42}(l_4 - l_{40})] \cdot \frac{(OD - OAsin \varphi)OA \cos \varphi}{l_4 \sqrt{l_4^2 - (OD - OAsin \varphi)^2}} g \\ m_5g \cos \psi \\ -m_5g(L - L_0) \sin \psi \\ 0 \end{vmatrix}. \quad (7)$$

Матрица коэффициентов движущих сил $D(q)$:

$$D(q) = \begin{vmatrix} d_{11} & 0 & 0 & d_{14} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & 0 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} & 0 \end{vmatrix}, \quad (8)$$

где элементы матрицы [7]:

$$\begin{aligned} d_{11} &= -\frac{OA}{l_1} \cdot \left[(DK - L \cos \psi_5 + r \sin \psi_5) \sin \varphi + \right. \\ &\quad \left. + (OD + L \sin \psi_5 \cos \delta_5 + r \cos \psi_5 \cos \delta_5) \cos \varphi \right], \\ d_{14} &= \frac{-OD \cdot OA \cos \varphi}{l_4}, \\ d_{21} &= \frac{L + OD \sin \psi \cos \delta - OAsin \varphi \sin \psi \cos \delta - DK \cos \psi - OA \cos \psi_5 \cos \varphi}{l_1}, \\ d_{22} &= \frac{L - (OB \sin \delta - OD \cos \delta) \sin \psi - DK \cos \psi}{l_2}, \\ d_{23} &= \frac{L + (OC \sin \delta + OD \cos \delta) \sin \psi - DK \cos \psi}{l_3}, \\ d_{31} &= \frac{(OD - OAsin \varphi)(L \cos \psi \cos \delta - r \sin \psi \cos \delta) + (DK + OA \cos \varphi)(r \cos \psi + L \sin \psi)}{l_1}, \\ d_{32} &= \frac{DK(L \sin \psi - r \sin \alpha \cos \psi) - (OB \sin \delta - OD \cos \delta)(r \sin \alpha \sin \psi + L \cos \psi)}{l_2}, \\ d_{33} &= \frac{(OC \sin \delta + OD \cos \delta)(L \cos \psi + r \sin \alpha \sin \psi) + DK(L \sin \psi - r \sin \alpha \cos \psi)}{l_3}, \\ d_{41} &= \frac{(OD - OAsin \varphi)(-L \sin \psi \sin \delta - r \cos \psi \sin \delta)}{l_1}, \\ d_{42} &= \frac{(OB \cos \delta + OD \sin \delta)(r \sin \alpha \cos \psi - L \sin \psi) + r \cos \alpha (OB \sin \delta - OD \cos \delta)}{l_2}, \\ d_{43} &= \frac{(OC \cos \delta - OD \sin \delta)(L \sin \psi - r \sin \alpha \cos \psi) + r \cos \alpha (OD \cos \delta + OC \sin \delta)}{l_3}. \end{aligned}$$

Определение движущих сил

Для решения первой задачи динамики манипулятора необходимо определить движущие силы. Изначально конфигурация манипулятора задана в нулевом положении, выходное звено манипулятора находится в точке M_0 ($x_{M0} = 0$ мм, $y_{M0} = 405$ мм, $z_{M0} = 305$ мм). В данном положении все длины звеньев манипулятора минимальны: $l_1 = 535$ мм, $l_2 = 535$ мм, $l_3 = 535$ мм, $l_4 = 535$ мм, угол поворота поворотного основания ABC равен $\varphi_0 = 20^\circ$. Координаты точки M_0 соответствуют значения обобщенных координат $\varphi_n = 0,35$, $L_n = 1018$ мм, $\psi_n = -1,14$, $\delta_n = 0$.

В качестве исполнительных звеньев манипулятора (рис. 2) используются актуаторы LA-T6 с рабочим ходом 400 мм и максимальной скоростью 50 мм/с.

Необходимо рассчитать движущие силы исполнительных звеньев манипулятора для обеспечения перемещения выходного звена из нулевого положения M_0 в начальную точку M_n ($x_{Mn} = 0$ мм, $y_{Mn} = 500$ мм, $z_{Mn} = 400$ мм). И далее из начальной точки M_n реализовать движение выходного звена по прямой в конечную точку M_k ($x_{Mk} = 100$ мм, $y_{Mk} = 700$ мм, $z_{Mk} = 500$ мм). Решением задачи позиционирования находим обобщенные координаты L , ψ , δ через декартовы координаты x_M , y_M , z_M [6]. Таким образом, начальной точке M_n соответствуют значения обобщенных координат $\varphi_n = 0,22$, $L_n = 1145$ мм, $\psi_n = -1,01$, $\delta_n = 0$. Конечной точке M_k соответствуют значения обобщенных координат

$\varphi_k = -0,11$, $L_k = 1372$ мм, $\psi_k = -1,1$, $\delta_k = -0,16$.

В качестве закона изменения обобщенных координат (φ , L , ψ , δ) выбираем полиномиальный закон, соответствующий «мягкому» касанию:

$$q_s(t) = q_{sn} + (q_{sk} - q_{sn}) \cdot \left(10 - 15 \frac{t}{\tau} + 6 \frac{t^2}{\tau^2} \right) \frac{t^3}{\tau^3}, \quad (9)$$

где s – номер обобщенной координаты (1, 2, 3, 4); τ – конечное время перемещения выходного звена манипулятора.

В рассматриваемом примере время перемещения из нулевого положения M_0 в начальную точку M_n составляет $\tau_0 = 5$ с. С учетом реальных скоростей для выбранных актуаторов манипулятора максимальная скорость для исполнительных звеньев $l_2(t)$ и $l_3(t)$ составляет 48 мм/с. Скорость исполнительного звена $l_1(t)$ – 15 мм/с, скорость исполнительного звена l_4 – 8 мм/с. Время перемещения из начальной точки M_n в конечную точку M_k составляет $\tau_1 = 10$ с. Максимальная скорость для исполнительного звена $l_3(t)$ составляет 46 мм/с. Скорость исполнительного звена $l_2(t)$ – 30 мм/с, скорость исполнительного звена $l_1(t)$ – 25 мм/с, скорость исполнительного звена $l_4(t)$ – 10 мм/с.

На рис. 3 представлены графики изменения движущих сил манипулятора в процессе перемещения выходного звена из нулевого положения M_0 в начальную точку M_n с учетом решения уравнения (2) при подстановке коэффициентов (5)–(8).

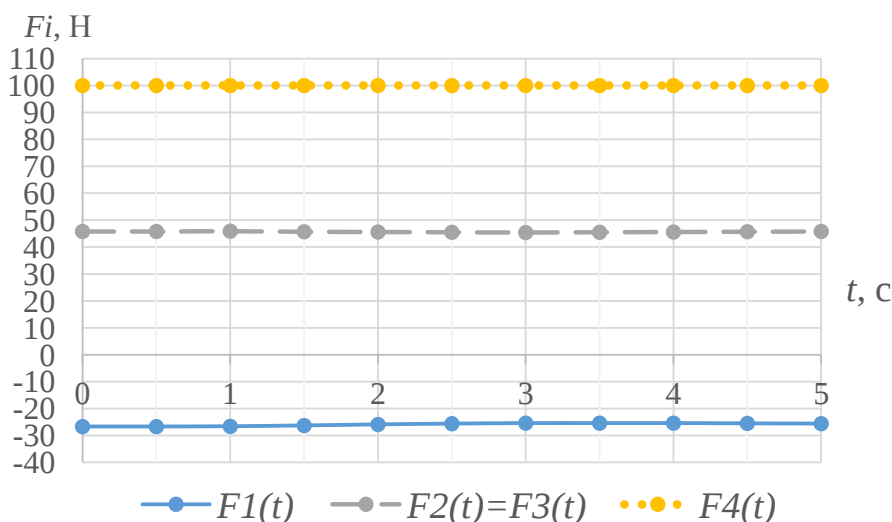


Рис. 3. График изменения движущих сил F_1 , F_2 , F_3 , F_4 при перемещении выходного звена из нулевого положения в начальную точку за конечное время τ_0

На рис. 4 представлены графики изменения движущих сил манипулятора в процессе перемещения выходного звена из начальной точки

M_n в конечную M_k с учетом решения уравнения (2) при подстановке коэффициентов (5)–(8).

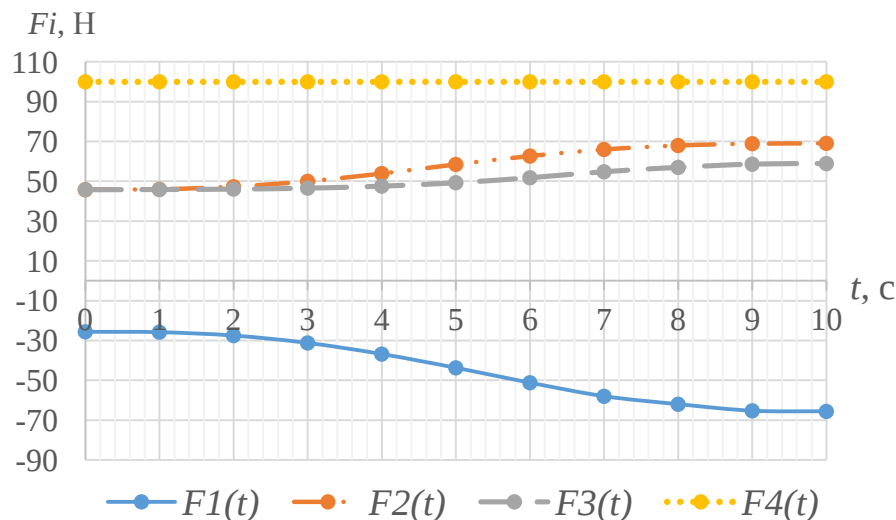


Рис. 4. График изменения движущих сил F_1, F_2, F_3, F_4 при перемещении выходного звена из начальной точки в конечную за конечное время τ_1

Из анализа рис. 3 и рис. 4 можно сделать вывод, что самым нагруженным является звено 4, максимальные значения движущих сил F_4 не превышают 100 Н. Рассмотренная методика решения прямой задачи динамики позволяет определить программные усилия, необходимые для реализации перемещения выходного звена манипулятора за конечное время. Характеристики двигателей зависят от вида выполняемых манипулятором технологических операций, внешних нагрузок и ограничений на быстроедействие.

Заключение

Представленная динамическая модель манипулятора гибридной структуры позволяет провести расчеты движущих сил и интегрирование системы дифференциальных уравнений с целью решения второй задачи динамики. В статье получены значения движущих сил для скоростей манипулятора-трипода с дополнительной связью, что позволит обоснованно использовать методы аналитического программирования входных управляющих сигналов приводных двигателей.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. П. м. 218886 Российская Федерация, МПК В66С 23/00 Манипулятор-трипод / В. В. Жога, А. В. Нелюбова, Н. Г. Шаронов, В. В. Чернышев; ФГБОУ ВО ВолГГТУ. – 2023.
2. Жога, В. В. Динамика и синтез управляющих сигналов манипулятора параллельно-последовательной структуры / В. В. Жога, В. В. Дяшкин-Титов, Н. С. Воробьева, А. В. Дяшкин // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2022. – № 8(749). – С. 3–12.
3. Жога, В. В. Обоснование расчетной схемы динамики манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью / В. В. Жога, А. В. Нелюбова // Известия ВолГГТУ : научный журнал № 4 (287 / ВолГГТУ. – Волгоград, 2024. – С. 60–65.
4. Коловский, М. З. Основы динамики промышленных роботов / М. З. Коловский, А. В. Слоущ. – М.: Наука, 1988. – 239 с.
5. Лурье, А. И. Аналитическая механика / А. И. Лурье. – М.: Физматгиз, 1961. – 824 с.
6. Нелюбова, А. В. Динамическая модель манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью / А. В. Нелюбова, В. В. Жога, И. П. Вершинина // Известия ВолГГТУ : научный журнал № 9 (292) / ВолГГТУ. – Волгоград, 2024. – С. 51–57.
7. Жога, В. В. Определение кинематических параметров исполнительных приводов для реализации программных траекторий / В. В. Жога, А. В. Нелюбова // Известия ВолГГТУ : научный журнал № 9 (280) / ВолГГТУ. – Волгоград, 2023. – С. 26–30.

УДК 629.369

DOI 10.35211/1990-5297-2025-4-299-67-70

*С. Д. Оборин, Д. С. Петров, В. В. Чернышев***МОДЕЛЬНАЯ ОЦЕНКА СТРУКТУРЫ ЭНЕРГОЗАТРАТ
ПОДВОДНЫХ ШАГАЮЩИХ РОБОТОТЕХНИЧЕСКИХ СИСТЕМ
ТЯЖЕЛОЙ ВЕСОВОЙ КАТЕГОРИИ*****Волгоградский государственный технический университет**

oborin.d.s@mail.ru, dmitry.rogue@yandex.ru, vad.chernyshev@mail.ru

Обсуждаются результаты моделирования динамики шагающих роботов с движителями циклового типа. Исследовалось влияние массы робота на структуру его дополнительных энергозатрат, обусловленных шагающим способом передвижения. Показано, что у тяжелых шагающих роботов наибольшие затраты мощности связаны с вертикальными колебаниями корпуса и неравномерностью передвижения. Предложены технические решения, направленные на их снижение. Результаты исследования могут быть востребованы при разработке тяжелых шагающих робототехнических систем, предназначенных для освоения ресурсов морского дна.

Ключевые слова: мобильные роботы; роботы, передвигающиеся по дну; шагающий движитель; цикловые механизмы шагания; энергозатраты; математическое моделирование.

*S. D. Oborin, D. S. Petrov, V. V. Chernyshev***MODEL ASSESSMENT OF THE ENERGY CONSUMPTION
STRUCTURE OF UNDERWATER WALKING ROBOTIC SYSTEMS
OF THE "HEAVY" WEIGHT CATEGORY****Volgograd State Technical University**

The results of modeling the dynamics of walking robots with cyclic type movers are discussed. The influence of the robot's mass on the structure of its additional energy consumption due to the walking method of movement was studied. It is shown that the "heavy" walking robots have the highest power consumption associated with vertical vibrations of the body and uneven movement. Technical solutions aimed at reducing them are proposed. The results of the study may be in demand in the development of "heavy" walking robotic systems designed for the development of seabed resources.

Keywords: mobile robots, robots moving along the bottom, walking propulsion, cyclic walking mechanisms, energy consumption, mathematical modelling.

В последние годы наблюдается повышенный интерес к освоению минеральных ресурсов Мирового океана. Особое внимание уделяется добыче твердых полезных ископаемых, таких как железомарганцевые конкреции, кобальт-марганцевые корки и глубоководные полиметаллические сульфиды [1–3]. Подводные месторождения этих минералов, как правило, расположены в районах со сложным рельефом морского дна. Железомарганцевые конкреции образуются на глубоководных абиссальных равнинах. Кобальт-марганцевые корки расположены на вершинах и склонах подводных вулканов (гайотов). Донные отложения полиметаллических сульфидов встречаются в активных гидротермальных источниках вдоль океанических хребтов.

Одним из передовых промышленных методов добычи подводных полезных ископаемых является трубоподъемная система, состоящая

из мобильного добычного робототехнического комплекса, передвигающегося по дну, насосной системы и надводных судов [3; 4]. Добычный робот используется для дробления и сбора донного рудного материала. Полученная руда по гибкой трубе подается в бункер-накопитель, затем мощный всасывающий насос поднимает руду по жесткой трубе на вспомогательное судно. Такие системы на базе гусеничных машин тяжелой весовой категории (их масса составляет десятки и даже сотни тонн) уже используются для экспериментальной добычи полезных ископаемых на шельфе [2–4]. Вместе с тем сложный рельеф дна и низкие несущие свойства водонасыщенных грунтов часто делают гусеничные машины малоэффективными в подводных условиях. Шагающие машины больше подходят для экстремальных условий, благодаря высокой профильной и грунтовой

© Оборин С. Д., Петров Д. С., Чернышев В. В., 2025.

* Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда № 23-29-00720, <https://rscf.ru/en/project/23-29-00720/>.

проходимости [5; 6]. С другой стороны, шагающий способ передвижения требует дополнительных затрат мощности на преодоление сил инерции в каждом цикле движения. В работе исследуется влияние массы робота на структуру его энергозатрат.

Анализ базируется на результатах теорети-

ческих исследований и подводных испытаний шестиногого аппарата МАК-1 (рис. 1). Робот разработан для изучения особенностей подводной ходьбы [7; 8]. Наличие прототипа с известными кинематическими и инерционными характеристиками движителя существенно облегчило проведение анализа.

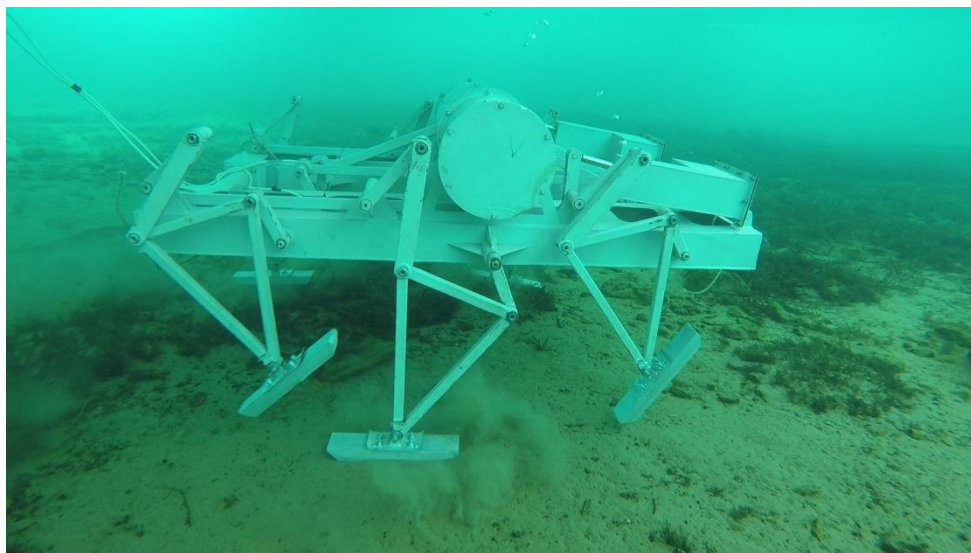


Рис. 1. Подводный шагающий робот МАК-1

Конструктивно шагающий робот МАК-1 содержит две шагающие опоры, соединенные рамой. Механизмы шагания (ноги) расположены вдоль бортов шагающих опор. Механизмы шагания – циклового типа с трансформируемой траекторией опорной точки [9]. На шагающих опорах также установлен бортовой силовой электропривод, размещенный в герметичных прочных корпусах. Электропривод – асинхронный, с частотным регулированием скорости вращения. Привод правого и левого борта независимые, это позволяет осуществлять поворот бортовым способом. Питание и управление осуществляется по кабелю с берега или с судна сопровождения. Масса робота – около 300 кг, габариты – 1,8×1,8×0,9 м. Максимальная скорость под водой составляет 3–5 км/ч, в зависимости от условий движения. В работе реализована система пассивного управления стопой в фазе переноса [9].

Проведено моделирование динамики робота с увеличенными по сравнению с МАК-1 габаритами и массой (до 30 т). Профильная проходимость шагающих машин определяется длиной и высотой шага, а также величиной клиренса. От клиренса также зависит и грунтовая проходимость, ее потеря обычно связана с по-

садкой машины днищем на грунт. Параметры шага и клиренс зависят от размеров ног. В шагающем движителе МАК-1 максимальная длина и высота шага ног составляют 1,2 м и 0,4 м соответственно, а изменяемый клиренс можно варьировать в диапазоне 0,6–0,8 м. В шагающем движителе МАК-1 параметры шага варьируются. Длину и высоту шага можно менять в пределах 0,5–1,2 м и 0,075–0,4 м соответственно. Клиренс можно менять в диапазоне 0,6–0,8 м. Габариты шагающего робота с увеличенной массой до 30 т позволяют увеличить размеры ног до пяти раз по сравнению с МАК-1. В этом случае максимальная длина и высота шага будут соответственно равны 6 м и 2 м, а клиренс будет варьироваться в диапазоне 3–4 м. С такими параметрами шага робот, очевидно, будет отличаться исключительно высокой профильной проходимостью – он сможет перешагивать траншеи шириной до 6 м и преодолевать уступы и выступающие препятствия высотой до 2 м.

При определении энергозатрат шагающий робот рассматривался в виде системы твердых тел – корпуса и механизмов шагания, поборотно объединенных в шагающие движители. Адаптирована к условиям рассматриваемой задачи

обобщенная динамическая модель многоногого робота [10]. Движение шагающих опор задавалось кинематическими уравнениями. Ноги рассматривались как плоские многосвязные механизмы. При составлении дифференциальных уравнений движения звеньев ног их угловые скорости выражались через скорости точек, на которые накладываются внешние связи. Выражения для скоростей и ускорений узловых точек получались последовательным, от звена к звену, рассмотрением движений твердых тел. Для задания движения корпуса робота добавлялись зависимости для проекций относительных

скоростей опорных точек, являющихся узловыми точками опорного звена, а также выражения для относительных координат опорных точек, необходимые для определения момента смены стоп. При определении сил инерции в движителе находились скорости и ускорения центров масс звеньев механизмов шагания. Учитывалось увеличение масс и моментов инерции звеньев движителя при увеличении его габаритов. Выбор поперечных сечений звеньев ног осуществлялся из условия обеспечения достаточной прочности. Результаты расчета представлены на рис. 2.

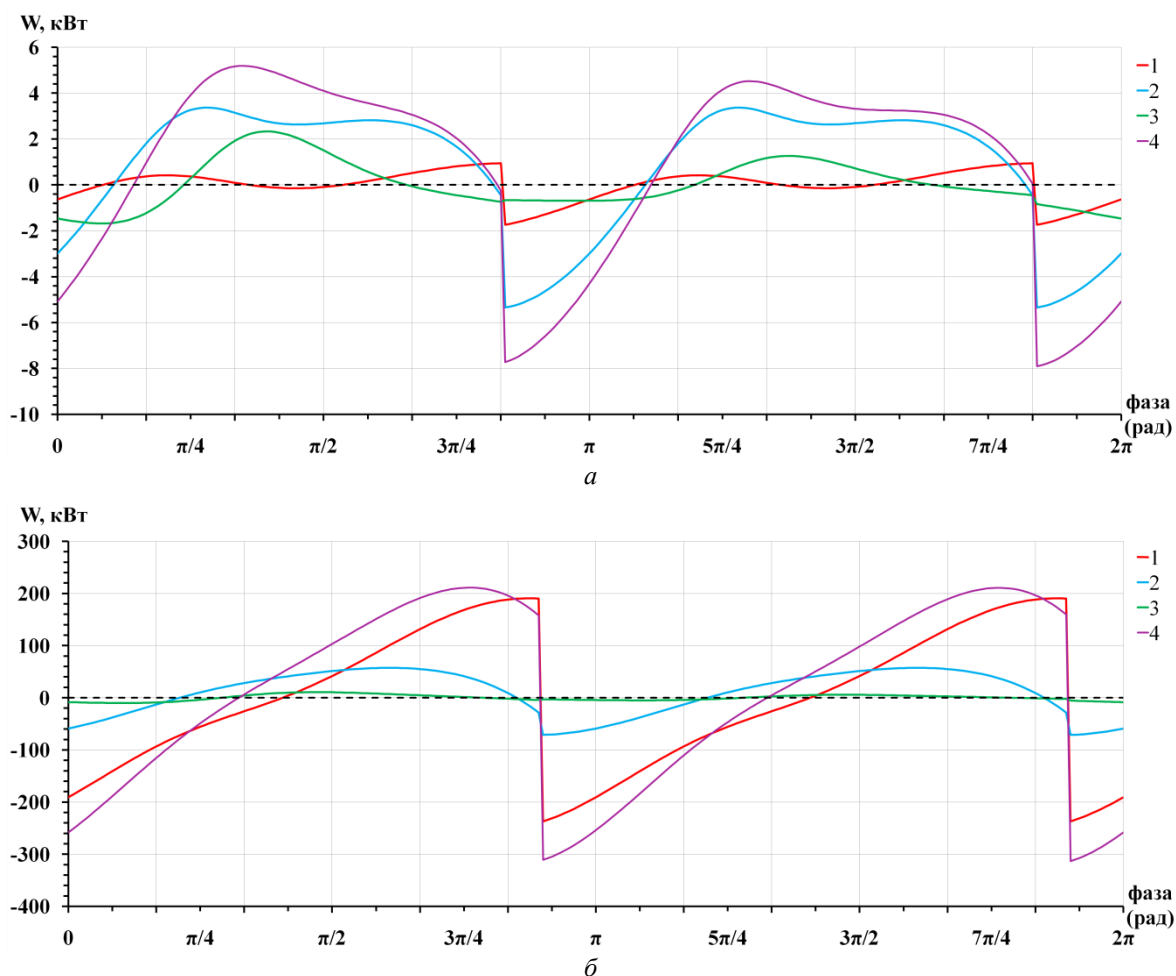


Рис. 2. Структура цикловых затрат мощности шагающего робота МАК-1 массой 300 кг (а) и робота с увеличенными габаритами и массой 30 т (б) при средней курсовой скорости 5 км/ч:
1 – мощность, расходуемая на преодоление сил тяжести; 2 – мощность, расходуемая на преодоление сил инерции корпуса;
3 – мощность, расходуемая на преодоление сил инерции в движителе; 4 – суммарные энергозатраты

У шагающего робота МАК-1 в общей структуре затрат мощности (рис. 2, а) наиболее существенными составляющими являются мощность, расходуемая на преодоление сил инерции корпуса (кривая 2), и мощность, расходуемая на преодоление сил инерции в движителе

(кривая 3). Мощность, расходуемая на преодоление силы тяжести (кривая 1), вносит наименьший вклад в общие энергозатраты (кривая 4). При увеличении массы робота до 30 т ситуация меняется (рис. 2, б). Наиболее существенной составляющей становится мощность,

расходуемая на преодоление силы тяжести при вертикальных колебаниях корпуса (кривая 1). Мощность, расходуемая на преодоление сил инерции корпуса (кривая 2), существенно ей уступает (в 3–4 раза). Мощность, расходуемая на преодоление сил инерции в двигателе (кривая 3), практически не влияет на общие энергозатраты (кривая 4). Это обусловлено, главным образом, снижением угловых скоростей в механизмах шагания при увеличении длины шага. Указанная тенденция сохраняется и при еще большем увеличении размеров и массы шагающих роботов (при моделировании масса робота увеличивалась до 300 т).

Проведенный динамический анализ показал, что у тяжелых шагающих роботов наибольшие затраты мощности связаны с вертикальными колебаниями корпуса в каждом цикле (шаге) движения. При этом мощность, расходуемая на преодоление цикловых сил инерции в двигателе, незначительна. Вместе с тем указанные энергозатраты взаимосвязаны. У шагающих машин с двигателями циклового типа уменьшить вертикальные колебания корпуса можно путем ускорения фазы переноса стоп. Однако ускоренный перенос приводит к существенному росту сил инерции в двигателе и, соответственно, к росту энергозатрат их преодоления. Поэтому у легких шагающих аппаратов ускоренный перенос, как правило, не целесообразен. У тяжелых роботов, наоборот, за счет ускоренного переноса ног можно снизить максимальное значение потребляемой мощности, так как роль затрат на преодоление сил инерции в двигателе в общей структуре энергозатрат незначительна. Ускорить перенос можно как за счет кинематики механизма шагания, так и путем регулирования скорости вращения их ведущих кривошипов.

Таким образом, проведенный анализ показал, что в подводных условиях крупногабаритные шагающие машины имеют преимущества перед аналогами меньшего размера. Увеличение размеров робота приводит к снижению динамической нагруженности двигателя. Также

большие роботы, благодаря увеличению длины и высоты шага, могут обеспечить чрезвычайно высокую профильную проходимость.

Результаты работы могут быть востребованы при разработке тяжелых шагающих робототехнических систем, предназначенных для новых промышленных технологий освоения подводных месторождений полезных ископаемых.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Андреев, С. И. Минеральные ресурсы глубоководных районов Мирового океана: состояние проблемы изучения и освоения / С. И. Андреев, Г. А. Черкашев // Минеральные ресурсы России. Экономика и управление. – 2018. – № 1. – С. 10–15.
2. Щербатюк, А. Ф. Об использовании необитаемых подводных аппаратов при освоении месторождений глубоководных минералов / А. Ф. Щербатюк // Подводные исследования и робототехника. – 2023. – № 2(44). – С. 4–19.
3. Deep-sea rock mechanics and mining technology: State of the art and perspectives / Z. Liu, K. Liu, X. Chen [et al.] // International Journal of Mining Science and Technology. – 2023. – Vol. 33, № 9. – P. 1083–1115.
4. Innovative deep ocean mining concept based on flexible riser and selfpropelled mining machines / R. Handschuh, H. Grebe, J. Panthel, E. Schulte, B. Wenzlawski, W. Schwarz // Proceedings of 4th ISOPE ocean mining symposium, Szczecin, The Int. Society of Offshore and Polar Engineers, 2001. – P. 1–9.
5. Кемурджиан, А. Л. Планетоходы / А. Л. Кемурджиан. – М.: Машиностроение, 1993. – 400 с.
6. Брискин, Е. С. Сравнительный анализ колесных, гусеничных и шагающих машин / Е. С. Брискин, В. В. Чернышев, А. В. Малолетов, Н. Г. Шаронов // Робототехника и техническая кибернетика. – 2013. – № 1 (1). – С. 6–14.
7. Чернышев, В. В. МАК-1 – подводный шагающий робот / В. В. Чернышев, В. В. Арыканцев // Робототехника и техническая кибернетика. – 2015. – № 2(7). – С. 45–50.
8. Research of the walking type of movement in underwater conditions / V. V. Chernyshev, V. E. Pyanichnikov, V. V. Arykantsev, I. P. Vershinina, Ya. V. Kalinin // Proceedings of MTS/IEEE OCEANS 2019 – Marseille, 17–20 June 2019, Marseille, France, IEEE. – 6 p.
9. Чернышев, В. В. Цикловой механизм шагания с трансформируемой траекторией опорной точки / В. В. Чернышев, В. В. Арыканцев // Теория механизмов и машин. – 2017. – Т. 15, № 2(34). – С. 71–79.
10. Чернышев, В. В. Моделирование динамики шагающей машины с цикловыми двигателями как системы твердых тел с упругодиссипативными связями / В. В. Чернышев // Известия ВолгГТУ : научный журнал № 11 (71) / ВолгГТУ. – Волгоград, 2010. – С. 31–35.

УДК 681.5.015

DOI 10.35211/1990-5297-2025-4-299-71-78

*М. С. Суханов, С. А. Воротников***ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ
МАНИПУЛЯЦИОННОГО РОБОТА С ШЕСТЬЮ СТЕПЕНЯМИ ПОДВИЖНОСТИ****Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана**

mih.suhanov@gmail.com, s_vorotnikov@mail.ru

В статье рассмотрена процедура экспериментальной идентификации динамических параметров манипуляционного робота методом наименьших квадратов с использованием обратной динамической модели манипулятора (ОДМ-МНК). Затрагиваются вопросы учета трения и оптимизации идентификационной траектории. Представлено описание используемого метода. Приведены результаты экспериментов над роботом ARM105.

Ключевые слова: манипулятор, идентификация динамических параметров, метод наименьших квадратов.

*M. S. Sukhanov, S. A. Vorotnikov***EXPERIMENTAL IDENTIFICATION OF DYNAMIC PARAMETERS
OF A MANIPULATION ROBOT WITH SIX DEGREES OF FREEDOM****Bauman Moscow State Technical University**

The article considers the procedure of experimental identification of the dynamic parameters of a robotic manipulator with the inverse dynamic identification model and ordinary least squares method (IDIM-OLS). The issues of taking friction into account and optimizing an identification trajectory are touched upon. A description of the method used is presented. The results of experiments on the ARM105 robot are presented.

Keywords: manipulator, dynamic parameters identification, least squares method.

Введение

Обеспечение взаимодействия манипуляционного робота с человеком продолжает оставаться одной из актуальных задач современной робототехники. Для взаимодействия с человеком робот должен уметь адаптироваться к его действиям, движениям и потребностям в режиме реального времени. При реализации такого подхода манипулятор может работать с людьми, повышая эффективность как человека, так и робота, а также обеспечивать безопасность работы.

Авторами данной статьи рассматривалась реализация двух типов взаимодействия. Первый тип подразумевает безопасную реакцию робота на столкновение с человеком, наиболее простым видом которой является остановка робота. Второй тип подразумевает управление механической проводимостью [1] или импедансом [2] робота, позволяющее ему следовать за внешними силами, и в том числе двигать манипулятор вручную. Оба рассмотренных типа взаимодействия базируются на возможности точной оценки системой управления робота внешнего усилия, что, в свою очередь, требует точного знания параметров его динамической модели.

В наиболее простом случае параметры динамической модели манипулятора могут быть оценены при помощи его CAD-моделей. Однако такие оценки получаются довольно грубыми. Более точным методом является экспериментальная идентификация динамических па-

раметров. К настоящему времени существует широкий спектр методов решения данной задачи [3–6]. Существуют также готовые программные библиотеки [7; 8], реализующие эти методы. Их использование позволяет снизить ошибку оценки динамических параметров приблизительно с 15 до 2,5 % [7].

В данной статье представлены общие сведения об используемом методе идентификации и результаты экспериментальной идентификации динамических параметров модели шестиосевого манипулятора ARM105 компании «Прикладная робототехника» (рис. 1). Манипулятор предполагается использовать для решения широкого класса производственных задач, что требует точных сведений о его динамической модели.

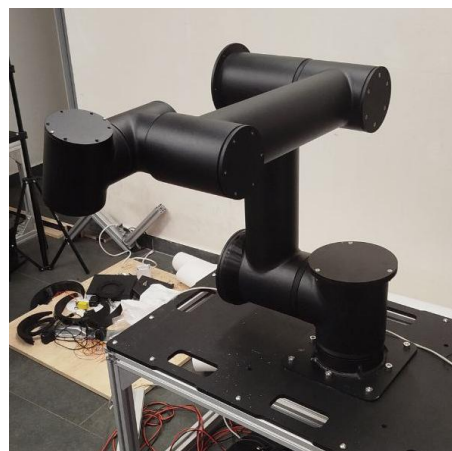


Рис. 1. Манипулятор ARM105

Текст статьи разбит на три раздела. В первом кратко рассматриваются общие вопросы идентификации динамических параметров манипуляторов, во втором – описываются исследуемый манипулятор и предлагаемый алгоритм идентификации, в третьем – представлены результаты экспериментов и их интерпретация.

1. Общие сведения об идентификации динамических параметров манипуляторов

Уравнение обратной динамической модели манипулятора (ОДМ) имеет следующий вид [9]:

$$\mathbf{X}_i = (m_i, c_{x,i}m_i, c_{y,i}m_i, c_{z,i}m_i, I_{xx,i}, I_{xy,i}, I_{xz,i}, I_{yy,i}, I_{yz,i}, I_{zz,i}, I_{a,i})^T, \quad (2)$$

где m_i – масса i -го звена, $c_{x,i}$, $c_{y,i}$, $c_{z,i}$ – координаты центра масс i -го звена в связанной с ним системе координат, $I_{xx,i}$, $I_{xy,i}$, $I_{xz,i}$, $I_{yy,i}$, $I_{yz,i}$, $I_{zz,i}$ – компоненты тензора инерции i -го звена I_i в связанной с ним системе координат, $I_{a,i}$ – приведенный к выходному валу момент инерции движущихся частей привода – ротора двигателя, зубчатых колес редуктора, тормозной муфты и т. п.

$$I_i = \begin{pmatrix} I_{xx,i} & I_{xy,i} & I_{xz,i} \\ I_{xy,i} & I_{yy,i} & I_{yz,i} \\ I_{xz,i} & I_{yz,i} & I_{zz,i} \end{pmatrix}.$$

ОДМ линейна [9] относительно СИП звеньев механизма. Следовательно, уравнение (1) может быть переписано в следующей форме:

$$\boldsymbol{\tau} = D(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})\mathbf{X}, \quad (3)$$

где $D(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})$ – матрица весовых коэффициентов, $\mathbf{X} = (\mathbf{X}_1 \cdots \mathbf{X}_n)^T$ – вектор инерционных параметров манипулятора, n – число степеней подвижности механизма.

В дальнейшем для краткости $D(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})$ будем обозначать как D . Уравнение (3) описывает динамику манипулятора в одной точке. Перепишем его для нескольких точек (4).

$$\mathbf{Y} = W(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})\mathbf{X}, \quad (4)$$

где $\mathbf{Y} = (\boldsymbol{\tau}_{t_1} \cdots \boldsymbol{\tau}_{t_N})^T$, $W(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}) = (D_{t_1} \cdots D_{t_N})^T$, $D_{t_k} = D(\mathbf{q}_{t_k}, \dot{\mathbf{q}}_{t_k}, \ddot{\mathbf{q}}_{t_k})$, $\langle \cdot \rangle_{t_k}$ – величина, измеренная в момент времени t_k .

Для краткости $W(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})$ будем обозначать как W . С учетом случайных возмущений при измерениях выражение (4) преобразуется следующим образом:

$$\mathbf{Y} = W\mathbf{X} + \mathbf{e}, \quad (5)$$

где $\mathbf{e}$ – вектор случайных ошибок.

$$A(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + B(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q})\mathbf{q} = \boldsymbol{\tau}, \quad (1)$$

где $A(\mathbf{q})$ – матрица инерции манипулятора, $B(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$ – матрица, описывающая влияние центробежных и кориолисовых сил, $C(\mathbf{q})$ – матрица, описывающая влияние потенциальных сил, $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}$ – векторы координат, скоростей и ускорений сочленений манипулятора, $\boldsymbol{\tau}$ – вектор крутящих моментов в сочленениях манипулятора.

Введем вектор стандартных инерционных параметров (СИП) i -го звена:

Практически всегда некоторые из СИП либо не входят в уравнения движения манипулятора, либо входят в него в устойчивых комбинациях [9]. Первый из описываемых случаев приводит к появлению в матрице W нулевых столбцов, второй – к появлению в матрице W линейно зависимых наборов столбцов. В обоих случаях матрица W становится вырожденной, что приводит к невозможности решения СЛАУ (4). В связи с этим требуется предварительное определение минимального набора параметров $\boldsymbol{\pi}$, достаточного для описания движения манипулятора. В литературе такой набор называется набором базовых инерционных параметров (БИП) механизма. Он может быть определен при помощи правил перегруппировки параметров [10; 11], численно [9; 12] либо при помощи аналитических методов [13; 14]. В данной работе использовался метод, основанный на QR-разложении матрицы W [12] с перестановкой столбцов. Номерам неопределимых СИП будут соответствовать номера столбцов матрицы R с нулевыми диагональными элементами.

После исключения из матрицы W столбцов, соответствующих неопределимым СИП, вектор БИП $\boldsymbol{\pi}$ может быть оценен методом наименьших квадратов [9]:

$$\boldsymbol{\pi} = (W_r^T W_r)^{-1} W_r^T \mathbf{Y}, \quad (6)$$

где W_r – преобразованная матрица W .

Уравнения (4)–(6) описывают идентификацию БИП методом наименьших квадратов с использованием обратной динамической модели (ОДМ-МНК). Несмотря на то, что часть параметров модели была исключена и перегруппирована, БИП могут быть непосредственно использованы в моделировании или управлении для решения прямой или обратной задачи динамики соответственно. Однако для повышения

точности определения БИП следует дополнительно учесть ряд факторов.

Значительное влияние на движение манипулятора оказывает трение в сочленениях. Идентификации динамических параметров с учетом трения посвящен ряд работ [15; 16], в которых предлагается использование широкого спектра моделей. Из них в данной работе предлагается использовать модель, учитывающую трение Кулона, вязкое трение и смещение нуля датчика крутящего момента [15] (рис. 2). Как указы-

вается в работе [7], в большинстве случаев данная модель обеспечивает приемлемую точность. Она описывается следующим уравнением:

$$\tau_{f,i} = f_{c,i} \cdot \text{sign}(\dot{q}_i) + f_{v,i} \cdot \dot{q}_i + f_{o,i},$$

где $\tau_{f,i}$ – крутящий момент трения, действующий в i -ом сочленении; $f_{c,i}$ – крутящий момент трения Кулона для i -го сочленения; $f_{v,i}$ – коэффициент вязкого трения для i -го сочленения; $f_{o,i}$ – смещение нуля датчика крутящего момента i -го сочленения; $\dot{q}_i$ – скорость i -го сочленения.

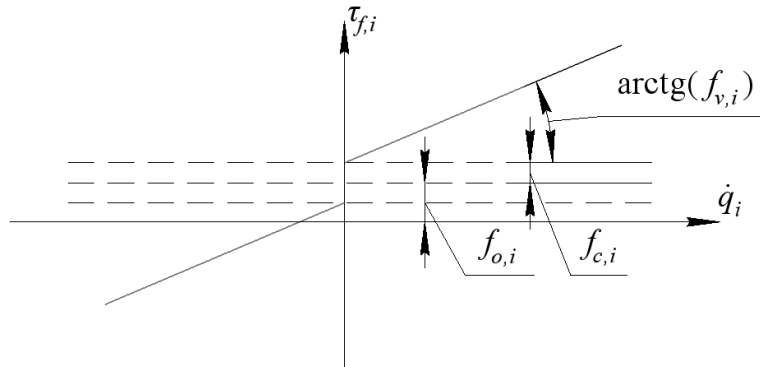


Рис. 2. Зависимость крутящего момента трения в сочленении от его скорости

Оценка вектора параметров данной модели трения $\chi_{f,i} = (f_{c,i}, f_{v,i}, f_{o,i})^T$ может быть выполнена совместно с инерционными парамет-

рами звеньев путем расширения вектора χ_i и добавления векторов весовых коэффициентов $w_i = (\text{sign}(\dot{q}_i), \dot{q}_i, 1)$ в матрицу D :

$$\chi_{a,i} = (\chi_i, \chi_{f,i})^T, \quad (7)$$

$$D_a = \begin{pmatrix} D_{1,1:11} & \mathbf{w}_1 & D_{1,12:22} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \cdots & D_{1,11(n-1)+1:11n} & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ D_{2,1:11} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & D_{2,12:22} & \mathbf{w}_2 & \cdots & D_{2,11(n-1)+1:11n} & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ D_{n,1:11} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & D_{n,12:22} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \cdots & D_{n,11(n-1)+1:11n} & \mathbf{w}_n \end{pmatrix},$$

где $\chi_{a,i}$ – расширенный вектор динамических параметров, D_a – расширенная матрица весовых коэффициентов, $D_{x,y,z}$ – элементы x -й строки матрицы D со y до z .

Для уменьшения влияния случайных ошибок измерения и улучшения качества определения параметров также важно использование оптимальных идентификационных траекторий. В данной области внимание исследователей было направлено на две основные проблемы.

Первая из проблем – поиск критериев оптимальности траектории. В различных работах предлагались следующие варианты:

а) минимальность числа обусловленности матрицы $W_r^T W_r$ [7; 9; 17; 18];

б) максимальность минимального сингулярного значения матрицы $W_r^T W_r$ [7; 9];

в) максимальность определителя матрицы $W_r^T W_r$ [9; 17];

г) минимальность суммы элементов матрицы $W_r^T W_r$, находящихся вне главной диагонали [19].

Как отмечается в [5], траектории, синтезированные с использованием данных критериев, обеспечивают похожие результаты. В используемом в данной работе программном обеспечении [7] был реализован следующий критерий оптимальности:

$$J = k_1 \cdot \text{cond}(W_r^T W_r) + \frac{k_2}{\sigma_{\min}},$$

где $\text{cond}(\cdot)$ – число обусловленности; $\sigma_{\min}$ – минимальное сингулярное значение матрицы $W_r^T W_r$; k_1, k_2 – весовые коэффициенты, подбираемые эмпирически. В данном случае было выбрано $k_1 = 1, k_2 = 100$.

Вторая из проблем – поиск параметризации траектории. В данной работе была реализована параметризация в виде первых 20 гармоник ряда Фурье [7; 9]:

$$q_i(t) = \sum_{j=1}^{20} \left(\frac{a_{i,j}}{\omega_f j} \sin(\omega_f j t) - \frac{b_{i,j}}{\omega_f j} \cos(\omega_f j t) \right) + q_{i0},$$

где ω_f – базовая частота, $a_{i,j}$, $b_{i,j}$ – оптимизируемые коэффициенты, q_{i0} – начальное положение сочленения.

На траекторию дополнительно накладываются ограничения по максимально допустимым перемещениям, скоростям и ускорениям. Далее производится оптимизация $a_{i,j}$ и $b_{i,j}$ в соответствии с выбранным критерием.

2. Описание исследуемого манипулятора и алгоритма оценки параметров

Манипулятор ARM105 имеет шесть вращательных степеней подвижности. Его кинематическая схема в нулевом положении представлена на рис. 3.

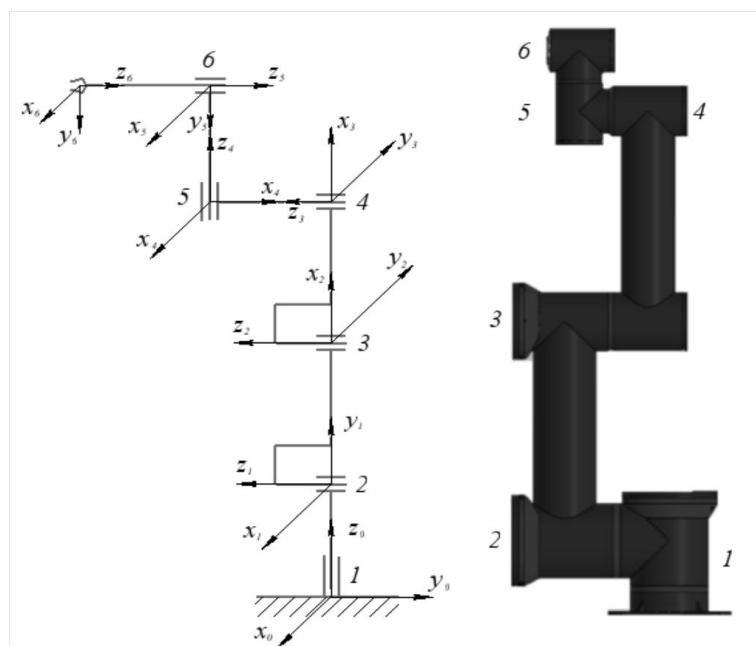


Рис. 3. Кинематическая модель манипулятора ARM105 с пронумерованными сочленениями

Для описания кинематической модели использовалась стандартная нотация Денавита-Хартенберга [20]. Геометрические параметры робота представлены в табл. 1.

Таблица 1

Геометрические параметры манипулятора ARM105

i	θ_i	$d_i, \text{м}$	$a_i, \text{м}$	α_i
1	0	0,16	0	$\pi/2$
2	$\pi/2$	0	0,47	0
3	0	0	0,45	0
4	$-\pi/2$	0,184	0	$-\pi/2$
5	0	0,13	0	$-\pi/2$
6	0	-0,065	0	0

Для идентификации динамических параметров в статье использовалась программа

BIRDy [7]. На настоящий момент это наиболее полный проект в области идентификации динамических параметров манипуляционных роботов, имеющий открытый исходный код и широкий набор реализованных алгоритмов.

Общий алгоритм состоит из следующих этапов (рис. 4, а):

1. Генерация идентификационной модели робота. На данном этапе производятся определение БИП и построение символьной модели робота. Так как каждое звено в соответствии с (2) и (7) описывается 14 параметрами, то модель робота ARM105 содержит 84 СИП. Из них было исключено и перегруппировано 26 неопределимых, к которым относятся:

- для первого звена – все параметры, кроме коэффициентов трения;
- для второго звена – $m_2, c_{z,2}m_2, I_{yy,2}, I_{zz,2}$;
- для третьего звена – $m_3, c_{z,3}m_3$,

- для четвертого звена – $m_4, c_{y,4}, m_4, c_{z,4}, m_4, I_{zz,4}$;
- для пятого звена – $m_5, c_{z,5}, m_5, I_{yy,5}, I_{zz,5}$;
- для шестого звена – m_6 .

Остальные 58 параметров после перегруппировки с неопределимыми составляют БИП и могут быть оценены. По результатам данного этапа составляются формулы для D_r – матриц D с исключенными неопределимыми параметрами.

2. Генерация траектории. Выполняется в соответствии с процедурой, описанной в п. 1. Для ее реализации была использована MATLAB функция *fmincon* [21], выполняющая однокритериальную оптимизацию с наложением ограничений. В результате данного этапа получают массивы целевых положений q_t , скоростей $\dot{q}_t$ и ускорений $\ddot{q}_t$ сочленений в каждый момент времени.

3. Передача сформированной траектории на контроллер робота и проведение эксперимента. Для этой задачи был реализован программный интерфейс. Получение данных о положениях и крутящих моментах в сочленениях осуще-

ствляется с частотой $f_s = 1 \text{ кГц}$. В результате данного этапа получают массивы измеренных положений q_r и крутящих моментов в сочленениях τ_r .

4. Фильтрация данных. На этом этапе q_r фильтруется и на основе отфильтрованных данных $\hat{q}$ путем численного дифференцирования вычисляются оценки скоростей $\dot{\hat{q}}$ и ускорений $\ddot{\hat{q}}$ сочленений. Для фильтрации использовался фильтр низких частот Баттерворта 4-го порядка с частотой среза $f_c = 10 \text{ Гц}$ и фильтрация в прямом и обратном направлении [22]. Далее над $\hat{q}$, $\dot{\hat{q}}$, $\ddot{\hat{q}}$ и τ_r выполняется процедура прореживания – на каждые 125 измерений выбирают одно, в результате чего получают массивы $\hat{q}_d$, $\dot{\hat{q}}_d$, $\ddot{\hat{q}}_d$ и τ_d . Параметры фильтра и процедуры прореживания были выбраны в соответствии с рекомендациями [18].

5. Вычисление матрицы W_r и вектора Y на основе $\hat{q}_d$, $\dot{\hat{q}}_d$, $\ddot{\hat{q}}_d$ и τ_d .

6. Оценка π согласно (6).

Структура взаимодействия блоков эксперимента представлена на рис. 4, б.

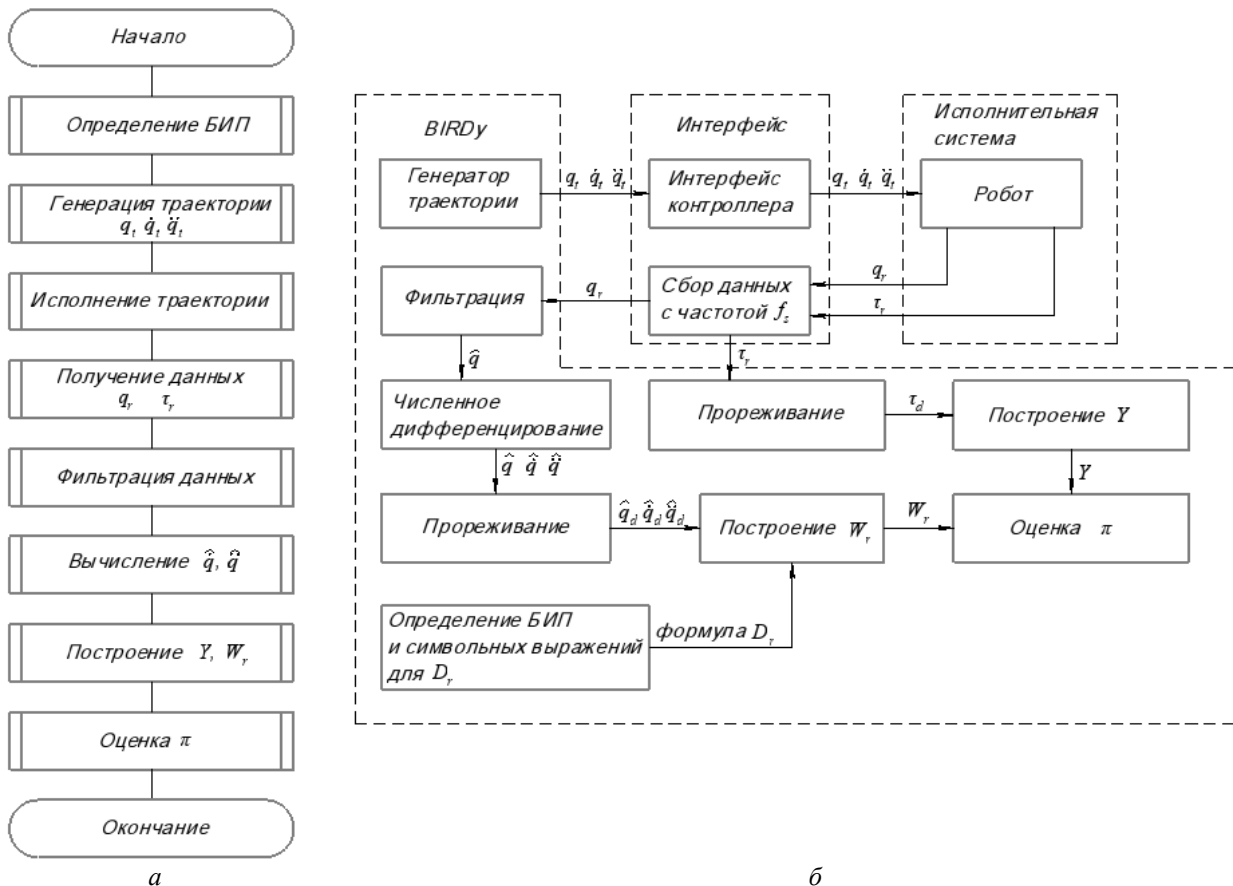


Рис. 4. Эксперимент по идентификации параметров:
а – блок-схема алгоритма; б – структура взаимодействия блоков эксперимента

3. Результаты экспериментов с роботом

В заключение был проведен натурный эксперимент с роботом в соответствии с описанной процедурой. Установка для его проведения состоит из следующих частей (рис. 5): манипулятор ARM105, установленный на основание; контроллер манипулятора; компьютер, выполняющий обработку получаемых данных.



Рис. 5. Фотография экспериментальной установки

Данный манипулятор оснащен абсолютными энкодерами разрядностью 19 бит и датчиками тока, обеспечивающими измерение с шагом 0,1 % от максимально допустимого значения. Моменты в сочленениях вычислялись на основе данных о токе в приводах. Коэффициенты, связывающие ток и момент, были вычислены на основе паспортных данных приводов. Длительность эксперимента составила 42 с.

Качество определения динамических параметров можно оценить путем сравнения моментов, получаемых при помощи динамической модели с измеренными параметрами и получаемых датчиками робота. Основные показатели качества – *среднеквадратичное отклонение ошибки* (СКО) оценки момента в сочленениях σ_i и средняя относительная ошибка оценки момента $\varepsilon_{i,cp}$, вычисляемые по следующим формулам:

$$\begin{aligned}\varepsilon_{k,i} &= \tau_{k,i,a} - \tau_{k,i,m}, \\ \bar{\varepsilon}_i &= \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varepsilon_{k,i}, \\ \sigma_i &= \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (\varepsilon_{k,i} - \bar{\varepsilon}_i)^2}, \\ \varepsilon_{i,cp} &= \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N \varepsilon_{k,i}^2}{\sum_{k=1}^N \tau_{k,i,a}^2}} \cdot 100 \%,\end{aligned}$$

где $\tau_{k,i,a}$ – крутящий момент, измеренный в момент времени k в сочленении i , $\tau_{k,i,m}$ – крутящий момент, полученный с динамической модели в момент времени k в сочленении i , $\varepsilon_{k,i}$ – ошибка оценки крутящего момента в момент времени k в сочленении i , $\bar{\varepsilon}_i$ – математическое ожидание ошибки оценки крутящего момента в сочленении i .

В табл. 2 представлено СКО оценки момента в сочленениях σ_i и средняя относительная ошибка оценки момента $\varepsilon_{i,cp}$. Относительно измеряемых значений момента СКО достаточно малы по всем сочленениям. Относительные ошибки получились достаточно большими, что связано с высокой зашумленностью исходных измерений момента и оценок ускорения путем численного дифференцирования.

Таблица 2

Погрешности оценки момента в сочленениях

Номер сочленения	1	2	3	4	5	6
σ_i , Н·м	3,99	10,3	3,32	1,24	0,41	0,074
$\varepsilon_{i,cp}$, %	17,92 %	25,44 %	8,74 %	11,74 %	6,09 %	13,21 %

Графики измеренного и восстановленного на основании модели момента в сочленениях представлены на рис. 6.

Как можно видеть, оценки модели достаточно точно повторяют измерения.

На рис. 7 представлены гистограммы $\varepsilon_{k,i}/\sigma_i$. В случае качественного определения параметров распределение ошибок близко к нормальному и $\bar{\varepsilon}_i \rightarrow 0$ [23]. Как можно видеть, этому условию удовлетворяют ошибки по всем сочленениям, кроме второго.

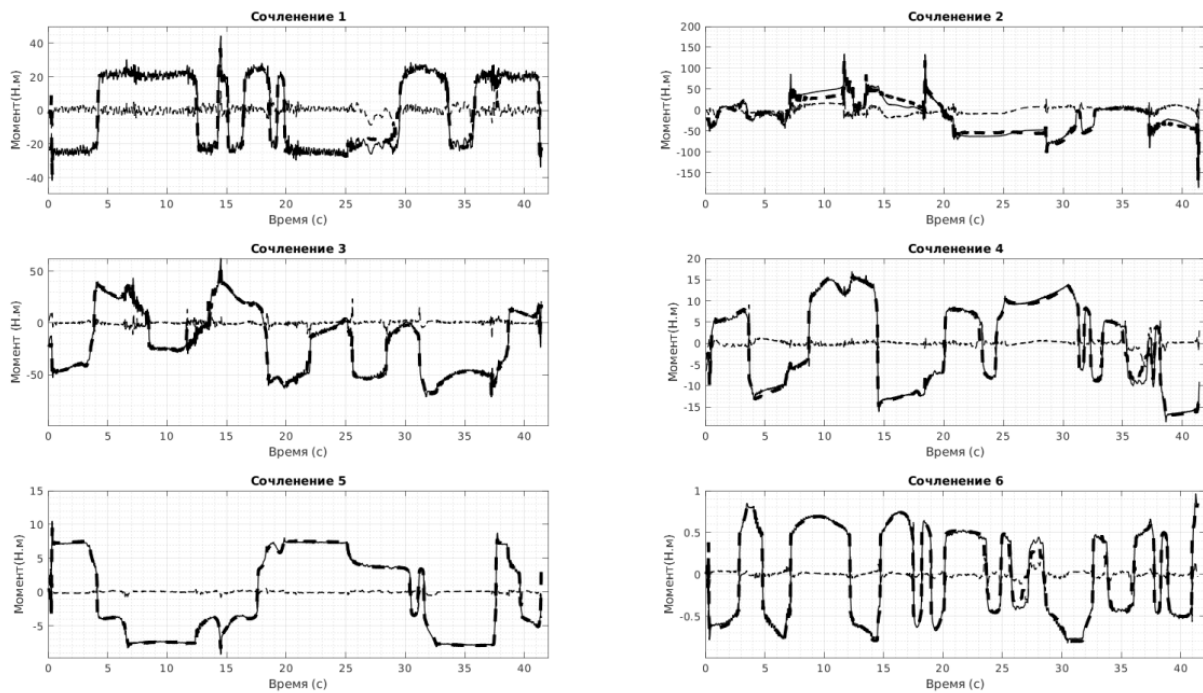


Рис. 6. Измеренные и восстановленные моменты в сочленениях при движении по идентификационной траектории (Н·м). Тонкая сплошная линия – измеренный момент; жирная штриховая линия – оценка на основе идентифицированной модели; тонкая штриховая линия – ошибка оценки

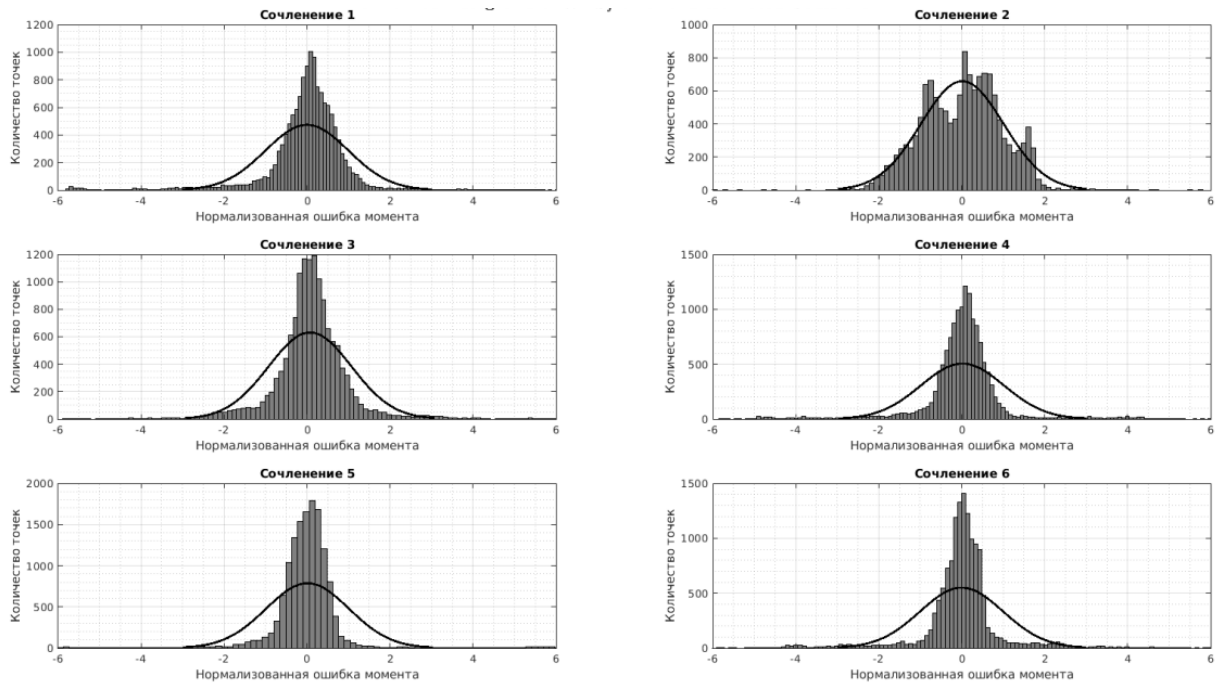


Рис. 7. Гистограммы ошибок оценки.
Сплошная линия – оцениваемое нормальное распределение

Таким образом, в целом алгоритм демонстрирует удовлетворительный результат, достаточный для применения на практике. Основная проблема полученных данных – наличие в распределении $\varepsilon_{k,i}/\sigma_i$ для второго сочленения не-

скольких мод, что говорит о низкой точности оценок момента.

Вероятнее всего, эта проблема вызвана не совсем корректной постановкой эксперимента и требует дальнейшего изучения.

Заключение

В статье рассмотрена идентификация динамических параметров манипулятора на основе обратной динамической модели и метода наименьших квадратов. Данный подход может быть использован при реализации и настройке системы управления робота, нацеленного на тесное взаимодействие с человеком. Был выполнен эксперимент с реальным роботом, по итогам которого была проведена оценка параметров. Полученные с его помощью результаты оказались достаточно точны для применения на практике. Предложенный подход обеспечивает более высокую точность определения параметров по сравнению с традиционными методами, основанными на использовании CAD моделей.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Bascetta, L. Walk-through programming for robotic manipulators based on admittance control / L. Bascetta, G. Ferretti, G. Magnani, P. Rocco // *Robotica*. – 2013. – Vol. 31. – P. 1143–1153.
2. Hogan, N. Impedance control: An approach to manipulation: Part I –theory // *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*. – 1985. – Vol. 107, № 1. – P. 1–7.
3. An, C. H. Estimation of inertial parameters of rigid body links of manipulators / C. H. An, C. G. Atkeson, J. M. Hollerbach. // 24th IEEE Conference on Decision and Control – Fort Lauderdale, FL, USA, 1985. – P. 990–995.
4. Jubien, A. Effectiveness of the DIDIM method with respect to the usual CLOE method. Application to the dynamic parameters identification of an industrial robot / A. Jubien, M. Gautier, A. Janot. // 9th Asian Control Conference (ASCC) – Istanbul, Turkey, 2013. – P. 1–6.
5. Janot, A. A Generic Instrumental Variable Approach for Industrial Robot Identification / A. Janot, P. O. Vandanjon, M. Gautier. // *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. – Jan. 2014. – Vol. 22, № 1. – P. 132–145.
6. Gautier, M. DIDIM: A new method for the dynamic identification of robots from only torque data / M. Gautier, A. Janot, P. O. Vandanjon. // *IEEE International Conference on Robotics and Automation* – Pasadena, CA, USA, 2008. – P. 2122–2127.
7. Quentin, L. Inertial Parameter Identification in Robotics: A Survey / L. Quentin, J. Roux, A. Janot, J. Guadarrama-Olviera, G. Cheng. // *Applied Sciences* 11. – 2021. – № 9. – P. 4303.
8. Mamedov, S. Practical Aspects of Model-Based Collision Detection / S. Mamedov, S. Mikhel // *Front Robot AI*. – Nov. 2020. – Vol. 7. – P. 571574.
9. Siciliano, B. *Springer Handbook of Robotics* / B. Siciliano, O. Khatib // Springer, New York. – 2016.
10. Khalil, W. Modeling, identification and control of robots / W. Khalil, E. Dombre. – 2004.
11. Mayeda, H. Base parameters of manipulator dynamic models / H. Mayeda, K. Yoshida, K. Osuka. // *IEEE Transactions on Robotics and Automation*. – June, 1990. – Vol. 6, № 3. – P. 312–321.
12. Gautier, M. Numerical calculation of the base inertial parameters of robots // *IEEE International Conference on Robotics and Automation* – Cincinnati, OH, USA, 1990. – Vol. 2. – P. 1020–1025.
13. Крутиков, С. Л. Базовые инерционные параметры манипуляционных роботов / С. Л. Крутиков // *Вестник МГТУ. Серия «Приборостроение»*. – 2011. – Т. 1. – С. 28–45.
14. Wensing, P. A geometric characterization of observability in inertial parameter identification / P. Wensing, G. Niemeyer, J.-J. E. Slotine // *The International Journal of Robotics Research*. – 2024. – № 43(1). – P. 2274–2302.
15. Hamon, P. New dry friction model with load- and velocity-dependence and dynamic identification of multi-DOF robots / P. Hamon, M. Gautier, P. Garrec // *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. – Shanghai, China, May 2011. – P. 1077–1084.
16. Kermani, M. R. Friction Identification in Robotic Manipulators: Case Studies / M. R. Kermani, R. V. Patel, M. Moallem // *IEEE Conference on Control Applications*. – Toronto, Canada, 2005. – P. 28–31.
17. Indri, M. Optimized dynamic calibration of a SCARA robot / M. Indri, G. Calafiore, G. Legnani, F. Jatta, A. Visioli // *IFAC Proceedings Volumes*. – 2002. – Vol. 35, Issue 1. – P. 431–436.
18. Колюбин, С. А. Динамика робототехнических систем: учебное пособие / С. А. Колюбин. – СПб.: Университет ИТМО, 2017. – 117 с.
19. Villagrossi, E. Robot Dynamic Model Identification Through Excitation Trajectories Minimizing the Correlation Influence among Essential Parameters / E. Villagrossi, G. Legnani, N. Pedrocchi, F. Vicentini, L. MolinariTosatti, F. Abbà, A. Bottero // *Proceedings of the 11th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics*. 2. – 2014. – P. 475–482.
20. Denavit, J. A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices / J. Denavit, R. S. Hartenberg // *ASME. J. Appl. Mech.* – June 1955. – 22(2). – P. 215–221.
21. MathWorks, Optimization Toolbox: User's Guide (R2024a): [Электронный ресурс]. – 2024. – Режим доступа: https://www.mathworks.com/help/optim/index.html?s_tid=CRUX_lftnav (дата обращения: 21.12.2024 г.).
22. Gustafsson, F. Determining the initial states in forward-backward filtering // *IEEE Transactions on Signal Processing*. – April 1996. – Vol. 44, № 4. – P. 988–992.
23. Jubien, A. Dynamic identification of the Kuka LWR robot using motor torques and joint torque sensors data / A. Jubien, M. Gautier, A. Janot // *IFAC Proceedings Volumes*. – 2014. – Vol. 47, Issue 3. – P. 8391–8396.

УДК 629.7.05:519.876.5

DOI 10.35211/1990-5297-2025-4-299-79-83

*Р. Ф. Файзуллин, Е. А. Магид***РАЗМЕЩЕНИЕ ЗАРЯДНЫХ СТАНЦИЙ ДЛЯ ГРУППЫ
ГОМОГЕННЫХ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ
В МИССИЯХ ПОКРЫТИЯ БОЛЬШИХ ТЕРРИТОРИЙ*****Казанский (Приволжский) федеральный университет**

fzllnrml@gmail.com, magid@it.kfu.ru

В статье рассмотрена задача размещения зарядных станций и планирования маршрутов для группы беспилотных летательных аппаратов (БПЛА), выполняющих покрытие больших территорий. Предложен алгоритм, оптимизирующий распределение задач между БПЛА и расстановку зарядных станций для снижения времени выполнения миссии с учетом уровня заряда батареи БПЛА и числа станций.

Ключевые слова: беспилотный летательный аппарат, задача покрытия, генетический алгоритм, зарядная станция.

*R. F. Faizullin, E. A. Magid***PLACEMENT OF CHARGING STATIONS FOR A GROUP
OF HOMOGENEOUS UNMANNED AERIAL VEHICLES
IN LARGE-AREA COVERAGE MISSIONS****Kazan (Volga region) Federal University**

The article deals with the problem of placing charging stations and planning routes for a group of UAVs covering large areas. We propose an algorithm that optimizes a distribution of tasks between UAVs and a placement of charging stations to reduce mission time, taking into account a charge level of a UAV battery and a number of charging stations.

Keywords: unmanned aerial vehicle, coverage problem, genetic algorithm, charging station.

Введение

Решение задачи покрытия широко востребовано в различных областях, связанных с мониторингом и сбором данных. Под покрытием территории понимается процесс, при котором один робот или группа мобильных роботов должны последовательно посетить или обследовать заданную область. Примеры практических приложений задачи покрытия включают обследование инфраструктуры, мониторинг и опрыскивание полей в сельском хозяйстве, аэрофотосъемку, выявление лесных пожаров, поисково-спасательные операции. Беспилотные летательные аппараты (БПЛА) активно применяются в задачах покрытия, так как позволяют оперативно собирать данные в недоступных или труднодоступных для наземных роботов местах. Для уменьшения времени выполнения миссий покрытия на больших площадях применяется одновременно группа БПЛА. Для этого часто зону покрытия разделяют на несколько участков, и каждый БПЛА производит облет своего участка.

Многороторные БПЛА являются наиболее популярными благодаря простоте управления, высокой маневренности и точному трехмерному перемещению, а также возможности вертикального взлета и посадки без взлетно-посадочных полос или пусковых установок. Массовое производство основных компонентов БПЛА (электродвигателей, контроллеров, аккумуляторов) привело к снижению цен и упрощению технического обслуживания. Несмотря на перечисленные достоинства, многороторные БПЛА характеризуются повышенным энергопотреблением и сравнительно небольшим временем полета на одном заряде аккумулятора. Это создает проблему при покрытии крупных территорий, так как требует частой смены батареи или подзарядки.

Одним из решений данной проблемы является размещение стационарных зарядных станций [1]. Такой подход позволяет избежать необходимости возвращения БПЛА на исходную позицию для зарядки или замены аккумуляторов. Статичные зарядные станции эффективно

© Файзуллин Р. Ф., Магид Е. А., 2025.

* Работа выполнена за счет гранта Академии наук Республики Татарстан, предоставленного молодым кандидатам наук (постдокторантам) с целью защиты докторской диссертации, выполнения научно-исследовательских работ, а также выполнения трудовых функций в научных и образовательных организациях Республики Татарстан в рамках Государственной программы Республики Татарстан «Научно-технологическое развитие Республики Татарстан».

применять, когда требуется регулярный мониторинг территории. Однако с внедрением зарядных станций усложняется задача планирования маршрутов и координации полетов группы БПЛА, так как необходимо учитывать временные затраты на подзарядку и координацию полетов, чтобы свести к минимуму время простоя БПЛА и избежать падения уровня заряда батареи БПЛА ниже критического порога.

В данной работе предлагается алгоритм, сочетающий в себе оптимизацию распределения задач среди группы гомогенных БПЛА и расстановку стационарных зарядных станций на территории [2]. Алгоритм направлен на повышение эффективности автоматизированного мониторинга больших территорий, обеспечивая сокращение общего времени миссии. С помощью выбора параметров алгоритма учитывается баланс между количеством зарядных станций, их расположением и временем, затрачиваемым на перемещение БПЛА к станциям.

Постановка задачи

Подлежащая охвату территория P представляет собой многоугольник с наложенной на нем сеткой, с ячейками единичного размера $P = \{p_1, p_2 \dots p_N\}$. Для проведения охвата используется k гомогенных БПЛА $U = \{U_1, U_2 \dots U_k\}$ с одинаковым объемом заряда батареи, позволяющим пролететь расстояние T . Каждый БПЛА начинает движение в стартовой точке D , расположенной вне области P . В области P возможно расположить статичные зарядные станции [3] в количестве не более чем m . Предполагается, что объем заряда станции не ограничен, зарядная станция может устанавливаться в любой ячейке области P и одновременно обслуживать до q БПЛА. Учитывая большие площади подлежащей охвату территории, расход заряда БПЛА считается пропорциональным пройденному расстоянию, пренебрегая увеличенным расходом при совершении маневров поворота, разворота, взлета и посадки.

В процессе выполнения покрытия области P БПЛА перемещаются от центра своей текущей ячейки к центру соседней ячейки в одном из восьми следующих направлений: вверх, вниз, влево, вправо или по диагонали; в задачах покрытия – это ограничение позволяет не оставлять промежутков в покрытии (например, между ячейками). Вне территории P БПЛА передвигаются по кратчайшему расстоянию между точками старта и назначения (по прямой). Пе-

релет к зарядным станциям и возвращение в зону покрытия подразумевается также по прямой траектории. В данной задаче предполагается использование многороторных БПЛА с вертикальным взлетом и посадкой, каждый из которых занимает уникальный фиксированный эшелон, и не способен к совершению столкновения с другими БПЛА.

Решением задачи следует считать траектории путей покрытия для каждого БПЛА $path_i$ для $\forall i: 1 \leq i \leq k$, которая является последовательностью ячеек области P с фиксированной точкой старта $s_i \in P$, и последовательность номеров ячеек для установки зарядных станций $ChS = \{p_1, p_2 \dots p_w\}$, где $w \leq m$.

Все БПЛА вылетают одновременно из стартовой точки D , двигаются с фиксированной скоростью прямолинейно к точке старта $s_i \in P$, далее производят индивидуальное покрытие согласно назначенному пути $path_i$. При падении уровня заряда батареи БПЛА производит приостановку выполнения миссии покрытия и движется к ближайшей по прямой зарядной станции [4], производит зарядку батареи и возвращается к месту на пути $path_i$, на котором прервалась задача покрытия. После завершения покрытия своего участка БПЛА возвращается к стартовой точке D . На протяжении всей миссии заряд ни одного БПЛА не должен опускаться ниже критического порога заряда батареи λ .

Алгоритм покрытия

Вначале для всей области P генерируется общий маршрут покрытия [5] для одного агента. Поскольку алгоритм предназначен для покрытия больших территорий без учета препятствий или непокрываемых областей внутри области P , БПЛА в процессе покрытия движется преимущественно по прямолинейным траекториям. Для построения маршрута используется алгоритм бустрофедона, основанный на разбиении области покрытия на параллельные полосы, которые затем последовательно обходятся зигзагообразным движением; подход минимизирует количество разворотов и позволяет эффективно покрывать заданную территорию. В алгоритме сравнивается несколько вариантов построения покрытий с различными углами поворота от 0 до 90 градусов (0, 15, 30, 45, 60, 75, 90) и выбирается тот, который содержит минимальное количество маневров для БПЛА (на рис. 1 представлено сравнение для горизон-

тального и вертикального в 90 градусов угла поворота), что способствует снижению затрат энергии и повышению эффективности покрытия области P . Результатом работы является

маршрут покрытия всей области P одним БПЛА, который обозначим как $CvgPath$. Его длина равна общему количеству ячеек области P и будет обозначаться через $|CvgPath|$.

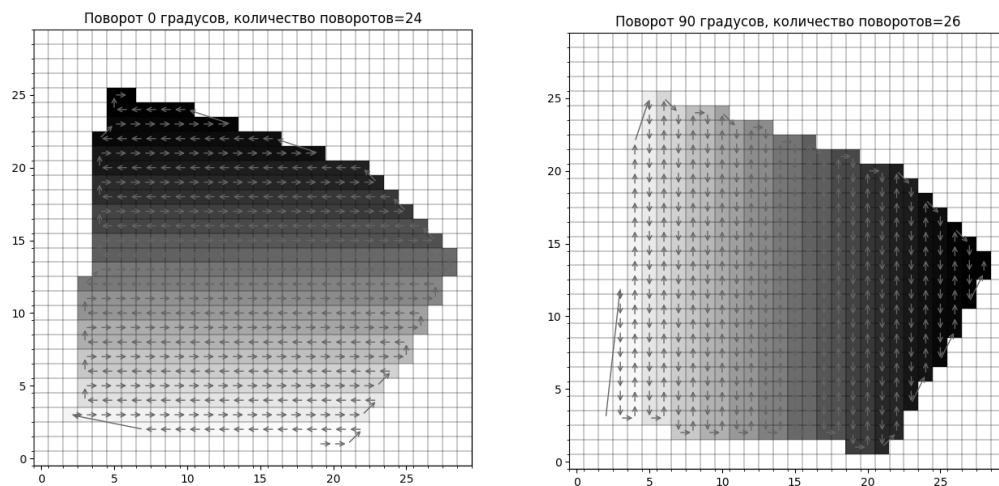


Рис. 1. Подсчет количества поворотов БПЛА при покрытии под углами 0 и 90 градусов

Далее маршрут разбивается на k непрерывных сегментов, чтобы каждый БПЛА мог последовательно покрыть свой участок. Задаются границы сегментов; первый сегмент начинается с первой ячейки $CvgPath$, а последний сегмент завершается на ячейке $|CvgPath|$. Таким образом:

$$1 = s_1 < s_2 < s_3 < \dots < s_k < s_{k+1} = |CvgPath|. \quad (1)$$

Тогда БПЛА U_i последовательно покрывает ячейки $\{p_{s_i}, p_{s_{i+1}}, \dots, p_{s_{i+1}-1}\}$. Каждый БПЛА U_i начинает в стартовой точке, производит покрытие (при необходимости отклоняясь от маршрута для зарядки), а затем возвращается в точку старта, затрачивая на это время $Time_i$. Полное время выполнения миссии определяется как

$$Time = \max_{1 \leq i \leq k}(Time_i). \quad (2)$$

Основная цель состоит в снижении общего времени $Time$ (2) за счет планирования полетных маршрутов БПЛА и одновременной расстановки достаточного числа зарядных станций. Множество зарядных станций задается номерами ячеек, на которых они будут установлены, $ChS = \{p_1, p_2, \dots, p_w\}$, где $w \leq m$. Задача сводится к одновременному поиску множества $S = \{s_2, s_3, \dots, s_k\}$ из (1) и набора зарядных станций $ChS = \{p_1, p_2, \dots, p_w\}$ для минимизации значения $Time$ (2). Эта задача, как и построение

маршрутов покрытия в общем случае, является NP-сложной, и ее вычислительная сложность экспоненциально возрастает с увеличением размеров исходных данных.

Для решения предлагается использовать генетический алгоритм [6]; для этого определим его основные компоненты. Хромосома решения представляет собой последовательность точек, разделяющих маршрут $CvgPath$, а также последовательность координат зарядных станций (рис. 2). Стоит отметить, что обе части хромосомы упорядочены в соответствии с нумерацией ячеек области.

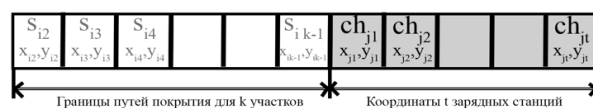


Рис. 2. Структура хромосомы решения

Начальная популяция формируется случайным образом: часть особей генерируется путем разбиения маршрута $CvgPath$ на равные сегменты со случайным отклонением на каждом из них, а координаты для расположения m зарядных станций выбираются произвольно.

Оператор скрещивания формирует новую хромосому на основе двух родительских, поразному обрабатывая границы сегментов и координаты зарядных станций. Границы сегментов подвергаются одноточечному скрещиванию в случайно выбранном гене, тогда как для за-

рядных станций используется покомпонентное скрещивание: с фиксированной вероятностью станция наследуется от одного из родителей. Представление воздействия оператора скрещивания приведено на рис. 3.

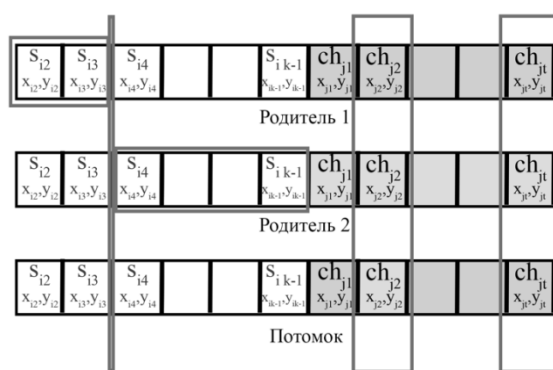


Рис. 3. Реализация оператора скрещивания

Оператор мутации случайным образом сдвигает границы сегментов, а также удаляет или добавляет зарядные станции. Выделяются три разновидности мутации, каждая из которых применяется с фиксированной вероятностью. Для уменьшения общего числа зарядных станций после мутации дополнительно применяется оператор, который объединяет близко расположенные станции в одну и удаляет те, которые не были задействованы при покрытии области P .

Функция приспособленности оценивает время завершения миссии $Time$ (2) и общее количество зарядных станций $|Ch|$ по формуле:

$$F = \alpha \cdot Time + \beta \cdot |Ch|, \quad (3)$$

где весовые коэффициенты α и β задают приоритет между временем выполнения миссии и числом зарядных станций. В качестве механизма отбора в алгоритме используется турнирная селекция, основанная на значениях функции приспособленности (3) для всех особей популяции.

Прототип программного обеспечения для генетического алгоритма разработан на языке Python с использованием научных библиотек для визуализации данных. Для проверки корректности и эффективности разработанного подхода были проведены вычислительные эксперименты на различных тестовых наборах данных (рис. 4.). В частности, было проведено сравнение временных затрат и структуры расстановки зарядных станций при различных параметрах α и β функции приспособленности. Вычислительные эксперименты подтвердили

возможность снижения общего времени миссии за счет эффективного распределения сегментов маршрута и выбора координат зарядных станций.

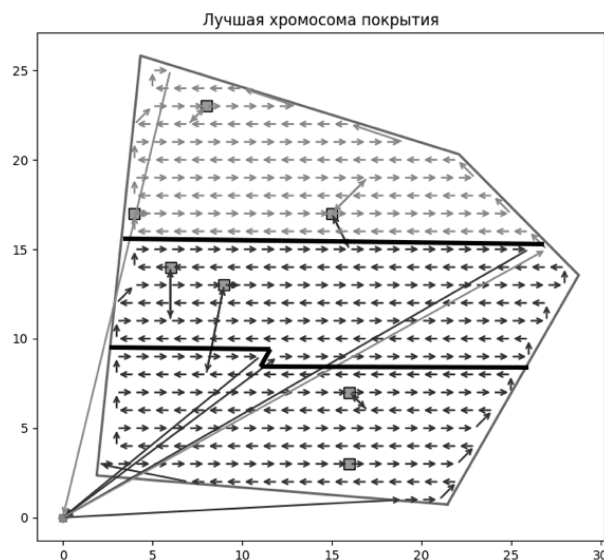


Рис. 4. Работа программы на случайной карте. Стрелками показаны пути покрытия для трех БПЛА. Квадратами обозначены зарядные станции

Для анализа эффективности предложенного генетического алгоритма покрытия территории (ГАПТ) было проведено сравнение с двумя альтернативными методами размещения зарядных станций и распределения зоны покрытия. Первый метод (алгоритм Алг1) предусматривает разделение маршрута между БПЛА на равные участки и случайное расположение зарядных станций при условии их равномерного размещения на территории покрытия. Второй метод (алгоритм Алг2) использует принцип разделения маршрута на равные участки, но станции размещались по «жадной» схеме: после случайного выбора первой зарядной станции каждая последующая ставилась максимально далеко от уже установленных.

Для сравнения эффективности Алг1, Алг2 и ГАПТ было сгенерировано 30 различных многоугольных карт размером от 500 до 10000 квадратных ячеек. На каждой карте алгоритмы запускались с одинаковыми начальными параметрами (количество БПЛА, объем заряда). Оценивались суммарное пройденное нефункциональное расстояние (которое БПЛА пролетают при полете к зарядным станциям и возвращении в точку продолжения миссии, без учета полета непосредственного выполнения покрытия; единицы измерения – количество

ячеек), количество установленных зарядных станций, количество произведенных зарядок на одной станции, количество поколений до сходимости (только для ГАПТ), время выполнения алгоритма. Вычислительные эксперименты

проводились на компьютере MacBook Air (M1), 8-core CPU, 8GB RAM. В таблице представлены средние значения показателей для тридцати запусков алгоритмов, по одному на каждой карте.

Средние значения показателей

Показатель	Алг1	Алг2	ГАПТ
Суммарное пройденное расстояние, ячейки	34,58	31,65	9,3
Количество станций	4,97	5,1	8,84
Количество зарядок на одной станции	1,39	1,21	2,03
Число поколений	–	–	7,07
Время работы, с	0,53318	0,76003	1,10980

Таблица показывает, что у ГАПТ средние значения суммарного нефункционального расстояния ниже, чем у базовых методов Алг1 и Алг2. С параметрами $\alpha = 0,9$ и $\beta = 0,1$ функции приспособленности (3) ГАПТ генерирует большее число зарядных станций, и каждая станция используется интенсивнее, но это не ведет к увеличению общего пройденного нефункционального расстояния всеми БПЛА. Несмотря на несколько большее время вычислений, применение генетического алгоритма повышает эффективность покрытия большой площадной территории группой БПЛА, сокращая общее время миссии. Более того, изменения акцента с минимизации нефункционального расстояния на минимизацию числа зарядных станций достигается варьированием параметров функции (3).

Заключение

Предложенный генетический алгоритм решает задачу планирования маршрутов группы БПЛА и расстановки стационарных зарядных станций на больших территориях. Подход учитывает энергопотребление БПЛА и позволяет снизить общее время миссии за счет рационального размещения станций и распределения участков покрытия между БПЛА. Результаты

вычислительных экспериментов показали эффективность и гибкость метода при оптимизации времени миссии и количества зарядных станций.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Wei, M. Coverage path planning under the energy constraint / M. Wei, V. Isler // IEEE Int. Conf. on Robotics and Automation. – 2018. – P. 725–731.
2. Huang, H. A method of optimized deployment of charging stations for drone delivery / H. Huang, A.V. Savkin // IEEE Transactions on Transportation Electrification. – 2020. – Vol. 6, № 3. – P. 510–518.
3. Yu, K. Algorithms for routing of unmanned aerial vehicles with mobile recharging stations / K. Yu, A.K. Budhiraja, P. Tokekar // Системы анализа и обработки данных. – 2024. – № 1(93). – С. 54–65.
4. Tseng, C.-M. Flight tour planning with recharging optimization for battery-operated autonomous drones / C.-M. Tseng, C.-K. Chau, K. Elbassioni, M. Khonji // arXiv preprint arXiv:1703.10049. – 2017.
5. Trotta, A. Joint coverage, connectivity, and charging strategies for distributed UAV networks / A. Trotta, M. Di Felice, F. Montori, K.R. Chowdhury, L. Bononi // IEEE Transactions on Robotics. – 2018. – Vol. 34, № 4. – P. 883–900.
6. Файзуллин, Р. Ф. Применение генетического алгоритма для решения задачи покрытия территории группой беспилотных летательных аппаратов при поддержке наземной мобильной зарядной станции: формирование хромосомы / Р. Ф. Файзуллин, Е. А. Магид // Известия ЮФУ. – 2024. – № 1. – С. 134–141.

УДК 629.369

DOI 10.35211/1990-5297-2025-4-299-84-88

*Н. Г. Шаронов, Р. В. Крайнов***КИНЕМАТИКА ЯКОРНО-ТРОСОВОГО ДВИЖИТЕЛЯ МОБИЛЬНОГО РОБОТА
С УЧЕТОМ ГЕОМЕТРИИ МЕХАНИЗМА ПОДЪЕМА****Волгоградский государственный технический университет**

sharonov@vstu.ru, rodikray@mail.ru

Рассматривается кинематика якорно-тросового движителя мобильного робота, корпус которого перемещается в плотных средах за счет притягивания гибкими связями к расположенным на неподвижной поверхности опорам. Приводится аналитическое решение уравнений кинематики движения опоры относительно корпуса с учетом геометрии механизма подъема-опускания.

Ключевые слова: механизм, якорно-тросовый движитель, мобильный робот.

*N. G. Sharonov, R. V. Krainov***KINEMATICS OF THE ANCHOR-ROPE PROPULSION UNIT
OF A MOBILE ROBOT TAKING INTO ACCOUNT
THE GEOMETRY OF THE LIFTING MECHANISM****Volgograd State Technical University**

The kinematics of the anchor-rope propulsion device of a mobile robot is considered. The mobile robot body moves in dense environments due to attraction by flexible connections to supports located on a fixed surface. The analytical solution of the equations of the kinematics of the movement of the «anchor» relative to the body is given, taking into account the geometry of the lifting-lowering mechanism.

Keywords: lifting mechanism, anchor-rope propulsion unit, mobile robot.

Введение

Широко известны механизмы подъемно-транспортных устройств, обеспечивающие перемещение прикрепленного к гибкой связи (канату, тросу, цепи) груза при намотке гибкой связи на барабан. Подобные механизмы являются неотъемлемой частью тросовых роботов различной конструкции [1; 2]. Учет конструкции направляющих роликов, лебедок, механизмов намотки не является принципиально новой задачей [3], однако в конкретных тросовых системах встречаются особенности, связанные с взаимным размещением механизмов и управлением приводами.

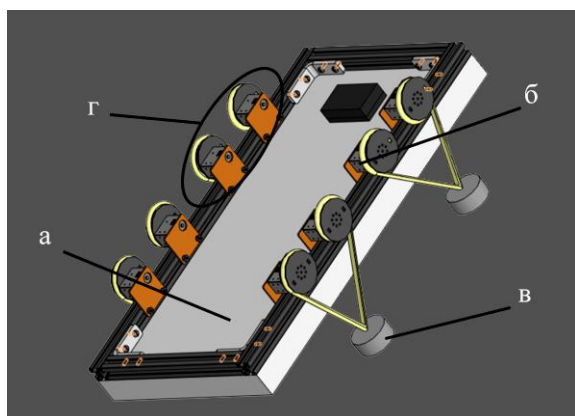


Рис. 1. Модель мобильного робота с якорно-тросовыми движителями:

a – платформа (корпус-понтон); *b* – сервопривод с барабаном механизма подъема; *v* – груз-опора; *z* – движитель

Известен [4] мобильный робот с якорно-тросовыми движителями (рис. 1), корпус которого немногим легче окружающей среды (например, перемещаемый под водой понтон с небольшой положительной плавучестью). Якорно-тросовые движители такого робота периодически дискретно взаимодействуют опорами («якорями») с поверхностью водоема.

Перемещение каждой из опор относительно движущегося корпуса происходит за счет одновременной работы двух механизмов подъема-опускания, включающих барабан и сервопривод, при этом предполагается отсутствие возможности контролировать фактическое положение опоры относительно корпуса. При согласованном управлении приводами нескольких движителей подобного робота возможные неточности программных законов могут привести к существенным отклонениям от целенаправленного движения.

Постановка задачи

С целью оценки возможных ошибок при управлении движением мобильного робота, вызванных не учитываемой в проведенных ранее исследованиях [5–7] геометрией барабана привода, рассматривается кинематика одного якорно-тросового движителя, лабораторная модель которого приведена на рис. 2.

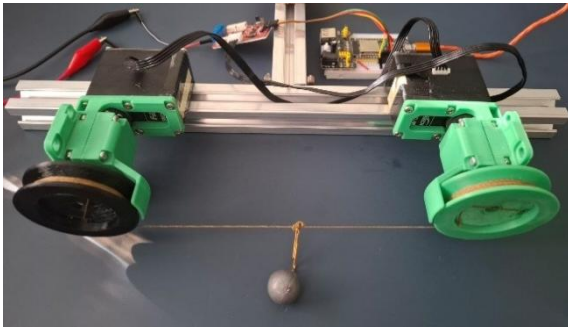


Рис. 2. Лабораторная модель якорно-тросового движителя

Рассматриваемое движение иллюстрируют рис. 3 (положение движителя с минимально возможной длиной гибкой связи и средним положением «якоря») и рис. 4 (произвольное положение «якоря»). Перемещение «якоря» относительно корпуса происходит в описываемой системой координат Oxz плоскости, перпендикулярной проходящим через точки M_1 и M_2 осям вращения установленных на серводвигатели барабанов и связанной с корпусом мобильного робота.

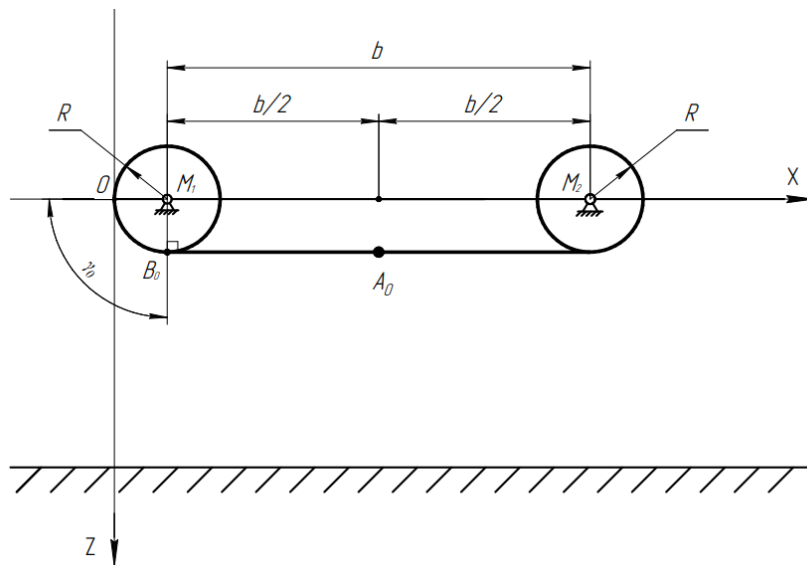


Рис. 3. Кинематическая схема якорно-тросового движителя (длина гибкой связи минимальна)

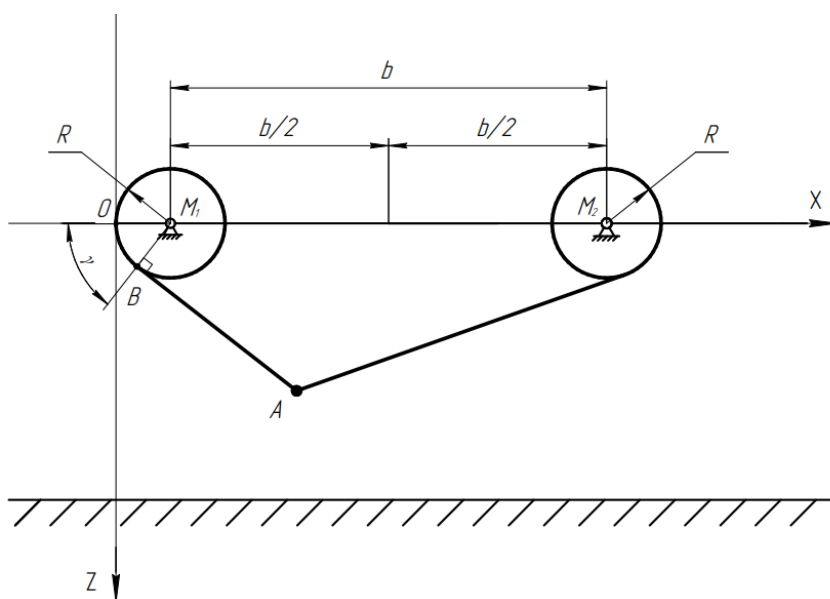


Рис. 4. Кинематическая схема якорно-тросового движителя при произвольном положении «якоря» (точка A)

Модель кинематики движения якоря

Задаваемый при управлении роботом угол φ поворота вала M сервопривода, на котором установлен барабан лебедки радиуса R , связан с начальным углом φ_0 поворота вала и длиной гибкой связи на барабане соотношением

$$\varphi R + \gamma R + AB = \varphi_0 R + \gamma_0 R + A_0 B_0, \quad (1)$$

где γ , γ_0 – текущий и начальный углы обхвата гибкой связью поверхности барабана, AB , $A_0 B_0$, – текущая и начальная длины свободной части гибкой связи от точки B барабана до точки A крепления «якоря».

Уравнения $x(t)$, $z(t)$ движения точки A («якоря») в связанной с корпусом системе координат:

$$\begin{cases} x = R - R \cos \gamma + AB \sin \gamma \\ z = R \sin \gamma + AB \cos \gamma \end{cases}. \quad (2)$$

Используя тривиальные геометрические соотношения для зависимости вспомогательного угла γ от координат «якоря» с учетом радиуса барабана лебедки

$$\gamma = \arctg\left(\frac{R}{AB}\right) + \arctg\left(\frac{x-R}{z}\right), \quad (3)$$

получаем задаваемый при управлении роботом угол φ поворота вала сервопривода в зависимости от законов $x(t)$, $z(t)$ движения «якоря»:

$$\varphi = \varphi_0 + \frac{A_0 B_0}{R} + \arctg \frac{R}{A_0 B_0} + \arctg \frac{x_0 - R}{z_0} - \frac{AB}{R} - \arctg \frac{R}{AB} - \arctg \frac{x - R}{z}, \quad (4)$$

где

$$A_0 B_0 = \sqrt{(x_0 - R)^2 + z_0^2 - R^2}, \quad AB = \sqrt{(x - R)^2 + z^2 - R^2}. \quad (5)$$

Уравнения (4) и (5) позволяют однозначно определить программные законы для управления серводвигателями робота при заданных $x(t)$, $z(t)$.

Совокупность уравнений (2) для всех движителей робота определяет движение опор («якорей») относительно корпуса. Шагающе-подобный характер движения опорных точек определяет существование на траектории $x = f(z)$ «якоря» участков, соответствующих опоре «якоря» на грунт (при некоторых допущениях, например, поступательном движении корпуса, зависимость $x(t)$ будет соответство-

вать уравнению движения корпуса робота) и ускоренному переносу «якоря».

Например, на участке траектории, соответствующей опорной фазе при поступательном равномерном движении корпуса, $x(t) = Vt$, $z(t) = z$ ($V = \text{const}$ – скорость поступательного движения корпуса, $z = \text{const}$ – расстояние от осей лебедок до поверхности дна водоема). Для такого простейшего движения программные законы управления серводвигателями, учитывающие геометрию барабана лебедки и соответствующие схеме рис. 3 начальные условия $\varphi_0 = 0$, $z_0 = R$, $x_0 = R + b/2$, $A_0 B_0 = b/2$, имеют вид:

$$\begin{aligned} \varphi(t) = & \frac{b}{2R} + \arctg \frac{2R}{b} + \arctg \frac{b}{2R} - \\ & - \frac{\sqrt{(Vt - R)^2 + z^2 - R^2}}{R} - \arctg \frac{R}{\sqrt{(Vt - R)^2 + z^2 - R^2}} - \arctg \frac{Vt - R}{z}. \end{aligned} \quad (6)$$

При отсутствии учета влияния геометрии барабана лебедки задаваемые при управлении ро-

ботом зависимости для угла φ поворота вала сервопривода будут иметь упрощенный вид [5–7]:

$$\varphi = \varphi_0 + \frac{A_0 B_0 - AB}{R} = \varphi_0 + \frac{\sqrt{(x_0 - R)^2 + z_0^2 - R^2} - \sqrt{(x - R)^2 + z^2 - R^2}}{R}. \quad (7)$$

Частный случай (6) равномерного поступательного движения корпуса при отсутствии учета геометрии барабана лебедки будет иметь вид:

$$\varphi(t) = \frac{1}{R} \left(\frac{b}{2} - \sqrt{(Vt - R)^2 + z^2 - R^2} \right). \quad (8)$$

Результаты моделирования

С целью сравнительной оценки движения мобильного робота по программным законам управления сервоприводом, определенным с учетом геометрии барабана лебедки (4) и без учета (8), проведено численное моделирование частного случая поступательного движения корпуса

и опорной фазы двигателя с начальными условиями в соответствии со схемой рис. 3, а также с тестовыми значениями скорости движения $V = 1$ м/с, расстояния от осей лебедок до поверхности дна водоема $z = 0,1$ м, радиуса барабана блока лебедки $R = 0,03$ м.

Результаты численного моделирования программных законов управления приводом барабана лебедки приведены на рис. 5. При заданных тестовых значениях ошибки определения угла поворота, угловой скорости и углового ускорения составили 6–10 %.

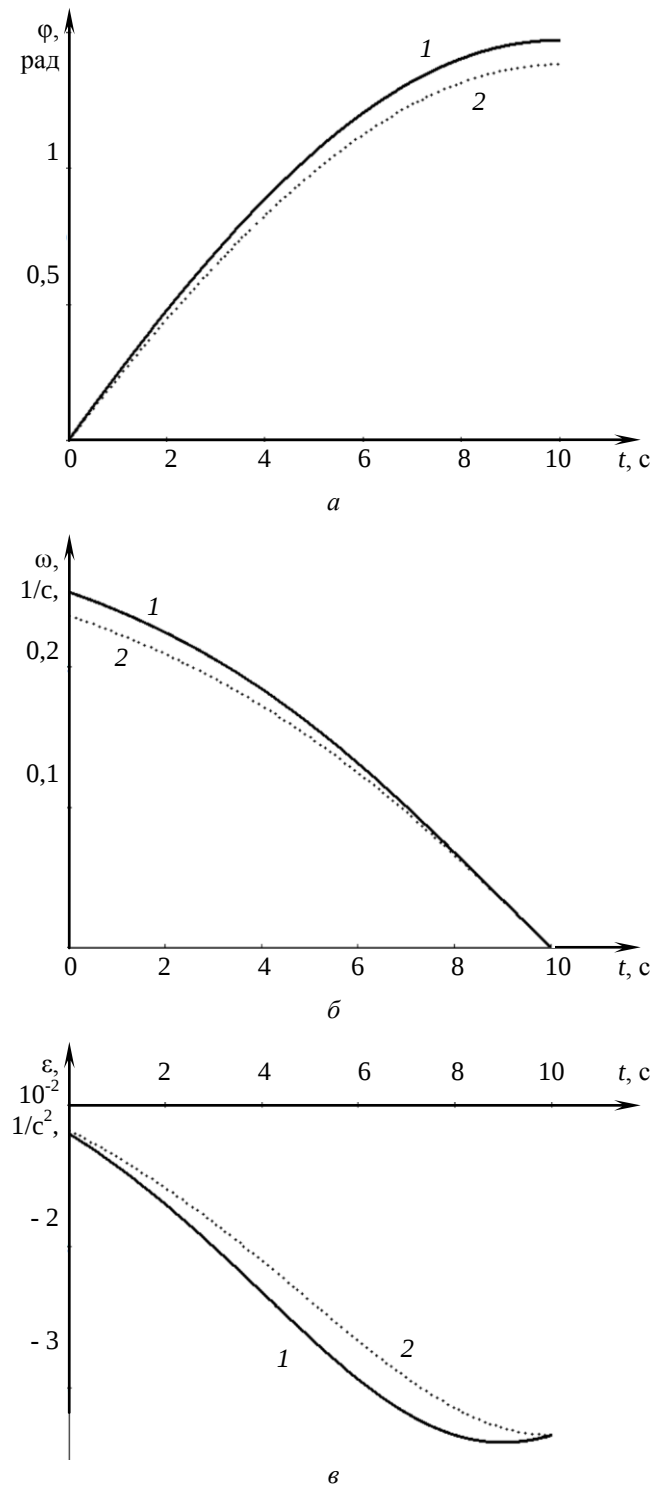


Рис. 5. Зависимости угла поворота (а), угловой скорости (б) и углового ускорения (в) вала сервопривода от времени (1 – с учетом геометрии барабана, 2 – без учета геометрии барабана)

Заключение

Учет геометрии барабана лебедки в математической модели кинематики якорно-тросового движителя позволяет улучшить точность программных законов управления сервоприводами мобильного робота, определяемых по заданным движениям корпуса и относительного движения опор механизмов передвижения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Qian, S. A Review on Cable-driven Parallel Robots / S. Qian, B. Zi, W.-W. Shang, Q.-S. Xu // Chin. J. Mech. Eng. – 2018. – № 31. – P. 66.
2. Гапоненко, Е. В. Структурный анализ и классификация роботизированных систем с приводными механизмами на основе кабельных элементов / Е. В. Гапоненко, Л. А. Рыбак, Л. Р. Холошевская // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В. Г. Шухова. – 2019. – № 9. – С. 126–136.
3. Малолетов, А. В. Учет конструкций направляющих роликов и механизмов намотки при управлении движением тросового робота / А. В. Малолетов, А. С. Климчик, К. В. Костенко // Известия ВолгГТУ : научный журнал № 13 (223) / ВолгГТУ. – Волгоград, 2018. – С. 113–119.
4. Патент на полезную модель 217486 РФ, Движитель для мобильной платформы / Е. С. Брискин, И. С. Пеньшин, Н. Г. Шаронов; ФГБОУ ВО ВолгГТУ. – 2023.
5. Some problems of controlling the cable propulsion devices of mobile robots / E. S. Briskin, N. G. Sharonov, M. I. Efimov [et al.] // Robots in Human Life- Proceedings of the 23rd International Conference on Climbing and Walking Robots and the Support Technologies for Mobile Machines, CLAWAR 2020. – Moscow, 2020. – P. 321–328.
6. Платонов, В. Н. Согласованное управление электроприводами движителей мобильных роботов, дискретно взаимодействующих с опорной поверхностью : дис. ... канд. техн. наук / В. Н. Платонов, 2022. – 132 с.
7. Пеньшин, И. С. Управление поступательным движением роботов-понтонных с якорно-тросовыми движителями : дис. ... канд. техн. наук / И. С. Пеньшин, 2023. – 141 с.

Ответственный за выпуск
Ирина Петровна **ВЕРШИНИНА**

Оригинал-макет и электронная версия издания
подготовлены редакционно-издательским отделом
Издательства ВолгГТУ

Корректурa **Е. В. Кравцовой**
Компьютерная верстка: **Е. В. Макарова**

Свидетельство о регистрации ПИ № ФС77–61113 от 19 марта 2015 г.
Федеральной службы по надзору в сфере связи, информационных технологий
и массовых коммуникаций (Роскомнадзор)

Учредитель:
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«Волгоградский государственный технический университет» (ВолгГТУ)

Адрес редакции и издателя: 400005, г. Волгоград, просп. В. И. Ленина, 28.
Волгоградский государственный технический университет (ВолгГТУ)
Телефон: гл. редактор – 8 (8442) 24-80-00
E-mail: ianovakov@vstu.ru

Темплан 2025 г. Поз. № 7ж. Дата выхода в свет 18.04.2025 г. Формат 60 x 84 1/8.
Бумага офсетная. Гарнитура Times. Печать офсетная. Усл. печ. л. 10,23.
Уч.-изд. л. 9,89. Тираж 100 экз. Свободная цена. Заказ № 159.

Отпечатано в типографии Издательства ВолгГТУ
400005, г. Волгоград, просп. В. И. Ленина, 28, корп. 7.