

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«Волгоградский государственный аграрный университет»**

На правах рукописи



Воробьева Наталья Сергеевна

**СИНТЕЗ ПРОГРАММНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ И АЛГОРИТМОВ
СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ РЕКОНФИГУРИРУЕМЫХ МАНИПУЛЯТОРОВ
ПАРАЛЛЕЛЬНО-ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ**

Специальность: 2.5.4. Роботы, мехатроника и робототехнические системы

ДИССЕРТАЦИЯ

на соискание ученой степени доктора технических наук

Научный консультант:

Несмиянов Иван Алексеевич

доктор технических наук, доцент

Волгоград 2022

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	6
1. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА ПРИМЕНЕНИЯ МАНИПУЛЯЦИОННЫХ СИСТЕМ ДЛЯ АВТОМАТИЗАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ.....	17
1.1 Преимущества и недостатки манипуляционных механизмов основных типов кинематических схем.....	18
1.1.1 Манипуляторы последовательной структуры.....	18
1.1.2 Манипуляторы параллельной структуры.....	20
1.1.3 Манипуляторы параллельно–последовательной (гибридной) структуры.....	27
1.2 Методы управления манипуляционными роботами.....	31
1.2.1 Алгоритмы управления.....	31
1.2.2 Классификация систем управления.....	40
1.3 Области применения манипуляционных роботов.....	48
1.4 Параметры качества функционирования манипуляционных роботов....	55
Выводы по 1 главе.....	64
2. МОДУЛЬНОЕ ПОСТРОЕНИЕ МАНИПУЛЯЦИОННЫХ СИСТЕМ РОБОТОВ.....	66
2.1 Базовые механизмы-модули для построения манипуляционных систем	66
2.2 Конфигурации манипуляционных систем роботов на базе трипода для погрузочно-разгрузочных и манипуляционных работ.....	71
2.3 Особенности технологических процессов с использованием манипуляторов параллельно-последовательной структуры.....	80
2.3.1 Планирование траекторий при выполнении технологических процессов.....	81
2.3.2 Технологические процессы в сельском хозяйстве.....	85

2.3.3 Технологические процессы в перерабатывающем производстве.....	91
2.3.4 Технологические процессы перемещения и позиционирования грузов.....	93
2.3.5 Технологические процессы в машиностроении.....	100
Выводы по 2 главе.....	104
3. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МАНИПУЛЯТОРА ПАРАЛЛЕЛЬНО-ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ С УПРАВЛЯЕМЫМ РАБОЧИМ ОРГАНОМ.....	106
3.1 Структурный анализ манипулятора с управляемым рабочим органом (захватным устройством).....	106
3.2 Задача позиционирования рабочего органа манипулятора.....	109
3.3 Критерии качества управления перемещением исполнительных звеньев манипулятора параллельно-последовательной структуры.....	115
3.4 Решение оптимизационной задачи позиционирования манипулятора...	118
3.5 Алгоритм определения конфигурации манипуляционного механизма	120
3.6 Кинематические параметры манипулятора параллельно-последовательной структуры с управляемым рабочим органом.....	121
3.6.1 Управляющая матрица.....	121
3.6.2 Угол сервиса.....	125
3.7 Определение зоны обслуживания манипулятора с управляемым рабочим органом.....	127
Выводы по 3 главе.....	135
4. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ПРОГРАММНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ ПРИВОДОВ МАНИПУЛЯЦИОННЫХ СИСТЕМ РОБОТОВ ГИБРИДНОЙ СТРУКТУРЫ.....	136
4.1 Постановка задачи управления и планирование траекторий.....	136

4.2 Кинематический алгоритм стабилизации рабочего органа манипулятора в заданном положении при терминальном управлении.....	141
4.3 Методы кинематического синтеза программных перемещений исполнительных звеньев манипулятора при выполнении технологических процессов.....	145
4.3.1 Постановка задачи методов кинематического синтеза.....	147
4.3.2 Метод интерполяции программных перемещений исполнительных звеньев набором сплайнов.....	147
4.3.3 Метод интерполяции программных перемещений исполнительных звеньев сплайнами первого и последнего участков траектории и точечной квадратичной аппроксимацией промежуточных участков траектории.....	156
4.3.4 Численный эксперимент и сравнение двух методов.....	164
4.4 Преимущества и недостатки методов кинематического синтеза.....	168
Выводы по 4 главе.....	169
5. ПОЛНАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ МАНИПУЛЯТОРА.....	172
5.1 Обоснование расчетной схемы манипулятора.....	172
5.1.1 Расчет массы манипулятора, приведенной к точке A	175
5.1.2 Расчет массы манипулятора, приведенной к точке M	185
5.2 Кинетическая энергия манипулятора.....	201
5.3 Уравнения движения модели манипулятора.....	213
5.4 Динамический алгоритм стабилизации рабочего органа манипулятора относительно заданного положения.....	215
5.5 Динамический алгоритм стабилизации программных перемещений манипулятора.....	218
5.6 Формирование базы математических моделей динамики элементарных траекторий (технологических движений) рабочего органа.....	222
5.6.1 Вертикальное прямолинейное движение рабочего органа.....	222

5.6.2 Горизонтальное прямолинейное движение рабочего органа.....	226
5.6.3 Прямолинейное движение рабочего органа под углом в пространстве	229
Выводы по 5 главе.....	233
6. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ НА ОПЫТНОМ ОБРАЗЦЕ И НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ.....	235
6.1 Технические характеристики экспериментального образца манипулятора параллельно-последовательной структуры.....	235
6.2 Система управления.....	243
6.2.1 Схемная реализация однопроцессорной системы управления манипулятором.....	245
6.2.2 Многопроцессорная система управления.....	247
6.3 Программное обеспечение системы управления.....	252
6.4 Результаты численного и экспериментального моделирования.....	254
6.5 Научно-технические решения для расширения функциональных возможностей реконфигурируемых манипуляторов.....	262
Выводы по 6 главе.....	272
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	274
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	278
ПРИЛОЖЕНИЯ.....	342

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы исследования. Тема диссертации соответствует приоритетным направлениям развития науки, технологий и техники в Российской Федерации: переход к передовым цифровым, интеллектуальным производственным технологиям, роботизированным системам, новым материалам и способам конструирования, создание систем обработки больших объемов данных, машинного обучения и искусственного интеллекта [196].

Современный этап развития научно-технического прогресса отличается увеличением применения манипуляционных систем, как в количественном выражении, так и в расширении областей, в которых манипуляторы выполняют технологические операции. Основными направлениями использования манипуляционных систем в настоящее время являются: промышленность, перерабатывающее производство, сельское хозяйство, космическая и военная отрасли, медицина.

По конструкции манипуляционные механизмы разделяют на манипуляторы последовательной и параллельной структуры. У каждой из этих схем есть свои достоинства и недостатки. В последнее время получили распространение манипуляторы параллельно–последовательной структуры (гибридные), которые объединяют преимущества обеих конструктивных схем [38,206,251,252,352,363].

Выбор конкретной конструкции манипуляционной системы (манипулятора) и алгоритмов управления определяются особенностями технологических процессов, которые характеризуются разнообразностью решаемых задач. При этом обеспечение высокого качества управления при выполнении технологических операций является важнейшей целью. В связи с этим весьма актуальными задачами является разработка многофункциональных манипуляторов на основе базовых конструкций и аналитический синтез программных перемещений исполнительных звеньев, разработка алгоритмов управления, обеспечивающих реализацию поставленных задач.

Перемещения исполнительных звеньев манипулятора определяются реализацией заданной технологической операцией. Система управления должна обеспечивать перемещение рабочего органа в заданное положение с необходимой точностью. Сначала решается задача позиционирования, имеющая, как правило, оптимизационный характер. На следующем этапе определяются законы изменения обобщенных координат, удовлетворяющих заданным граничным условиям, возможно несколько вариантов решения задачи.

Проще всего задача решается выбором для каждой обобщенной координаты одного из известных законов изменения ускорения: прямоугольного, линейного, синусоидального, полиномиального. В этом случае траектория характерной точки рабочего органа заранее не известна.

Определение законов изменения обобщенных координат при позиционировании возможно в постановке слабого терминального управления.

Для реализации многих технологических процессов необходимо перемещать рабочий орган манипулятора по заданной программной траектории, сохраняя пространственное положение рабочего органа. В этом случае применяют методы синтеза программных законов движения исполнительных приводов.

При проектировании систем управления (СУ) манипуляторов необходимо учитывать динамическое поведение системы, определяемое инерционностью звеньев, нагрузкой рабочего органа и наличием внешних возмущений. Для решения этих задач используются математические модели динамики манипулятора.

Степень разработанности темы исследований. На сегодняшний день создана фундаментальная теоретическая и практическая база, которая позволяет разрабатывать системы управления перемещением рабочих органов манипуляторов последовательной структуры. В разработку теории автоматических систем управления большой вклад внесли сотни российских и зарубежных ученых: Белянин П.Н., Болотник Н.Н., Градецкий В.Г., Ермолов И.Л., Зенкевич С.Л., Каляев И.А., Кобринский А.А., М.З. Коловский, Корендясев А.И., Крутько П.Д., Макаров И.М., Медведев М.Ю., Подураев Е.И., Пряничников В.Е.,

Саламандра Б.Л., Тимофеев А.В., Тывес Л.И., Черноусько Ф.Л., Юревич Ю.В., Ющенко А.С., Филаретов В.Ф., Фролов А.Е., Яцун С.Ф., Vukobratovich M., Terano T., Fu K., Gonzalez R. и др.

В последнее десятилетие разрабатывались теоретические основы проектирования манипуляторов параллельной структуры и синтеза систем управления ими. Решению этих задач посвящены работы Глазунова В.А., Гайдука А.Р., Герасуна В.М., Добриборщ Д.Э., Капустяна С.Г., Колюбина С.А., Хейло С.В., Пындака В.И., Arakelian V., Briot S., Goselin C., Ceccarelli M., Parenti-Castelli V. и др.

Однако работ, направленных на разработку конструкций, на синтез управляемых перемещений исполнительных звеньев и алгоритмов систем управления манипуляторами параллельно-последовательной структуры, в том числе на базе трипода немного. Можно выделить труды следующих авторов: Глазунова В.А., Жоги В.В., Несмиянова И.А., Филиппова Г.С., Chang H., Lee J. и др.

Обзор источников позволяет сделать вывод, что механизмы параллельно-последовательной структуры обладают большим многообразием, существует большое количество схем с различным числом степеней свободы [218] и сочетанием видов кинематических цепей, использование которых определяется областью применения. Результаты исследований свидетельствуют, что основные принципы и научно-технические задачи проектирования, расчета параметров, моделирования динамики, планирования траекторий и синтеза программных законов движением манипуляционных систем гибридной структуры окончательно не сформированы и не получили достаточного теоретического обоснования.

В связи с этим представляется актуальным развитие концепции модульного построения манипуляционных систем гибридной структуры и разработка аналитических методов синтеза программных ориентирующих перемещений исполнительных звеньев при выполнении различных технологических операций.

Целью работы является разработка аналитических методов синтеза программных перемещений исполнительных звеньев манипуляционных систем

роботов параллельно-последовательной структуры и алгоритмов систем управления, обеспечивающих выполнение заданных технологических процессов.

Для достижения поставленной цели потребовалось выполнить комплекс теоретических и экспериментальных исследований и **решить следующие задачи:**

1. На основе анализа основных закономерностей выполнения типовых технологических операций предложить кинематические схемы реконфигурируемых манипуляционных систем роботов и обосновать их структурное строение, разработать требования к параметрам манипуляторов, обеспечивающих реализацию процессов на примере погрузочно-разгрузочных и манипуляционных работ.

2. Сформировать лингвистический аппроксиматор (базу знаний) для описания технологических движений рабочего органа, выполняемых манипуляторами гибридной структуры.

3. Предложить кинематический метод синтеза стабилизации рабочего органа манипулятора в заданном положении с контролем отклонения обобщенных координат по ускорению.

4. Разработать методы кинематического синтеза программных ориентирующих перемещений исполнительных звеньев манипулятора с избыточными координатами с использованием оптимальных алгоритмов позиционирования рабочего органа манипуляционного устройства.

5. Разработать динамические алгоритмы стабилизации рабочего органа относительно заданного положения и реализации программных траекторий, основанные на решении обратной задачи динамики манипулятора, описываемой нелинейными дифференциальными уравнениями.

6. Сформировать базу математических моделей динамики и алгоритмов управления манипуляционной системой в соответствии с технологическими движениями, записанными в базу знаний.

7. Разработать управляющие программы реализации алгоритмов перемещения исполнительных приводов манипулятора, провести экспериментальные исследования разработанных образцов информационно-

измерительных и управляющих систем на опытном образце манипулятора параллельно-последовательной структуры.

8. Предложить новые научно-технические решения для расширения функциональных возможностей манипуляционных систем роботов на базе разработанных кинематических схем реконфигурируемых манипуляторов и алгоритмов управления.

Научная новизна работы заключается в разработке научно-обоснованных аналитических методов управления программными перемещениями исполнительных приводов роботов для манипуляторов параллельно-последовательной структуры, базирующихся на учете известных закономерностей движения исполнительных приводов и методах управления движением механических систем:

на основе анализа основных закономерностей выполнения типовых технологических операций впервые предложены кинематические схемы реконфигурируемых манипуляционных систем параллельно-последовательной структуры на базе трипода и сформулированы требования к их конфигурации и параметрам;

сформирована база знаний описания элементарных траекторий (технологических движений) рабочего органа, необходимых для осуществления технологических процессов, выполняемых манипуляторами гибридной структуры;

для стабилизации рабочего органа манипулятора в заданном положении предложено использовать метод слабого терминального управления с контролем отклонения обобщенных координат по ускорению;

разработаны два метода кинематического синтеза программных ориентирующих перемещений исполнительных приводов манипулятора с избыточными координатами: метод на основе интерполяции программных перемещений исполнительных приводов набором сплайнов третьего и четвертого порядка и метод на основе интерполяции законов перемещения исполнительных приводов сплайнами пятого порядка на первом и последнем участках траектории и

точечной квадратичной аппроксимации промежуточных участков с целью исключения экстремумов на промежуточных участках траектории;

синтезированы динамические алгоритмы стабилизации рабочего органа относительно заданного положения и реализации программных траекторий, основанные на формировании управляющих сигналов исполнительных приводов решением обратной задачи динамики, описываемой нелинейными дифференциальными уравнениями;

сформирована база математических моделей и алгоритмов управления элементарных технологических движений рабочего органа, необходимых для выполнения технологических операций манипуляционными системами гибридной структуры.

Теоретическая и практическая значимость работы заключается в развитии теории аналитических методов синтеза программных перемещений исполнительных звеньев и методов управления манипуляционными системами роботов гибридной структуры.

Практическая значимость исследований заключается в разработанных кинематических схемах реконфигурируемых на основе трипода манипуляторов и новых технических решениях экспериментальных образцов манипуляционных роботов гибридной структуры для технологических процессов в сельском хозяйстве, перерабатывающем производстве и машиностроении, которые могут быть использованы в организациях, занимающихся разработкой и применением манипуляционных робототехнических систем.

Разработаны управляющие программы реализации алгоритмов перемещения приводов манипулятора на базе новых аналитических методов и алгоритмов управления, которые позволят обоснованно выбирать конструктивные параметры манипуляционных механизмов, управляющих и информационных систем на этапе проектирования.

Методология и методы исследования основывались на основных положениях теоретической механики, теории механизмов и машин, методах оптимизации, математического, компьютерного и физического моделирования

управляемых движений исполнительных приводных систем манипуляторов параллельно-последовательной структуры, теории автоматического управления, методах экспериментальных исследований.

При решении теоретических задач на ЭВМ использовались широкий набор программного обеспечения для ПК и пакет математических вычислений: Mathcad; Microsoft Excel; Visual Studio; Компас 3D; Easy EDA, прикладные программы, созданные на C++, Visual Basic и др.

Положения, выносимые на защиту:

- кинематические схемы реконфигурируемых манипуляционных систем гибридной структуры, построенные на основе трипода;
- база знаний описания технологических операций и требования к параметрам манипуляторов, обеспечивающих реализацию этих процессов;
- кинематический метод стабилизации рабочего органа манипулятора в заданном положении методом слабого терминального управления с контролем отклонения обобщенных координат по ускорению;
- методы кинематического синтеза программных ориентирующих перемещений исполнительных звеньев манипулятора с избыточными координатами, основанные на интерполяции программных перемещений исполнительных звеньев конечным набором сплайнов третьего и четвертого порядка и на замене программных перемещений сплайнами пятого порядка на первом и последнем участках траектории и квадратичной аппроксимацией промежуточных участков траектории;
- динамические алгоритмы стабилизации рабочего органа относительно заданного положения и реализации программных траекторий, основанные на решении обратной задачи динамики манипулятора, описываемой нелинейными дифференциальными уравнениями;
- база математических моделей динамики и алгоритмов управления манипуляционными системами в соответствии с технологическими движениями рабочего органа, записанными в базу знаний;

- управляющие программы для реализации алгоритмов перемещения приводов манипуляционной системы;
- научно-технические решения, направленные на расширение функциональных возможностей манипуляционных систем роботов.

Степень достоверности полученных результатов обеспечена использованием классических методов исследований и фундаментальных положений механики, строгими математическими выводами, результатами экспериментальных данных и численного моделирования, выполненных на основании современных апробированных методик, программными средствами современных методов автоматического проектирования, компьютерной математической обработки и измерений. Полученные выводы подтверждаются высокой степенью сходимости результатов теоретических исследований аналитических алгоритмов управления манипуляторов гибридной структуры с результатами экспериментальных данных.

Апробация результатов исследований. Основные положения диссертационной работы докладывались, обсуждались и одобрены научной общественностью: на международных и всероссийских научно-практических конференциях в Волгоградском ГАУ (г. Волгоград, 2012-2022 гг.), а также в ведущих Вузах и научных центрах РФ (СПбГПУ, МГТУ им. Баумана, ИПМ РАН, ЦНИИ РТК, ИМАШ РАН и др.), на конференциях: Машиноведение и инновации XXIX международная конференция молодых ученых и студентов «МИКМУС-2017, Москва, 6-8 декабря 2017 г.; X всероссийская мультikonференция по проблемам управления (МКПУ-2017), с. Дивноморское, 25 – 30 сентября 2017 г.; 6-я Международная научно-практическая конференция «Современное машиностроение: Наука и образование», г. Санкт-Петербург, 22 – 23 июня 2017 г.; VII международная научная практическая конференция «Современное машиностроение: Наука и образование», Санкт-Петербург, 29-30 мая 2018 г.; VII международная конференция «Проблемы механики современных машин», Улан-Удэ 25-30 июня 2018 г.; международная конференция «Машины, технологии и материалы для современного машиностроения», посвященная 80-летию института

машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, Москва, 21-22 ноября 2018 г.; VI международная конференция «Прогресс транспортных средств и систем - 2018», г. Волгоград, 9-11 октября 2018 г. и др.; XII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, Уфа, 19-24 августа 2019 г.; XII Мультиконференция по проблемам управления (МКПУ-2019), Дивноморское, Геленджик, 23-28 сентября 2019 г.; XXXI Международная инновационная конференция молодых ученых и студентов по проблемам машиноведения (МИКМУС - 2019), Москва, 04-06 декабря 2019 г.; Международный научно-практический форум, посвященный 75-летию Победы в Великой Отечественной войне 1941-1945 гг. «Оптимизация сельскохозяйственного землепользования и усиление экспортного потенциала АПК РФ на основе конвергентных технологий», Волгоград, 29-31 января 2020 г.; «Математическое моделирование технико-экономических систем в АПК» «Mathematical modeling of technical and economic systems in agriculture» MMTES II-2020, Волгоград, 11 мая 2020); 6th International Conference on Industrial Engineering (ICIE 2020), г. Сочи, 18-22 мая 2020 г.; международная научно-практическая конференция «Агроинженерные исследования в условиях глобализации и интеграции», г. Зеленоград, 27-28 августа 2020 г.; XII Всероссийская научно-техническая конференция с международным участием «Робототехника и искусственный интеллект». г. Железнодорожный, 28 ноября 2020 г.; the International Conference «Nonlinearity, Information and Robotics» NIR2020, г. Иннополис, 3-4 декабря 2020 г.; XIV-я Всероссийская Мультиконференция по проблемам управления (МКПУ-2021), 27 сентября – 2 октября 2021 г. в с. Дивноморское, Геленджик, Краснодарский край, Россия; Всероссийская конференция «Актуальные проблемы и современные тенденции робототехники», 22 сентября 2021 г. РГУ нефти и газа (НИУ) имени И.М. Губкина; XVII международная конференция по электромеханике и робототехнике "Завалишинские чтения" ЗЧ-2022, Санкт-Петербург, Россия 12-14 Апреля, 2022 г..

Разработки, выполненные по материалам диссертационной работы, многократно (2017-2022 гг.) экспонировались на выставках и конкурсах, были

отмечены дипломами и медалями: ММСО 2017 - московский международный салон образования, 12-15 апреля 2017г., г. Москва; XXVIII межрегиональная специализированная выставка «Агропромышленный комплекс» 14-15 марта 2018г., г. Волгоград; 20-я Российская агропромышленная выставка «Золотая осень - 2018» 10-13 октября 2018 г., г. Москва; конкурс инновационных проектов «Лидер высоких технологий», 24 апреля 2018 г., г. Москва; Всемирный Изобретательский Форум «Global Invention Forum in Cyprus» 14-15 октября 2020 г., Кипр г. Лимассол; XXIV Московский международный салон изобретений и инновационных технологий Архимед 2021, 23-25 марта 2021 г., г. Москва; региональные выставки 2017-2022 г. и др.

Работа поддержана в конкурсах научных проектов: 1. РФФИ №13-08-00387 а. Исследование кинематических и динамических характеристик робота-манипулятора на основе пространственного механизма параллельной структуры. 2. РФФИ №16-48-340395 р_а. Исследования и разработка манипулятора параллельной структуры с управляемым захватным устройством для технологических операций сельскохозяйственного производства" 3. РФФИ 19-48-340013 р_ а Разработка методов аналитического синтеза алгоритмов управления манипуляторами параллельно-последовательной структуры. Руководитель: Воробьева Н.С.

Диссертационная работа выполнена в рамках программы научных исследований ФГБОУ ВО Волгоградского ГАУ в 2016-2020 г., утвержденной Ученым советом ВолГАУ от 27.06.2016 № 8 по комплексной теме: «2.3. Погрузочные манипуляторы сельскохозяйственного назначения и повышение их технического уровня в условиях импортозамещения»

Публикации результатов исследований.

По материалам диссертации опубликованы 84 печатные работы, в том числе: 17 работ в изданиях, рекомендованных ВАК Минобрнауки России; 12 работ в иностранных изданиях, индексируемых в наукометрических базах Web of Science и Scopus; 18 патентов РФ на изобретение и программ на ЭВМ; 1 монография; 36

работ по тематике диссертации опубликовано в других журналах, сборниках научных трудов, материалах конференций.

Структура и объём диссертационной работы.

Диссертационная работа состоит из введения, 6 глав, заключения, списка литературы, приложений. Работа изложена на 473 страницах компьютерного текста и включает 8 таблиц, 149 рисунков и 4 приложения. Список использованной литературы включает 415 источников, в том числе 136 иностранных публикаций.

Личный вклад соискателя состоит в разработке программы исследований, постановке цели и задач исследований, формулировании основных пунктов новизны, поэтапном решении поставленных задач, разработке, планировании экспериментов и участии на всех этапах их проведения, формулировки основных положений, выводов и рекомендаций.

Автор выражает искреннюю глубокую благодарность своему научному консультанту, доктору технических наук, доценту Несмиянову Ивану Алексеевичу и доктору физико-математических наук, профессору Жоге Виктору Викторовичу за ценные советы и помощь, оказанную при подготовке настоящей работы, а также сотрудникам кафедры «Механика» ФГБОУ ВО Волгоградского ГАУ за помощь и участие при проведении численных и физических экспериментов при подготовке материалов диссертации.

1. СОВРЕМЕННОЕ СОСТОЯНИЕ ВОПРОСА ПРИМЕНЕНИЯ МАНИПУЛЯЦИОННЫХ СИСТЕМ ДЛЯ АВТОМАТИЗАЦИИ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

В первой главе на основе анализа литературных источников освещены и рассмотрены научно-технологические аспекты развития теории и практики применения манипуляционных систем роботов различных конструктивных (кинематических) схем, в том числе модульное построение манипуляционных систем, применяемых для роботизации технологических процессов в областях народного хозяйства производственной сферы. Рассмотрены и проанализированы известные системы, способы и методы управления подобными роботами.

Основными показателями, которые определяют тип робота, являются: область применения, параметры, определяющие конструкцию (тип привода, грузоподъемность, количество манипуляторов, объем рабочей зоны), способ управления, быстродействие и точность движения [274]. Рассмотрены: 1. Конструктивные (кинематические) схемы манипуляционных механизмов; 2. Области применения манипуляционных роботов различных конструктивных схем; 3. Способы и методы управления.

Важным компонентом робота является манипулятор – устройство для выполнения двигательных функций, аналогичных функциям руки человека при перемещении объектов в пространстве, оснащённое рабочим органом [27, 55].

Современное определение гласит «Манипулятор (manipulator): Машина, механизм которой обычно состоит из последовательности сегментов, перемещающихся вращательно или поступательно друг относительно друга с целью захвата и/или перемещения объектов (деталей или инструментов) обычно по нескольким степеням свободы» [56]. Манипулятор может управляться оператором, программируемым электронным контроллером или любой логической системой (например, копирующим устройством, монтажной логикой).

Конструкция манипулятора в значительной степени определяет возможности робота при выполнении технологических операций [19], поэтому при

проектировании роботов важнейшей задачей является выбор основных типов кинематических схем (цепей) [11,238,274].

1.1 Преимущества и недостатки манипуляционных механизмов основных типов кинематических схем

1.1.1 Манипуляторы последовательной структуры

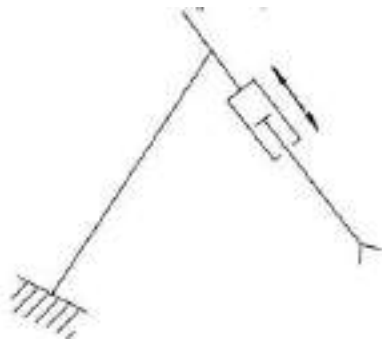
В настоящее время во многих производственных сферах, таких как машиностроение, приборостроение, легкая, текстильная промышленность, медицинская техника, сельское хозяйство, перерабатывающее производство и другие выполнение различных технологических операций становится невозможным без применения манипуляционных роботов, которые используются в качестве исполнительных органов машин и устройств. Самые простые по конфигурации конструкции являются манипуляторы последовательной структуры, представляющие собой разомкнутые кинематические цепи, в которых звенья располагаются друг за другом [264,265]. Эти манипуляторы применяются в тех случаях, когда объект манипулирования необходимо перемещать по пространственным траекториям на большие расстояния (порядка нескольких метров) и при этом не требуется высокая точность позиционирования.

Изучением манипуляторов последовательной структуры занимались ученые: Белянин П.Н. [225,16], Зенкевич С. Л., Ющенко А. С., [89,90], Кобринский А.А. [115], Коловский М.З. [117], Корендясев А.И., Попов Е. П. [137], Козырев Ю.Г. [116], Фролов К.В., Воробьев Е.И. [32], Жавнер В.Л., Крамской Э.И. [83], Мубарак П. [144], Данилов А.В. [65] и др.

В последовательном манипуляторе, привода устанавливают в основном на концах звеньев, в местах соединения, поэтому большинство промышленных роботов напоминают человеческую руку. Такие манипуляторы используются по отдельности или в составе робототехнических комплексов. Например, в текстильной и легкой промышленности технологические процессы являются

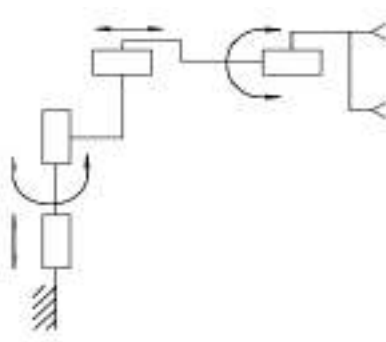
автоматизированными, при выполнении которых в основном применяются манипуляционные механизмы последовательной структуры с разным числом степеней свободы [8, 258]. Примером использования таких манипуляционных механизмов могут служить: комплекс для съёма и укладки чулочно-носочных изделий (рисунок 1.1, а) или в обувной промышленности – манипулятор поступательно-поворотный с четырьмя степенями свободы (рисунок 1.1, б) [258]. Звенья манипулятора, основание и рабочий орган представляют собой последовательную кинематическую цепь (рисунок 1.1).

Последовательные манипуляторы используют также в тяжелой промышленности, в машиностроении (рисунок 1.1, в), при грузопереработки продукции.



Робот для съема чулочно-носочных изделий с 1 степенью свободы

а)



Манипулятор с четырьмя степенями свободы, используемый в обувной промышленности

б)



Промышленный робот NACHI, ABB

в)

Рисунок 1.1 – Манипуляторы последовательной структуры

Одним из главных требований при эксплуатации роботов в промышленности является обеспечение точности выполнения механических операций. Точность снижается в манипуляторах последовательной структуры, состоящих из множества модулей подвижности, расположенных последовательно, один за другим, поэтому ошибка, возникающая в базовом звене, усиливается последующими механическими передачами. В свою очередь, при параллельном воздействии на

звено исполнительных механизмов, перемещающих модуль манипулятора, ошибки управления усредняются [129].

Таким образом, несмотря на основное достоинство манипуляторов последовательной структуры - большую зону обслуживания, они имеют ряд недостатков - низкие показатели динамической точности позиционирования рабочего органа вследствие низкой жесткости конструкции и большой массы. Поэтому на практике находят применение манипуляционные механизмы параллельной структуры.

1.1.2 Манипуляторы параллельной структуры

Механизмы параллельной структуры характеризуются тем признаком, что выходное звено (рабочий орган) связано с основанием манипулятора несколькими кинематическими цепями. Основными преимуществами таких механизмов являются получение высоких скоростей и ускорений при перемещении грузов с захватными устройствами, повышенная жесткость конструкции, а значит и высокая точность позиционирования. Кинематические цепи данных механизмов имеют одинаковые архитектуры, что упрощает изготовление звеньев, шарниров и узлов конструкции, при этом существенно снижается общая масса всей конструкции. В таких манипуляторах совмещаются функции исполнительного устройства и несущей металлоконструкции [43,359,346].

В 50-х –60-х годах XX века Гафом [320] была предложена и реализована идея по созданию механизма параллельной структурой повышенной жесткости, в дальнейшем эту работу продолжил Стюарт [384].

В результате в 1965 году была спроектирована платформа Стюарта, которая предназначалась для симуляции функционирования летательных аппаратов [384]. Механизм представлял собой подвижную платформу, которая посредством шести кинематических цепей соединена с основанием. Положение подвижной платформы в пространстве менялось за счет изменения длин одной или одновременно нескольких кинематических цепей (рисунок 1.2) [384].

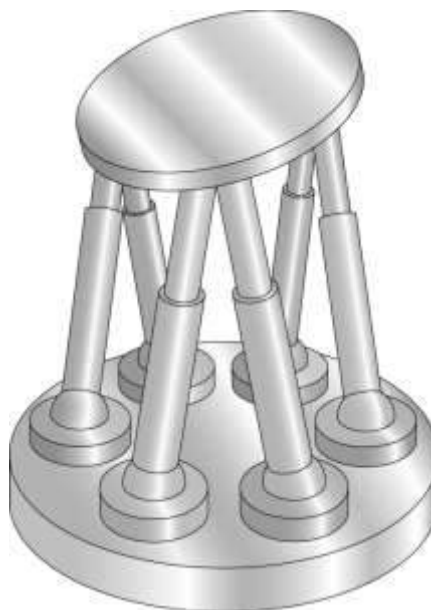


Рисунок 1.2 – Платформа Стюарта

Параллельные механизмы классифицируются по двух признакам –по числу степеней свободы и числу кинематических ветвей, что впервые предложено К. Хантом [255].

В Институте машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук (РАН) исследования механизмов параллельной структуры начаты в 1980-х годах профессором Колискором А. Ш. и продолжаются до сих пор. Он рассматривал схемы подобные платформе Гауфа, и разработал классификацию подобного рода устройств, которые назвал *l*-координатными схемами. Колискор А. Ш. предложил использовать их в качестве технологических, манипуляционных, обучающих, измерительных систем. Одной из проблем, с которой пришлось столкнуться, является решение прямой задачи о положениях. В данном случае необходимо решать систему нелинейных уравнений, которая не имеет аналитического решения. Колискор А.Ш. предложил технические решения данной проблемы [50,173].

В результате многолетних исследований в Институте машиноведения им. А.А. Благонравова РАН получены серьезные результаты: проведена наиболее полная классификация этих объектов, разработаны методы их анализа и синтеза,

исследованы динамические свойства подобных механизмов. Результаты нашли отражение в работах: Ганиева Р.Ф., Глазунова В.А., Крайнева А.Ф., Корендясева А.И., Рашояна Г.В., Саламандры Б.Л., Семенова Ю.А., Тывеса Л.И., Хейло С.В., и Брио С. (Briot S.), Аракелян В. (Arakelian, V.) и многих др. ученых [22,34,49,51,119,120,121,122,123,124,137,191,205,206,281,317].

Наибольшее применение имеют механизмы с меньшей степенью свободы, пятью, четырьмя, тремя. Причем зачастую для решения многих технических задач достаточно механизмов с тремя степенями свободы. На основе механизмов параллельной структуры создано много разработок, потому что они обладают относительно простой конструкцией, но при этом характеризуются разнообразностью выполняемых технологических операций.

В связи с вышесказанным, стоит выделить исследования авторов: Клавеля Р., (Clavel R.) [370,398], Ханга К. [255], Цая Л. (Tsai L.-W) [393], Саркисяна Ю.Л. и Парикяна Т.Ф. [223,224], Ларюшкина П.А. [130], Глазунова В.А. с соавторами, Хейло С.В. [104,257,259,260,261,262,317], Паренти-Кастелли В. (Parenti-Castelli V.) и Carricato M. [288], Чеккарелли М. (Ceccarelli M.) [289,290], Венгера Ф. (Wenger P.) и Шабла Д. (Chablat D.) [291,406], Гослена К. (Gosselin C.), Конга К. (Kong X.), Фуколта С. (Foucault S.), [280], а также Гослена К. (C. Gosselin) с другими соавторами [318,319], Хара А. (Hara A.), Сугимото К. (Sugimoto K.) [324], Худа С. (Huda S.) [329], Кору М. (Karouia M.) с соавторами [338], Мендоза-Васкеза Д. (Mendoza-Vázquez J.R.) [358], Мустафы М. (M. Mustafa) [365], Шаопин Б. (B. Shaoping) [381], Стампера Р. (R.E. Stamper) [383], Стана С. (S. Stan) с соавторами [372], И-Минг Чена (C. I-Ming) с соавторами [66], Хуанг Зао (H. Zhen.) [415].

Одним из самых известных механизмов, обладающих свойством сохранения постоянной ориентации рабочего органа, является робот Delta (рисунки 1.3, 1.4), конструкция которого предложена Р. Клавелем [252, 258]. Механизм манипулятора состоит из трех кинематических цепей, каждая из которых содержит вращательный привод и шарнирный параллелограмм [252], а также дополнительную телескопическую штангу, передающую независимое вращение на исполнительный орган [296,371].



а)



б)

Рисунок 1.3 – Дельта-роботы компаний: а) ABB IRB Flex Picker; б) Adept

Механизмы по схеме Delta находят применение в различных устройствах производства и выполняют функции погрузки, сортировки, упаковки. При этом обеспечивают высокую скорость исполнения (до 200 циклов в минуту) и точностью позиционирования. Примером таких механизмов являются производители компаний (ABB IRB Flex Picker, Omron Adept Hornet s650H, Adept Quattro s650H) (рисунок 1.3).

Удачные конструктивные решения имеют дельта роботы компании FANUC (Япония) (рисунок 1.4), которые применяются в различных отраслях: в фармацевтике, электронике и пищевой промышленности. Они обладают возможностью осуществлять сборку и обработку мелких деталей, максимально гибко и быстро выполнять работу. Манипуляторы типа Pack-Placer, Line-Placer, Top-Placer, и Presto (Швейцария) широко применяются для автоматической сортировки объектов. В медицине в хирургических микроскопах используются (DeeMed Electa Surgiscope), в компьютерных играх в контроллерах используются (Novint Falcon). Дельта роботы-манипуляторы имеют конструкцию, состоящую из механизмов в виде шарнирного параллелограмма. Благодаря такому исполнению

они имеют большую рабочую зону, что идеально подходит для автоматизации сложных задач, которые не могут выполнять роботы с последовательным подключением или роботами SCARA.

Вариант схемы, где в качестве исполнительных звеньев переменной длины используются линейные приводы, является пример металлообрабатывающего станка (Index V100). Больше всего эта схема реализуется в аддитивных технологиях – 3D принтерах, в том числе в российских (рисунок 1.5). [86].



Рисунок 1.4 – Дельта робот-манипулятор компании Fanuc



Рисунок 1.5 – Дельта 3D-принтер

Среди множества исполнений по конструктивной конфигурации параллельных манипуляторов можно выделить манипуляторы-триподы. Это трехосевые механизмы, которые составляют треугольную пирамиду. Линейные перемещения исполнительных звеньев обеспечивают движение рабочего органа в пространстве (Рисунок 1.6). Манипуляторы-триподы по сравнению с гексаподами имеют ряд преимуществ: при одной и той же жесткости конструкции они обладают меньшей материалоемкостью и энергопотреблением. В этих механизмах зона обслуживания зависит от изменения длины каждого стержня исполнительного звена.



Рисунок 1.6 – Робот манипулятор-трипод

Манипуляторы-триподы применяются не только в производственных областях, но и в транспортных системах, шагающих машинах (рисунок 1.7), 3D принтерах (рисунок 1.8), в медицине (рисунок 1.9). Широкое применение данных механизмов обусловлено, прежде всего, высокой точностью позиционирования.



Рисунок 1.7 –
Роботизированная система
«Walking Robot»



Рисунок 1.8 – 3D принтер



Рисунок 1.9 –
Манипулятор-трипод
в медицине

В России исследованиями механизмов, кинематические схемы которых спроектированы на основе трипода, занимались Герасун В.М., Пындак В.И., Жога В.В., Рогачев А.Ф., Несмиянов И.А., Павловский В.Е., Дяшкин-Титов В.В. [46,103,136,154,162,163,165,200,201,203] и др. Среди них есть разработки, посвященные погрузочным манипуляторам, в том числе таким, которые используются в сельском хозяйстве.

Задачами структурного синтеза механизмов с четырьмя степенями подвижности занимались Глазунов В.А., Ширинкин М.А. и др. [272].

Одним из примеров использования пространственных структур в виде пирамид относится разработка навесной системы трактора, запатентованная в США (рисунок 1.10).

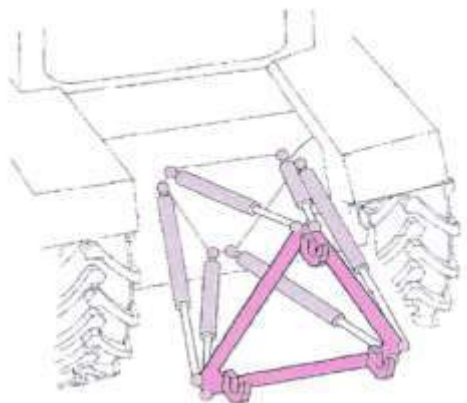


Рисунок 1.10 – Навесная система трактора с механизмом параллельной структуры в виде платформы Стюарта

Анализ литературных источников по вопросам структурного синтеза свидетельствует, что манипуляторы параллельной структуры обладают рядом достоинств, которые перечислены ранее. К недостаткам манипуляторов параллельной структуры относятся ограниченность зоны обслуживания, относительно небольшая маневренность и манипулятивность, отсутствие общих методов построения оптимальных алгоритмов управления и сложность систем управления перемещением исполнительного оборудования. Также в параллельном манипуляторе двигатели должны работать без ошибок, а иначе может произойти заклинивание или даже поломка манипулятора [82,108,150,168,263,317,360].

Известны конструкции роботов, в которых применяются манипуляционные механизмы новых классов, представляющие собой альтернативу упомянутым манипуляционным устройствам. В первом случае манипуляционный механизм характеризуется параллельно-перекрестной структурой - кинематические цепи расположены по принципам параллельной структуры, связаны между собой перекрестными цепями, содержащими приводы, при этом такая компоновка

уменьшает габариты основания, а также увеличивает жесткость конструкции; во втором случае имеет место параллельно-переменная структура манипуляционного механизма робота, при этой схеме удастся избежать особых положений и увеличить объем рабочего пространства за счет изменения расположения приводной кинематической пары [160].

В связи с вышесказанным, возникает необходимость разработки манипуляторов параллельно – последовательной структуры, в иностранной литературе их часто называют гибридными манипуляторами (hybrid manipulators) [414], которые объединяли бы преимущества обеих структурных схем манипуляционных механизмов [352, 363]. Такая необходимость может возникнуть в тех случаях, когда механизм последовательной структуры не обеспечивает требуемых показателей по точности и нагрузочной способности, а механизмы параллельной структуры не обеспечивают нужных показателей по размерам рабочей зоны [252]. Следовательно, актуальными являются исследования и разработка методов синтеза исполнительных цилиндров и оптимизация параметров манипуляционных робототехнических систем параллельно–последовательной структуры.

1.1.3 Манипуляторы параллельно–последовательной (гибридной) структуры

Манипуляционные робототехнические системы гибридной структуры в последнее время применяются в различных отраслях народного хозяйства, что делает актуальными научные исследования в данной области, поэтому рассматриваются различные кинематические схемы таких манипуляторов.

В одной из последних работ ИМАШ РАН Филиппова Г.С. [252] представлена классификация и структурные схемы манипуляционных механизмов параллельно-последовательной структуры, составной частью которых является частичный механизм с тремя степенями подвижности $W=3$ в виде трипода, некоторые такие механизмы представлены на рисунке 1.11. На рисунке большими буквами ПВВ, ВПВ, ПВВ обозначена часть кинематической цепи, механизмы которой

обеспечивают одно поступательное движение и два вращения, т.е. такое движение, когда выходное звено этих частичных механизмов перемещается вдоль одной оси, а вокруг двух осей, перпендикулярных первой, совершает вращательные движения [252]. Последовательно расположенные кинематические пары обозначены маленькими буквами.

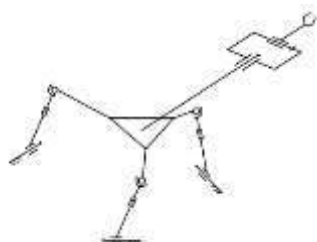


Схема ПВВвв

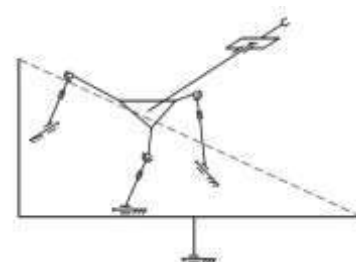


Схема вПВВв

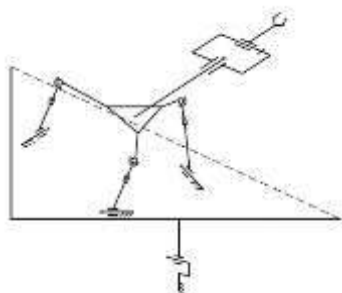


Схема вВПВв

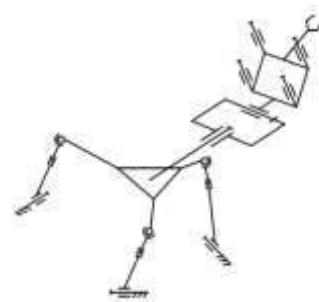


Схема ПВВвп

Рисунок 1.11 – Структурные схемы манипуляционных механизмов параллельно-последовательной структуры, составной частью которых является частичный механизм с $W=3$ в виде трипода

Манипуляционные механизмы, разработанные в Волгоградском ГАУ учеными Герасуном В.М., Пындаком В.И., Рогачевым А.Ф., Несмияновым И.А. и другими авторами, по сравнению с традиционными погрузочными манипуляторами параллельной структуры, имеют отличительную особенность, а именно - дополнительную степень подвижности рабочего органа или его основания, что позволяет увеличить количество степеней подвижности, как минимум на единицу. Причем стоит отметить, что подобные схемы являются примером применения механизмов параллельной структуры в разомкнутых кинематических цепях манипуляторов.

На рисунке 1.12 представлены манипуляторы параллельно-последовательной структуры, разработкой и исследованиями которых занимались учёные Волгоградского ГАУ: прицепной манипулятор (рисунок 1.12 а), навесной погрузочный манипулятор (НПМ-08) (рисунок 1.12 б), навесной погрузочный манипулятор (НПМ-0,63) (рисунок 1.12 в) и навесной погрузочный манипулятор (НПМ-3(5)) (рисунок 1.12 г) [156].

Предложена конструкция манипулятора-трипода с подвижным основанием, имеющего четыре степени подвижности $W=4$. Конструкция состоит из двух механизмов неполнопараллельной структуры, соединенных последовательно. Данная конструкция позволяет расширить рабочую зону выходного звена в вертикальной плоскости (рисунок 1.13 б) [156].

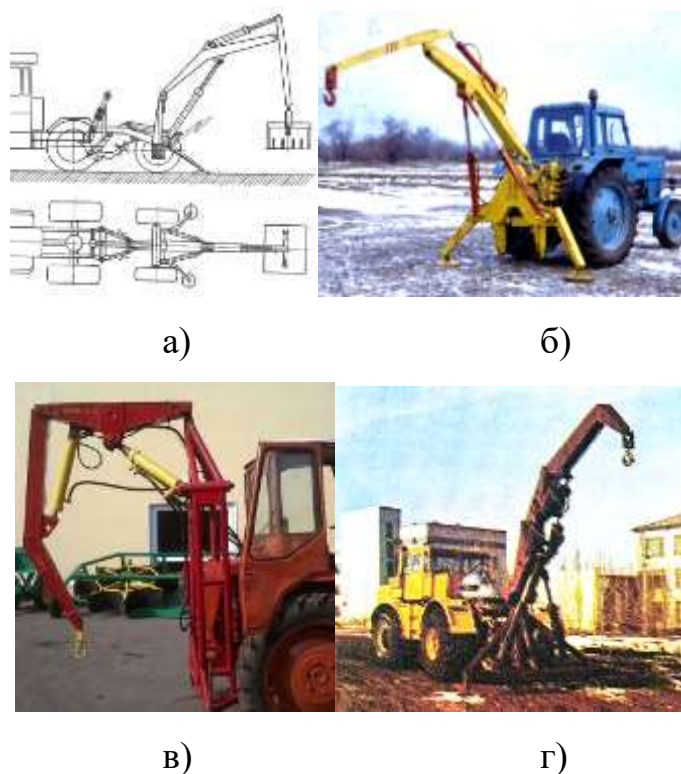


Рисунок 1.12 – Погрузочные манипуляторы параллельно-последовательной структуры со степенью подвижности $W=3$: а) прицепной манипулятор; б) манипулятор НПМ-0,8, агрегируемый с тракторами МТЗ-80(82); в) манипулятор НПМ-0,63 устанавливается на самоходное шасси Т-16, ВТЗ-30СШ ; г) манипулятор НПМ-3(5), агрегируемый с тракторами К-700, К-701, К-744.

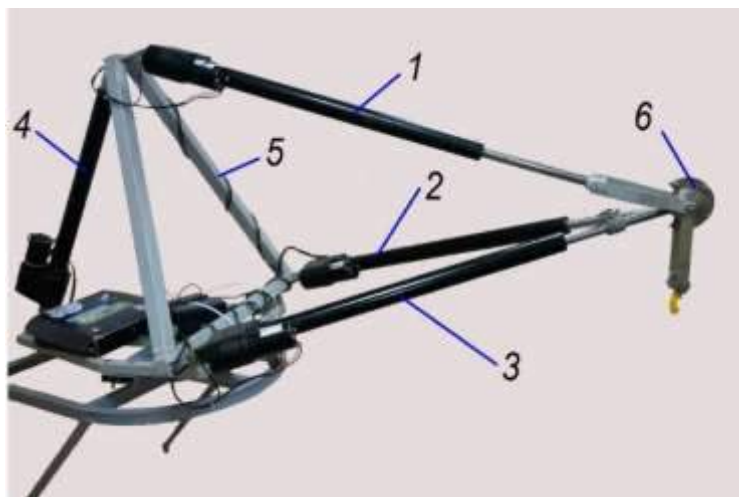


Рисунок 1.13 – Манипулятор-трипод параллельно-последовательной структуры с четырьмя управляемыми поступательными звеньями

В последние годы опубликованы новые работы, в которых рассматривается разработка и хорошие перспективы применения современных механизмов параллельно-последовательной структуры в различных областях [29,161,206,241,251,253,313,316,332]. В этих трудах рассматриваются механизмы, которые стали популярны из-за широких возможностей применения в робототехнических системах для технологических и транспортных процессов в различных отраслях промышленности, а также космической и медицинской робототехнике. Проведены исследования кинематики, решены задачи о положениях и скоростях и частично исследованы вопросы динамики и управления такими системами.

Исходя из предложенного обзора, можно сделать вывод о том, что механизмы параллельной и параллельно-последовательной структуры обладают большим многообразием, существует большое количество схем с различным числом степеней свободы [252], изменяя набор этих схем, можно получать различные конфигурации манипуляционных роботов, наиболее точно отвечающим требованиям конкретного технологического процесса. В связи с этим перспективными видятся исследования различных схем манипуляционных механизмов в направлении использования модульных схем.

Термин «модульная робототехника» относится к семейству роботизированных систем, состоящих из взаимосвязанных более мелких блоков, называемых «модулями». Модуль может быть определен как часть или набор частей, которые повторяются в конструкции любого вида, чтобы сделать ее более простой, регулярной и экономичной.

Из-за этой способности превращаться в разные структуры модульные роботы называются реконфигурируемыми или самореконфигурируемыми в зависимости от уровня автономности, связанного с этим процессом. Согласно ГОСТ [56] реконфигурируемый (multipurpose): приспособляемый для другого применения за счет конструктивного изменения.

Возможность реконфигурировать морфологию, изменяя связность их частей, позволяет модульным роботам адаптироваться к изменениям в окружающей среде, которое влечет за собой выполнение различных технологических процессов в отраслях народного хозяйства [151,283,293,300,347,367,376,411,413].

1.2 Методы управления манипуляционными роботами

1.2.1 Алгоритмы управления

Теоретические основы управления манипуляционными роботами. Различными аспектами управления манипуляционными роботами занимался широкий круг российских и отечественных исследователей. В работах Игнатьева М.Б. Кулакова Ф.М. Покровского А.М. [97], Вукабрововича М. [40], Тимофеева А.В. [244], Фролова К.В., Воробьева Е.И. [141] изложены вопросы кинематики, динамики управления манипуляционными роботами последовательной структуры. Системы управления и алгоритмы управления роботов рассмотрены в работах Кулешова В.С., Лапоты Н.А. [128], Медведева В.С., Ющенко А.С., Зенкевича С.Л. [89,90,278], Юревича А.С. [276] и др.

Способам кинематического управления посвящен раздел трудов Зенкевича С.Л., Ющенко А. С. [89,90], дополнительная информация по вопросам

сплайн-интерполяции рассмотрено Стечкиным С. Б. и Субботиным Ю. Н. [237]. Методы планирования траектории движения манипуляционных роботов описаны в монографии Попова Е. П., Верещагина А. Ф. и Зенкевича С. Л. [187], в том числе описывается способ с использованием метода динамического программирования [89,90].

Автор Холлербах Д. (Hollerbach J.) рассмотрел задачу планирования траектории при условии ограничений кинематических и ограничений на моменты [328]. В работе [355] рассмотрен метод управления по ускорению.

Одной из главных проблем робототехники является определение и решение уравнений динамики роботов-манипуляторов, которые возможно проинтегрировать за наименьшее время при помощи компьютера [15], что позволит в режиме real-time моделировать динамику манипулятора и синтезировать эффективные алгоритмы управления с учетом динамики робота [254,402].

При динамическом анализе роботов рассматривают два типа задач: динамический анализ движения и силовой анализ [39]. При динамическом анализе, задавая внешние силы и моменты приводов, рассчитывают ускорения и силы реакций, затем интегрированием найденного ускорения находят скорости и ускорения. При динамическом силовом анализе задают нужные законы перемещения робота, после чего определяют программные усилия, которые обеспечат это движение.

Известно, что при выводе уравнений динамики манипуляционных роботов используются различные законы и формулировки общих уравнений динамики систем. Среди них можно выделить методы математического описания движения, которые построены на классических принципах и уравнениях механики: Ньютона–Эйлера [254]. Д’Аламбера, Лагранжа – Эйлера [409,298], Аппеля, Гаусса [141], Кейна.

Ряд работ Медведева В. С., Лескова А.Г., Ющенко А.С. имеют анализ статики манипуляторов [139], где составление уравнений изложено с использованием аппарата блочных матриц, который позволяет получить уравнения динамики в

краткой форме. На практике решение аналогичных задач осуществляют рекуррентным способом. Шахинпур М. в [270] получает уравнения кинетостатики с помощью итеративной процедуры, которые называются уравнениями динамики Ньютона — Эйлера [89,90]. Алгоритм составления таких уравнений исследован авторами Фу К., Гонсалесом Р. и Ли К. [254] и Зенкевича С.Л., Ющенко А. С. [89,90,131].

Из всех методов, в которых используются уравнения Ньютона-Эйлера, позволяющих решать основные задачи динамики, можно выделить еще давние работы Вукобратовича (Vukobratovic M.) и Степаненко (Stepanenko Y.) [401], Орина (Orin D.E.) Уолкера (Walker M.W.) [358], Армстронга (Armstrong W.W.) [282], Ван (Wang L.T.) Равани (Ravani B.) [405]. Все авторы в своих работах применяли рекурсивные преобразования. Но в работе [401] для коэффициентов динамичности были получены не рекурсивные уравнения. Эти уравнения вполне пригодны для выполнения анализа динамики. Алгоритм, предложенный в работе Балафотисом (Balafoutis C.) [284], позволяет за минимальное количество действий решить обратную задачу динамики.

Вывести подходящие для исследования уравнения движения можно при помощи метода Лагранжа-Эйлера. Впервые эти уравнения были представлены в работе Джона Уикера (Uicker J.J.) [396] и их последующее развитие было направлено на повышение эффективности их применения. Пол Р. при исследовании динамики роботов-манипуляторов опирался на уравнения динамики системы твердых тел в форме Лагранжа [186], при этом в работе [139] продемонстрировано, что такой подход имеет место при описании манипуляторов с дополнительными кинематическими связями при условии голономных связей.

Итеративный подход при организации численных процедур формирования уравнений динамики Лагранжа (метод Лагранжа — Эйлера) и их решение рассмотрено в [254] и [270]. При этом в [254] для манипуляционного механизма получены обобщенные уравнения Даламбера (уравнения Даламбера в форме Лагранжа), подробно метод Лагранжа описан в серии Воробьева Е.И., Фролова К.В. и др. [141].

Методы управления перемещением роботов и движением их рабочих органов (РО) в форме Лагранжа отражены в работах: Кан (Kahn M.E.) [337], _Вукобратович_ (Vukobratovic M.) [400], Махил (Mahil S.) [357], Рено (Renaud N.) [375], Томас (Thomas M.) и Тесар (Tesar D.) [392]. Предложенные авторами методы дают возможность решения прямой и обратной задачи динамики. Они также удобны при алгоритмической реализации, но имеют общий недостаток, связанный с низкой вычислительной эффективностью. Уотерс (Waters) и Холлербах (Hollerbach J.) в своих работах применили рекурсивные изменения для вывода уравнений динамики, в работе [327] авторы описывают методику, позволяющую значительно снизить количество операций за счет применения матрицы поворотов 3×3 . Однако эти методы не годятся для моделирования, так как позволяют решать только обратную задачу динамики. Формульные зависимости Родриго (Rodrigo) и рекурсивные преобразования в своих работах использовали Вукобратович (Vukobratovic M.) и Потконяк (Potkonjak V.) [400]. Они предложили метод, позволяющий решать и прямую задачу динамики, но и этот метод показал низкую вычислительную эффективность. Рено (Renaud N.) и Ли (Li C.G.) в своих работах [349, 375] использовали рекурсивные соотношения, что позволило сократить количество операций.

Метод, основанный на принципе наименьшего принуждения Гаусса, был получен Верещагиным А.Ф. [187]. На основе этого эффективного в вычислительном отношении подхода был разработан пакет программ, позволяющих автоматически составлять уравнения движения манипуляционных роботов и исследовать их [193].

Уравнения движения с использованием алгоритма Аппеля получены в работе Поповым Е.П. [187]. Эти уравнения позволяют решать прямую и обратную задачи динамики. Уравнения, которые выведены Кейном результативны, при выводе обобщенных сил манипуляционных роботов с закрытыми цепями [330, 356]. При описании динамики манипуляторов, иногда используются агрегативные модели, что в своих работах отметил Коноплев В.А. [118]. Предложенный им метод удобен в случае обращения к символьным преобразованиям.

Погореловым Д.Ю. [185] разработан ряд программ, основанных на методе моделирования, с помощью которых осуществляются исследования динамики механических систем и манипуляционных роботов. Так же Балабан И.Ю. с соавторами [13] предложил язык программирования для описания движения сложных механических систем.

Основными современными методами моделирования динамики манипуляционных роботов являются подходы, основанные на применении: - пространственных операторов, которые основаны на подходе функционального пространства к теории оценивания, разработанном в течение десятилетий, последовавших за введением фильтра Калмана [335,378]; - методов нечеткой логики [310]; - нейронных сетей [366,336]; - групп Ли [369,325]. Фезерстоуном (Featherstone R.) и Орином (Orin D.) проведен подробный анализ наиболее значимых достижений в исследованиях по моделированию динамики роботов с 1960 по 2000 гг., который представлен в работе [311].

В настоящее время применяется методы моделирования динамики сложных электромеханических систем с помощью автоматического формирования законов движения и численных методов их решения [285, 185]. При выводе уравнений математических моделей сложных электромеханических систем используют специализированные программы, позволяющие построить генератор программного движения [143]. В работах Охоцимского Д.Е., Вукобратовича М., Формальского А.М., Белецкого В.В., Голубева Ю.Ф., Ющенко Ю. и др. изложена научная база по рассматриваемой тематике [14,39,169,279].

Современные исследования проблем управления манипуляционными роботами. При постоянно растущей сложности устройства манипуляционных роботов появляются новые проблемы в плане реализации системы управления движением. Главными показателями качества манипуляционных роботов являются: скорость движения, проходимость, маневренность, энергоэффективность и др. [236].

Маневренность манипулятора обусловлена его степенью подвижности W . Соответственно, увеличивая степень подвижности манипулятора, можно

минимизировать перемещения шасси, тем самым уменьшить энергопотребление, но вместе с тем будет усложняться система управления им. От степени подвижности и количества внутренних входов зависит максимально возможное количество одновременных управляющих воздействий. [11,119,138,177,323].

Удобство и простота управления звеньями манипулятора в большей мере зависит от выбранной системы управления, поэтому особое внимание следует уделить выбору системы управления и оптимальным алгоритмам управления. Методы оптимизации программных движений манипуляторов приводятся в работе Lee S.H., Kim J., Park F.C., Kim M., Bobrow J.E. [386]; системы технического зрения и методы идентификации объектов рассматриваются авторами Kwon J., Lee K.M., Park F.C. [348], Пряничниковым В.Е. [78].

Как уже упоминалось выше, при создании робототехнических систем, в зависимости от технических требований и характеристик исполнительных приводов, применяют кинематические, статические и динамические алгоритмы синтеза систем управления. Ряд публикаций посвящены исследованиям систем управления манипуляционными роботами [297,304,326,334,340,362].

Главными задачами управления являются задачи позиционирования и отслеживания программных траекторий с возможностью коррекции. Например, Пшихопов В.Х., Медведев М.Ю. рассматривают кинематические алгоритмы терминального управления подвижными объектами [197,199,397]. Предлагается трехэтапная процедура решения задачи терминального управления подвижным объектом при его движении в заданную точку: на первом этапе строится программная траектория, учитывающая заданное конечное время движения; на втором этапе методом позиционно-траекторного управления осуществляется синтез обратной связи, обеспечивающей стабилизацию подвижного объекта относительно вычисленной программной траектории; на третьем этапе проводится коррекция программной траектории в зависимости от текущего положения подвижного объекта. [197].

В работе Паршина Д.Я., Огороднего Д.Н. [171] при планировании траекторий движения в качестве основы формирования траектории используется

двухуровневая интерполяция. На первом уровне определяется временной закон изменения пути, а на втором уровне выполняется аппроксимация обобщённых координат кубическими сплайнами. Для оптимизации относительных скоростей в опорных точках на основе временных законов пути $S_i(t)$ скоростей $V_i(t)$ строятся сплайны обобщённых координат $q_i(S)$. И уже после этого решается задача нахождения управляющих сил $F_s(t)$ при движении по планируемой траектории.

Как известно, для лучшего отслеживания траекторий движений исполнительных звеньев робота необходимо учитывать динамику его элементов. Исследование динамических процессов в приводах исполнительных звеньев кинематической цепи, во-первых, дает возможность определить динамические нагрузки, которые появляются в звеньях при их движении [30], во-вторых, усилия в приводах, которые необходимы при реализации заданных программных движений робота-манипулятора, что позволяет выбирать параметры приводы и на основании этого выполнять дальнейшие расчёты для конструирования системы управления. Ввиду того, что манипулятор является сложным пространственным механизмом, модель динамики движений представляет собой систему нелинейных дифференциальных уравнений [15,30,31,44,45,96,254,298,299,308], которые необходимо решить с необходимой точностью и быстродействием.

В работе Хапкиной И.К. [256] разбирается задача синтеза алгоритма управления многозвенным манипулятором, сформированным на основе уравнений динамики с гарантированным быстродействием.

В работе авторов Добриборщ Д., Колубина С.А. [79] приводятся результаты создания и экспериментального тестирования манипуляционного робота с параллельной кинематикой, который предназначен для решения задач динамического манипулирования. По результатам этого исследования разработана робототехническая платформа Стюарта с двумя степенями подвижности, оснащенная системой технического зрения, а также представлена математическая модель системы и апробированы два алгоритма адаптивного управления по выходу.

В работах Казакова А.В. [106] сформулирован критерий динамической манипулятивности для механизмов параллельной структуры и приводится расчет динамической манипулятивности для манипулятора робота-станка со встроенными дополнительными приводами в сочленениях механизма. Сформированный критерий характеризует способность механизма разгоняться из неподвижного состояния при крайних конфигурациях циклического перемещения.

Авторами Гайдук А.Р., Капустяном С.Г., Плаксиенко Е.А. и Колоколовой И.В. предложен метод синтеза мультиагентного управления механизмами параллельной структуры, в котором законы и алгоритмы управления основаны на декомпозирующем подходе и методе аналитического синтеза систем с управлением по выходу и внешним воздействиям [145]. В монографии Гайдук А.Р. [42] аналитическими методами решена комплексная проблема систем автоматического управления; получены дифференциальные уравнения, которые связывают параметры объекта, и замкнутую систему управления с обратной связью, а также предложены методы анализа комплекса систем управления нелинейными объектами.

На последних конференциях и других научных мероприятиях по вопросам механики и управления роботами рассматривались различные актуальные вопросы и проблемы, касающиеся манипуляционных роботов, используемых для различных технологических процессов.

На последних симпозиумах по проектированию, динамике и управлению роботами ROMANSY рассматривались вопросы кинематики, конструкции механизмов, экспериментальных исследований механики роботов, динамика многомассовых систем и управления манипуляторами. Например, большой интерес представляет работа Jan Brinker and Burkhard Corves [286], в которой исследуются кинематика, динамика и энергозатраты на перемещение шести различных схем механизмов. Множество работ посвящено исследованиям проблем управления устройствами параллельно-последовательной и параллельной структуры: исследованиям динамики манипуляторов, расчету управляющих сил и

моментов, анализу рабочего пространства и учета жесткости соединений, влияющих на точность позиционирования [287,306,315,345,351,379,385,408].

Перечень вопросов, рассматриваемых на последних мульти и международных конференциях, съездах и других научных мероприятиях по электромеханике и робототехнике, проблемам управления роботами, искусственному интеллекту [4, 66, 67, 71, 86, 194, 210, 232, 233, 245, 269] свидетельствует о том, что теория моделирования, планирования траекторий и синтеза систем управления движением манипуляционными системами роботов параллельно-последовательной структуры еще окончательно не сформирована.

Как уже упоминалось ранее, к главным задачам при решении проблем управления относится создание методов синтеза алгоритмов задающих воздействий для приводных двигателей исполнительных звеньев, обеспечивающих позиционирование объекта манипулирования и реализацию требуемых траекторий по определенным законам движения рабочего органа в трехмерном пространстве [142,256,414].

Решения этих задач часто проводят, используя приближенные динамические модели систем, на основе которых синтезируют алгоритмы перемещения звеньев манипулятора и позиционирование рабочего органа. При малом быстродействии (при линейных скоростях по отдельным степеням подвижности до 0,5 м/с) используют кинематические модели, при среднем (при линейных скоростях свыше 0,5 до 1 м/с) рассматривают линеаризованные модели динамики манипуляционной системы, которые способствуют синтезу алгоритмов управления, с использованием хорошо изученных методов теории управления линейными системами [256,292,294,331,393]. Тем не менее адекватность приближенных моделей имеет место лишь в ограниченной области рабочей зоны манипулятора. Поэтому управляющие сигналы, полученные в результате использования приближенных моделей, описывают реальные процессы системы с большими ошибками [339]. Привода манипулятора в момент трогания должны обеспечить значительные ускорения захвата в заданной точке рабочей зоны. В этом случае синтез программных перемещений исполнительных приводов невозможно

проводить с помощью упрощенных моделей динамики манипулятор, так как не будут получены достоверные значения управляющих усилий. Численные методы расчета [407, 350] не позволяют проводить параметрическую и геометрическую оптимизацию конструкции манипулятора, а также синтез программных перемещений исполнительных приводов манипулятора последовательно-параллельной структуры, обеспечивающих реализацию требуемых траекторий рабочего органа манипулятора с необходимой точностью.

Исходя из всего вышесказанного, можно сделать вывод, что выбор необходимой динамической модели манипуляционной системы, адекватно описывающей режимы работы, зависит от конструкции звеньев манипулятора и задач динамики, требующих решения.

При проектировании манипуляционных систем требуют решения следующие задачи [331, 292]: – вычисление усилий, необходимых для воспроизведения требуемого перемещения захвата, что позволит подобрать привод с нужными характеристиками; – проведение прочностных расчетов, т.е. определение динамических нагрузок в конструктивных звеньях манипулятора; – динамический синтез законов перемещений исполнительных звеньев манипулятора; – определение динамических ошибок при выполнении программных движений. Эти задачи решаются с помощью интегрирования дифференциальных уравнений движения манипулятора.

1.2.2 Классификация систем управления

Анализ литературных источников различных авторов показывает, что системы управления роботами классифицируют по следующим признакам: показателям качества управления, по составу и типу входящих устройств, виду траектории движения и т.п. Однако имеются общие признаки, которые в целом характеризуют процесс управления роботом [111,147].

Главной задачей управления роботом, в основе которого лежит манипуляционный механизм является определение управляющих сигналов на его

исполнительные приводы, которые обеспечивают перемещение РО из исходного положения в заданное по необходимой траектории, при этом отклонения положения или траектории РО от заданных параметров должны находиться в пределах допуска.

Классификацию способов управления осуществляют по следующим характерным признакам [274] (рисунок 1.14):

1. по степени участия человека в процессе различают: автоматическое, автоматизированное и ручное управление;
2. по форме алгоритма автоматического управления рассматривают системы: программного, адаптивного и интеллектуального управления;
3. по виду (типу) движения различают: непрерывные (контурные) системы управления, дискретные позиционные (шагами «от точки к точке») и дискретные цикловые (с одним шагом по каждой координате) системы;
4. по виду управляемых переменных различают: управление положением (позиционное), скоростью и силой (моментом).

Вопросы автоматического управления робототехническими устройствами рассмотрены в следующих работах отечественных и зарубежных ученых [39,77,78,81,84,95,135,257]. Изучением, созданием и разработкой программных систем управления занимались Кобринский А.Е., Коловский М.З., Корендясев А.И., Крутько П.Д. и др. [46,115,119,125,127]. Разработанные ими системы программного управления манипуляторами основаны на реализации базы данных программных движений выходного звена.



Рисунок 1.14 – Классификация систем управления и обзор ученых

К программным системам управления предъявляют следующие требования: система должна быть заранее определенной: параметры и условия работы должны быть постоянны; все объекты и предметы, с которыми робот осуществляет взаимодействие, должны находиться в установленных местах и иметь необходимую ориентацию [276]. Работа системы управления возможна только в том случае, когда известна начальная информация, т.е. когда присутствует предсказуемая неопределенность. Такая система строится по иерархическому принципу.

Схема иерархической системы управления сложным динамическим объектом представлена на рисунке 1.15. Данная система позволяет осуществлять работу в условиях предсказуемой неопределенности.

Стратегический уровень управления отвечает за построение траектории и определение динамических характеристик перемещения по данной траектории. Определение программных обобщенных координат осуществляется на тактическом уровне управления за счет решения обратной задачи кинематики. Решая обратную задачу динамики, связывающую модель управления, структуру и характеристики объекта управления в зависимости от траектории движения, находятся показатели и структура регулятора. Он имеет возможность изменяться в процессе выполнения заданных функций и реализуется на исполнительном уровне.

По результатам решения прямой задачи кинематики происходит коррекция программной траектории в зависимости от реальной. Так как в каждом исполнительном звене осуществляется контроль только за собственными обобщенными координатами, то в представленном методе учет изменения динамических свойств объекта управления приводит к рассмотрению приводов по отдельности [268].



Рисунок 1.15 – Схема иерархической системы, осуществляющей управление сложным динамическим объектом

Нелинейную динамику объекта манипулирования рационально использовать при решении сложных манипуляционных задач. Для сложных манипуляционных систем динамику управляемых движений трудно математически описать. Поэтому иногда невозможно применить методы, основанные на решении обратной задачи динамики. Благодаря использованию ПИД-контроллеров появляется возможность учитывать особенности динамики подобных систем. Также одной из проблем является обеспечение устойчивости систем из-за действия заранее неизвестных внешних факторов [84,267].

Для решения поставленных целей и задач проводятся современные разработки мобильных робототехнических средств, способных работать автономно. Такие робототехнические средства должны уметь работать в заранее неизвестных и изменяющихся условиях окружающей среды за счет обработки информации от большого числа датчиков. Использование классических математических методов к таким системам становится невозможным. Поэтому при

разработке таких систем управления должны использоваться интеллектуальные алгоритмы [204,321].

Управление перемещениями манипуляционными роботами и движением рабочих органов при адаптивных способах управления рассматривалась авторами: Макаровым И.М., Подураевым Ю.В., Филаретовым В.Ф., Юревичем Е.И., Ющенко А.С., Тимофеевым А.В., Тэрано Т., Яцуном С.Ф. и др. [3,39,84,100,166,195,235,242,278,312,333,389]

Одной из главных особенностей интеллектуальной системы (ИС) (рисунок 1.16) является подключение системы механизмов хранения и обработки знаний, которые способны осуществить заданные действия в частично или полностью неопределенных условиях при произвольном (случайном) характере внешних возмущений.

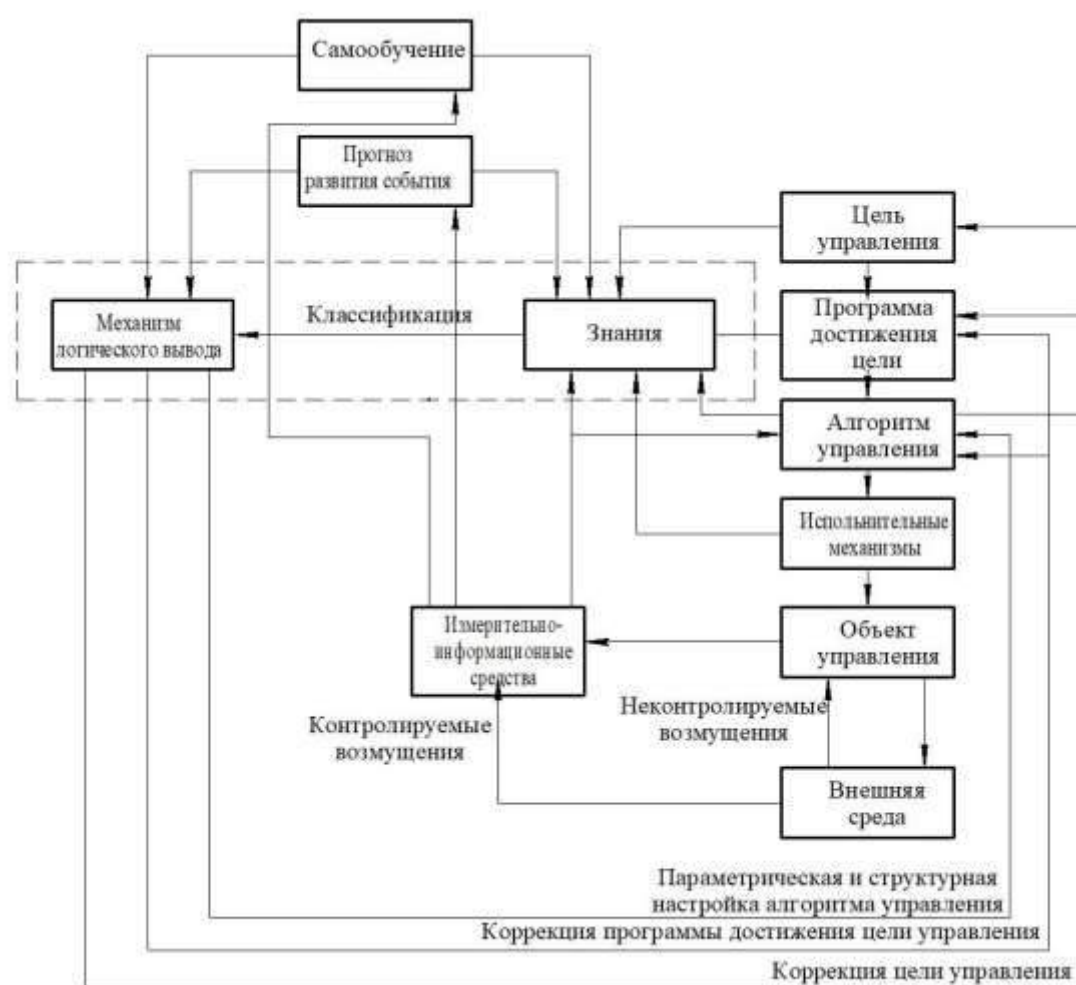


Рисунок 1.16 – Обобщенная концептуальная структура интеллектуальной системы управления

Такие явления, как заранее не запланированное изменение целей, эксплуатационных характеристик системы объекта управления, параметров и характеристик внешней среды и др. можно отнести к случайным возмущениям. В таком случае в состав системы управления зачастую включаются средства самообучения, которые и обеспечивают пополнение знаний и обобщение постепенно накапливаемого опыта, предсказание развития событий.

Система интеллектуального управления динамически сложным объектом должна иметь следующие уровни: стратегический, тактический и исполнительный, а также комплекс необходимых измерительных и информационных средств, т.е. должна соответствовать структуре иерархического принципа построения (рисунок 1.17) [100].



Рисунок 1.17 – Иерархическое построение интеллектуальной системы управления сложным динамическим объектом

Таким образом, в интеллектуальных системах управление в условиях неопределенности осуществляется посредством получения, запоминания и

целенаправленного преобразования информации в процессе обучения и выполнения определенных действий, и как следствие с помощью адаптационных возможностей робота, что приводит к развитию теории искусственного интеллекта.

Инструменты искусственного интеллекта позволяют реализовывать гибкие механизмы планирования и управления движением исполнительных приводов манипуляторов, данные научные направления получили распространение, как в России, так и за рубежом. Фундаментальную теоретическую базу в этой области исследования создали работы Заде Л., Мамдани, Поспелова, Д.А. [24,87,188,189,353] и базируются на трудах Лопоты В.А., Юревича Е.И., Каляева И.А., Ющенко А.С., Зенкевича С.Л., Болотника Н.Н., Макарова И.М., Филаретова В.Ф., Лохина В.М., Манько С.В., Романова М.П., Трипольского П.Э., [6,18,89,100,132,234,249,247,268,278] и зарубежных: Тэрано Т., Алтоуфера К., Крекелберга Б., Хасмейера Д., Сеневираатне Л., Завлангаса П.Г., Тзафеста С.Г., Фу К., Ли Х., Гонсалес Р. Исследования продолжают другими учеными [190,254,314,341,374,377,394,395,412].

В качестве базовых, выделяются интеллектуальные технологии: экспертных систем, нечеткой логики, нейросетевых структур, ассоциативной памяти. Каждый из этих методов имеет свои преимущества и недостатки в зависимости от конкретного применения и исследованием каждой из этих технологий занимаются отдельные ученые, группы лаборатории и отделы.

Например, применение нейросетевых и мультиагентных технологий эффективно при необходимости решения сложных задач распознавания образов системами технического зрения и управления группой роботов в недетерминированных средах [243].

Управление многосекционными параллельными и параллельно-последовательными кинематическими избыточными манипуляторами также представляет серьезную проблему. В работе [109] предложен многоагентный подход и нейросетевые технологии управления на основе нечеткой логики.

Такая система управления секциями манипулятора состоит из «агентов» управления и «координатора» Координатор вычисляет положения, скорости и

ускорения выходного звена, осуществляют вычисление ошибок, на основе которых формирует глобальную целевую функцию, например, по энергозатратам или точности обработки траектории. При непосредственном управлении актуаторами манипулятора задействуются блок нечеткой логики, нейросетевой блок и база данных о внешней среде, траекториях и др.

Обзор работ, приведенный выше, свидетельствует о том, что в настоящее время для решения большого круга задач существуют разнообразные методы и системы управления движением робота и перемещениями его рабочих органов. Выбор конкретного метода управления целиком зависит от поставленных целей перед роботизированной системой и круга задач, выбранного способа и программного обеспечения для управления и самое главное от количества располагаемых средств.

1.3 Области применения манипуляционных роботов

Выбор конкретной конструкции манипуляционного робота определяется отраслью использования. Законы перемещения по траекториям и параметры приводов роботов-манипуляторов определяют возможности выполнения технологических процессов в разнообразных областях народного хозяйства. Роботы-манипуляторы в настоящее время применяют в промышленности, сельском хозяйстве, космической и военной технике, медицине (рисунок 1.18) [17].



Рисунок 1.18 – Области назначения роботизированных манипуляторов

Промышленные роботы. Из перечисленных областей роботизированные манипуляторы получили наибольшую популяризацию в машиностроении, как области, входящей в группу – «промышленность» [218]. Промышленные роботы очень распространены благодаря своим прародителям – манипуляторам. Роботизированный манипулятор представляет собой совокупность одного или нескольких манипуляторов, для которых важными характеристиками являются: грузоподъемность, точность позиционирования, число степеней свободы. Существует деление на несложные механизмы с 2-мя или 3-мя степенями свободы и более сложные, для которых степень свободы уже выше 6.

Выделяют четыре основных класса операций, выполняемых с помощью манипуляционных роботов в промышленности: 1. Транспортировка, упаковка, паллетирование; 2. Сборка; 3. Сварка и резка; 4. Обработка поверхностей. [27, 116].

Особую функцию в машиностроении исполняют сборочные роботы. Без роботизированных манипуляторов не представляется возможным выполнение сборки различных узлов и агрегатов, так как четкость выполнения по позициям, является главным составляющим в сборке, а современные роботизированные манипуляторы, способные обеспечивать точность до мизерного значения равного 0,05 мм.

Промышленный робот (industrial robot): «Автоматически управляемый, перепрограммируемый, реконфигурируемый манипулятор, программируемый по трем или более степеням подвижности, который может быть либо установлен стационарно, либо перемещаться для применения в целях промышленной автоматизации» [56].

Основными требованиями к манипуляционным роботам, выступают точность позиционирования при перемещении в ограниченной области пространства, а при выполнении некоторых процессов, например, при сварке необходимо соблюдение так же строго заданной траектории. В связи с этим, высокие требования предъявляются к статическим и динамическим показателям, возникает необходимость в учете изменений пространственной конфигурации манипуляционной системы.

Роботы сельскохозяйственного назначения. Производство в сельском хозяйстве отличается разносторонними работами и технологиями, в связи с этим возникает и отдельное направление для внедрения роботизированных манипуляционных систем. Роботы сельскохозяйственного назначения должны быть не столько универсальными, сколько узконаправленными на конкретный вид работы. Особенности применения роботов в сельскохозяйственном производстве, а также основные требования к ним сформулированы в работах Измайлова А.Ю., Годжаева З.А., Герасуна В.М., Гришина А.П., Завражнова А.И., Ронжина А.Л., Павловского В.Е., Жоги В.В., Несмиянова И.А., Дяшкина-Титова В.В. и др. [37,47,48,52,53,98,112,152,157,158,184,207,219,226,228,391].

Сельскохозяйственные роботы можно условно разделить на группы: роботизированные манипуляционные системы, используемые в растениеводстве (рисунок 1.19 а); роботизированные манипуляционные системы, используемые в животноводстве (рисунок 1.19 б); роботизированные манипуляционные системы, задействованные в погрузочно-разгрузочных и транспортных операциях (рисунок 1.19 в); роботизированные манипуляционные системы, используемые в природообустройстве для выполнения ландшафтных и садово-парковых работ (рисунок 1.19 г); роботизированные манипуляционные системы, используемые для первичной обработки сельскохозяйственной продукции (рисунок 1.19 д) [208]. Неотъемлемая отрасль производства это первичная обработка сельскохозяйственного производства: отбор по сортам и качеству плодов и овощей, распределение продукции по пакетам и затаривание, разделка и филирование туш животных и тушек птиц, и рыб [212,213].

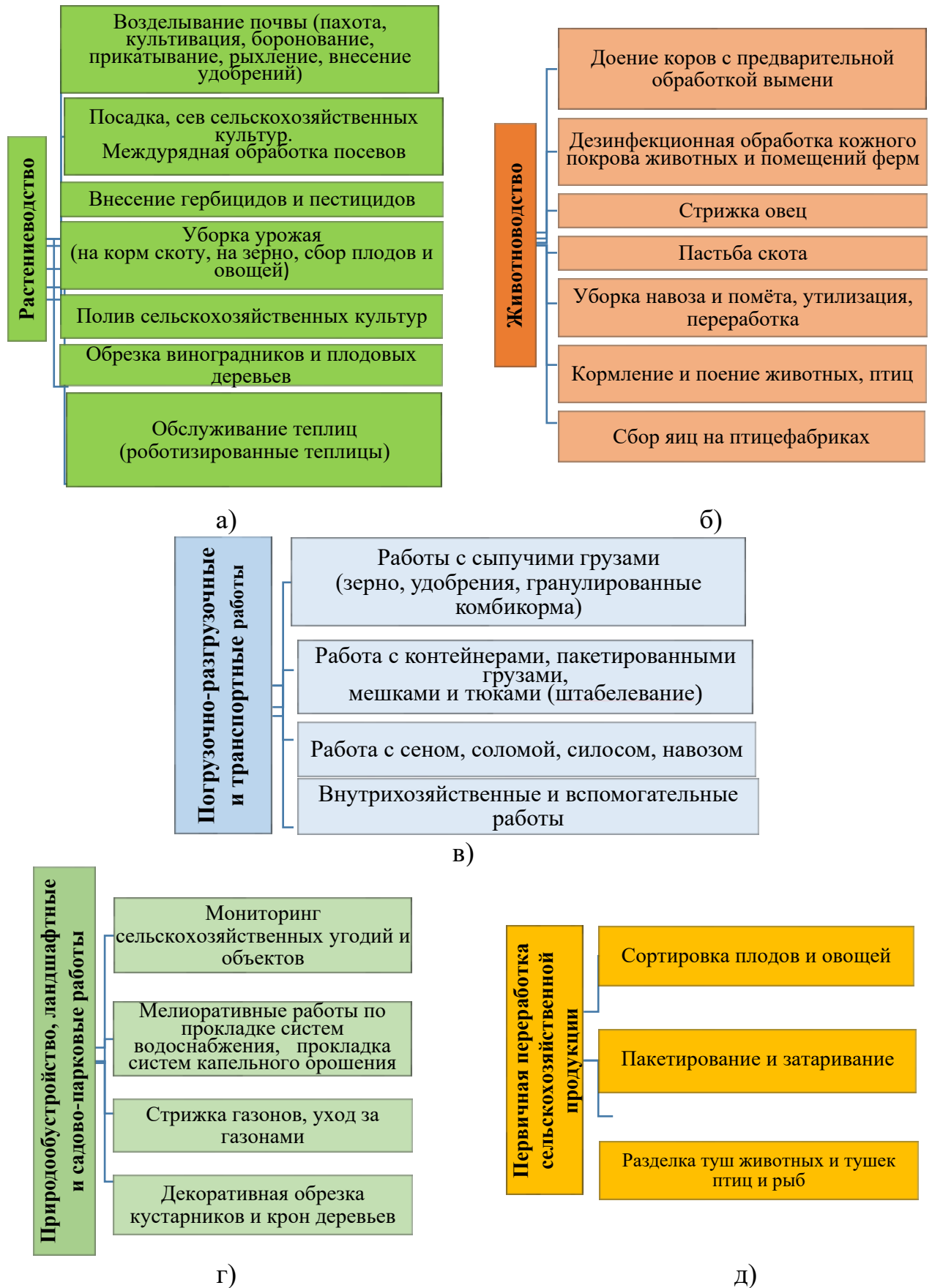


Рисунок 1.19 – Направления применения сельскохозяйственных роботов

Всем сельскохозяйственным роботам для выполнения назначенных им функций приходится работать с биологическим материалом в неопределённых средах и при различных погодных условиях, условиях повышенной запылённости и в химически агрессивных средах (минеральные удобрения, пестициды, помёт и навоз). Всё это позволяет отнести сельскохозяйственные роботы к области робототехники, работающей в экстремальных условиях.

В растениеводстве роботы могут использоваться, как на уборке урожая, так и на возделывании почвы, посадке и посеве сельскохозяйственных культур, междурядной обработке посевов, внесении удобрений, гербицидов и пестицидов, поливе сельскохозяйственных культур, обрезке виноградников и плодовых деревьев (рисунок 1.20 а, б), обслуживании теплиц (рисунок 1.20 в, г).



а)



б)



в)



г)

Рисунок 1.20 – Манипуляционные сельскохозяйственные роботы для растениеводческой отрасли: а) мобильные роботы-манипуляторы для обрезки винограда; б) робот для обрезки плодовых деревьев и кустарников; в) робот-манипулятор параллельной структуры для работы в теплицах; г) параллелограммный робот-манипулятор для работы с рассадой в теплицах.

При этом зарубежный опыт механизации сельскохозяйственного производства показывает, что создание агроботов усиленными темпами развивается в направлении использования их для уборки фруктов (рисунок 1.21), посадки и прополки растений, ухода за культурными и лесными посадками, дренирования и орошения, доения коров и многих других работ, где присутствует монотонный и тяжёлый труд [1,10,72,108,146,192,209,214,215,217,220,221].



а)



б)



в)



г)



д)



е)



ж)



Рисунок 1.21 – Манипуляционные роботы для сбора урожая: а) для сбора апельсин; б) для сбора яблок; в) для деликатной уборки фруктов; г) для сбора огурцов и помидор; д) для сбора citrusовых; е) для сбора клубники; ж) захваты

Обзор литературных источников свидетельствует о том, что существует достаточно много разработок сельскохозяйственных роботов, но, к сожалению, многие разработки так и остались в виде концептуальной модели, не обеспечивают высокую эффективность и производительность, имеют высокую стоимость и сложность обслуживания, и поэтому существующие роботизированные манипуляционные системы, применяемые в сельском хозяйстве серийно не выпускаются и, как правило, имеют место быть в единичных экземплярах, в качестве опытных образцов и требуют доработки постоянно.

Роботы в перерабатывающем производстве. Сортировка и упаковка различных объектов пищевой промышленности и сельскохозяйственного производства является одним из трудоемких технологических процессов, чтобы решать поставленные задачи, создан целый ряд манипуляционных роботов [2,69,211,246].

В перерабатывающей промышленности очень часто используют Delta (дельта) - роботы, которые характеризуются высокой скоростью и маневренностью. Конструкция робота состоит из нескольких звеньев, прикрепленных к общему основанию, и позволяет сохранять пространственную ориентацию инструмента робота. Рассматриваемое конструкторское исполнение манипуляционной системы под название «паук» монтируется над конвейерной лентой (рисунок 1.22 а), может работать в любом пространстве с соблюдением жестких требований к показателям по точности позиционирования и скорости, обладает широким спектром захватных устройств. Все это позволяет осуществить большое количество захватов в минуту и быстро разложить продукцию в упаковочный материал, а технология компьютерного зрения позволяет качественно сортировать продукты [212,213].

Примерами Delta роботов могут служить роботы «FlexPicker», а также их предшественники: IRB 390 FlexPacker, произведенной компании ABB, назначением которой служит помимо работ разгрузки-погрузки, сортировка и упаковка готовой продукции; робот DD23 с прямым сервоприводом, выпускаемый

компанией Bosch Packaging Technology (рис. 1.22 б), манипуляционные системы размещены прямо на двигателе [217,107]; роботы Yaskawa Motoman и др.



а)



б)

Рисунок 1.22 – Deltароботы в перерабатывающей промышленности: а) IRB 390 FlexPacker; б) робот DD23 компании Bosch Packaging Technology

Все вышеперечисленные роботы отличаются друг от друга своими характеристиками: грузоподъемностью, диапазоном рабочей зоны, точностью, скоростью, габаритами. В зависимости от типа соединения звеньев и конструкции каждый робот находит своё оптимальное применение, свою задачу, на исполнение которой нацелен именно он, поэтому при автоматизации конкретного технологического процесса необходимо выбирать тип робота под конкретную задачу.

1.4 Параметры качества функционирования манипуляционных роботов

Планирование движения рабочего органа в пространственной зоне одна из наиболее значимой задачей при создании манипуляционных систем. Траектория и характер движения рабочего органа зависят от вида производственных операций,

выполняемых манипуляционными системами, при этом решаются задачи координации движения приводных исполнительных механизмов.

Решение поставленных задач невозможно без разработки требований к величинам, обеспечивающим реализацию этих процессов, а точнее, объему области обслуживания, скорости перемещения движения, точности позиционирования и воспроизведения необходимых траекторий, допускаемой грузоподъемности, определения необходимого числа степеней подвижности, параметров системы управления.

Маневренность и манипулятивность являются важными характеристиками манипуляторов, которые необходимо учитывать при планировании траекторий для определенного вида технологического процесса [115, 101, 239]. Маневренность характеризуется числом степеней свободы кинематической цепи робосистемы при фиксированном (неподвижном) рабочем органе (захвате) [101]. В случае маневренности не равной нулю, появляется возможность звеньям манипуляционной системы обходить препятствия или принимать более удобную позицию, что особенно необходимо при выполнении технологических процессов, где конечная точка манипулирования неизвестна или на траектории могут возникнуть препятствия

Для каждой точки области обслуживания, возможно, определить угол обслуживания (угол сервиса): телесный угол, внутри которого можно подвести к этой точке непосредственно рабочий орган. Единицей измерения телесного угла служит площадь, которая вырезается указанным телесным углом на сфере единичного радиуса, при этом за центр принята вершина угла. Наибольшее численное значение телесного угла принято равным 4π . Коэффициентом сервиса называется отношение угла сервиса к максимальному значению телесного угла [101, 239].

Манипулятивность в некоторой точке рабочего пространства измеряется телесным углом или «свободой движения», какую имеет рабочий орган относительно определенной точки [115, 239].

Для максимальной подвижности захвата выбирается соответствующее число степеней свободы манипулятора, при этом шесть степеней свободы манипулятор имеет в том случае, когда необходимо, чтобы рабочий орган функционировал в пространстве. Обзор процессов технологии в промышленности, в сельском хозяйстве и отрасли переработки, показывает, что существует необходимость как минимум в трех степенях свободы для получения перемещения хотя бы одной пространственной точки рабочего органа (РО-захвата, например). Переносными считаем три степени свободы, которые нужны для перемещения центра РО в заведомо известную точку пространства, при этом дополнительные три степени свободы (ориентирующие) необходимы для необходимой ориентации РО.

Одним из основных технических показателей манипуляционной системы служит зона обслуживания (рабочее пространство), которая включает в себя все возможные точки перемещения сферического шарнира с РО. Под понятием рабочей зоны (зоной обслуживания) понимается часть рассматриваемого пространства, каждая точка которого может быть достигнута РО (схватом) [101]. Геометрические характеристики рабочей зоны можно рассчитать, воспользовавшись прямой задачей кинематики [99].

Рабочая зона может быть определена переносными степенями свободы и зависит от взаимной ориентации кинематических пар манипуляционной системы. Известны манипуляционные системы, для которых характерно число степеней подвижности свыше семи, однако их количество не превышает 2 %. Форма (вид) рабочей зоны описывается типом системы координат, в которой происходит движение РО манипуляционной системы и может быть, как прямоугольной, цилиндрической, сферической, угловой так и в виде их комбинаций. Рабочие зоны, представленные внешне в виде графических поверхностей, получили большее распространение (рисунок 1.23).

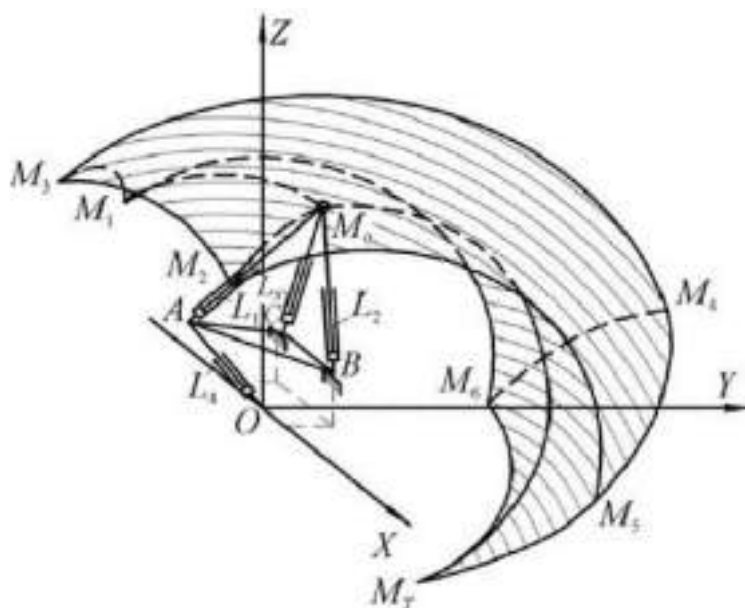


Рисунок 1.23 – Рабочая зона (зона обслуживания) обслуживания манипулятора-трипода

Параметр «быстродействие» указывает на наибольшие линейные и угловые скорости передвижения конечного звена манипуляционной системы, при чем большинство манипуляционных систем роботов обладают свойством высокого быстродействия, так как их линейная скорость меняется от 0,5 до 1,5 м/с и угловые от 90 до 180 град/с.

Параметр «погрешность позиционирования» указывает на среднее значение отклонений центра захвата РО от рекомендуемого положения и зону разброса этих отклонений при многократном повторении цикла установочных передвижений. Для большинства робототехнических систем с манипуляционными механизмами, применяемых на производстве промышленности и сельского хозяйства «погрешность позиционирования» лежит в пределах от $\pm 0,05$ до $\pm 1,0$ мм.

При выполнении операций с грузами робот манипулирует в пределах рабочей зоны заданными массами, наибольшая масса изделия определяет параметр «грузоподъёмность», которая в зависимости от вида производства различна. Так, для машиностроительного производства грузоподъёмность варьирует от 5 до 500 кг, для сельскохозяйственного производства и перерабатывающей промышленности варьирует от 1 до 500 кг.

От технических характеристик манипулятора зависят критерии качества функционирования — это функциональные зависимости, отражающие быстродействие, энергоэффективность (энергозатраты), точность позиционирования, маневренность и т.п.

Исследование, направленное на выявление решения отличного от других известных, опирается на выборе определенных значений конструктивных характеристик оптимизации U_k (оптимизируемая конструктивный параметр механизма, при значении которых показатель качества становится минимальным или максимальным, или принимает постоянное значение, в случае соблюдения ограничений).

По гипотезе, сформулированной в работе [23], принимается, что реализуемые законы управления, являются оптимальными по тому или иному комплексному критерию оптимальности. В таком случае оптимизируемый комплексный критерий качества, в самом простом случае, может быть линейной аддитивной свёрткой динамических характеристик (показателей качества H_j) с весами k_j , равными проявлению черт «характера» робота, например, на нескольких уровнях: $k_j=0$ (свойство «характера» не проявляется); $k_j= 0,1$ (не очень проявляется); $k_j= 0,5$ (проявляется); $k_j= 1$ (очень проявляется):

$$I = \sum_{j=1}^N k_j H_j = \int_0^t \Phi dt; \Phi = \Phi(q_i, \dot{q}_i, \ddot{q}_i, Q_n, t), \quad (1.1)$$

где q_i — i -я обобщённая координата и её производные, Q_n — n -я обобщённая сила, t — время, τ — период движения. Построение оптимальных законов движения достигается реализацией решений уравнений Эйлера для функционала (1.1).

Обобщенным критерием качества функционирования называется совокупность свойств и параметров манипуляционного робота (манипулятора), характеризующих его работоспособность в заданных условиях эксплуатации. Критерии качества применяются для синтеза и определения оптимальных параметров манипуляционных систем.

Формирование критерия оптимальности в задачах синтеза полиномиальных регуляторов электромеханическими системами является применение

управляющих устройств повышенного порядка, к которым относятся полиномиальные регуляторы и регуляторы состоящих различного типа. Учет основных технических требований к системе с полиномиальным регулятором при проведении параметрической оптимизации возможен только при применении комплексного критерия качества, учитывающего показатели точности, быстродействия и энергоэффективности [9].

Для синтеза манипуляторов строительного робота профессором Паршиным Д.Я. [172] использовался интегральный критерий минимизации суммарной работы при отработке технологических траекторий, затрачиваемый на привод n -го числа исполнительных приводов, являющимися обобщенными координатами q_i (1.2)

$$A(q) = \sum_{i=1}^n \int_0^t N_i(q_i(t)) dt \rightarrow \min, \quad (1.2)$$

где $q_i(t)$ – изменение обобщенной координаты (i -го привода), $N_i(q_i(t))$ – мощность, затрачиваемая на привод по q_i координате. Анализ современных работ по оптимизации программных движений кинематически избыточных манипуляторов показывает, что преимущественно используются критерии качества, направленные на снижение суммарной работы, затрачиваемой на привод звеньев или же снижающих потери энергии.

Для манипуляционной системы под названием «трипод», размещенной на подвижном основании с числом обобщенных координат $q=4$, т.е. с большим, чем число обобщенных координат точки крепления захвата рабочего органа, равное трем, в работах Коловского М.З., Кобринского А.А. [114], а также Дяшкина-Титова В.В. [80] и Несмиянова И.А. [156], Жоги В.В., Герасуна В.М. [103] при решении задачи позиционирования за критерий оптимизации принималась квадратичная функция (1.3).

$$\Phi = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n C_i (q_{ik} - q_{io})^2 \rightarrow \min, \quad (1.3)$$

где C_i -весовые коэффициенты, значения которых тем больше, чем больше нагрузка на i -й привод; q_{ik} , q_{io} – соответственно конечное и начальное значение

обобщенных координат. Физический смысл критерия (1.3) заключается в минимизации работы (перемещения) самых нагруженных приводов.

За время приведения устройства в заданное состояние принят «критерий быстродействия», который возможно рассчитать, используя выражение (1.4) и применять на некоторых участках траектории:

$$\Phi = \int_0^{\tau_{раз}} dt = \tau_{раз}, \quad (1.4)$$

где $\tau_{раз}$ – время, отведенное на набор скорости механизмом, t – заданный промежуток времени.

При проектировании механизмов на первом месте следует поставить снижение расхода энергии, т.е. затраченную за определенное время работу. Эта характеристика расхода энергии носит название критерия экономичности и рассчитывается согласно выражению (1.5):

$$\Phi = G = \int_0^{\tau_{раз}} W dt, \quad (1.5)$$

где G – израсходованная энергия, $W(t)$ – текущая мощность.

Поскольку процессы управления в манипуляционных системах связаны с изменением энергии, то следует использовать подходы к разработке алгоритмов управления динамическими объектами на основе энергетических критериев. Например, в работах Крутько П.Д. [127] сформулированы алгоритмы, основанные на применении метода решения обратных задач динамики с оптимизацией по квадратичному критерию, который имеет фактически смысл механической энергии. Разработанные Крутько П.Д. алгоритмы позволяют аналитическим путем конструировать законы управления регуляторов системы управления с адаптивными свойствами на основе минимизации кинетической энергии или ускорения.

Задачи, решение которых направлено на снижение динамических нагрузок при перемещении грузов по траектории по определенным законам [127], применяемая к манипуляционным системам на погрузке, должны обеспечивать

минимальные ускорения и инерционные нагрузки, определяемые следующим выражением (1.6):

$$\Phi = A(t_k)^2 \rightarrow \min, \quad (1.6)$$

где $A(t_k)$ – min ускорения точки.

Из уравнения (1.7) определяется интегральная оценка точности, а именно, среднее интегральное отклонение переменной от заданного состояния в переходном процессе:

$$\Phi = \frac{\int_0^{\tau_{раз}} (Y_{зад} - Y(t)) dt}{\tau_{раз}}, \quad (1.7)$$

где $Y(t)$ – величина текущего отклонения оцениваемой переменной, $Y_{зад}$ – заданное конечное состояние переменной.

Число, оценивающее качество механизма (1.8), представляет собой определенный интеграл, являющийся интегральным критерием качества Φ_i :

$$\Phi_i = \int_{t_0}^{t_i} f(Y, U_i, t) dt, \quad (1.8)$$

где Y – одна из величин, определяющих положение состояния системы (параметры длины звеньев, зависящих от особенностей конструкции, наибольшая скорость электропривода, в связи с напряжением и частотой питания тока и т.п.), U_i – оптимизируемый конструктивный параметр механизма, t_0 , t_i – время в начальный и конечный период действия.

Такие задачи решаются методами нелинейного программирования, например, методом Лагранжа, как это было выполнено в работах Дяшкина-Титова В.В. [80], Несмиянова И.А. [156]. Несмотря на значительные наработки в области синтеза программных перемещений исполнительных звеньев манипуляторов, эта проблема окончательно не решена, а с этим связана и проблема формирования систем управления с наилучшими параметрами работы. Для получения высоких динамических характеристик необходимы развитые системы управления, базирующиеся на оптимальных программных движениях с учетом заданных критериев качества. Динамические процессы избыточных манипуляторов, к которым относятся манипуляторы параллельно-

последовательной структуры, можно описать n - мерным вектором управления и на интервале времени $t=0\dots T$.

При получении оптимальных программных усилий с известной заранее конфигурацией манипуляционной системы рекомендуется в качестве закона изменения обобщенных координат принимать законы, полученные при условии минимизации функционала (1.9) [248]

$$J = \int_0^T \sum_{i=1}^n \ddot{q}_i(t)^2 dt \rightarrow \min \quad (1.9)$$

В случае, когда вектор значений обобщенных координат манипулятора неизвестен, для синтеза оптимальных программных усилий рекомендуется в качестве критерия качества принимать:

$$J = V[X(T), T] + \frac{1}{2} \int_0^T \sum_{i=1}^n \ddot{q}_i(t)^2 dt \rightarrow \min \quad (1.10)$$

Последний случай может возникать при ограничении рабочего пространства, возникновении статических и динамических полей.

Физический смысл функционала (1.9) и второго слагаемого функционала (1.10) заключается в снижении ускорения выходного звена, а соответственно уменьшений возмущающих сил инерции. В случае же, когда в качестве приводов используется электродвигатели, а в последнее время приоритет отдается им, физический смысл упомянутых функционалов можно выразить, как уменьшение тепловых потерь в электродвигателях.

Приведенные сведения в разделе позволяют констатировать, что достижение наилучших показателей качества проектирования механизма выступает основной задачей: при известном и реально существующем состоянии работы применимы принципы наилучшего прогнозирования технико-экономических характеристик. В зависимости от конкретных задач управления оптимальность механизма оценивается с помощью специальных критериев, поэтому достижение цели оптимизации являются основной задачей, которая может быть выражена при помощи определенных формул, представляющих собой требование обеспечения минимума или максимума выбранного критерия или поддержания заданного постоянного состояния.

Выводы по 1 главе

Анализ литературных источников по вопросам развития теории и практики применения манипуляционных систем различных конструктивных (кинематических) схем, применяемых в промышленности, сельскохозяйственном и перерабатывающем производствах свидетельствует о том, что в последнее время получили распространение манипуляторы параллельно-последовательной (гибридной) структуры, которые совмещают преимущества обеих структурных схем.

Исходя из проведенного обзора, можно утверждать, что механизмы параллельно-последовательной структуры обладают большим многообразием и поэтому необходимы исследования по созданию манипуляционных систем роботов на основе различных модульных схем, в том числе на базе универсальных звеньев и модулей для реконфигурируемых манипуляторов, отвечающих требованиям заданных техпроцессов.

Важным этапом разработки манипуляционных систем роботов является выбор системы и методов управления, которые зависят от особенностей технологических операций. На сегодняшний день создана фундаментальная теоретическая и практическая база, которая позволяет разрабатывать системы управления перемещением рабочих органов манипуляторов последовательной и параллельной структуры. Однако работ, направленных на синтез перемещений исполнительных звеньев и алгоритмов систем управления манипуляторов параллельно-последовательной структуры немного.

При разработке систем управления следует учитывать постановку задач управления. Система управления должна обеспечивать перемещение рабочего органа в заданное положение с необходимой точностью. Сначала решается задача позиционирования, которая имеет, как правило, оптимизационный характер. На втором этапе определяются законы изменения обобщенных координат, удовлетворяющих заданным граничным условиям.

Траектории рабочего органа (технологические движения) служат одним из задающих воздействий для управления приводами манипуляционного механизма. Для реализации многих технологических процессов необходимо перемещать рабочий орган манипулятора по заданной программной траектории, сохраняя пространственное положение рабочего органа, при этом используют методы синтеза программных законов движения исполнительных приводов.

При проектировании систем управления манипуляторов необходимо учитывать динамическое поведение системы, определяемое инерционностью звеньев, нагрузкой рабочего органа и наличием внешних возмущений. Для решения этих задач используются математические модели динамики манипулятора с учетом критериев качества управления. С учетом изложенного, были сформулированы цель и задачи исследования, которые отражены во введении работы.

2. МОДУЛЬНОЕ ПОСТРОЕНИЕ МАНИПУЛЯЦИОННЫХ СИСТЕМ РОБОТОВ

В данной главе рассматриваются кинематические схемы реконфигурируемых манипуляционных систем роботов, наиболее точно отвечающим требованиям заданных технологических процессов. При этом основной акцент сделан на механизмы на базе трипода. Условия выполнения технологических процессов в различных отраслях народного хозяйства определяют способы построения траекторий и законы перемещения по траекториям с учетом структурной схемы манипуляционного механизма и параметров исполнительных цилиндров [88]. Рассмотрены особенности технологических процессов с использованием манипуляторов параллельно-последовательной структуры и разработаны требования к их параметрам, обеспечивающих реализацию этих процессов на примере погрузочно-разгрузочных и манипуляционных работ в сельском хозяйстве, перерабатывающем производстве и некоторых операций в машиностроении.

2.1 Базовые механизмы-модули для построения манипуляционных систем

Значительный прогресс в робототехнике в последнее время ассоциируется с расширением областей использования робототехнических систем и механизмов. Если ранее роботы применялись в двух-трех областях: в промышленности и в экстремальных условиях (в космосе, под водой, в химически и традиционно опасных средах), военной технике, то теперь роботизированных сфер стало гораздо больше. Существуют области, в которых совершенствование систем управления не является главной целью, а значительные результаты в направлении расширения функциональных возможностей роботов достигаются оригинальными решениями в механике. К таким отраслям относится сельское хозяйство, которое характеризуется разнообразностью видов работ, поэтому использование узкоспециализированной техники не всегда экономически оправдано.

Основным направлением повышения производительности и уменьшения доли ручного труда является комплексная механизация, автоматизация и роботизация сельского хозяйства, перерабатывающего производства и других отраслей народного хозяйства, что предполагает выполнение всех трудоемких работ машинами или модулями с возможностью приспособления к конструктивным изменениям (реконфигурации) для разных технологических процессов.

Перспективным развитием роботизированной техники является создание многофункциональных агрегатов на основе базовых конструкций, вследствие концепции модульного построения манипуляционных роботов. В этом разделе представлены наиболее типичные механизмы-модули, на базе которых разрабатываются схемы реконфигурируемых манипуляционных роботов для разных видов работ.

Модуль I (рисунок 2.1) представляет пространственный механизм в виде трипода, который имеет три степени свободы за счёт трёх кинематических цепей с приводными поступательными парами 3-Р. Данный модуль обеспечивает перемещение точки М в пространстве.

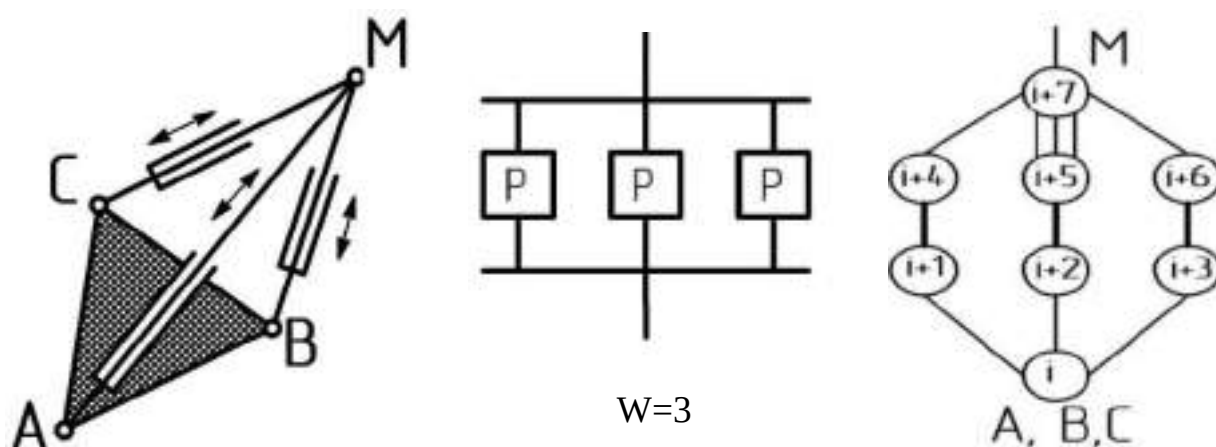


Рисунок 2.1 – Модуль I

Модуль II (рисунок 2.2) представляет пространственный механизм с одной приводной поступательной кинематической цепью 1-Р, обеспечивающий выполнение технологического процесса только в одной плоскости.

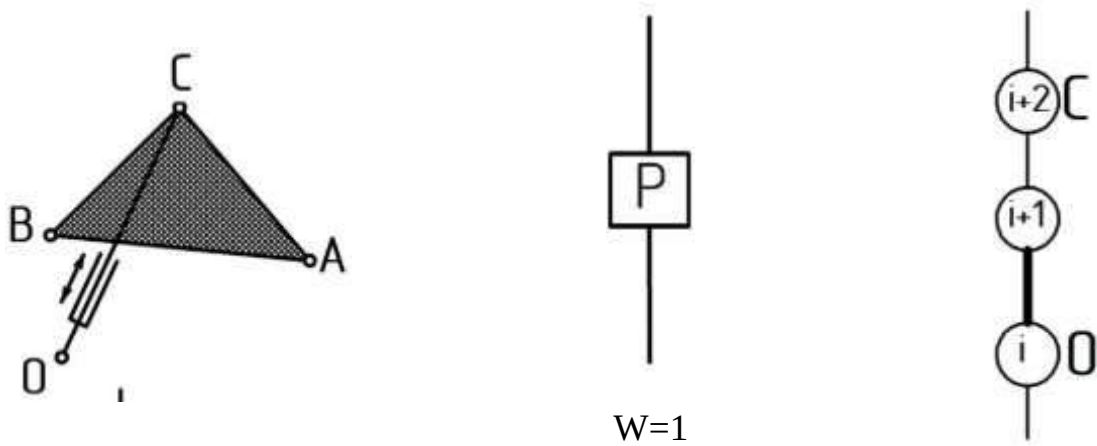


Рисунок 2.2 – Модуль II

Модуль III является пространственным механизмом с вращательными кинематическими парами 4-R (рисунок 2.3, а), образующие механизм параллелограмма. Основанием является платформа, совершающая поступательное движение. На рисунке 2.3, б механизм, в котором вращательные кинематические пары 3-R, обеспечивают пространственное перемещение треугольной платформы.

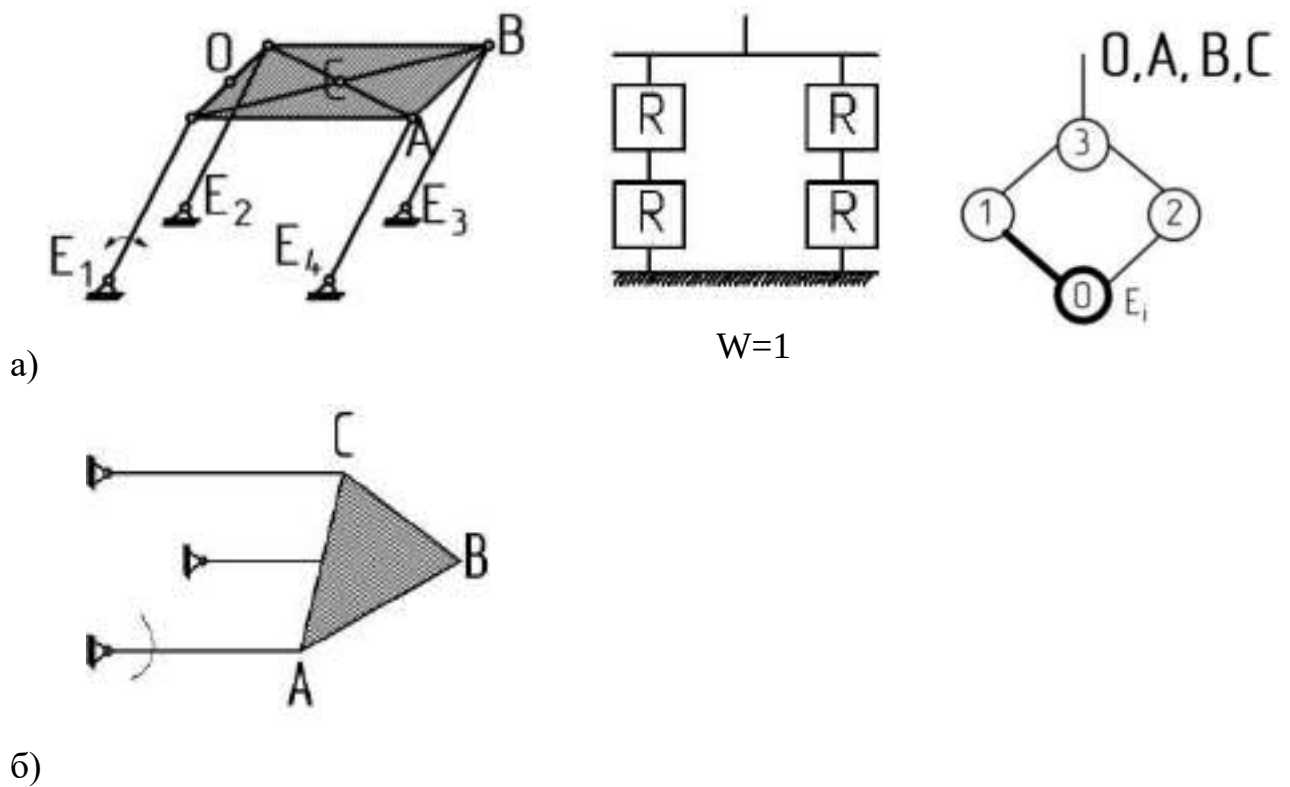


Рисунок 2.3 – Модуль III

Модуль IV (рисунок 2.4) образует пространственный механизм с одной приводной поступательной кинематической парой 1-Р, обеспечивающий выполнение технологического процесса только в одной плоскости, служит в основном для расширения зоны обслуживания.

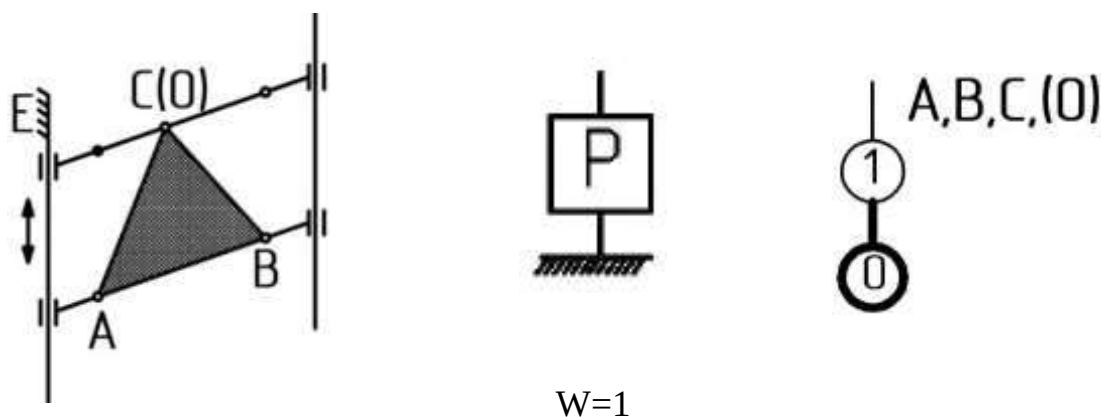


Рисунок 2.4 – Модуль IV

Модуль V представляет пространственный механизм с вращательной кинематической парой 1-Р, обеспечивающий поворот платформы в одной плоскости (рисунок 2.5).

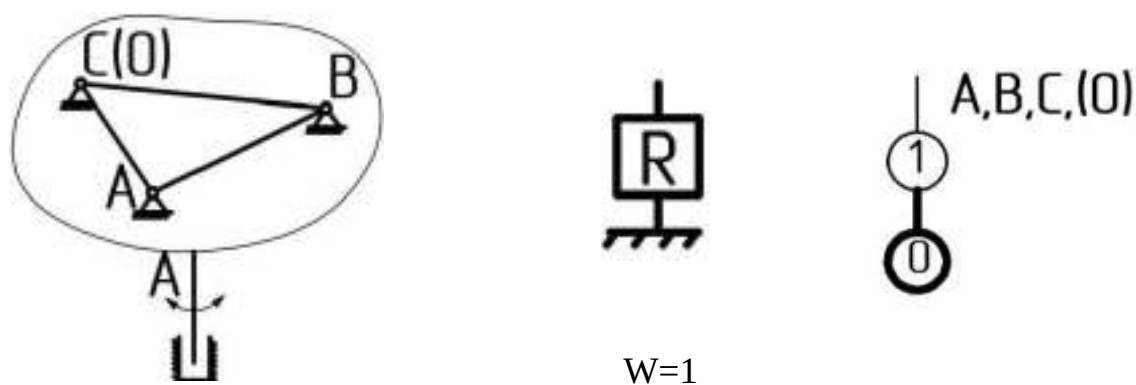


Рисунок 2.5 – Модуль V

Модуль VI (рисунок 2.6) представляет пространственный механизм с поступательными кинематическими парами 2-Р, обеспечивающий перемещение платформы в одной плоскости.

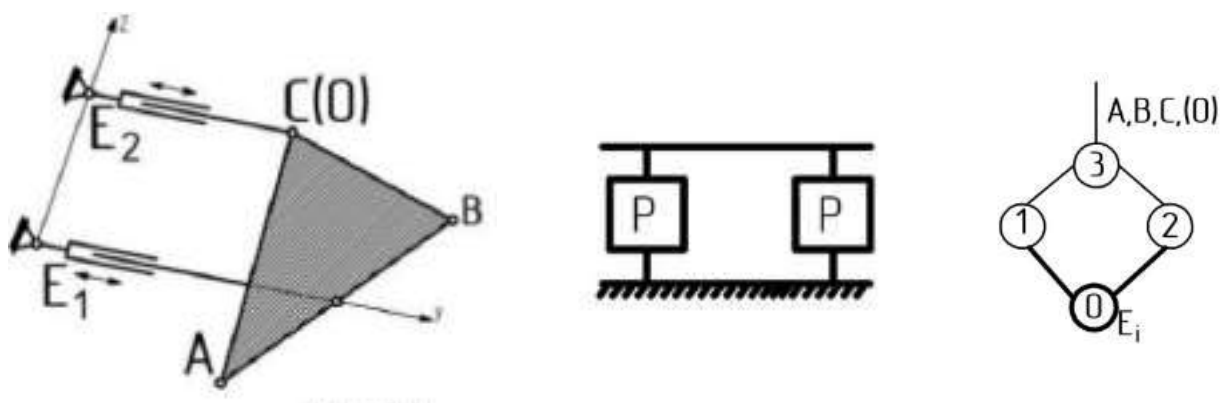


Рисунок 2.6 – Модуль VI

Модуль VII образует пространственный механизм с одной поступательной и одной вращательной кинематической парой 1-Р 1-Р (рисунок 2.4), обеспечивающий расширения зоны действия.

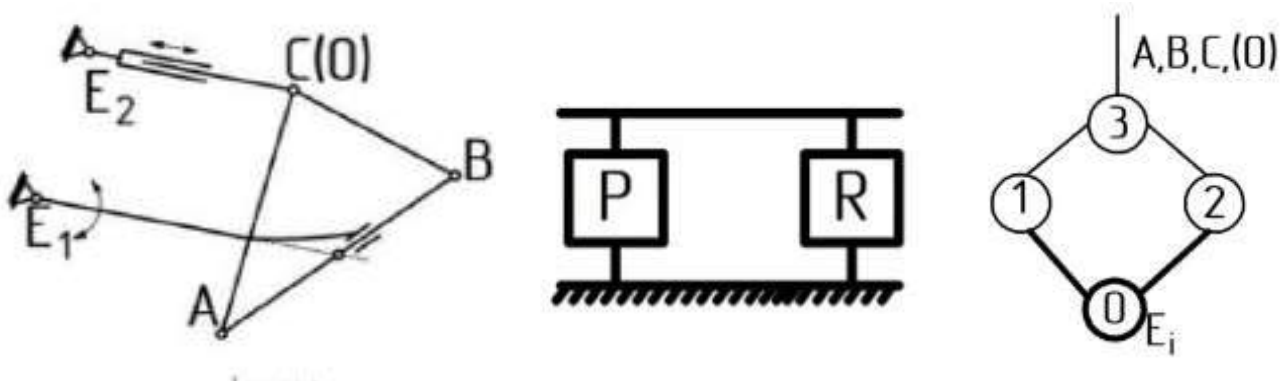


Рисунок 2.7 – Модуль VII

Вышеперечисленные элементарные модули с поступательными Р и вращательными R кинематическими парами (раздел 2.1) расширяют зону обслуживания, обеспечивают дополнительную маневренность. На их основе разработаны модели и экспериментальные образцы манипуляционных систем роботов с возможностью применения для различных технологических процессов в отраслях народного хозяйства. Технические решения запатентованы [176-184].

2.2 Конфигурации манипуляционных систем роботов на базе трипода для погрузочно-разгрузочных и манипуляционных работ

Из сравнительно небольшого количества элементарных модулей, рассмотренных в разделе 2.1, можно скомпоновать схемы манипуляционных роботов, наиболее близких к конкретному технологическому процессу в сельском хозяйстве, перерабатывающем производстве, промышленности и для погрузочно-разгрузочных операций в разных областях.

На основе модуля I (рисунок 2.1) получаем схему манипуляционного механизма с неподвижным основанием (рисунок 2.8) для перемещения легких штучных грузов с конвейера на конвейер или с конвейера в контейнер (бункер), а также для сортировки плодов овощей, фруктов (рисунок 2.9).

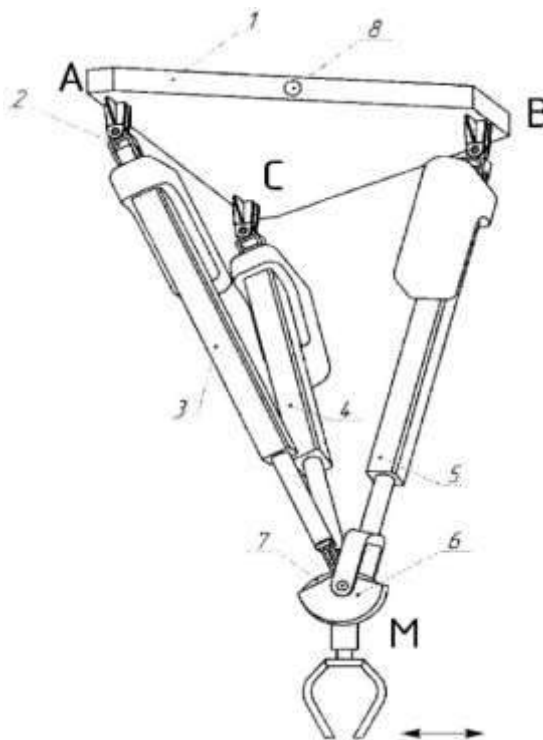


Рисунок 2.8 – Схема манипуляционного механизма с неподвижным основанием



Рисунок 2.9 – Манипуляционный робот для сортировки плодов овощей, фруктов

На основе модулей I+II (рисунки 2.1, 2.2) komponуется схема (рисунок 2.10), которая может являться основой для манипуляционных роботов, применяемых для различных технологических процессов в сельском хозяйстве, перерабатывающем производстве, например, погрузочно-разгрузочных работ со штучными грузами массой до 200 кг (рисунок 2.11, 2.12). На основе данной схемы получаем мобильные роботы для фертигации (точечной обработки культурных растений) (рисунок 2.13) или мобильные роботы для опрыскивания садовых деревьев, обрезки плодовых (рисунок 2.14).

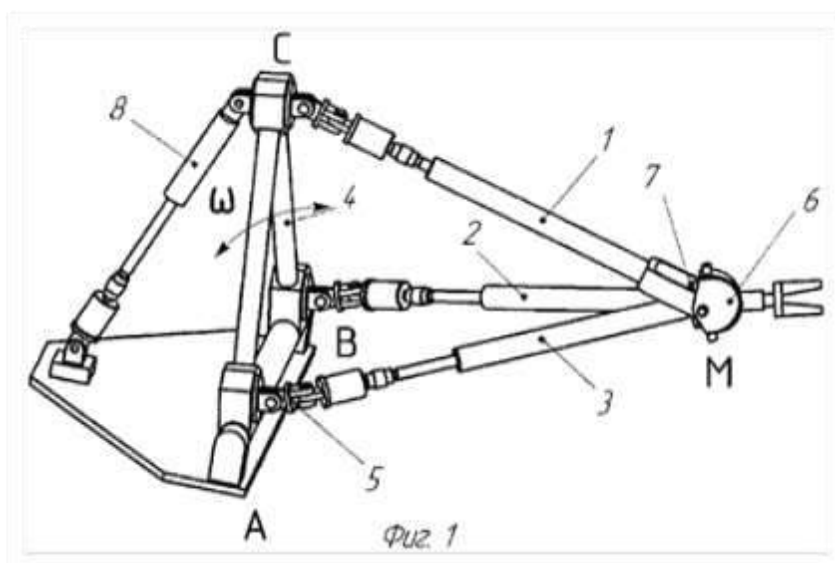


Рисунок 2.10 – Схема манипуляционного механизма на поворотной платформе

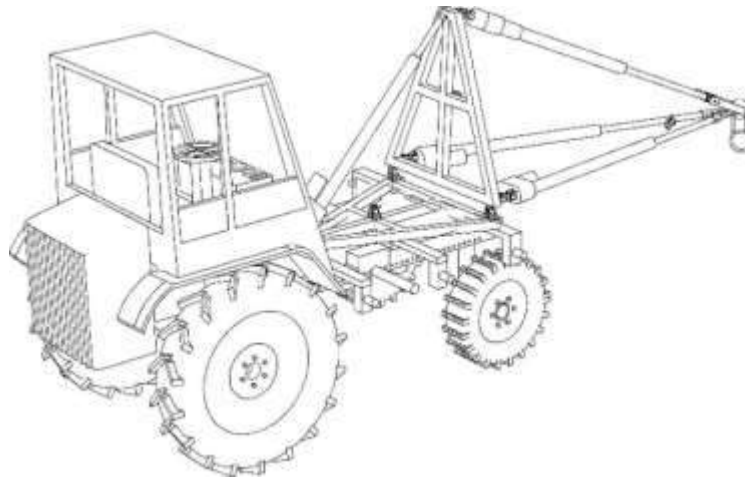


Рисунок 2.11 – Манипуляционный робот для погрузочно-разгрузочных работ со штучными грузами



а) в перерабатывающем производстве

б) в сельском хозяйстве

Рисунок 2.12 – Манипуляционный робот для технологических процессов

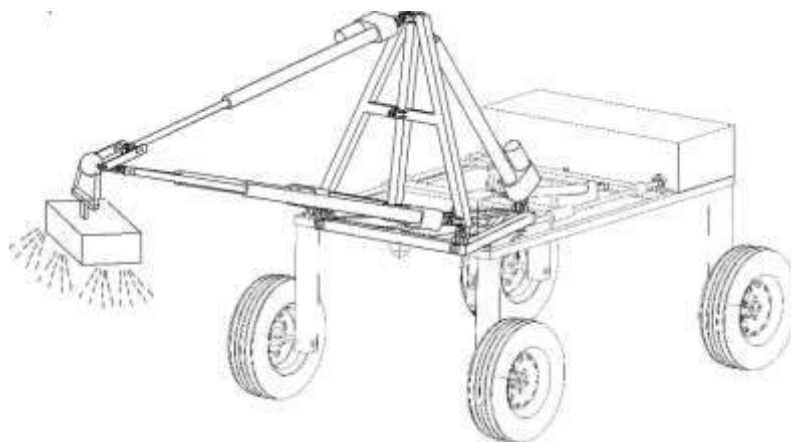


Рисунок 2.13 – Мобильный робот для фертигации (точечной обработки культурных растений)

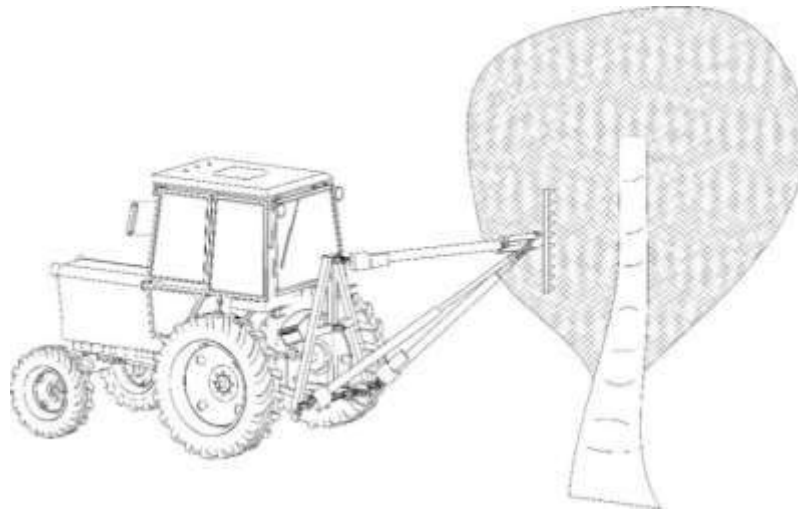


Рисунок 2.14 – Мобильный робот для опрыскивания садовых деревьев, обрезки плодовых

На основе модулей I+II+V (рисунки 2.1, 2.2, 2.5) получаем схему манипуляционного робота (рисунок 2.15) для погрузочно-разгрузочных работ со штучными грузами. Манипуляторы, построенные по этой схеме могут применяться при ликвидации чрезвычайных ситуаций в труднопроходимых для шасси местах. Поворотная колонна расширяет зону обслуживания, что позволяет сократить глобальные перемещения шасси. В сельском хозяйстве данная модульная схема может найти применение в качестве мобильного робота для чеканки плодовых деревьев и кустарников.

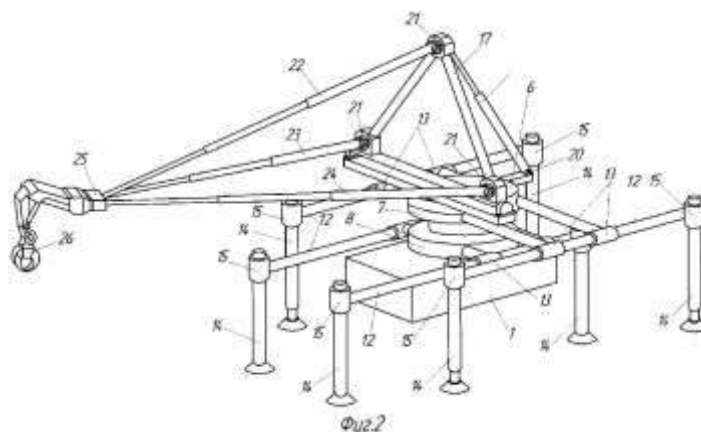


Рисунок 2.15 – Манипуляционный робот на поворотном колоне

На основе модулей I+IV (рисунки 2.1, 2.4) получаем схемы манипуляторов, которые позволяют навешивать манипуляционный механизм на рельсы в теплицах

и использовать для сбора овощей, контроля вегетации растений (рисунок 2.16). Манипуляторы, построенные по этой схеме могут крепиться на штабелере и использоваться для погрузки-разгрузки (рисунок 2.17).

На основе модулей I+II+IV (рисунки 2.1, 2.2, 2.4) komponуются схемы манипуляционных роботов с расширенной зоной обслуживания (рисунок 2.18, рисунок 2.19).

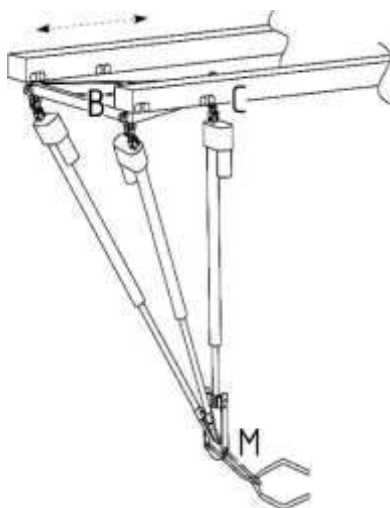


Рисунок 2.16 – Схема стационарного манипуляционного механизма, навешенного на рельсы

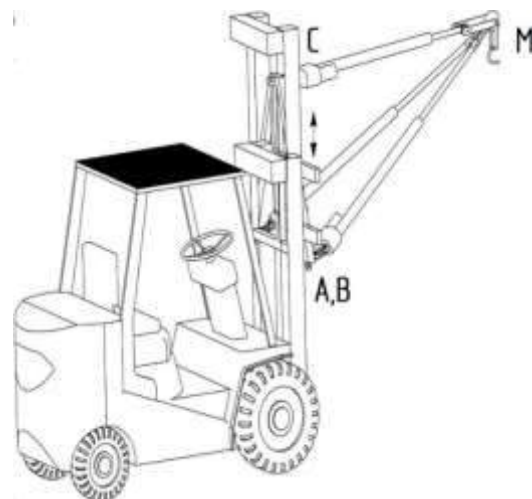


Рисунок 2.17 – Мобильный робот-штабелер с манипуляционным механизмом

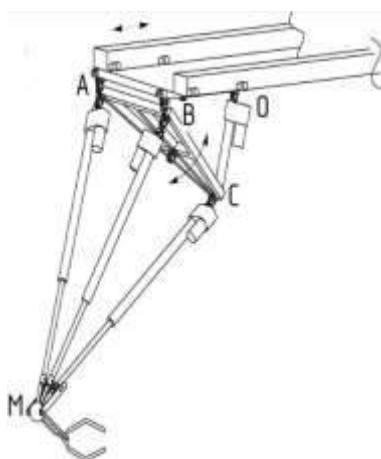


Рисунок 2.18 – Схема передвижного манипуляционного механизма с расширенной зоной действия для работы в теплицах

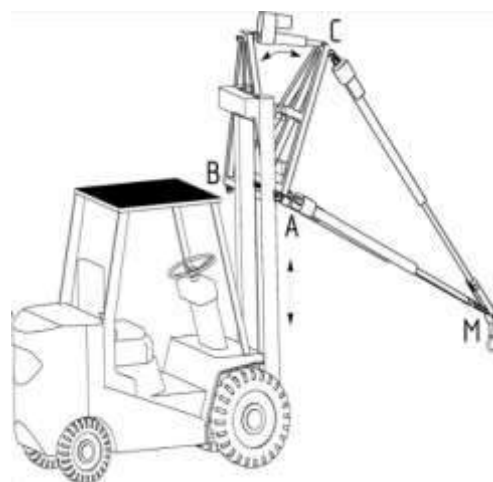


Рисунок 2.19 – Мобильный робот для погрузочно-транспортных работ с расширенной зоной действия

На базе модулей I+III (рисунки 2.1, 2.3) формируется схема манипуляционного механизма, которая является базой для роботов, предназначенных для загрузки-саморазгрузки продукции в кузов. Например, робот-погрузчик овощей в мягкой таре и штучных грузов, робот-погрузчик бочек, робот для разгрузки удобрений и семян в таре (рисунок 2.20)

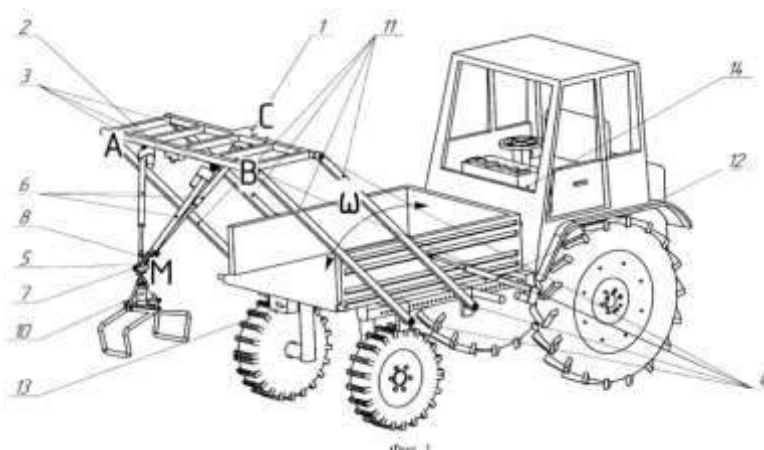


Рисунок 2.20 – Мобильный робот для загрузки-саморазгрузки продукции

Данную схему можно также использовать в качестве роботизированного навесного манипулятора для позиционирования рабочего оборудования сельхозмашинами и осуществления манипуляционных перемещений во время выполнения технологических операций (рисунок 2.21).

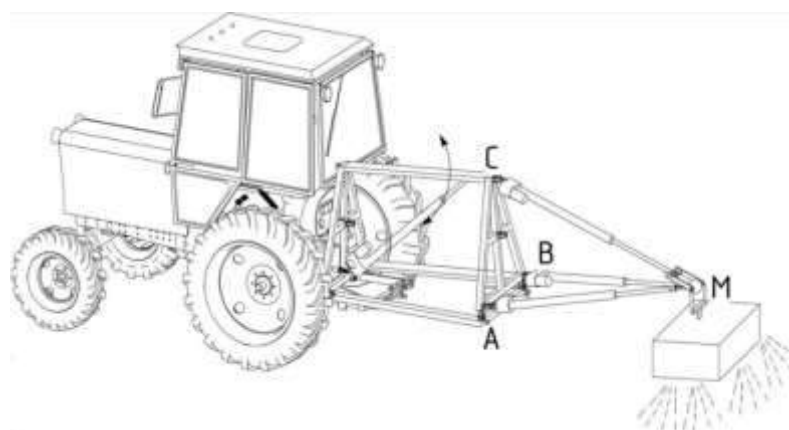


Рисунок 2.21 – Роботизированные навесные манипуляторы для позиционирования рабочего оборудования

В результате компоновки модулей I+II+III (рисунки 2.1, 2.2, 2.3) получаем мобильный робот-погрузчик с расширенной зоной действия (рисунок 2.22).

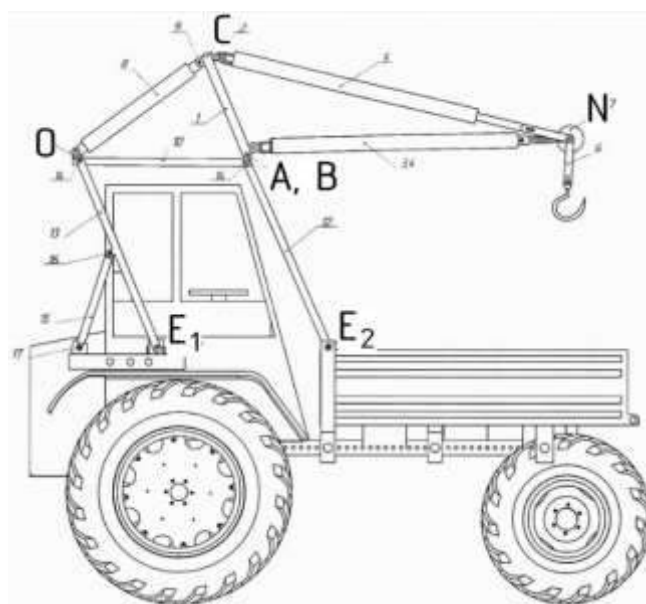


Рисунок 2.22 – Мобильный робот-погрузчик с расширенной зоной действия

На основе модуля I+II+V+III (рисунки 2.1, 2.2, 2.5, 2.3) формируется схема манипуляционного робота, которую можно использовать для операций по обрезке плодовых деревьев и кустарников, обработки деревьев, сбора плодов (рисунок 2.23).

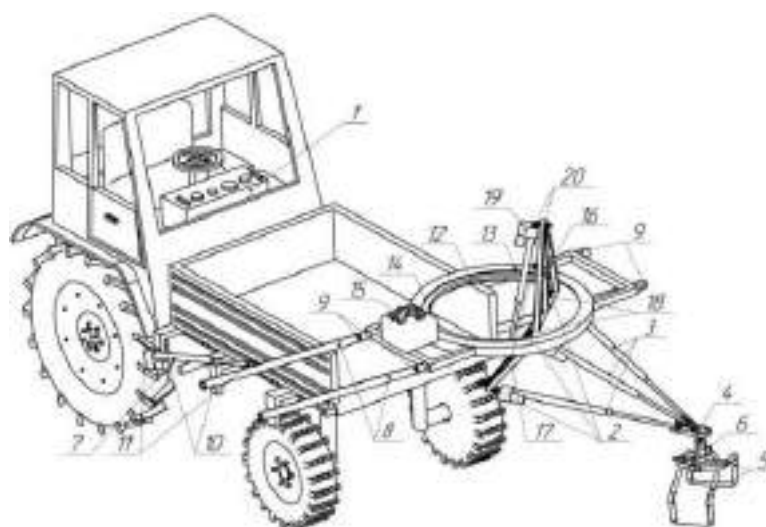
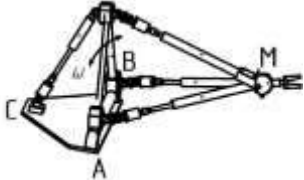


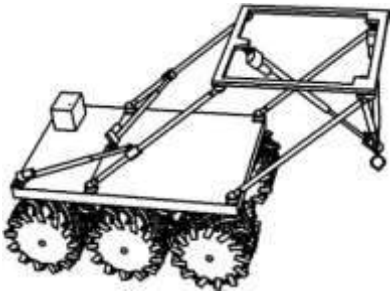
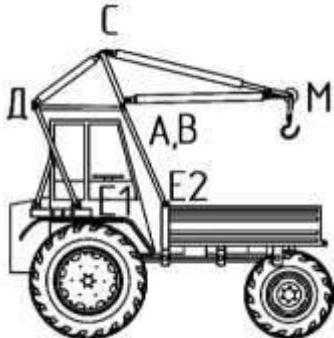
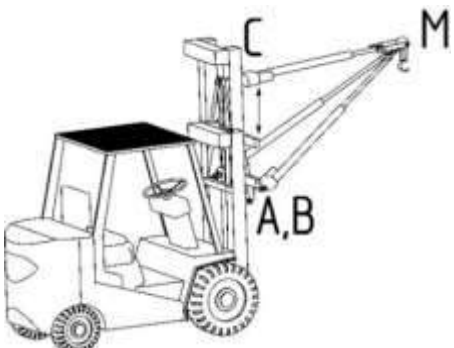
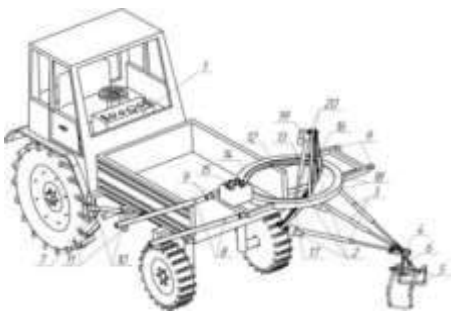
Рисунок 2.23 – Мобильный робот-манипулятор для операций по обрезке плодовых деревьев и кустарников, обработке деревьев, сбора плодов

Вышеперечисленные модульные решения манипуляционных роботов (раздел 2.2) имеют практическое и техническое решения в виде запатентованных моделей и экспериментальных образцов [174,175,176,177,178,179,182]. (таблица 1).

Таблица 1 – Компоновочные схемы манипуляционных роботов

№	Компоновка	W точки M	Схема	Виды движения основания трипода	Патенты внедрения
1.	I	3		Неподвижно	1. Манипулятор-трипод промышленного назначения (пат. РФ №2651781)
2.	I+II	4*		Вращательное относительно оси АВ	1. Манипулятор трипод параллельно-последовательной структуры (пат. РФ №2616493), 2. Робот-пропольщик с функцией фертигации (пат. РФ №2694588)

Продолжение таблицы 1

3.	I+III	4*		Поступательное	1. Робот-манипулятор (пат. РФ № 2700304) Манипулятор-трипод промышленного назначения (пат. РФ № 183544)
4.	I+II+III	5*		Сложное	Кран-манипулятор (пат. РФ №183553)
5.	I+IV	4*		Поступательное	Погрузчик-штабелер с манипулятором-триподом (пат. РФ № 213090)
6.	I+II+III +V	6*		Сложное	Погрузочно-транспортный агрегат с увеличенной рабочей зоной (пат. РФ № 212315)

Базовой частью всех схем (таблица 1) является трипод со степенями свободы характерной точки М рабочего органа от $W=3$ до $W=6$ и различными видами движения основания трипода, что является необходимым для реализации различных технологических процессов. Приведенные технические решения можно использовать: для погрузочно-разгрузочных работ, в том числе пакетированных грузов; для сортировки плодов и продукции перерабатывающего производства, их упаковки; для сбора плодов, фертигации и опрыскивания плодов, чеканки плодовых деревьев и кустарников; для работы в экстремальных условиях; при механической обработке и сборке изделий в машиностроении. Разные технологические операции возможны при условии применения сменного рабочего органа.

2.3 Особенности технологических процессов с использованием манипуляторов параллельно-последовательной структуры

Условия выполнения технологических процессов определяют способы построения траекторий и законы перемещения исполнительных приводов, в связи с этим, в разделе 2.3 рассмотрены вопросы планирования траекторий перемещения рабочего органа (РО) и особенности технологических процессов в промышленности, сельском хозяйстве, перерабатывающем производстве и на погрузочно-разгрузочных работах на примере конкретных операций, выполняемых реконфигурируемыми манипуляционными роботами гибридной структуры на базе трипода. Рассмотрены требования к параметрам, обеспечивающим реализацию этих процессов: необходимое число степеней подвижности; объем зоны обслуживания; скорости движения РО, точности позиционирования, а также к параметрам системы управления.

2.3.1 Планирование траекторий при выполнении технологических процессов

Реализация технологических операций невозможно без предварительного построения функций управления приводами манипуляционных систем, совместное выполнение которых обеспечит выполнение заданной операции. Дискретизация траектории перемещения рабочего органа манипуляционного робота является основой для построения функций систем управления приводами [54,90,264].

Технологические процессы в сельскохозяйственном производстве, промышленности и в других отраслях отличаются некоторыми особенностями, в частности, неопределенностью. Если рассмотреть манипулятор, то точки перемещение рабочего органа (РО) не будут всегда постоянными. В качестве участков траекторий перемещения захвата в технологической операции могут выступать линейные, криволинейные, кусочно-линейные и другие кривые и отрезки. В зависимости от принятых траекторий будет меняться производительность манипуляционной системы [88]. Траектория, которой можно соединить начальную и конечную точку перемещения захвата может быть различной.

Одной из ключевых задач управления является разработка эффективных методов и алгоритмов построения пути перемещения РО-захвата, следует отметить, что законы изменения скоростей и ускорений приводов должны соответствовать требованиям технологической операции, а также возможностям манипулятора [273].

Перемещение характерной точки захвата манипуляционной системы можно произвести, например, по прямой, которая бы соединяла первую и последнюю точки пути перемещения (прямолинейная траектория), а также по некоторой гладкой кривой, удовлетворяющей введенным ограничениям на ориентацию и положение захвата в начале и конце участка траектории (сглаженная траектория) [119].

Для большинства технологических процессов наилучшей траекторией как по расстоянию, так и по времени, является прямая. Но из-за преград, которые могут

быть на пути РО и конструктивных особенностей самого механизма, перемещение только по прямолинейным участкам не всегда осуществимо. Иногда перемещения по прямой, например, при достижении рабочим органом границ зоны обслуживания и при перемене направления движения исполнительных приводов, требует больших энергозатрат. При перемещении объектов манипулирования траекторию необходимо планировать с максимально возможной минимизацией энергозатрат [322]. Также следует учитывать, что перемещение некоторых грузов (контейнеров, хрупких и легко травмируемых объектов) следует осуществлять таким образом, чтобы в конструкции манипулятора не возникали большие инерционные нагрузки.

Какой бы сложной не была планируемая траектория, ее можно разбить узловыми точками на простые участки, описываемые простыми функциями. В зависимости от технологической операции, перемещение РО может осуществляться как по прямой, так и по различным кусочно-линейным траекториям, например, 1-2, 2-4, 4-5 или АВ, ВЕ, ЕF, дуге окружности $\overset{\cup}{BCF}$ или 1-4, параболе или гиперболе АСD или 1-5. Также перемещение возможно по более сложной, составной траектории 1-4-6 или АВЕF, которая состоит из нескольких прямолинейных участков (рисунки 2.24, 2.25).

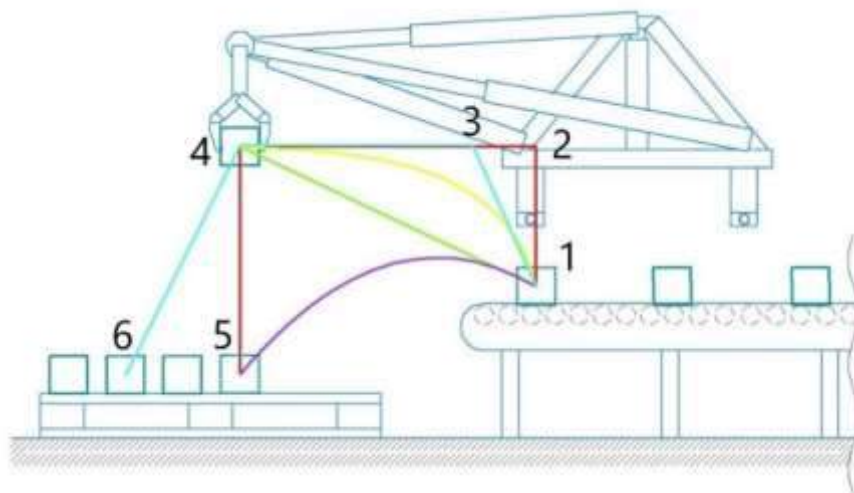


Рисунок 2.24 – Возможные кусочно-линейные траектории погрузки контейнеров манипулятором (без препятствия)

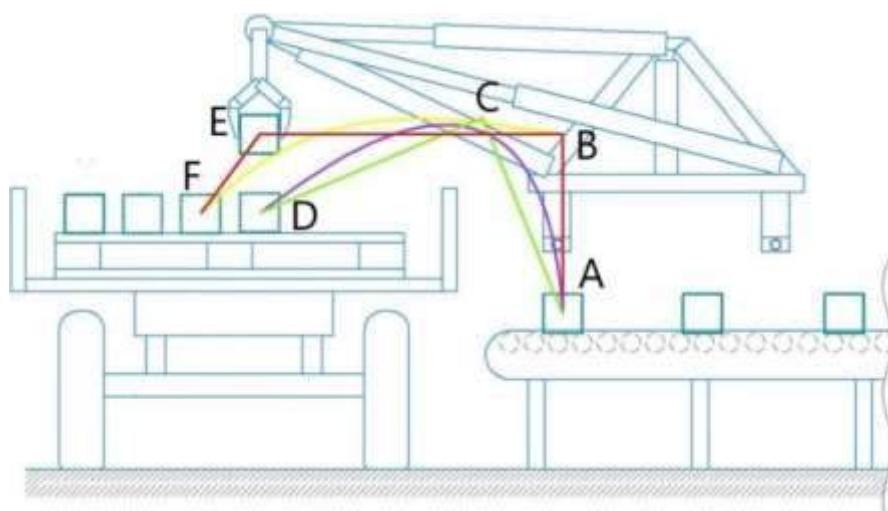


Рисунок 2.25 – Возможные кусочно-линейные и криволинейные траектории погрузки контейнеров манипулятором (на траектории препятствие)

При рассмотрении процесса паллетирования на транспортное средство, выполняемого роботом-манипулятором (рисунок 2.25), возникает ряд неопределенностей:

1. Точка A , а также точки F и D не располагаются в области прямой видимости, поэтому требуется планирование составной траектории, обход препятствий и расстановка узловых точек или возможно перемещение по криволинейной траектории AD для исключения столкновения груза с препятствием.

2. В данном технологическом процессе подразумевается последовательная загрузка свободного объема кузова, поэтому конечная точка траектории F не будет постоянна (переходит в точку D , например). Это значит, что спланированная траектория обязательно будет изменяться. Например, для осуществления перемещения груза с обходом препятствия из начальной точки (A) в конечную точку (D), потребуется спланировать траекторию с узловой точкой (C), т.е. $AD=AC+CD$ или сплошная, криволинейная AD .

3. Точка A тоже не будет всегда постоянной (рисунок 2.25). Первая и последняя точки траектории можно задать в нескольких системах координат (присоединённых или декартовых). Чаще всего для этого используют декартовы координаты, так как в них удобнее задавать требуемое положение захвата.

Присоединённые же координаты не пригодны для использования в качестве рабочей системы координат, так как что оси соединений многих манипуляционных систем не перпендикулярны осям координат и именно из-за этого невозможно свободное описание ориентации захвата и его положения. Для определения значений присоединённых координат в начальной и конечной точках планируемой траектории можно воспользоваться программой решения обратной задачи кинематики [254].

Как правило, планирование траектории в декартовой системе координат можно разбить на два этапа:

- 1) создание последовательности основных точек в пространстве, которые располагаются вдоль спланированной траектории РО;

- 2) подбор класса функций, которые описывают (аппроксимируют) куски траектории между основными точками по некоторым параметрам. Критерий, применяемый на втором этапе, выбирается с учетом алгоритмов управления, которые используются для гарантии движения вдоль определенных участков траектории [25].

В декартовом пространстве спланировать траекторию можно приняв её в качестве нескольких последовательно соединённых прямых отрезков с узловыми точками. Сгладить полученную траекторию перемещения можно, используя кубические сплайны, что позволит производить вычисления в режиме реального времени [54].

Стоит выделить тот факт, что с увеличением узловых точек, будет уменьшаться погрешность отклонения от траектории. Но это замедлит перемещение РО по заданной траектории из-за его движения в режиме real time. В данном случае требуется точное отслеживание перемещения РО и обязательна алгоритмическая реализация незначительных задержек, которые возникают в узловых точках. Требуется достигнуть минимального времени на перемещение захвата по планируемой траектории. Решив прямую и обратную задачи, можно достаточно сильно упростить планирование траектории перемещения [89,155].

Варианты планирования траектории, а также законы движения РО по этим траекториям определяются условиями выполнения технологических процессов в различных отраслях народного хозяйства, в связи с этим, далее в разделах главы 2 рассмотрены особенности технологических процессов в промышленности, сельском хозяйстве, перерабатывающем производстве и на погрузочно-разгрузочных работах на примере операций, выполняемых манипуляционными роботами на базе трипода.

2.3.2 Технологические процессы в сельском хозяйстве

2.3.2.1 Технологический процесс обрезки виноградников с использованием манипулятора-трипода

Существуют разные образцы машин для обрезки винограда, большие габариты подобных роботизированных машин, и как следствие, проблемы в устойчивости, не позволяют роботу работать на уклонах местности, характерных для районов выращивания винограда. Поэтому для работы в таких условиях возникает необходимость создания малогабаритного роботизированного мобильного комплекса на базе манипулятора-трипода с рабочим органом в виде выдвигающихся ножниц. В качестве технического решения предлагается конфигурация робота для обрезки плодовых и винограда (рисунок 2.14) или схема мобильного манипуляционного робота для чеканки плодовых деревьев и кустарников и обрезки винограда (рисунок 2.15).

Рекомендуется комплекс оснастить двумя манипуляторами, расположенными последовательно друг за другом, установленными в одной плоскости (рисунок 2.26), что позволит проводить обрезку рядков с двух сторон, а также помогать друг другу в необходимости поддержания и фиксации лозы при большой длине и укладки ее в междурядье. Роботизированный комплекс сможет работать при различной шпалерной системы посадки.

В связи с этим, к характеристикам манипулятора предъявляются следующие технические требования:

Число степеней свободы манипулятора на исполнительные приводные звенья и платформу-5, на ориентацию захвата в пространстве - 3, на ножницы-2, при этом одна степень подвижности в ножницах необходима для их выдвижения, таким образом управляемый захват не будет путаться в лозах.

Рабочая зона обслуживания должна представлять, объем с размерами: максимальная высота 2–3 м, максимальный вылет захвата от боковой кромки платформы комплекса 1-1,5 м. Так как в качестве исполнительных звеньев используются электроцилиндры (актуаторы), быстродействие актуаторов должна быть сравнительно высоким, скорость перемещения должна достигать (в зависимости от требуемой производительности) 300 мм/с. При этом погрешность позиционирования должна находиться в пределах $\pm 1,0$ мм, так как помимо лоз обрезаются и усики в диаметре до 1 мм., которые оплетают лозы.

Виды систем управления: автоматическое адаптивное управление в соответствии с параметрами, заложенными в программном обеспечении для обрезки винограда.

В качестве манипулятора для робота-чеканщика может быть применен манипулятор-трипод с управляемым 3-х степенным захватом (рисунок 2.26).

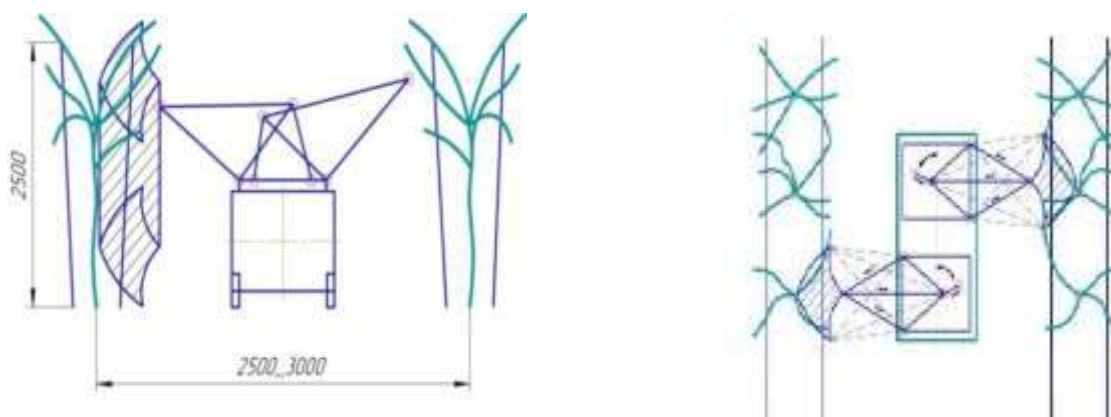


Рисунок 2.26 – Рабочая зона обслуживания малогабаритного роботизированного мобильного комплекса

На рисунке 2.27 показана технология обрезки лоз с одной стороны шпалеры. В точках 1 и 2 необходимо выполнить срез лоз куста винограда. Ниже на рисунке 2.27 представлены возможные траектории подвода рабочего органа (ножниц) от 1 места среза к 2 месту (1 – перемещение рабочего органа по прямой; 2 – по изогнутой линии в виде параболы; 3 – ломаной кривой).

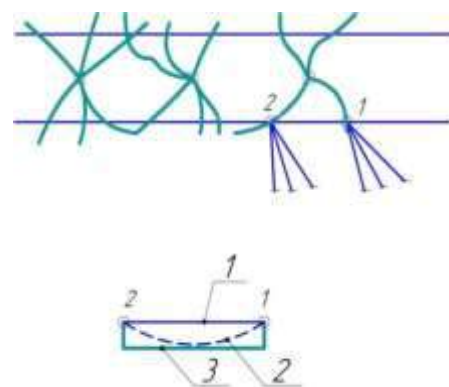


Рисунок 2.27 – Схема обрезки лоз с одной стороны шпалеры

2.3.2.2 Технологический процесс сбора овощей в условиях закрытого грунта

В последние годы все активнее ведется внедрение автоматизированных и роботизированных решений на всех этапах тепличного овощеводства. Роботы позволяют исключить присутствие человека на 80 % производственных операций в крупных тепличных комплексах. Разнообразие операций, выполняемых роботами, нацелено на организацию замкнутого производственного цикла, где практически обходятся без людей, а роботы выполняют большую часть операций: производство и высадку рассады, сбор урожая, сортировку и упаковку.

Для сбора овощей в условиях закрытого грунта рекомендуется применять роботизированный мобильный манипулятор на базе трипода, при этом стационарный манипуляционный механизм подвешивается на подвижной платформе, перемещающейся по рельсам, расположенным в верхней части теплицы (рисунок 2.16) или манипуляционный робот с расширенной зоной обслуживания (рисунок 2.17).

Для данного технологического процесса (рисунки 2.28, 2.29) манипулятор должен иметь следующие технические характеристики:

Число степеней свободы манипулятора: на исполнительные приводные звенья и платформу-7, из них 4 степени для перемещения основания – горизонтальное перемещение и 3 на вертикальное перемещение.; дополнительно 3

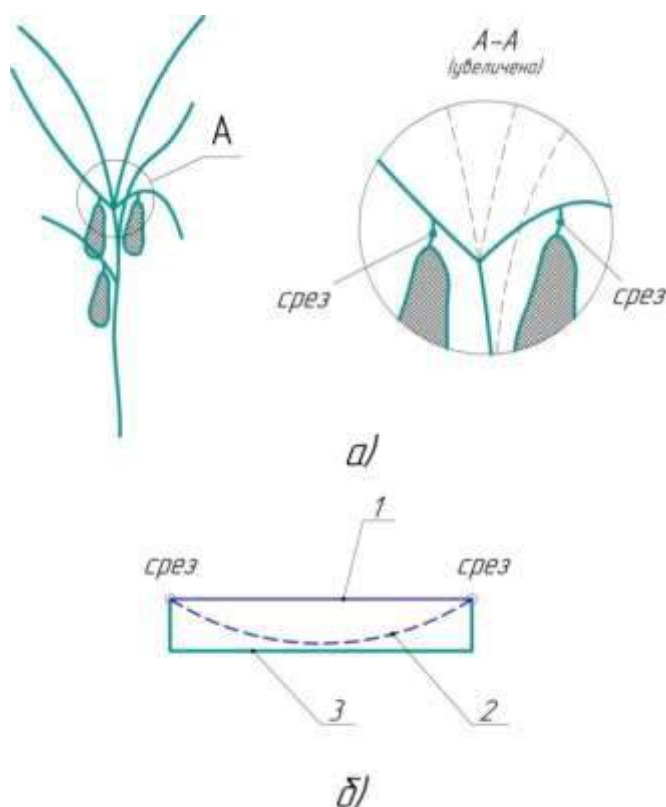


Рисунок 2.29 — Технология среза растений

а) - точки среза овощей; б) – возможные траектории подвода рабочего органа (ножниц) от одного среза к другому (1 – перемещение рабочего органа по прямой, 2 – по изогнутой в виде параболы, 3 – ломанной кривой)

2.3.2.3 Технологический процесс опрыскивания плодовых деревьев и пропашных культур

Роботизированный способ полосовой химической обработки растений способствует более экономичному перераспределению рабочих растворов по полосам, в результате обеспечивается снижение затрат на химическую обработку растений. Применение данного технологического подхода (рисунки 2.30, 2.31) позволяет точно перераспределять рабочий раствор с действующим веществом, что в результате снижает гектарные нормы, при этом норма внесения по объектам остается прежней. Кроме этого, применение дифференцированного подхода к внесению химии позволит снизить стрессовые воздействия на культурные растения.

Для выполнения данного технологического процесса предлагается использовать схемы мобильных роботов для опрыскивания садовых деревьев и фертигации (точечной обработки культурных растений) (рисунки 2.13, 2.14).

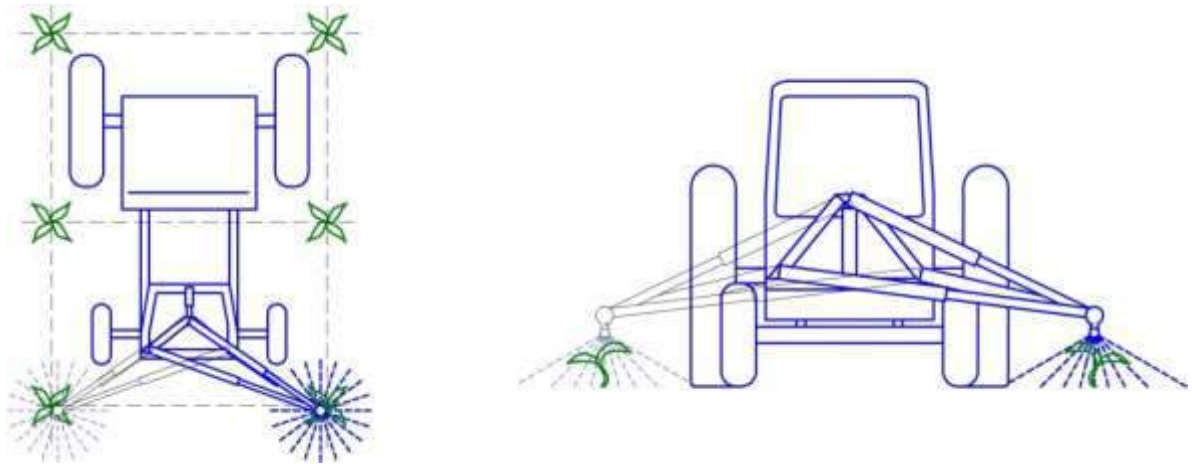


Рисунок 2.30 – Схема опрыскивания манипулятором-триподом

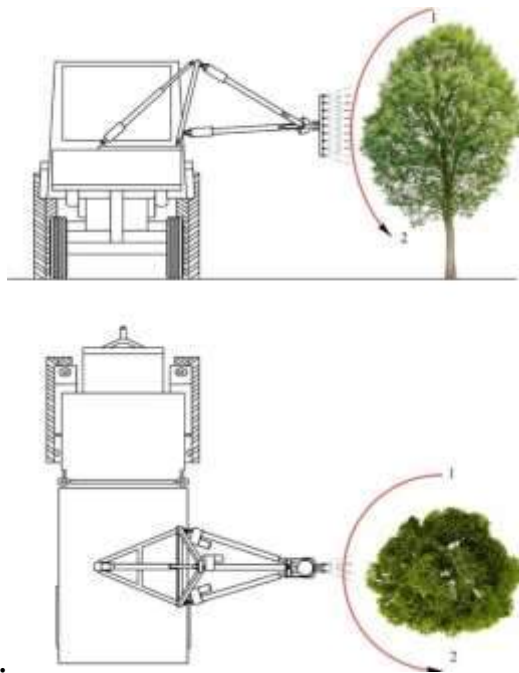


Рисунок 2.31 – Траектории перемещения распылительной головки при выполнении опрыскивания садов: 1-2 перемещение по дуге окружности в горизонтальной плоскости с ориентацией распылительной головки по направления нормального ускорения и 1-2 перемещение по дуге окружности в вертикальной плоскости.

В предложенной схеме опрыскивания (рисунок 2.31) возможна корректирующая ориентация распылительной головки при наличии ветра со скоростью потока допустимого по агротехническим требованиям.

Число степеней свободы. Для технологического процесса опрыскивания садов необходимы манипуляторы с пятью-шестью степенями свободы. Три степени свободы необходимы для перемещения распылительной головки и еще две для изменения угла наклона рабочего органа-распылителя и еще одной для угла коррекции.

Зона обслуживания для технологического процесса опрыскивания садов во многом зависит от возраста сада. Для достижения необходимой зоны обслуживания необходимо подобрать подходящую длину actuators.

Быстродействие. При выполнении опрыскивания садов манипулятором быстродействие является важнейшим фактором так как пока самоходное шасси движется на пониженной передаче манипулятор должен обработать половину кроны дерева. Для выполнения данного процесса actuators должны иметь скорость от 200 до 400 мм/с.

Система управления: Для данного технологического процесса система управления манипулятором предпочтительнее автоматическая с адаптивной системой управления.

2.3.3 Технологические процессы в перерабатывающем производстве

В технологических процессах перерабатывающей промышленности, так же, как и в сельском хозяйстве, есть ряд особенностей, в качестве которых выступают неопределенности граничных условий. В технологических операциях ситуация часто изменяется от цикла к циклу и это происходит из-за изменения положения (координат) основных узловых точек реализуемой траектории. Получается, что рабочая операция заранее не известна и видоизменяется в определенных пределах.

Время, затрачиваемое на холостые перемещения РО при выполнении однотипных операций, можно значительно снизить, выбрав подходящую

траекторию. При перемещении РО по оптимальным траекториям, используя модернизированные системы управления, можно повысить эффективность технологического процесса на различных производственных линиях, будь то сортировка различного рода продукции или мусора, что в настоящее время актуально, т.к. переработка отходов в нашей стране развита плохо. Технологический процесс перемещения захвата без труда можно автоматизировать для часто повторяющихся траекторий, и это значительно увеличит эффективность использования манипулятора.

Рассмотрим применение манипуляционного робота с неподвижным основанием (рисунок 2.9), представленного на автоматической линии укладки конфет в блистеры (рисунок 2.32).

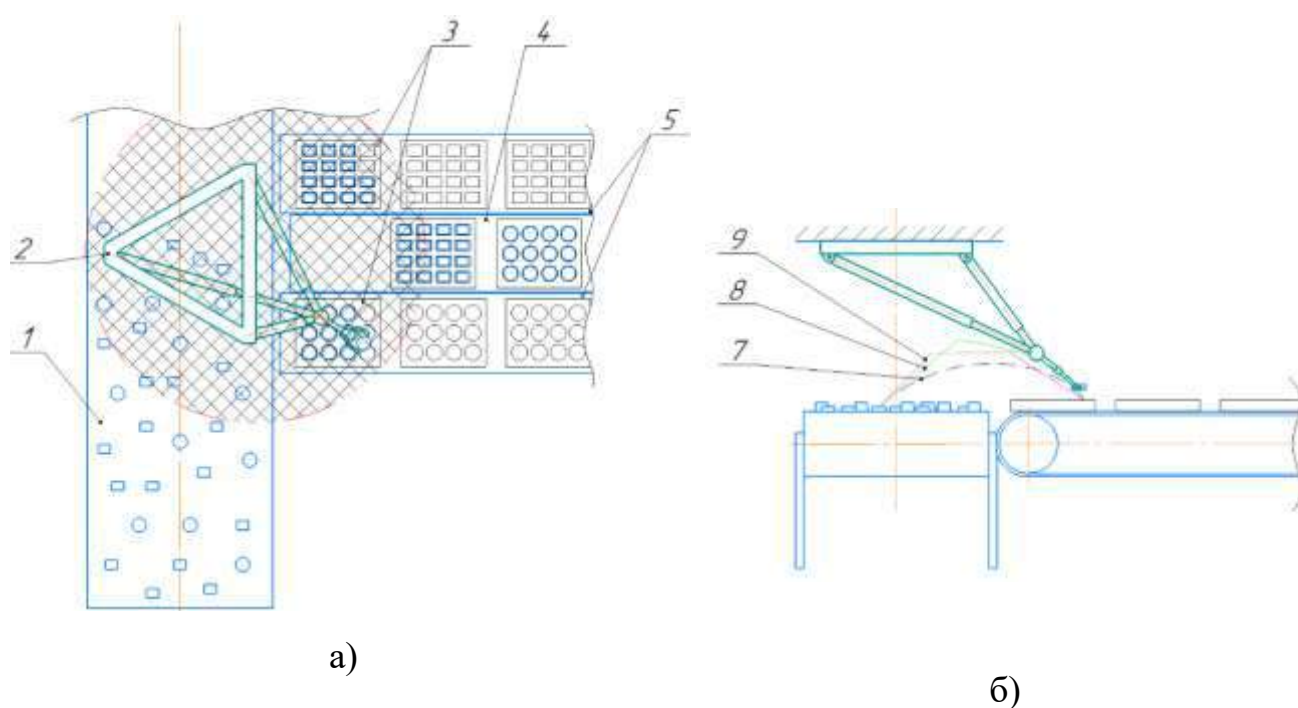


Рисунок 2.32 – Автоматическая линия укладки конфет в блистеры:

1 – ленточный конвейер с конфетами; 2 – манипулятор-трипод; 3 – блистеры; 4 – конвейер с готовой продукцией; 5 – конвейеры с заполняемыми блистерами: а) зона, обслуживаемая манипулятором; б) траектории, по которым возможно перемещение конфет: 7 – криволинейная; 8 – кусочно-линейная; 9 – комбинированная.

Число степеней свободы. Для технологического процесса сортировки манипулятор с захватом должен иметь 6 степеней подвижности: 3 степени подвижности необходимы для перемещения РО (захвата) и еще 3 – для изменения пространственного положения захвата.

Зона обслуживания зависит от технологического процесса, выполняемого манипулятором. При сортировке конфет и укладке их в блистеры манипулятор должен размещаться в рабочем пространстве так, чтобы заполняемые коробки и ленточный конвейер, по которому подаются конфеты, были перекрыты его зоной обслуживания.

Быстродействие. Для таких технологических процессов, как сортировка и упаковка, нужны высокие скорости перемещения, которых можно добиться применением высокоскоростных линейных электроприводов. Целесообразными скоростями для захвата в данном случае являются скорости 0,001-1,5 м/с.

Точность позиционирования. Процесс сортировки и укладки конфет в блистеры требует высокой точности позиционирования (± 1 мм), которая достигается за счет конструкции манипулятора и захвата.

Система управления. Для таких технологических процессов система управления манипулятором может быть, как автоматизированной, так и полностью автоматической. Человек может принимать участие в контроле над технологическим процессом, после успешного обучения манипулятор может работать в автоматическом режиме с адаптивной системой управления.

2.3.4 Технологические процессы перемещения и позиционирования грузов

Перемещение и позиционирование грузов необходимо в разнообразных отраслях народного хозяйства: в промышленности, в сельском хозяйстве, при строительстве, замене и монтаже агрегатов и энергетических установок на транспорте, погрузочных технологических процессов в условиях мастерской и др.

В агропромышленном комплексе приходится около 40% от всех затрат труда на погрузочно-разгрузочные и транспортные работы, и эта проблема не теряет

своей актуальности [155]. В связи с этим рассматривается технологический процесс погрузки-разгрузки в сельском хозяйстве.

2.3.4.1 Технологический процесс погрузки овощей в мягкой таре

В сельском хозяйстве для погрузки-разгрузки используются разные фронтальные погрузчики, но их использование не всегда эффективно при уборке продукции с полей из-за низкой производительности, связанной с выполнением погрузочных операций. Непроизводительные перемещения, возникающие из-за излишнего маневрирования погрузчиком, требуют дополнительных затрат времени, что в целом снижают показатель производительности. К тому же несовершенство конструкции грузозахватных приспособлений с ограниченными функциональными возможностями способствуют к применению нерациональных способов захвата груза.

Возникает потребность в новых мобильных средствах малой механизации, малогабаритных тракторах и погрузчиках, которые обладали бы большими функциональными возможностями, поэтому рассмотрим технологический процесс погрузки овощей в мягкой таре с помощью манипуляционного робота, который может устанавливаться на самоходное шасси (рисунок 2.20) [159].

Представлено несколько вариантов технологических процессов, в которых погрузочно-транспортный агрегат перемещается по полю с определенной скоростью (V), осуществляет захват и погрузку овощей в мягкой таре в кузов (рисунок 2.33).

Вариант I (рисунок 2.33, а) - погрузочно-транспортный агрегат перевозит самостоятельно загруженную овощную продукцию в мягкой таре с точки сбора в поле до места ее хранения и переработки, данная схема применяется на коротких расстояниях от поля до места складирования урожая [159].

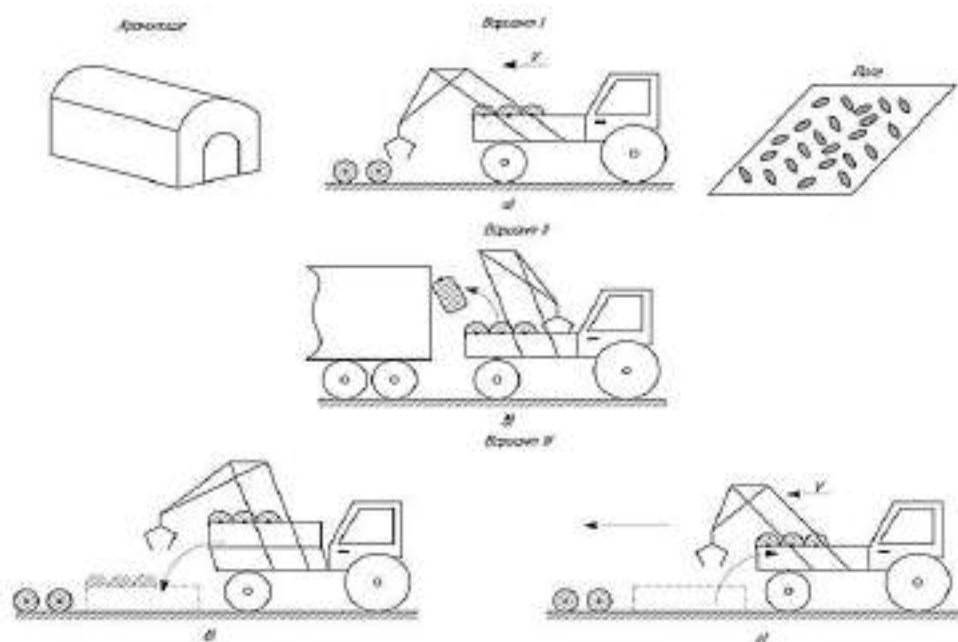


Рисунок 2.33 – Варианты технологического процесса: а – погрузка груза на транспортное средство и его транспортировка; б – погрузка груза в дополнительное транспортное средство; в, г – погрузка груза в сменную тару.

Вариант II (рисунок 2.33, б)– агрегат после загрузки кузова самоходного шасси переезжает и перегружает груз в прицеп или в другое транспортное средство [159].

Вариант III основан на применение сменных тар и приводит к модернизации погрузочно-транспортного агрегата с введением в конструкцию механизма мульти лифта для применения перевалочной технологии. В этом случае, овощная продукция с помощью механизма мультилифта первоначально загружается в сменную тару (рисунок 2.33, в), которая устанавливается на шасси порожний (рисунок 2.33, г) и продолжается дальнейший сбор овощной продукции [159].

Для всех вариантов рассмотренных технологических схем должны быть обоснованы геометрические и кинематические параметры манипулятора погрузочно-транспортного агрегата (рисунок 2.34), обеспечивающие качественное выполнение техпроцесса. Например, необходимо обеспечить необходимые ширину и вынос захвата и т.д.

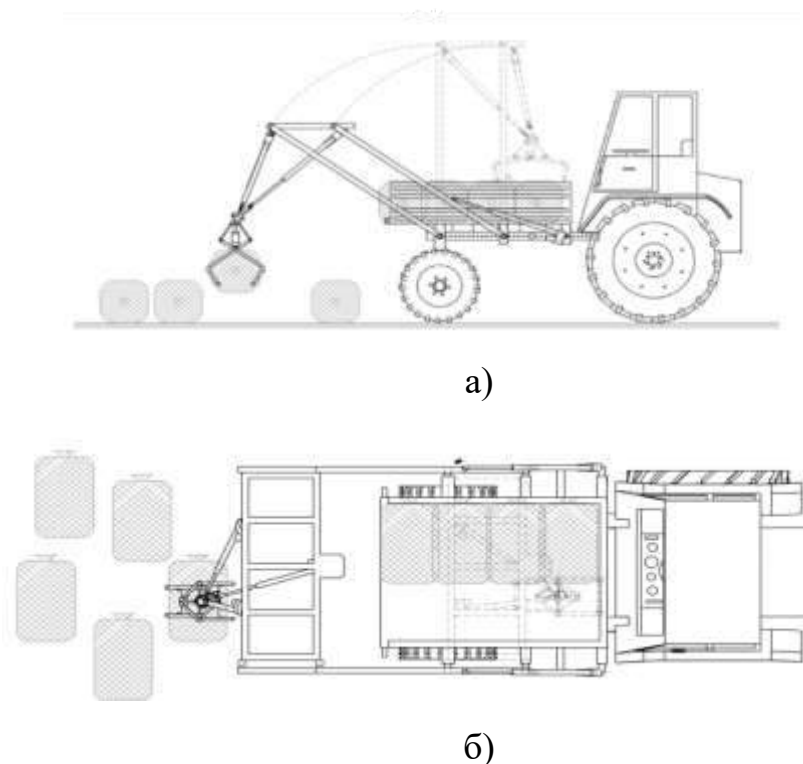


Рисунок 2.34 – Способ захвата и погрузки манипулятором погрузочно-транспортного агрегата: а – вид сбоку; б - вид сверху

Число степеней свободы. Для технологического процесса погрузки и транспортировки плодоовощной продукции необходим манипулятор с пятью степенями подвижности. Одна степень подвижности необходима для наклона пространственно-параллелограммного механизма, три для позиционирования манипулятора-трипода и еще одна для сжатия рычагов грузозахватного органа.

Зона обслуживания для технологического процесса погрузки и транспортировки плодоовощной продукции зависит от расположения мешков на поле. Для достижения необходимой зоны обслуживания погрузчика необходимо подобрать подходящую длину актуаторов непосредственно манипулятора-трипода и актуаторов для поворота пространственно-параллелограммного механизма.

Быстродействие. При выполнении погрузки и транспортировки плодоовощной продукции быстродействие является важнейшим фактором. Для выполнения данного процесса самоходное шасси погрузчика должно двигаться по полю со скоростью 5-7 км/ч., при выдвижении штоков исполнительных звеньев-

цилиндров со скоростью до $V_{шт}=0,25$ м/с необходимо, чтобы мощность исполнительного привода составляла $N_{ном}=1,82$ кВт.

Система управления. Для таких технологических процессов система управления манипулятором может быть, как автоматизированной, так и полностью автоматической. Человек может принимать участие в контроле над технологическим процессом, после успешного обучения манипулятор может работать в автоматическом режиме с адаптивной системой управления.

2.3.4.2 Технологический процесс погрузочно-разгрузочных и монтажных операций в условиях мастерской

Существующие манипуляторы на базе серийных тракторов и погрузчиков не позволяют в достаточной степени реализовать технологические операции по монтажно-демонтажным и погрузочно-разгрузочным работам в условиях мастерской. Поэтому возникла потребность в новых мобильных средствах малой механизации, малогабаритных тракторах и погрузчиках, которые обладали бы большими функциональными возможностями.

Электропогрузчик с манипулятором-триподом в качестве навесного оборудования можно рационально и эффективно использовать в хозяйстве. Он незаменим для погрузочных и транспортных работ, как в помещениях, так и на открытых площадках с твердым и ровным дорожным покрытием. Шасси очень хорошо маневрирует внутри помещения, это позволяет использовать его для механизации транспортных работ внутри мастерских.

В связи с этим, рассмотрен технологический процесс погрузочно-разгрузочных и монтажных операций в условиях мастерской с использованием манипуляционного мобильного робота, закрепленного на штабеллере, в том числе с расширенной зоной действия (рисунки 2.17, 2.19). Получаем манипуляционный робот со следующими характеристиками:

Число степеней свободы манипулятора равно четырём (с учетом подъема манипулятора захватом погрузчика), тем самым обеспечивается воспроизведение пространственного движения грузозахватного устройства

Рабочая зона представляет собой пространственную поверхность, имеющую по объему следующие характеристики: максимальную высоту подъема выходного звена в виде крюка 4,2 м, максимальный вылет в продольной плоскости от его продольной оси 1,25 м, максимальный вылет выходного звена от передней кромки платформы 1,8 м (рисунок 2.35).

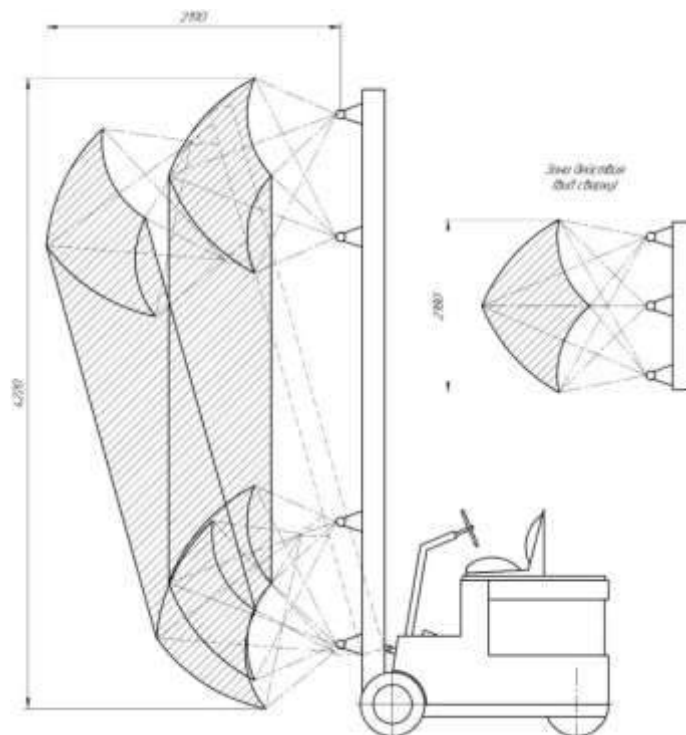


Рисунок 2.35 – Рабочая зона манипулятора параллельно-последовательной структуры

Максимальная грузоподъемность манипулятора должна быть не менее 500 кг. Скорость определяется следующим, так как в качестве исполнительных звеньев используются электроцилиндры (актуаторы) грузоподъемностью 500 кг, то быстродействие актуаторов будет сравнительно невысоким (до 50 мм/с).

Погрешность позиционирования будет находиться в пределах до $\pm 5,0$ мм, что достаточно при реализации технологических операций при монтажно-демонтажным и погрузочно-разгрузочным работам в условиях мастерской.

Система управления: для данного технологического процесса система управления манипулятором предпочтительнее автоматическая, рекомендуется применение копирующего управления положением крюкового захвата (рабочего органа) с помощью задающего устройства – джойстика.

При выполнении манипулятором погрузочно-разгрузочных работ или монтажно-демонтажных работ (рисунок 2.36) возникает ряд неопределенностей, так как начальные и конечные точки позиционирования груза не находятся в зоне прямой видимости. Появляется задача обхода препятствий и, соответственно, возникает необходимость в кусочно-линейной траектории.

На рисунке 2.36 приведены варианты кусочно-линейных траекторий при погрузке контейнеров в транспортное средство и монтажно-демонтажных работ в условиях мастерской. Самой оптимальной траекторией является перемещение по дуге 1, но на пути движения могут возникать препятствия, поэтому при перемещении манипулятором в транспортное средство контейнера общей траекторией будет комбинированная кривая в виде прямых отрезков 2-4.

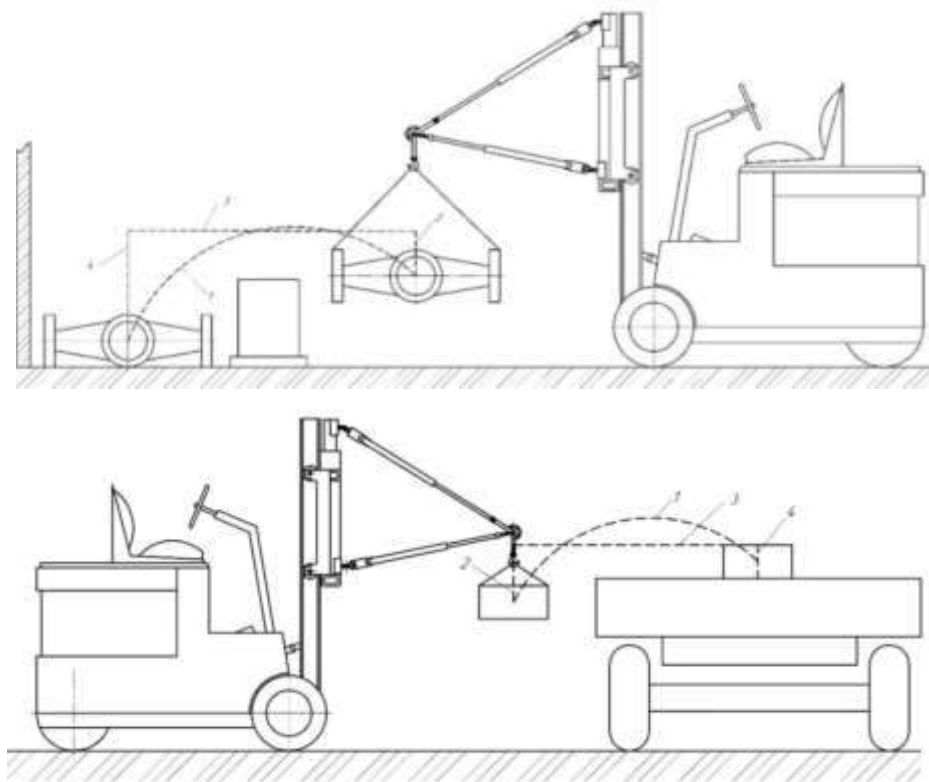


Рисунок 2.36 – Монтажно-демонтажные и технологические операции в условиях мастерской

2.3.5 Технологические процессы в машиностроении

В качестве примера задачи, в которой рационально использование манипуляционного механизма параллельно-последовательной структуры на основе трипода, для роботизации технологических операций в машиностроении [9,241], можно привести производственные операции, связанные со сваркой и резкой металла с использованием схемы манипуляционного механизма с неподвижным основанием (рисунок 2.9).

2.3.5.1 Сварка металлов

На рисунке 2.37 показаны перемещения сварочной головки при выполнении точечной сварки листовых материалов. Траектории перемещение сварочной головки не ограничиваются указанными на рисунке 2.37, они могут быть разнообразны и зависят от форм свариваемых деталей и места в каком необходимо произвести сварку. Масса сварных головок может достигать 90 кг., вследствие чего, необходима высокая грузоподъемность манипулятора около 150 кг.

Как уже говорилось выше, процесс сварки может проходить в составе сборочной линии. Для того чтобы работать на конвейере сборки автомобилей, манипулятору необходимо запомнить несколько конфигураций кузовов, на каждом из которых необходимо позиционировать до 300-500 точек. Это весьма непросто, так как очертания кузовов бывают довольно замысловатыми, а некоторые точки - труднодоступными. Робот должен уметь производить сложные манипуляции с тяжелой головкой быстро, точно и надежно. Выполнить это могут лишь роботы с высокими показателями маневренности.

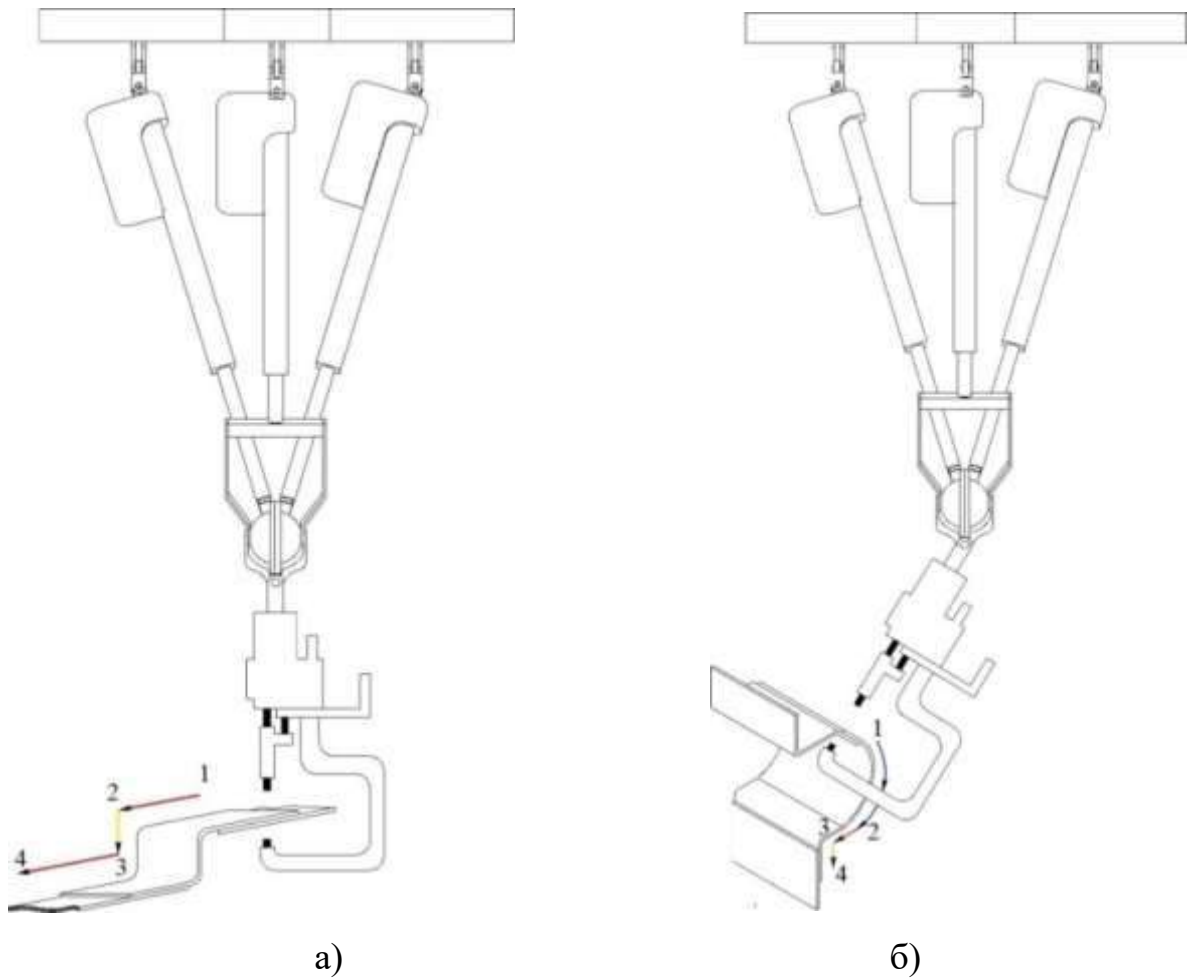


Рисунок 2.37 – Траектории перемещения сварочной головки при выполнении точечной сварки: а - простые, 1-2, 3-4 прямолинейное перемещение в горизонтальной плоскости 2-3 прямолинейное перемещение в вертикальной плоскости; б - более сложные, требующие вращения головки и изменения угла наклона губок 1-2 перемещение по дуге окружности, 2-3 прямолинейное перемещение в горизонтальной плоскости, 3-4 прямолинейное перемещение в вертикальной плоскости

Число степеней свободы. Для технологического процесса точечной сварки необходимы манипуляторы с шестью степенями свободы. Три степени свободы необходимы для перемещения сварочной головки к месту сварки и еще три для вращения головки и изменения угла наклона губок.

Зона обслуживания сварочного робота во многом зависит от свариваемых деталей, чем больше свариваемые части, тем больше необходима рабочая зона. Для

достижения необходимой зоны обслуживания манипулятором необходимо подобрать подходящую длину актуаторов.

Быстродействие. Так как сам процесс точечной сварки происходит очень быстро, то основное время тратится на перемещение сварочной головки к другой точке сварки. Чем больше будет скорость актуаторов (исполнительных звеньев), тем быстрее будет выполняться технологический процесс., примерно необходимая скорость актуаторов 250 мм/с.

Точность позиционирования. Процесс точечной сварки предъявляет высокие требования к позиционированию сварочной головки, ± 1 мм.

Система управления. Повторяемость и точность, которой могут добиться роботы, способствуют более высокой однородности процесса, чем при работе человека-оператора. Поэтому для данного технологического процесса предпочтительнее адаптивные системы автоматического управления, которые способны производить выбор определенной программы, корректировать перемещение сварочного инструмента, изменять режим сварки и т. д.

2.3.5.2 Лазерная резка металлов

Промышленные роботы активно используются для операций раскрой металла с помощью плазмы, лазера и гидроабразивной резки. Раскрой металла с помощью лазерной резки выступает альтернативой для трехмерного лазерного комплекса, позволяя выполнить любой раскрой в трехмерном пространстве. Данная технология широко используется в автомобилестроении, а также достаточно эффективна для обрезки краев изделий после штамповочных и формовочных операций. Лазерной резкой металлов можно обрабатывать любые металлические профили: листы, трубы, уголки и прочее, поэтому траектории перемещение лазера могут быть разнообразны и зависят от формы вырезаемых деталей (рисунок 2.38).

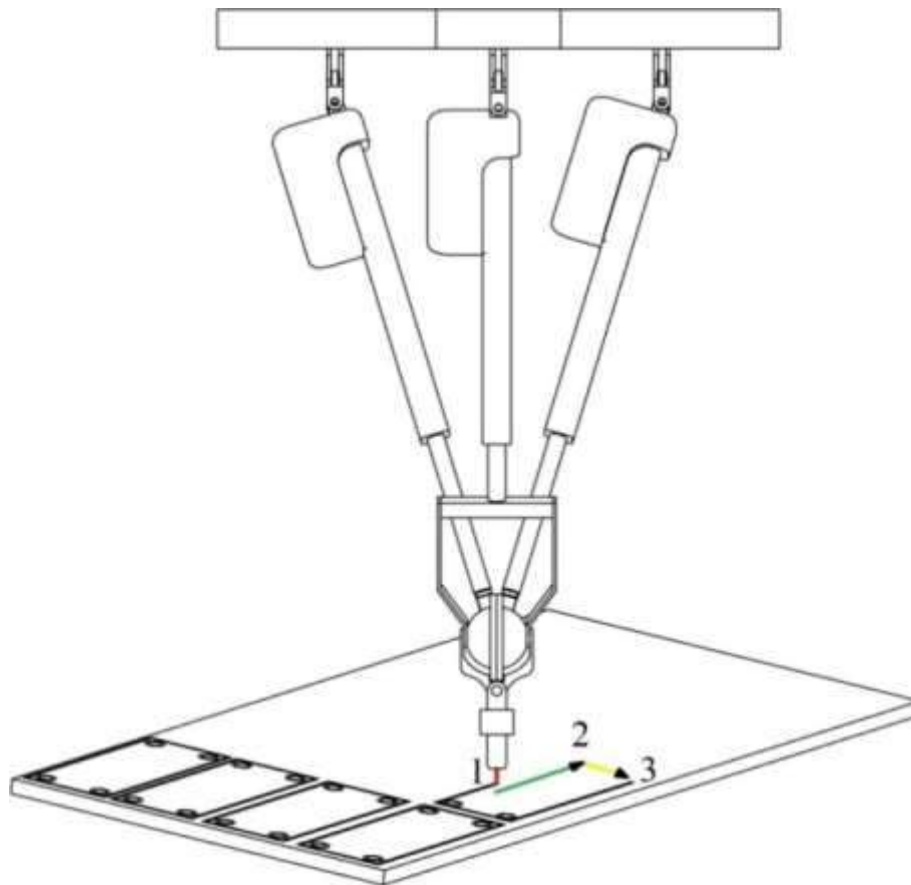


Рисунок 2.38 – Траектории перемещения лазера при раскрое металла: 1-2, 2-3 прямолинейное перемещение в горизонтальной плоскости

Рассматривают несколько характеристик-параметров, которые влияют на качество резки металла: скорость процесса, мощность лазера и диаметр, плотность луча, состав излучения, фокусное расстояние и марка металла.

Например, низкоуглеродистые стали режутся быстрее на 30%, чем высокоуглеродистые. Если кислород заменить обычным воздухом, то скорость реза снижается почти в два раза. Скорость резки алюминия лазером мощностью 1 кВт составляет в среднем 12 м/с, титана – 9 м/с [240].

Точность определяется качеством технологического процесса, который зависит от толщины детали и для каких целей заготовка будет использоваться. Что касается толщины, то погрешность может составлять 0,1-0,5 мм, если лазером разрезается металлический профиль толщиной до 10 мм. Допускаемые отклонения деталей от нормативных размеров: 0,05-0,5 мм [240];

Число степеней свободы. Для технологического процесса лазерной резки металла необходимы манипуляторы с пятью 5 степенями свободы, 3 - степени свободы необходимы для перемещения рабочего элемента к месту реза и еще 2- для изменения угла наклона лазера.

Зона обслуживания робота для операций раскроя металла во многом зависит от размера вырезаемой детали и элемента, на котором необходимо выполнять резку. Для достижения необходимой зоны обслуживания манипулятором необходимо подобрать подходящую длину актуаторов.

Быстродействие. Скорость резки металлов: 0,167-12,5 м/с. Она зависит от толщины, материала и режима резки.

Система управления. Повторяемость и точность, которой могут добиться роботы, способствуют более высокой однородности процесса, чем при работе человека-оператора. Поэтому для данного технологического процесса предпочтительнее адаптивные системы автоматического управления, которые способны производить выбор определенной программы, корректировать перемещение режущего инструмента, изменять режим резки и т. д.

Выводы по 2 главе

В главе 2 предложены кинематические схемы реконфигурируемых манипуляционных систем роботов параллельно-последовательной структуры. Манипуляционные роботы построены по модульному принципу, предложено семь элементарных модулей, сочетания модульных схем обусловлены особенностями технологических процессов.

Базовой частью кинематических схем реконфигурируемых манипуляторов является трипод со степенями свободы характерной точки М рабочего органа от $W=3$ до $W=6$ и различными видами движения основания: поступательным, вращательным, сложным. Технические решения запатентованы.

Данные технические решения можно использовать: для погрузочно-разгрузочных работ, в том числе пакетированных грузов; для сортировки и

упаковки плодов, продукции перерабатывающего производства; для сбора, фертигации и опрыскивания растений, чеканки плодовых деревьев и кустарников; для работы в экстремальных условиях; при механической обработке и сборке изделий в машиностроении.

Проанализированы основные закономерности выполнения типовых технологических процессов в промышленности, сельском хозяйстве, перерабатывающем производстве и на погрузочно-разгрузочных работах на примере заданных операций, выполняемых реконфигурируемыми манипуляционными роботами гибридной структуры на базе трипода.

Проанализированы возможные траектории рабочего органа при выполнении заданных операций, при этом выявлено, что заданные технологические процессы можно описать с помощью элементарных траекторий (технологических движений) рабочего органа (РО).

Рассмотрены требования к параметрам манипулятора, обеспечивающим реализацию этих процессов: числу степеней подвижности; объему зоны обслуживания; скорости движения РО, точности позиционирования, а также к характеристикам системы управления.

3. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ МАНИПУЛЯТОРА ПАРАЛЛЕЛЬНО-ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ С УПРАВЛЯЕМЫМ РАБОЧИМ ОРГАНОМ

В данной главе проведен структурный анализ манипулятора, для примера выбрана наиболее обобщенная схема параллельно-последовательной структуры на базе трипода (рисунок 2.10), из которой путем компоновок получаются схемы подавляющего большинства реконфигурируемых манипуляционных роботов. Конструкция манипулятора дополнена захватным устройством, решена задача позиционирования, предложены критерии оптимизации, определены геометрические и кинематические характеристики манипулятора с управляемым захватным устройством.

3.1 Структурный анализ манипулятора с управляемым рабочим органом (захватным устройством)

Одним из основных требований, определяющих работоспособность манипуляторов, является обеспечение подхода рабочего органа манипулятора к требуемым точкам объекта обслуживания с заданной ориентацией рабочего органа.

Для реализации этой цели существующий опытный образец манипулятора – трипода [159] дополнен захватным устройством с тремя степенями свободы (рисунок 3.1). Механизм захватного устройства состоит из трех звеньев, последовательно соединенных друг с другом вращательными кинематическими парами пятого класса и с рабочим органом (кистью).

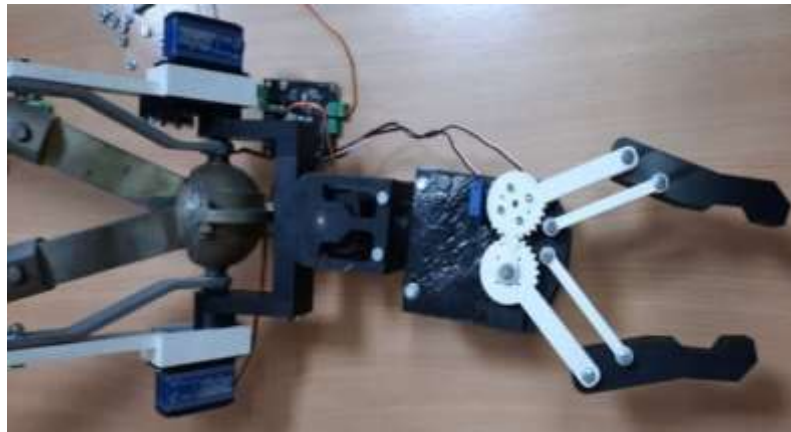


Рисунок 3.1 – Полногабаритная модель захватного устройства с тремя степенями подвижности

На рисунке 3.2 представлен манипулятор-трипод, оснащенный управляемым захватным устройством с тремя степенями подвижности. Маневренность такого манипулятора равна единице, а конкретные значения манипулятивности определяются после конструкторской проработки. Манипулятор-трипод (рисунок 3.2) при региональных перемещениях точки крепления дополнительного захватного устройства обладает преимуществами механизмов параллельной структуры, а локальные перемещения обеспечивают необходимую манипулятивность в объеме обслуживаемой зоны. Так как линейные размеры дополнительного захватного устройства сравнительно небольшие, то жесткость всей манипуляционной системы остается достаточно большой.



Рисунок 3.2 – Манипулятор-трипод с антропоморфным захватным устройством с тремя степенями свободы

Механизм манипулятора-трипода (рисунок 3.3) представляет собой пространственный механизм параллельно-последовательной структуры и имеет семь степеней подвижности.

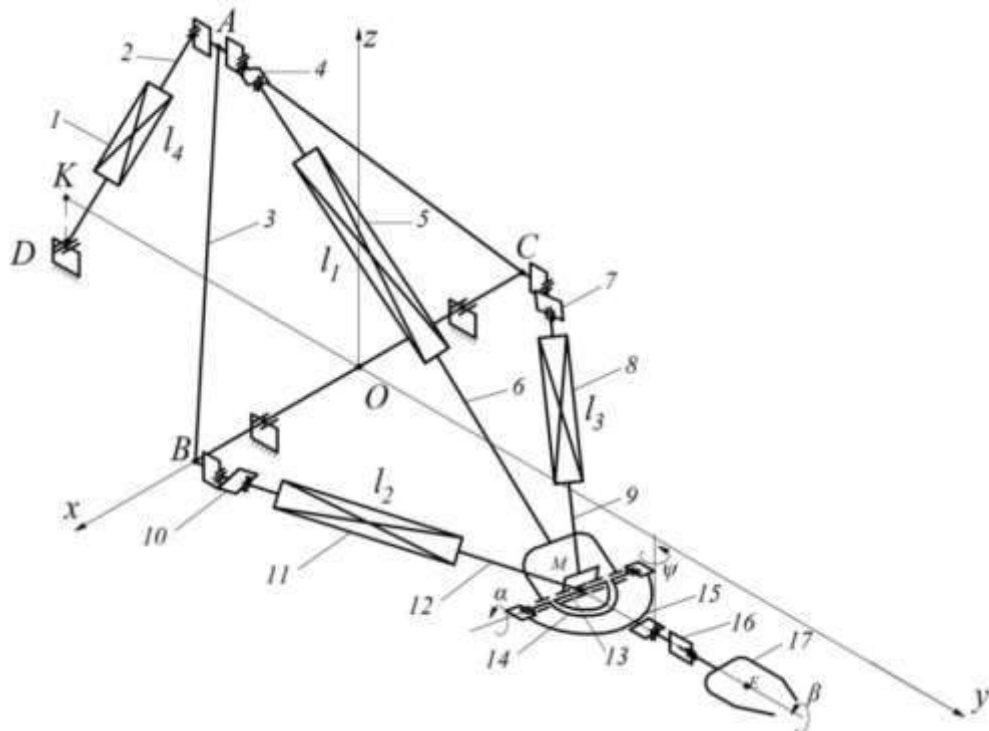


Рисунок 3.3 – Структурная схема манипулятора-трипода с числом степеней свободы равным семи

Если считать входные звенья 1-2, 5-6, 8-9, 11-12 исполнительных цилиндров кинематическими парами V класса, т.е. они имеют по одной подвижности – поступательное движение штока относительно корпуса цилиндра [80], звенья 4, 7, 10 кинематическими парами IV класса, звено 14 кинематической парой III класса, звенья 3, 13, 15-17 кинематическими парами V класса, тогда при $n=17$, $p_5=16$, $p_4=3$ и $p_3=1$, число степеней подвижности манипулятора равно

$$W=6n-5p_5-4p_4-3p_3=6\cdot 17-5\cdot 16-4\cdot 3-3\cdot 1=7, \quad (3.1)$$

это свидетельствует о нормальности механизма.

Как следует из структурной схемы (рисунок 3.3), маневренность базовая манипуляционного механизма по формуле Озола [164]:

$$m_0=\Sigma f_{\text{кп}}-3=4-3=1, \quad (3.2)$$

где $f_{\text{кп}}$ – суммарное число степеней свободы кинематических пар, обеспечивающих движение в базовой плоскости.

3.2 Задача позиционирования рабочего органа манипулятора

Обобщенными координатами манипулятора являются длины звеньев $l_k(t)$, $k = 1 \div 3$ руки, угол $\varphi(t)$ наклона поворотного основания, углы относительных поворотов $\alpha(t)$, $\psi(t)$ звеньев захватного устройства, а также угол поворота кисти $\beta(t)$, пределы изменения которых зависят от геометрических параметров звеньев манипулятора (рисунок 3.4).

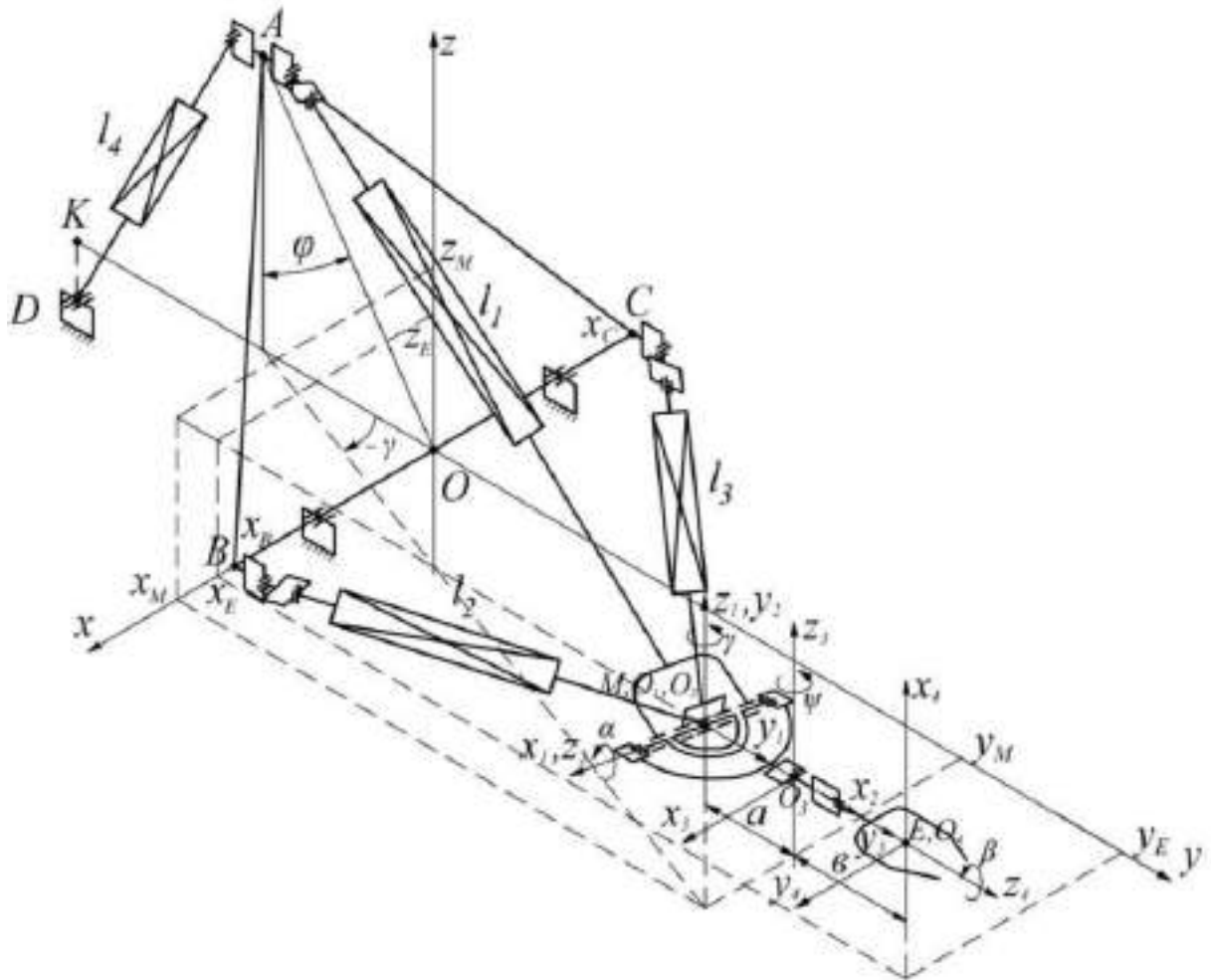


Рисунок 3.4 – Кинематическая схема манипулятора

Значения углов, определяют параметры манипулятивности манипулятора и его ориентирующие возможности. Причем, в разных точках зоны обслуживания, в силу особенностей кинематической структуры манипулятора и конструктивных параметров кинематических пар, параметры манипулятивности разные. Углы относительных поворотов в вертикальной плоскости $\alpha(t)$ изменяется в пределах от -100° до 100° , в горизонтальной плоскости $\psi(t)$ изменяется в пределах -80° до 80° .

Конструкция манипулятора обеспечивает геометрические связи между длинами исполнительных звеньев, координатами $x_M(t)$, $y_M(t)$, $z_M(t)$ точки M и углом поворота φ основания ABC [103, 150, 156]:

$$\begin{aligned} l_1(t) &= \sqrt{x_M^2 + (y_M + OA \cdot \sin \varphi)^2 + (z_M - OA \cdot \cos \varphi)^2}, \\ l_2(t) &= \sqrt{(x_M - OB)^2 + y_M^2 + z_M^2}, \\ l_3(t) &= \sqrt{(x_M + OB)^2 + y_M^2 + z_M^2}, \\ l_4(t) &= \sqrt{(OK - OA \cdot \sin \varphi)^2 + (OA \cdot \cos \varphi + DK)^2}. \end{aligned} \quad (3.3)$$

Параметр $\gamma(t)$ манипулятора (рисунок 3.4) определяется выражением (3.4)

$$\operatorname{tg} \gamma = \frac{-x_M}{y_M + OA \sin \varphi}, \quad (3.4)$$

где OA , OB , OK , DK - геометрические параметры основания манипулятора и точек его крепления на поворотном основании (рисунок 3.4).

Для определения пространственного положения захвата манипулятора вводятся пять систем координат – абсолютная $Oxyz$, связанная с неподвижным основанием, с каждым звеном манипулятора связаны подвижные системы координат $O_i x_i y_i z_i$ ($i = 1, 2, \dots, 4$). Ось $O_i z_i$ каждого звена направлена по оси относительного вращения этого звена (рисунок 3.5) [85].

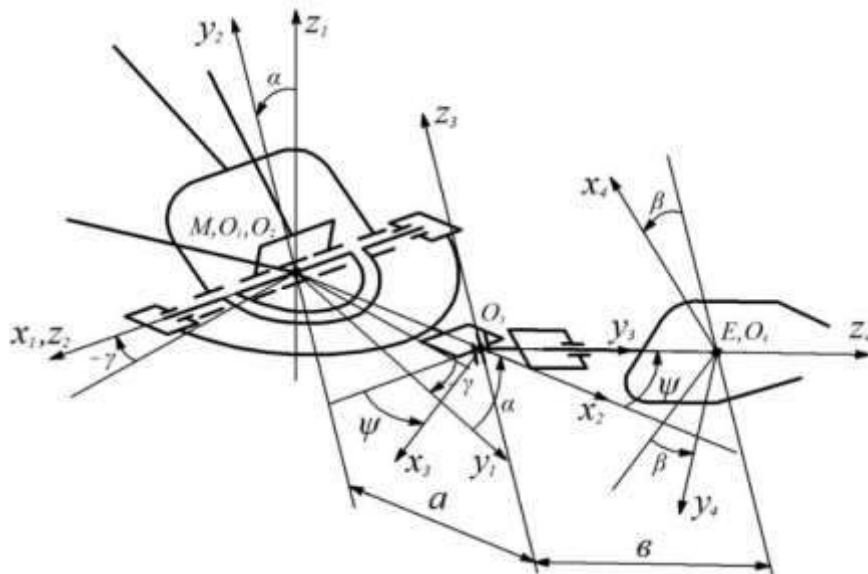


Рисунок 3.5 – Кинематическая схема захвата с тремя степенями подвижности

Одним из вариантов схемы манипулятора является схема, в которой расстояние ($O_2O_3 = a$) от точки подвеса до оси шарнира O_3z_3 равно нулю (рисунок 3.6). В этом случае оси трех вращательных пар пересекаются в точке, и локальные движения конечной точки цепи происходят по поверхности. Однако за счет региональных движений точки подвеса захвата, обеспечивается ее перемещение в пространстве.

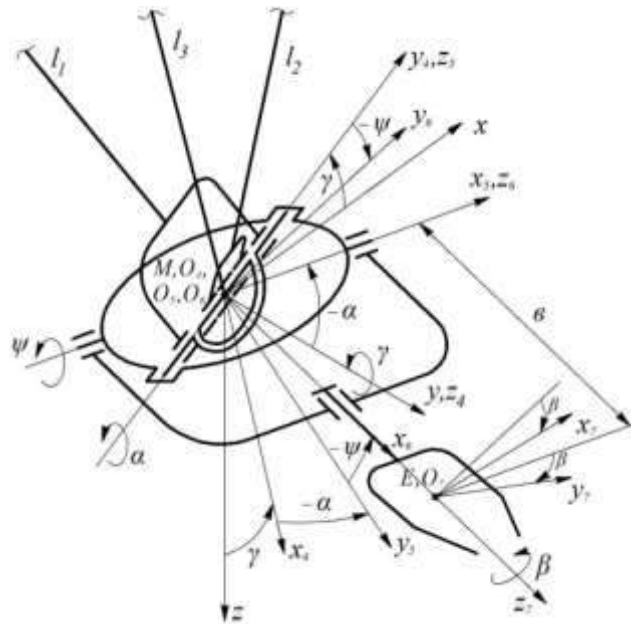


Рисунок 3.6 – Кинематическая схема захвата с тремя степенями подвижности, в котором оси трех вращательных пар пересекаются в точке

Перемещение рабочего органа из известного текущего положения в заданное конечное положение, в отсутствии препятствий в рабочей зоне, реализуется изменением длин $l_i(t)$, ($i=1\div 4$) исполнительных звеньев манипулятора-трипода и изменением углов $\alpha(t)$, $\psi(t)$, $\beta(t)$ манипулятора последовательной структуры. Задача управления решается в два этапа: сначала решается задача позиционирования, потом определяются законы изменения обобщенных координат $l_i(t)$, ($i=1\div 4$), $\alpha(t)$, $\psi(t)$, $\beta(t)$, удовлетворяющие заданным граничным условиям.

Задача позиционирования манипулятора состоит в определении обобщенных координат манипулятора l_k , ($k=1\div 3$), φ , α , ψ , β при заданном программном

положении рабочего органа, определяемого координатами (x_E, y_E, z_E) его центра в неподвижной системе $Oxyz$ и направляющими косинусами a_{pq} последней системы координат $O_4x_4y_4z_4$ также относительно неподвижной системы координат [119].

В конкретный момент времени t_i положение рабочего органа в пространстве определяется произведением матриц перехода $M_{j-1,j}$, описывающих положение j звена захватного устройства (рисунки 3.5, 3.6), относительно $(j - 1)$ [119]:

$$\mathbf{M}_{04} = \mathbf{M}_{01} \mathbf{M}_{12} \mathbf{M}_{23} \mathbf{M}_{34}. \quad (3.5)$$

Связь между координатами точек x_j в j -й и x_{j-1} в $(j - 1)$ -й системах координат осуществляется последовательным выполнением операций $x_{j-1} = M_{j-1,j} x_j$ с помощью матриц перехода $M_{j-1,j}$:

$$\begin{bmatrix} x_{j-1} \\ y_{j-1} \\ z_{j-1} \\ 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(x_{j-1}, x_j) & \cos(x_{j-1}, y_j) & \cos(x_{j-1}, z_j) \\ \cos(y_{j-1}, x_j) & \cos(y_{j-1}, y_j) & \cos(y_{j-1}, z_j) \\ \cos(z_{j-1}, x_j) & \cos(z_{j-1}, y_j) & \cos(z_{j-1}, z_j) \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_{j-1,j} \\ y_{j-1,j} \\ z_{j-1,j} \\ 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_j \\ y_j \\ z_j \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (3.6)$$

где $\mathbf{x}_j = [x_j, y_j, z_j]^T$ - вектор-столбец координат точки в j -й системе; $\mathbf{x}_{i-1,i} = [x_{j-1,j}, y_{j-1,j}, z_{j-1,j}]^T$ - вектор-столбец координат начала j -й системы в $(j-1)$ -й системе координат. Верхняя левая подматрица размером $[3 \times 3]$, образованная направляющими косинусами, определяет поворот j -й системы относительно $(j-1)$ -й.

В компактной форме это матричное преобразование имеет вид

$$\mathbf{x}_{i-1} = \mathbf{M}_{i-1,i} \mathbf{x}_i. \quad (3.7)$$

Угол γ определяется через обобщенные координаты манипулятора (3.4).

Поворот системы осей $O_1x_1y_1z_1$ вокруг оси O_1z_1 на угол γ , обеспечивающий параллельность осей Oz и O_1z_1 характеризуется матрицей

$$\mathbf{M}_{01} = \begin{bmatrix} \cos \gamma & -\sin \gamma & 0 \\ \sin \gamma & \cos \gamma & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_M \\ y_M \\ z_M \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (3.8)$$

Матрица поворота системы осей $O_2x_2y_2z_2$ вокруг оси O_2z_2 на угол α , обеспечивающая совпадение осей O_1x_1 и O_2z_2 имеет вид

$$\mathbf{M}_{12} = \left[\begin{array}{ccc|c} 0 & 0 & 1 & 0 \\ \cos \alpha & -\sin \alpha & 0 & 0 \\ \sin \alpha & \cos \alpha & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]. \quad (3.9)$$

Поворот системы осей $O_3x_3y_3z_3$ вокруг оси O_3z_3 на угол ψ , обеспечивающий параллельность осей O_2y_2 и O_3z_3 характеризуется матрицей

$$\mathbf{M}_{23} = \left[\begin{array}{ccc|c} \sin \psi & \cos \psi & 0 & a \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ \cos \psi & -\sin \psi & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]. \quad (3.10)$$

Матрица поворота системы осей $O_4x_4y_4z_4$ вокруг оси O_4z_4 на угол β , обеспечивающая совпадение осей O_3y_3 и O_4z_4 имеет вид

$$\mathbf{M}_{34} = \left[\begin{array}{ccc|c} \sin \beta & \cos \beta & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & b \\ \cos \beta & -\sin \beta & 0 & 0 \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right]. \quad (3.11)$$

При последовательном переходе по цепочке шарнирно-соединенных звеньев от системы координат $O_4x_4y_4z_4$ к нулевой $Oxyz$, применяя формулу (3.5) и выражения (3.6, 3.8-3.11) получаем

$$\mathbf{M}_{04} = \left[\begin{array}{ccc|c} a_{11} & a_{12} & a_{13} & x_M - b \cdot \sin \psi \cdot \cos \gamma - (a + b \cdot \cos \psi) \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & y_M - b \cdot \sin \psi \cdot \sin \gamma + (a + b \cdot \cos \psi) \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & z_M + (a + b \cdot \cos \psi) \cdot \sin \alpha \\ \hline 0 & 0 & 0 & 1 \end{array} \right], \quad (3.12)$$

где a_{pq} - направляющие косинусы, определяющие ориентацию рабочего органа захватного устройства в пространстве (рисунок 3.7):

$$\begin{aligned}
a_{11} &= \sin \beta \cdot (\cos \gamma \cdot \cos \psi - \sin \gamma \cdot \cos \alpha \cdot \sin \psi) + \sin \gamma \cdot \cos \beta \cdot \sin \alpha, \\
a_{12} &= \cos \beta \cdot (\cos \gamma \cdot \cos \psi - \sin \gamma \cdot \cos \alpha \cdot \sin \psi) - \sin \gamma \cdot \sin \beta \cdot \sin \alpha, \\
a_{13} &= -\cos \gamma \cdot \sin \psi - \sin \gamma \cdot \cos \psi \cdot \cos \alpha, \\
a_{21} &= \sin \beta \cdot (\sin \gamma \cdot \cos \psi + \cos \gamma \cdot \cos \alpha \cdot \sin \psi) - \cos \gamma \cdot \cos \beta \cdot \sin \alpha, \\
a_{22} &= \cos \beta \cdot (\sin \gamma \cdot \cos \psi + \cos \gamma \cdot \cos \alpha \cdot \sin \psi) + \cos \gamma \cdot \sin \beta \cdot \sin \alpha, \\
a_{23} &= \cos \gamma \cdot \cos \psi \cdot \cos \alpha - \sin \gamma \cdot \sin \psi, \\
a_{31} &= \cos \beta \cdot \cos \alpha + \sin \psi \cdot \sin \beta \cdot \sin \alpha, \\
a_{32} &= \cos \beta \cdot \sin \psi \cdot \sin \alpha - \cos \alpha \cdot \sin \beta, \\
a_{33} &= \cos \psi \cdot \sin \alpha.
\end{aligned} \tag{3.13}$$

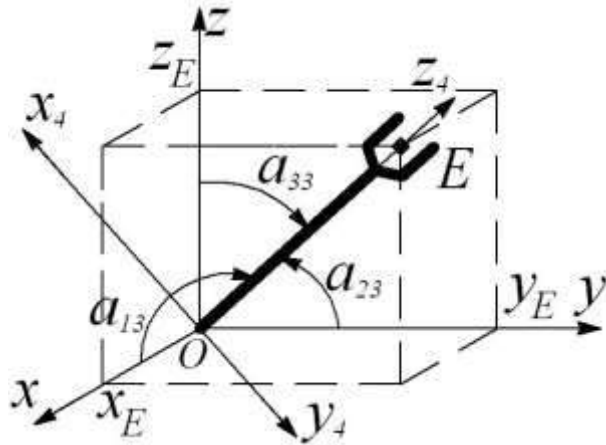


Рисунок 3.7 – Ориентация кисти манипулятора в пространстве

Тогда из (3.12) и (3.13) следует выражение (3.14), из которого следует, что координаты точки E $[x_E(t), y_E(t), z_E(t)]$ не зависят от угла β . Закон изменения угла β собственного вращения рабочего органа зависит от вида технологического процесса

$$\begin{cases}
x_E = x_M + b \cdot a_{13} - a \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma, \\
y_E = y_M + b \cdot a_{23} + a \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma, \\
z_E = z_M + b \cdot a_{33} + a \cdot \sin \alpha, \\
a_{33} = \cos \psi \cdot \sin \alpha, \\
a_{23} = \cos \gamma \cdot \cos \psi \cdot \cos \alpha - \sin \gamma \cdot \sin \psi,
\end{cases} \tag{3.14}$$

где a, b - геометрические параметры захватного устройства (рисунок 3.5).

Таким образом, для определения конфигурации манипулятора с управляемым захватным устройством необходимо решить систему из пяти уравнений при известных задаваемых значениях координат точки $E(x_E, y_E, z_E)$ и направляющих косинусов, определить шесть неизвестных $x_M, y_M, z_M, \gamma, \alpha, \psi$. Однако

выражения (3.14) не позволяют однозначно определить все обобщенные координаты манипулятора l_k , ($k=1\div 3$), φ , α , ψ , β .

Длины второго и третьего исполнительных звеньев l_2, l_3 определяются однозначно через заданные координаты конечной точки x_M, y_M, z_M . Длины звеньев l_1, l_4 зависят от угла поворота основания φ .

3.3 Критерии качества управления перемещением исполнительных звеньев манипулятора параллельно-последовательной структуры

Большинство предложенных в главе 2 схем реконфигурируемых манипуляторов гибридной структуры на базе трипода обладают ненулевой маневренностью в базовой плоскости, в связи с этим задача позиционирования имеет множество решений.

Для исключения неоднозначности определения конфигурации манипулятора-трипода для заданного положения захвата вводятся критерии качества управления движением манипулятора. В работах [114,115,75] отмечается, что оптимизационная постановка обратной задачи о положении звеньев манипулятора часто является условной. Оптимизация нужна для разработки алгоритма, позволяющего определить конфигурацию манипулятора из множества допустимых. Можно считать рациональным подход к выбору критерия качества, позволяющий достаточно быстро вычислить обобщенные координаты манипулятора, возможность учитывать ограничения на подвижность звеньев и наличия в его выражении весовых коэффициентов [115].

Так как решение позиционной задачи носит оптимизационный характер, в работе рассматривается возможность многокритериальной оптимизации. Оптимизация, как уже говорилось выше, нужна для разработки алгоритма, позволяющего определить конфигурацию манипулятора из множества допустимых. Мерой качества найденной конфигурации являются значения некоторых функционалов, заданных в пространстве обобщенных координат.

Наиболее распространенные, служащие для оценки качества управления изменением обобщенных координат манипуляторов являются критерий «объема движения», максимального быстродействия и критерий «обобщенной энергии» [80,103, 114, 115].

Критерий объема движения имеет вид

$$\Phi_1 = \sum_{i=1}^n C_i |q_{ik} - q_{io}|, \quad (3.15)$$

где q_{io} , q_{ik} - обобщенные координаты манипулятора в конечном и начальном положениях; C_i - весовые коэффициенты.

Критерий максимального быстродействия

$$\Phi_2 = \max_{i=1,\dots,n} \left\{ C_i \frac{|q_{ik} - q_{io}|}{V_i} \right\}, \quad (3.16)$$

где V_i - скорость изменения i обобщенной координаты манипулятора.

Критерии Φ_1 , Φ_2 являются негладкими функциями обобщенных координат, что затрудняет нахождение их экстремумов. Критерий «обобщенной энергии» квадратичный

$$\Phi_3 = \sum_{i=1}^n C_i (q_{ik} - q_{io})^2. \quad (3.17)$$

Анализ оптимальных законов показывает, что критерии Φ_1 и Φ_2 в зависимости от граничных условий изменяются в широких пределах. Если на плоскости критериев представить значения двух критериев качества Φ_1 и Φ_2 точками, исключив те точки, для которых можно улучшить значения обоих критериев, то совокупность оставшихся точек образует кривую Парето [231]. Для каждой из этих точек попытка улучшить значение одного критерия приводит к ухудшению другого критерия. В этом случае каждая точка границы Парето является не улучшаемой и может рассматриваться как решение задачи двухкритериальной оптимизации. Все точки границы Парето являются функциями критериев Φ_1 и Φ_2

$$\Phi_3 = K_1 \Phi_1 + K_2 \Phi_2, \quad \text{где } K_1 + K_2 = 1 \quad (3.18)$$

Кобринским А.А. показано, что выбором весовых коэффициентов значение квадратичного критерия Φ_3 можно приблизить к границе Парето [115]. Чтобы найти лучшую точку на кривой Парето, используют дополнительные условия, сопоставляя каждой точке вместо двух критериев единственное число, называемое сверткой критериев. Наилучшая точка отвечает экстремуму свертки.

Критерий Φ_1 минимизирует сумму изменения длин исполнительных звеньев. То есть минимизирует энергозатраты на изменение конфигурации манипулятора. Анализ выражений (3.17) показывает, что функции $l_1(\varphi)$, $l_4(\varphi)$ - монотонны, причем одна из них возрастает, а другая убывает, то есть

$$\frac{\partial l_1(\varphi)}{\partial \varphi} > 0, \quad \frac{\partial l_4(\varphi)}{\partial \varphi} < 0 \quad (3.19)$$

Необходимое условие экстремума функции (3.15) имеет вид

$$\Phi_1 = C_{11} \frac{\partial |\Delta l_1(\varphi)|}{\partial \varphi} + C_{21} \frac{\partial |\Delta l_4(\varphi)|}{\partial \varphi} = 0. \quad (3.20)$$

а для (3.16)

$$\Phi_3 = C_{13} \Delta l_1(\varphi) \frac{\partial \Delta l_1(\varphi)}{\partial \varphi} + C_{23} \Delta l_4 \frac{\partial \Delta l_4(\varphi)}{\partial \varphi} = 0. \quad (3.21)$$

Если изменения длин исполнительных звеньев имеют один знак, то из (3.20), (3.21), имеем

$$\Delta l_1 = \Delta l_4 \frac{C_{11} \cdot C_{23}}{C_{21} \cdot C_{11}}. \quad (3.22)$$

Таким образом, для рассматриваемой конструкции манипулятора параллельной структуры квадратичному критерию качества можно придать смысл минимума изменения длин исполнительных звеньев. Выбор квадратичного критерия обобщенной энергии при выполнении задач проекта обусловлен простотой нахождения оптимальных значений, вместе с этим, критерий обобщенной энергии фактически минимизирует сумму изменения длин рабочих цилиндров при позиционировании захвата.

3.4 Решение оптимизационной задачи позиционирования манипулятора

Для рассматриваемого манипулятора функция (3.17) записывается в виде

$$\Phi_3 = C_1(l_{1k} - l_{10})^2 + C_4(l_{4k} - l_{40})^2, \quad (3.23)$$

где $l_{1k}, l_{10}, l_{4k}, l_{40}$ длины первого и четвертого исполнительных звеньев в начальной и конечной точках

Длины l_{ik} исполнительных звеньев определяются выражениями (3.3), из которых следует, что, что длины второго и третьего исполнительных звеньев определяются однозначно через заданные координаты конечной точки. Из выражений для длин исполнительных звеньев (3.3) следует что, длина звена четыре является однозначной функцией угла поворота основания. Поэтому ограничения $\varphi_{\min} \leq \varphi'_i \leq \varphi_{\max}$, накладываемые на изменение угла поворота основания манипулятора, фактически являются ограничениями на длину звена 4, $l_{4\min} \leq l_4 \leq l_{4\max}$. При выполнении этого ограничения, ограничения на длину звена 1 ($l_{1\min} \leq l_1 \leq l_{1\max}$) не имеет смысла, так как они выполняются автоматически, при условии, что характерная точка захватного устройства в начальном и конечном положениях захвата, находится в рабочей зоне. Так как объем рабочей зоны определялся с учетом предельных значений длин рабочих цилиндров.

Предлагается угол φ_i поворота основания манипулятора-трипода находить из условия минимума критерия обобщенной энергии [115, 34] из уравнения (3.23) в следующем виде

$$\Phi(\varphi_i) = C_1[l_{1i}(\varphi_i) - l_{10}]^2 + C_4[l_{4i}(\varphi_i) - l_{40}]^2 \quad (3.24)$$

с ограничениями в виде неравенств

$$\varphi_{\min} \leq \varphi'_i \leq \varphi_{\max}, \quad (3.25)$$

где $l_{1i}(\varphi_i), l_{4i}(\varphi_i)$ - значения длин исполнительных звеньев в момент времени t_i ; C_1, C_4 - весовые коэффициенты; $\varphi_{\min}, \varphi_{\max}$ - минимальное и максимальное допустимые значения угла поворота основания манипулятора – трипода; φ'_i - оптимальное значение угла поворота.

Условия (3.24-3.25) накладывают ограничения на максимальное и минимальное значения длины исполнительного звена l_4 . Значения весовых коэффициентов C_1, C_4 следует выбирать так, чтобы обобщенным координатам $l_1(\varphi), l_4(\varphi)$, усилие в звеньях которых большие, соответствовали и большие значения весовых коэффициентов. Результаты исследований показывают, что в манипуляторе–триподе звенья l_1 и l_4 , нагружены приблизительно одинаково [404]. Однако в процессе функционирования манипулятора выбором значений весовых коэффициентов можно добиться наиболее выгодного критерия.

Целевая функция Лагранжа имеет вид [21]

$$\Phi^* = c_1(l_{1i} - l_{10})^2 + c_4(l_{4i} - l_{40})^2 + \lambda_1(u_1^2 + \varphi_i - \varphi_{\max}) + \lambda_2(u_2^2 + \varphi_{\min} - \varphi_i), \quad (3.26)$$

где u_1^2, u_2^2 - вспомогательные переменные; λ_1, λ_2 - множители Лагранжа.

Необходимые условия минимума функции (3.26) записываются в форме [5/61,182]

$$\frac{\partial \Phi^*}{\partial \varphi} = c_1 \frac{\partial (l_{1i} - l_{10})^2}{\partial \varphi} + c_4 \frac{\partial (l_{4i} - l_{40})^2}{\partial \varphi} + \lambda_1 - \lambda_2 = 0, \quad (3.27)$$

$$\lambda_1 = 0 \text{ при } \varphi'_i < \varphi_{\max}; \lambda_2 = 0 \text{ при } \varphi'_i > \varphi_{\min};$$

$$\lambda_1 > 0 \text{ при } \varphi'_i = \varphi_{\max}; \lambda_2 > 0 \text{ при } \varphi'_i = \varphi_{\min}. \quad (3.28)$$

Так как функция Лагранжа (3.26) выпуклая, а множители $\lambda_1 \geq 0, \lambda_2 \geq 0$, то необходимые условия (3.27), (3.28) являются достаточными.

Конкретная форма кривой (3.24) зависит от координат начальной и конечной точек захвата. Расчеты показали, что для конкретного манипулятора [165, 178] при значениях конечной координаты захвата по оси Oy , близкой к нулю, эффективным становится ограничение на максимальный угол поворота основания $\lambda_1 > 0, \lambda_2 = 0$. А при значениях конечной координаты захвата по оси Oz , меньше -420 мм, эффективным становится ограничение на минимальный угол поворота основания $\lambda_2 > 0, \lambda_1 = 0$.

С учетом рассмотренных критериев качества управления движением манипулятора рассмотрим алгоритм определения конфигурации манипулятора

путем решения оптимизационной задачи. Алгоритм апробирован на ЭВМ в среде Mathcad [60].

3.5 Алгоритм определения конфигурации манипуляционного механизма

Для захватного устройства, в котором оси трех вращательных пар пересекаются в одной точке ($a = 0$, рисунок 3.6), из системы уравнений (3.14) определяются координаты (x_M, y_M, z_M) точки M подвеса. При этом в силу того, что $a_{13}^2 + a_{23}^2 + a_{33}^2 = 1$, должно выполняться равенство

$$(x_E - x_M)^2 + (y_E - y_M)^2 + (z_E - z_M)^2 = b^2. \quad (3.29)$$

Из решения оптимизационной обратной задачи [76,387] для механизма руки манипулятора находим его обобщенные координаты $l_k, (k=1 \div 3)$, φ и угол γ . Совместное решение уравнений 4 и 5 системы (3.14) позволяет определить углы ψ и α

$$\psi_{1,2} = \arcsin(-a_{23} \cdot \sin \gamma \pm a_{13} \cdot \cos \gamma) \text{ и } \alpha = \arcsin \frac{a_{33}}{\cos \psi}. \quad (3.30)$$

Выбор корня для ψ осуществляется сравнением координат x_E и x_M . Если $x_E > x_M$, то значение угла ψ отрицательное, если $x_E < x_M$ значение угла ψ положительное, при $x_E = x_M, \psi = 0$. Значение для угла α определяется сравнением координат z_E и z_M . При $z_E > z_M, \alpha > 0$, а для $z_E < z_M, \alpha < 0$, при $z_E = z_M, \alpha = 0$. Таким образом, конфигурация $l_k, (k = 1 \div 3)$, φ, α, ψ манипулятора полностью определена.

Для схемы захватного устройства с непересекающимися осями (рисунок 3.5) можно предложить следующий алгоритм определения конфигурации манипулятора.

1. Задаемся углом γ с учетом условий: $\gamma > 0$, если $x_E < 0$, $\gamma < 0$, если $x_E > 0$ и $\gamma = 0$, если $x_E = 0$. В первом приближении можно принять $\gamma = \arctg \frac{-x_E}{y_E}$. Затем из уравнений 4 и 5 системы (3.14) по формулам (3.30) определяем углы ψ и α , а из

первых трех уравнений (3.14) находим координаты (x_M, y_M, z_M) точки M . Эти координаты должны удовлетворять уравнению

$$(x_E - x_M)^2 + (y_E - y_M)^2 + (z_E - z_M)^2 = (a + b \cdot \cos \psi)^2. \quad (3.31)$$

Используя, найденные значения (x_M, y_M, z_M) и применяя методику решения оптимизационной обратной задачи [404], для механизма руки манипулятора находим его обобщенные координаты $l_k^*, (k=1 \div 3), \varphi^*$ и угол γ^* .

2. Найденное значение угла γ^* принимается за новое начальное значение, и расчет повторяется в последовательности, изложенной в пункте 1, до тех пор, пока $|\gamma_{i+1}^* - \gamma_i^*| = \varepsilon$. Здесь $\varepsilon > 0$ выбранная точность вычисления. Результаты последних вычислений и определяют искомую конфигурацию $l_k, (k=1 \div 3), \varphi, \alpha, \psi$ манипулятора.

После решения задачи позиционирования, необходимо решить задачу определения траектории и законов перемещения захвата.

3.6 Кинематические параметры манипулятора параллельно-последовательной структуры с управляемым рабочим органом

3.6.1 Управляющая матрица

Смысл управляющей матрицы состоит в том, чтобы определить условия, при которых изменением скоростей исполнительных приводов можно обеспечить заданные скорости обобщенных координат, т.е. управлять скоростями захвата изменением скоростей приводов [32].

Связь между вектором скоростей исполнительных управляющих звеньев и вектором проекций скоростей захвата манипулятора, и угловой скоростью поворотного основания, имеет вид [119,156].

$$\mathbf{V}_i = \mathbf{I} \times \mathbf{V}_q, \quad (3.32)$$

где $\mathbf{V}_1 = [\dot{l}_1, \dot{l}_2, \dot{l}_3, \dot{l}_4]^T$ - вектор скоростей исполнительных линейных звеньев манипулятора; $\mathbf{V}_q = [\dot{x}, \dot{y}, \dot{z}, \dot{\phi}]^T$ - вектор проекций скоростей захвата манипулятора и угловой скорости поворотного основания.

Функциональная управляющая матрица $\mathbf{I}(x, y, z, \phi)$ состоит из частных производных $a_{ij} = \frac{\partial l_i}{\partial q_j}$, $(i, j = 1 \div 4)$ [30,325].

$$\mathbf{I} = \begin{pmatrix} \frac{x}{l_1} & \frac{(y + OA \cdot \sin \phi)}{l_1} & \frac{(z - OA \cdot \cos \phi)}{l_1} & \frac{OA \cdot (z \cdot \sin \phi + y \cdot \cos \phi)}{l_1} \\ \frac{x - OB}{l_2} & \frac{y}{l_2} & \frac{z}{l_2} & 0 \\ \frac{x + OB}{l_3} & \frac{y}{l_3} & \frac{z}{l_3} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{OA \cdot (DK \cdot \sin \phi - OK \cdot \cos \phi)}{l_1} \end{pmatrix}. \quad (3.33)$$

Таким образом, для определения конфигурации манипулятора с управляемым захватным устройством необходимо из системы пяти уравнений (3.14) [85] при известных задаваемых значениях координат (x_E, y_E, z_E) точки E кисти захвата и направляющих косинусов, определить шесть неизвестных $x_M, y_M, z_M, \gamma, \alpha, \psi$.

Из формулы (3.14) находим скорости проекций точки E

$$\begin{aligned} \dot{x}_E &= \dot{x}_M + b \frac{\partial a_{13}}{\partial \alpha} \dot{\alpha} + a \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \dot{\alpha} + b \frac{\partial a_{13}}{\partial \psi} \dot{\psi} + b \frac{\partial a_{13}}{\partial \gamma} \dot{\gamma} - a \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma \dot{\gamma}, \\ \dot{y}_E &= \dot{y}_M + b \frac{\partial a_{23}}{\partial \alpha} \dot{\alpha} - a \cdot \sin \alpha \cdot \cos \gamma \dot{\alpha} + b \frac{\partial a_{23}}{\partial \psi} \dot{\psi} + b \frac{\partial a_{23}}{\partial \gamma} \dot{\gamma} - a \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \dot{\gamma}, \\ \dot{z}_E &= \dot{z}_M + b \frac{\partial a_{33}}{\partial \alpha} \dot{\alpha} + a \cdot \cos \alpha \dot{\alpha} + b \frac{\partial a_{33}}{\partial \psi} \dot{\psi} + b \frac{\partial a_{33}}{\partial \gamma} \dot{\gamma}. \end{aligned} \quad (3.34)$$

Реализуемость первых слагаемых $\dot{x}_M, \dot{y}_M, \dot{z}_M$ определяется матрицей (3.33), необходимым и достаточным условием управляемости манипулятора является неравенство нулю определителя матрицы (3.33) [85,156], далее формируется дополнительная матрица 3x3 (3.35) из коэффициентов трех выражений (3.34).

$$\begin{aligned}
\Delta V_x &= \left(b \frac{\partial a_{13}}{\partial \alpha} + a \cdot \sin \alpha \cdot \sin \gamma \right) \left(b \frac{\partial a_{13}}{\partial \psi} \right) \left(b \frac{\partial a_{13}}{\partial \gamma} - a \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma \right) \\
\Delta V_y &= \left(b \frac{\partial a_{23}}{\partial \alpha} + a \cdot \sin \alpha \cdot \cos \gamma \right) \left(b \frac{\partial a_{23}}{\partial \psi} \right) \left(b \frac{\partial a_{23}}{\partial \gamma} - a \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma \right), \\
\Delta V_z &= \left(b \frac{\partial a_{33}}{\partial \alpha} + a \cos \alpha \right) \left(b \frac{\partial a_{33}}{\partial \psi} \right) \left(b \frac{\partial a_{33}}{\partial \gamma} \right)
\end{aligned} \tag{3.35}$$

В результате получается выражение (3.36), где справа матрица, составленная из коэффициентов при скоростях $\dot{\alpha}$, $\dot{\psi}$, $\dot{\gamma}$

$$\mathbf{V} = \begin{pmatrix} V_{11} & V_{12} & V_{13} \\ V_{21} & V_{22} & V_{23} \\ V_{31} & V_{32} & V_{33} \end{pmatrix}, \tag{3.36}$$

где

$$\begin{aligned}
V_{11} &= \sin(\gamma) \cdot \sin(\alpha) + \sin(\gamma) \cdot \cos(\psi) \cdot \sin(\alpha), \\
V_{12} &= \sin(\gamma) \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\psi) - \cos(\gamma) \cdot \cos(\psi), \\
V_{13} &= \sin(\gamma) \cdot \sin(\psi) - \cos(\gamma) \cdot \cos(\alpha) - \cos(\gamma) \cdot \cos(\psi) \cdot \cos(\alpha), \\
V_{21} &= -\cos(\gamma) \cdot \sin(\alpha) - \cos(\gamma) \cdot \cos(\psi) \cdot \sin(\alpha), \\
V_{22} &= -\sin(\gamma) \cdot \cos(\psi) - \cos(\gamma) \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\psi), \\
V_{23} &= -\sin(\gamma) \cdot \cos(\psi) - \cos(\gamma) \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\psi) \\
V_{31} &= \cos(\alpha) + \cos(\psi) \cdot \cos(\alpha) \\
V_{32} &= \cos(\alpha) + \cos(\psi) \cdot \cos(\alpha) \\
V_{33} &= -\sin(\psi) \cdot \sin(\alpha)
\end{aligned}$$

Теперь из этого векторного выражения находим скорости $\dot{\alpha}$, $\dot{\psi}$, $\dot{\gamma}$, для этого вычисляем обратную матрицу (3.20)

$$\mathbf{V}_{\text{obr}} = \frac{\mathbf{1}}{|\mathbf{V}|} \times \begin{pmatrix} V_{\text{dop}11} & V_{\text{dop}21} & V_{\text{dop}31} \\ V_{\text{dop}12} & V_{\text{dop}22} & V_{\text{dop}32} \\ V_{\text{dop}13} & V_{\text{dop}23} & V_{\text{dop}33} \end{pmatrix}, \tag{3.37}$$

где $\frac{1}{|\mathbf{V}|}$ - вектор скоростей исполнительных приводов $\dot{\alpha}, \dot{\psi}, \dot{\gamma}$, который равняется управляющей матрице (обратная матрица), $V_{dop\ i,k}$ - алгебраические дополнения, составляющие вектор столбец дополнительных скоростей захвата (3.38).

$$\begin{aligned}
 |V_{dop11}| &= -b \cdot \sin \alpha \cdot \left(b \cdot \sin \gamma \cdot \cos \alpha \cdot \sin \psi \cdot \cos \psi - b \cdot \cos \gamma \cdot \cos \psi^2 + \right. \\
 &\quad \left. + b \cdot \cos \gamma + a \cdot \sin \gamma \cdot \cos \alpha \cdot \sin \psi \right) \\
 |V_{dop12}| &= \cos \alpha \cdot (a + b \cdot \cos \psi) \cdot \left(a \cdot \sin \gamma \cdot \cos \alpha + b \cdot \cos \gamma \cdot \sin \psi + \right. \\
 &\quad \left. + b \cdot \sin \gamma \cdot \cos \psi \cdot \cos \alpha \right) \\
 |V_{dop13}| &= b \cdot (\cos \gamma \cdot \sin \psi \cdot \sin \gamma \cdot \cos \psi \cdot \cos \alpha) \cdot (a + b \cdot \cos \psi) \\
 |V_{dop21}| &= \sin(\gamma) \cdot \sin(\alpha) \cdot b^2 \cdot \sin(\psi)^2 - \cos(\gamma) \cdot \cos(\psi) \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\alpha) \cdot b^2 \cdot \sin(\psi) - \\
 &\quad - a \cdot \cos(\gamma) \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\alpha) \cdot b \cdot \sin(\psi) \\
 |V_{dop22}| &= \cos(\alpha) \cdot (a + b \cdot \cos(\psi)) \cdot (a \cdot \cos(\gamma)) \cdot \cos(\alpha) - b \cdot \sin(\gamma) \cdot \sin(\psi) + \\
 &\quad + b \cdot \cos(\gamma) \cdot \cos(\psi) \cdot \cos(\alpha) \tag{3.38} \\
 |V_{dop23}| &= -b \cdot (\sin(\gamma) \cdot \sin(\psi) - \cos(\gamma) \cdot \cos(\psi) \cdot \cos(\alpha)) \cdot (a + b \cdot \cos(\psi)) \\
 |V_{dop31}| &= -b \cdot \sin(\psi) \cdot (a \cdot \cos(\alpha)^2 - b \cdot \cos(\psi) + b \cdot \cos(\psi) \cdot \cos(\alpha)^2) \\
 |V_{dop32}| &= -\frac{\sin(2 \cdot \alpha) \cdot (a + b \cdot \cos(\psi))^2}{2} \\
 |V_{dop33}| &= -b \cdot \cos(\psi) \cdot \sin(\alpha) \cdot (a + b \cdot \cos(\psi))
 \end{aligned}$$

Находим определитель обратной матрицы (3.39), приравниваем нулю.

$$\Delta V_{obr} = -\frac{1}{\cos \alpha \cdot \sin \psi \cdot a^2 \cdot b + \cos \psi \cdot \cos \alpha \cdot \sin \psi \cdot a \cdot b^2} \tag{3.39}$$

$$\Delta V_{obr} \neq 0$$

Неравенство нулю определителя матрицы является необходимым и достаточным условием управляемости захватного устройства манипулятора [68,110].

3.6.2 Угол сервиса

Угол сервиса характеризуется телесным углом θ , который описывает продольная ось захвата при движении вокруг закрепленной точки. Коэффициент сервиса в данной точке рабочей зоны есть отношение угла сервиса в этой точке к телесному углу 4π [122].

Угол сервиса и, следовательно, коэффициент сервиса в каждой точке рабочей зоны зависят от постоянных параметров манипулятора, ограничений на относительные перемещения звеньев и координат точки в рабочей зоне.

Качество манипуляционного устройства в целом характеризуется средним значением коэффициента сервиса в рабочем пространстве V

$$\overline{K_\theta} = \frac{1}{V} \int_V K_\theta dV. \quad (3.40)$$

Рассмотрим манипулятор из учета его симметрии относительно плоскости zOy . На рисунке 3.8 представлена эквивалентная квазиплоская схема манипулятора.

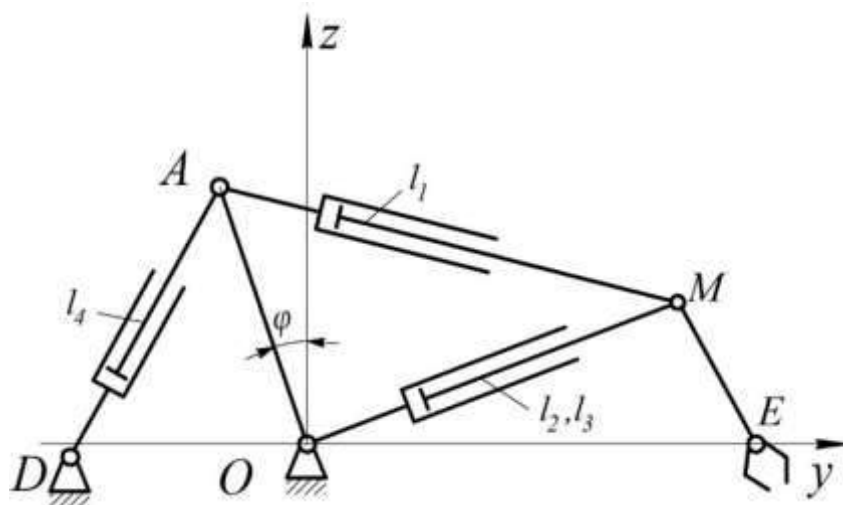


Рисунок 3.8 – Квазиплоская схема манипулятора в плоскости zOy

Полагаем, что захватное устройство манипулятора зафиксировано некоторым малым объектом, которым можно пренебречь (рисунок 3.9). При этом объект остается все время в одной и той же точке E , а манипуляционное устройство перемещается относительно этой точки, меняя свою ориентацию в пространстве. Тогда коэффициент сервиса будет определяться тем пространственным углом θ , на который может поворачиваться продольная ось захвата при повороте всего манипуляционного устройства относительно неподвижной точки E .

Относительная подвижность звеньев ограничивается конструктивными размерами звеньев манипулятора и его приводов $l_{i\min} \leq l_i \leq l_{i\max}$, ($i=1,2..4$).

Для определения коэффициента сервиса необходимо знать значение угла сервиса. В связи с этим переориентацию захвата можно представить, как вращение звена M_0E относительно неподвижной точки E . Траектории точки M_0 в этом случае лежат на сфере радиуса M_0E .

Координаты точки M определяются

$$x_M = \text{const}, \quad y_M = y_E - M_0E \cdot \cos \alpha, \quad z_M = z_E + M_0E \cdot \sin \alpha.$$

Тогда угол сервиса

$$\theta = \frac{M_1M_2 \cdot 180}{\pi M_0E}. \quad (3.41)$$

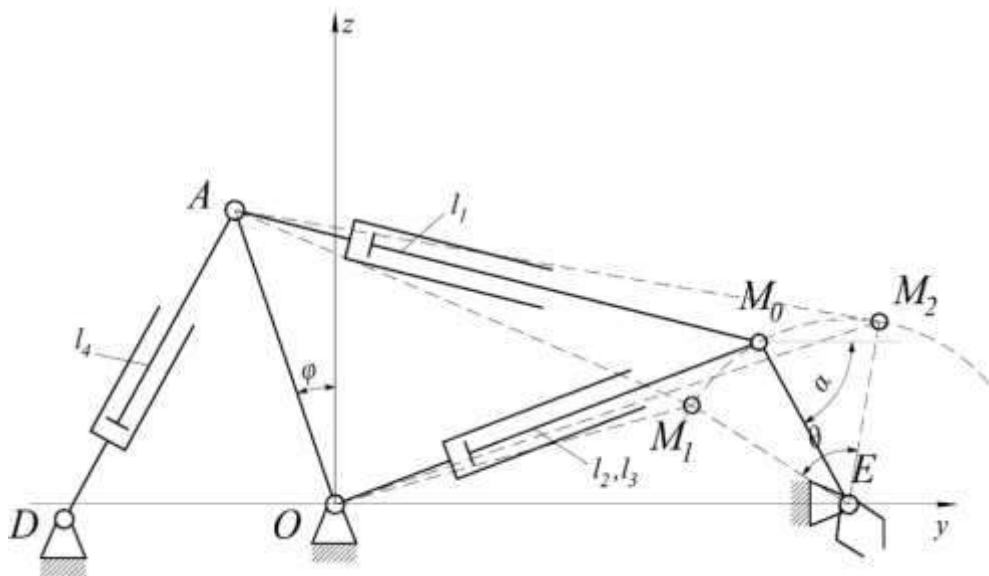


Рисунок 3.9 – Устройство манипулятора, зафиксированное некоторым малым объектом

Уравнение окружности радиуса $R=M_0E$, плоскость которой параллельна неподвижной плоскости yOz (рисунок 2.13) с центром в точке $E(0, y_E, z_E)$ имеет вид

$$(y_M - y_E)^2 + (z_M - z_E)^2 = R^2. \quad (3.42)$$

Точки с координатами $M_1(0, y_{M1}, z_{M1})$ $M_2(0, y_{M2}, z_{M2})$ ограничивают дугу окружности равную $S(\tau)$. Центральный угол, соответствующей этой дуге равен θ . Законы изменения декартовых координат точки $M[y_M(t), z_M(t)]$ в текущий момент времени получаем в виде

$$y_M(t) = y_E - R \cos(\theta - \theta_1), \quad z_M(t) = z_E + R \sin(\theta - \theta_1),$$

$$\theta = \pi - \arccos \frac{y_{M2} - y_E}{R} - \arccos \frac{y_E - y_{M1}}{R}, \quad \theta_1 = \frac{S(t)}{R}. \quad (3.43)$$

Закон изменения дуговой координаты движения точки M по окружности $S(t)$ задаем в виде

$$S(t) = S(\tau) \left(10 \frac{t^3}{\tau^3} - 15 \frac{t^4}{\tau^4} + 6 \frac{t^5}{\tau^5} \right). \quad (3.44)$$

3.7 Определение зоны обслуживания манипулятора с управляемым рабочим органом

Параметры конфигурации зоны обслуживания манипулятора рассчитываются исходя из геометрии шасси, на котором он установлен и ограничений, получаемых в результате крепления звеньев на поворотном основании, исключающих попадание в «мертвое положение» (рисунок 3.10).

За основные геометрические ограничения при синтезе манипулятора-трипода принимаем [136]:

- угол сектора зоны действия в горизонтальной плоскости $\Theta \geq 90^\circ$;
- сторона основания пирамиды, образованная исполнительными механизмами манипулятора, ограничивается габаритами шасси $a < [a]$;
- нижняя точка зоны действия захвата относительно поверхности $z_{Mmin} < [z]$;

- максимальный вылет захвата от передней кромки робота $l_{\max} > [l]$ [80].

Наибольшее значение угла сектора Θ получается в случае, когда длина actuатора l_3 минимальна, а l_2 максимальна, и наоборот l_3 максимальна, а l_2 минимальна в крайнем левом положении.

Приняв вышеуказанные допущения, получаем плоскую замещающую схему с качающимся actuатором l_3 и коромыслом l_2 . Тогда при переходе из одного крайнего положения A_2 в другое крайнее положение A_3 длина actuатора l_2 изменяется от $l_{2\min}$ до $l_{2\max}$, при этом actuатор l_3 поворачивается на угол α . Удлинение actuатора обозначим за $\Delta l = l_{2\max} - l_{2\min}$. Отношение длины неподвижной части электроцилиндра (actuатора) к ходу штока $k = l_2 / h$ (коэффициент удлинения actuатора). Для электроцилиндров в дальнейшем принят диапазон изменения $k=1,4-1,8$ [93].

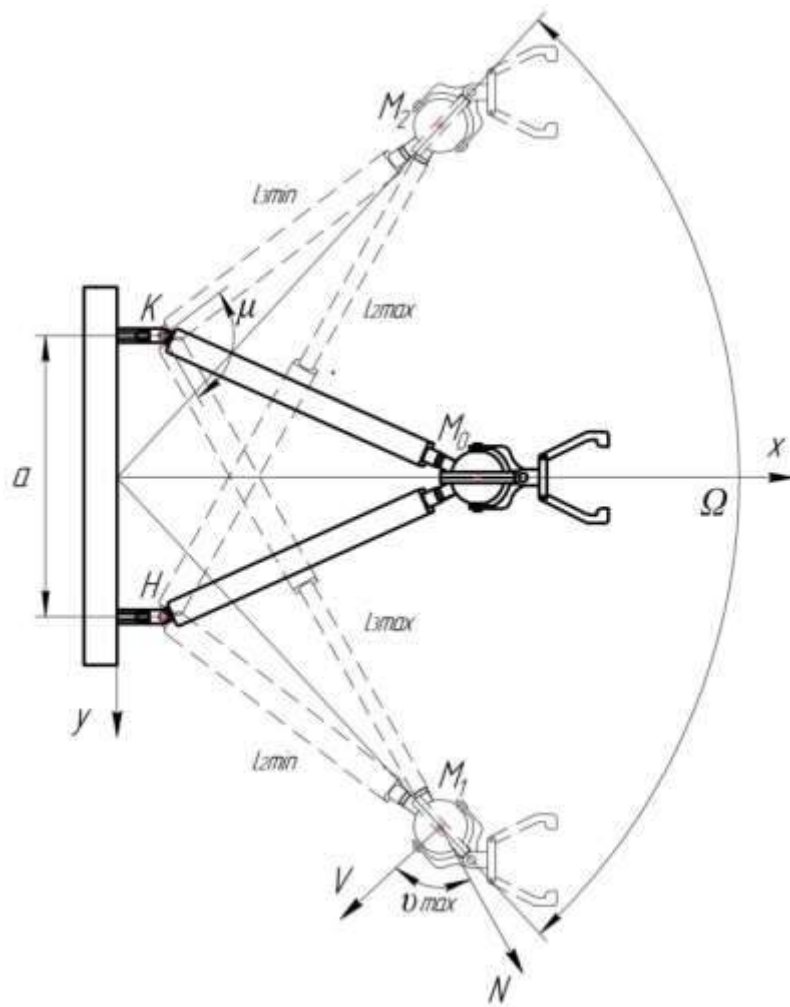


Рисунок 3.10 – Расчётная схема манипулятора - трипода (вид сверху)

Используя выражения для геометрического синтеза манипулятора на базе трипода для получения максимальной зоны действия при отсутствии заклинивания в шарнирах, и соблюдая условия симметричности конструкции $l_{1\min}=l_{2\min}=l_{3\min}$ $l_{i\max}=kl_{i\min}$ имеем выражение [156].

$$a = l_{\min} \sqrt{1 + k^2 - 2 \sin[v]}, \quad (3.45)$$

$$l_{\max} = \sqrt{l_{1\max}^2 - 3a^2/16} \quad (3.46)$$

С целью построения зоны обслуживания, решая прямую задачу кинематики, определяем координаты точки M (x_M, y_M, z_M) пересечения осей исполнительных звеньев через обобщенные координаты манипулятора $l_k(t)$, $k = \overline{1,4}$.

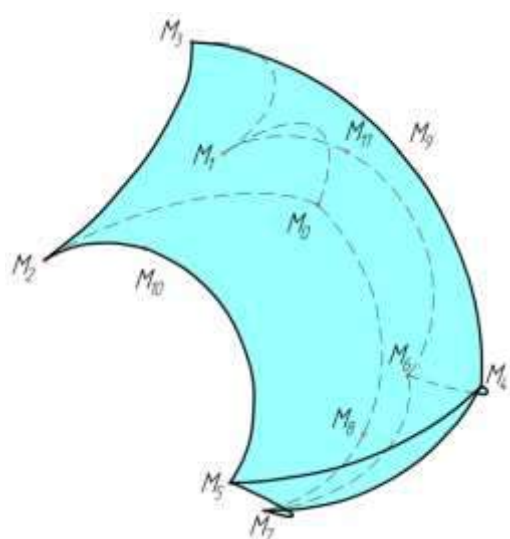
$$\begin{cases} x_M = \frac{l_3^2 - l_2^2}{4OB}, \\ y_M = \left[l_1^2 - \frac{(l_3^2 - l_2^2)^2}{16OB^2} - \frac{(A - OB^2 - z_A^2)}{4z_A^2} \right]^{\frac{1}{2}} \cos \varphi - \left(\frac{A - OB^2 + z_A^2}{2z_A} \right) \sin \varphi, \\ z_M = \left[l_1^2 - \frac{(l_3^2 - l_2^2)^2}{16OB^2} - \frac{(A - OB^2 - z_A^2)}{4z_A^2} \right]^{\frac{1}{2}} \sin \varphi + \left(\frac{A - OB^2 + z_A^2}{2z_A} \right) \cos \varphi, \end{cases} \quad (3.47)$$

$$\text{где } \varphi = \arcsin \frac{OK^2 + DK^2 + OA^2 - l_4^2(t)}{2OA\sqrt{DK^2 + OK^2}} + v, \quad A = -l_1^2(t) + 0.5l_2^2(t) + 0.5l_3^2(t),$$

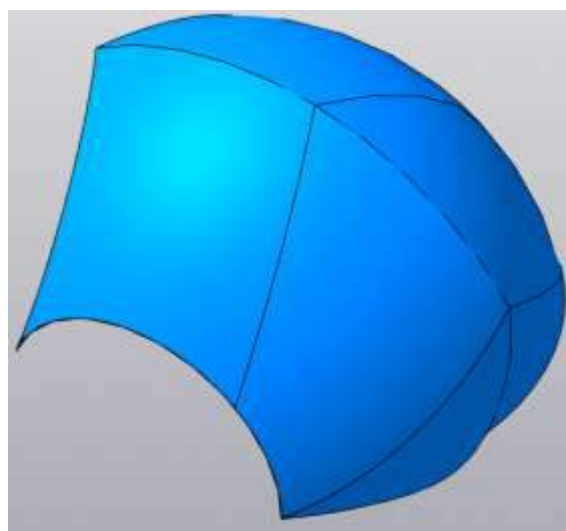
$$v = \arcsin \frac{DK}{\sqrt{DK^2 + OK^2}}, \quad z_A = OA \cos \varphi.$$

Полученная зона (рисунок 3.11) является графическим отображением решения системы уравнений (3.47), образованная шестью сферическими поверхностями с центрами вращения в характерных точках манипулятора O, A, B, C . При пересечении этих поверхностей образуется фигура $M_0 \dots M_{11}$, точки M_n ($n = 0, 1, \dots, 11$) характеризуют крайние положения захвата манипулятора, где происходит комбинация движений штоков звеньев пространственного механизма. Пределы поворота звеньев в шарнирах продиктованы условиями выполняемого технологического процесса и ограничены конструктивными особенностями

шарниров и опорного основания, увеличение геометрической площади сечения зоны обслуживания погрузочного манипулятора - трипода возможно за счет увеличения угла наклона поворотного основания и перемещения транспортного средства, а также за счёт изменения длин исполнительных звеньев манипулятора. [80, 165].



а)



б)

Рисунок 3.11 – Зона обслуживания манипулятора без учета захватного устройства: а) Зона обслуживания манипулятора в плоскости; б) Объемная зона обслуживания манипулятора

В таблице 3.1 представлен алгоритм получения зоны обслуживания, которая образуется из кривых в результате перемещения характерной точки M , (M_0 соответствует $l_{\min}$)

Таблица 3.1 Алгоритм построения зоны обслуживания манипулятора

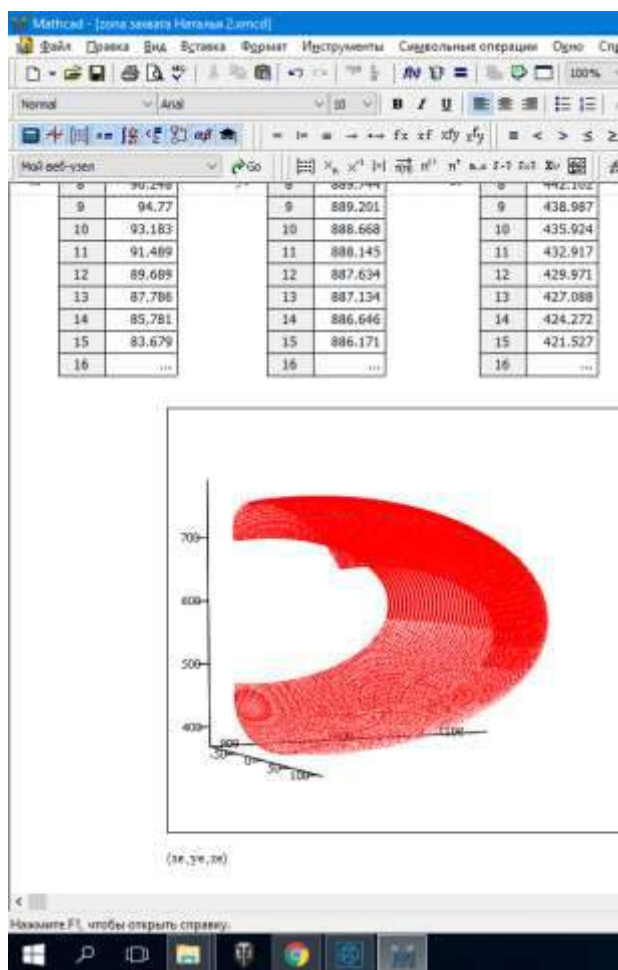
№ этапа	Кривая	Изменения длин звеньев	№ этапа	Кривая	Изменения длин звеньев
1	M_0M_1	$l_{1\min} = \text{const}$ $l_{2\min} \rightarrow l_{2\max}$ $l_{3\min} = \text{const}$ $l_{4\min} = \text{const}$	9	$M_{10}M_5$	$l_{1\min} \rightarrow l_{1\max}$ $l_{2\min} = \text{const}$ $l_{3\max} = \text{const}$ $l_{4\max} = \text{const}$

Продолжение таблицы 3.1

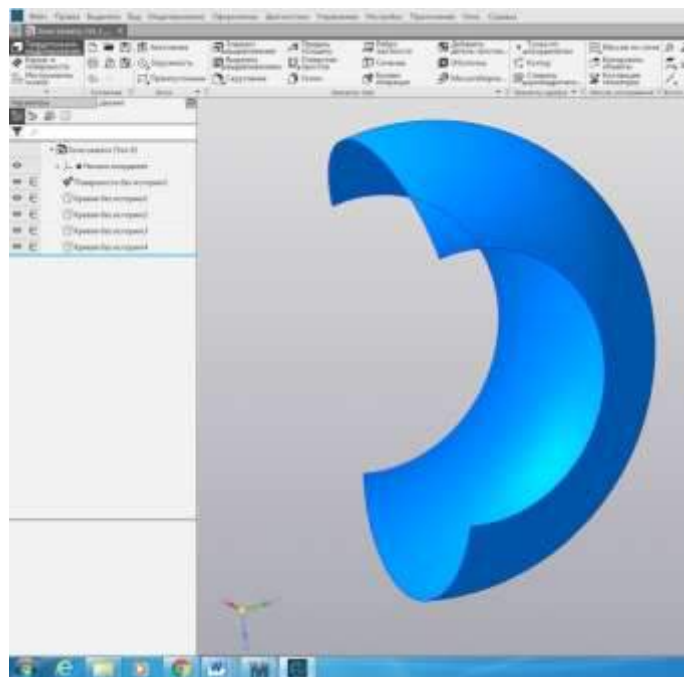
2	M_0M_2	$l_{1\min} = \text{const}$ $l_{2\min} = \text{const}$ $l_{3\min} \rightarrow l_{3\max}$ $l_{4\min} = \text{const}$	10	M_1M_{11}	$l_{1\min} = \text{const}$ $l_{2\max} = \text{const}$ $l_{3\min} = \text{const}$ $l_{4\min} \rightarrow l_{4\max}$
3	M_1M_3	$l_{1\min} = \text{const}$ $l_{2\max} = \text{const}$ $l_{3\min} \rightarrow l_{3\max}$ $l_{4\min} = \text{const}$	11	M_2M_{10}	$l_{1\min} = \text{const}$ $l_{2\min} = \text{const}$ $l_{3\max} = \text{const}$ $l_{4\min} \rightarrow l_{4\max}$
4	M_2M_3	$l_{1\min} = \text{const}$ $l_{2\min} \rightarrow l_{2\max}$ $l_{3\max} = \text{const}$ $l_{4\min} = \text{const}$	12	M_4M_5	$l_{1\max} = \text{const}$ $l_{2\max} \rightarrow l_{2\min}$ $l_{3\max} = \text{const}$ $l_{4\max} = \text{const}$
5	M_3M_9	$l_{1\min} = \text{const}$ $l_{2\max} = \text{const}$ $l_{3\max} = \text{const}$ $l_{4\min} \rightarrow l_{4\max}$	13	M_4M_6	$l_{1\max} = \text{const}$ $l_{2\max} = \text{const}$ $l_{3\max} \rightarrow l_{3\min}$ $l_{4\max} = \text{const}$
6	M_9M_4	$l_{1\min} \rightarrow l_{1\max}$ $l_{2\max} = \text{const}$ $l_{3\max} = \text{const}$ $l_{4\max} = \text{const}$	14	M_6M_7	$l_{1\max} = \text{const}$ $l_{2\max} \rightarrow l_{2\min}$ $l_{3\min} = \text{const}$ $l_{4\max} = \text{const}$
7	$M_{11}M_6$	$l_{1\min} \rightarrow l_{1\max}$ $l_{2\max} = \text{const}$ $l_{3\min} = \text{const}$ $l_{4\max} = \text{const}$	15	M_5M_7	$l_{1\max} = \text{const}$ $l_{2\min} = \text{const}$ $l_{3\max} \rightarrow l_{3\min}$ $l_{4\max} = \text{const}$
8	M_0M_8	$l_{1\min} \rightarrow l_{1\max}$ $l_{2\min} = \text{const}$ $l_{3\min} = \text{const}$ $l_{4\min} = \text{const}$	16	M_8M_7	$l_{1\max} = \text{const}$ $l_{2\min} = \text{const}$ $l_{3\min} = \text{const}$ $l_{4\min} \rightarrow l_{4\max}$

Затем, воспользовавшись выражением (3.14) и учитывая ограничения, накладываемые на углы поворота звеньев захвата, находим координаты точки

$E[x_E(t), y_E(t), z_E(t)]$ и получаем зону обслуживания захвата, которая представляет поверхность, ограниченную сетью кривых (рисунок 3.12).



а)



б)

Рисунок 3.12 – Скриншоты построения зоны обслуживания захвата параллельно-последовательной структуры с захватом в САПР: а) построение объемной зоны обслуживания в пакете MathCAD; б) построение объемной зоны обслуживания в среде Компас-3D

Алгоритм формирования пространственной зоны обслуживания манипулятора с захватом реализован в среде Mathcad (рисунок 3.13, а) (приложение 2 «Программа для реализации алгоритма определения зоны обслуживания манипуляторов параллельно-последовательной структуры с захватом») [57].

На блок-схеме (рисунок 3.13) представлен алгоритм построения зоны обслуживания манипулятора параллельно-последовательной структуры с управляемым рабочим органом (захватом).

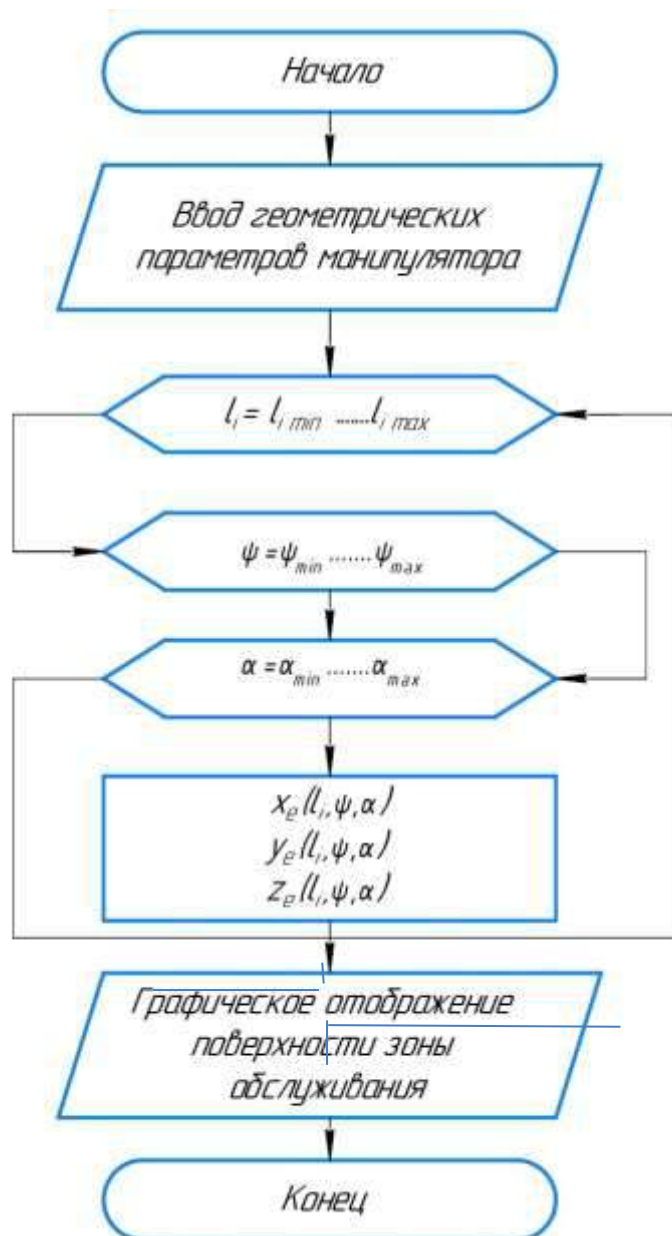


Рисунок 3.13 – Алгоритм формирования зоны обслуживания манипулятора с захватом

Разработанные приложения могут моделировать зоны обслуживания манипуляторов различных типоразмеров в различных средствах автоматизированного проектирования, например, в среде Компас-3D (рисунки

3.12 б, 3.14). Локальные перемещения захвата обеспечивают необходимую манипулятивность в объеме обслуживаемой зоны манипулятора и расширяют зону обслуживания (рисунок 3.14).

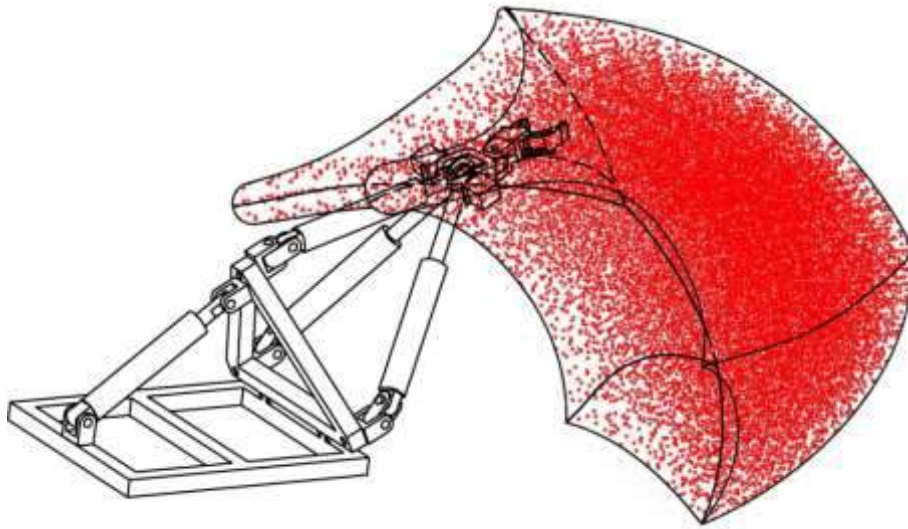


Рисунок 3.14 Зона обслуживания манипулятора с захватом

Параметры зоны обслуживания манипулятора с захватом изменяются в пределах от минимальных значений до максимальных x, y, z : $x_{\min} = -1223$ мм до $x_{\max} = 1223$ мм, от $y_{\min} = 155$ мм до $y_{\max} = 2155$ мм, от $z_{\min} = -1897$ мм до $z_{\max} = 1784$ мм.

При этом объем зоны обслуживания с захватом увеличится на 13,4 % (3.48)

$$\Delta = \frac{V_1}{V_2 + V_1} \cdot 100\% = 13,4\% \quad (3.48)$$

где V_1 – объем зоны обслуживания захвата манипулятора; V_2 – объем зоны обслуживания манипулятора без захвата (объемы V_1 и V_2 определяются с помощью встроенных функций в среде Компас-3D).

Предложенная схема манипулятора на базе трипода, оснащенная дополнительным механизмом - управляемым захватным устройством с тремя степенями подвижности, позволяет обеспечить необходимые параметры манипулятивности и оптимальную конфигурацию манипулятора при перемещении захвата из текущего положения в заданное конечное положение [34, 343].

Выводы по 3 главе

В главе 3 проведен кинематический анализ манипуляторов параллельно-последовательной структуры, решена задача позиционирования, на примере манипулятора параллельно-последовательного на базе трипода с управляемым захватным устройством, который имеет степень подвижности $W=7$, маневренность в базовой плоскости, равная $m_b=1$. Решение приведено для двух вариантов конструкций захватного устройства.

Сформулированы критерии качества управления, исключающие неоднозначность определения конфигурации из условия минимизации квадратичного критерия обобщенной энергии.

Получена кинематическая управляющая матрица, которая является универсальной для данного семейства манипуляторов на базе трипода параллельно- последовательной структуры с управляемым рабочим органом, определен угол сервиса.

Определены геометрические параметры для получения максимальной зоны обслуживания манипулятора с управляемым захватным устройством, при построении зоны обслуживания использован оригинальный метод построения в среде Mathcad и Компас 3D, при этом объем зоны обслуживания манипулятора с захватом увеличился на 13,4% по сравнению с манипулятором без захвата.

4. КИНЕМАТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ПРОГРАММНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ ПРИВОДОВ МАНИПУЛЯЦИОННЫХ СИСТЕМ РОБОТОВ ГИБРИДНОЙ СТРУКТУРЫ

В разделе сформулирована задача управления, которая является комплексной, суть задачи может быть описана в зависимости от особенностей технологического процесса.

Проведена лингвистическая аппроксимация технологических процессов и определены требования к обобщенным координатам манипулятора параллельно-последовательной структуры, обеспечивающих реализацию этих процессов. На основании этого сформирована база знаний (лингвистический аппроксиматор) описания элементарных траекторий движений рабочего органа, необходимых для осуществления технологических процессов.

Для стабилизации рабочего органа манипулятора в заданном положении предложено использовать метод слабого терминального управления.

Разработаны два метода кинематического синтеза программных ориентирующих перемещений исполнительных звеньев манипулятора с избыточными координатами, которые основаны на интерполяции программных перемещений исполнительных цилиндров конечным набором сплайнов третьего и четвертого порядка, либо на замене программных перемещений исполнительных цилиндров сплайнами четвертого порядка на первом и последнем участках траектории и квадратичной аппроксимацией промежуточных участков траектории.

4.1 Постановка задачи управления и планирование траекторий

Управление манипулятором является комплексной задачей, которая включает позиционирование рабочего органа с необходимой точностью; планирование и синтез программных перемещений исполнительных приводов, обеспечивающих программные перемещения рабочего органа, как правило, по заранее определенной траектории с возможностью коррекции при отклонении от

заданной точности [26, 35, 41, 148, 116, 277]. При этом суть задачи управления может быть описана в зависимости от особенностей технологического процесса.

1. Перемещение рабочего органа манипулятора в отсутствии препятствий в рабочей зоне можно реализовать по заранее неопределенной траектории из известного текущего положения в заданное конечное положение изменением обобщенных координат $q_i(t)$ исполнительных звеньев манипулятора. Задача решается в два этапа. Сначала решается задача позиционирования. Суть, которой состоит в том, что при известной начальной конфигурации манипулятора q_{i0} , требуется найти обобщенные координаты манипулятора q_{ik} , при заданных конечных координатах (x_E, y_E, z_E) характерной точки E захватного устройства в абсолютной системе координат и направляющих косинусов α_{pq} собственной системы координат рабочего органа, также относительно абсолютной системы координат. Часто решение этой задачи носит оптимизационный характер.

2. На втором этапе необходимо определить законы изменения обобщенных координат $q_i(t)$, удовлетворяющих заданным граничным условиям. Здесь возможно несколько вариантов решения задачи. Проще всего задача решается выбором для каждой обобщенной координаты одного из известных законов изменения ускорения: прямоугольного, линейного, синусоидального, полиномиального. В этом случае траектория характерной точки захвата $x_E(t), y_E(t), z_E(t)$ заранее не известна. Решение задачи, определения закона изменения обобщенных координат возможно в постановке слабого терминального управления. Слабое терминальное управление переводит объект из заданного начального состояния в заданную окрестность конечного состояния за заданное время.

3. Для реализации многих технологических процессов необходимо перемещать рабочий орган манипулятора по заданной программной траектории, сохраняя заданную пространственную ориентацию рабочего органа. Законы изменения обобщенных координат $q_i(t)$ манипулятора определяются одним из

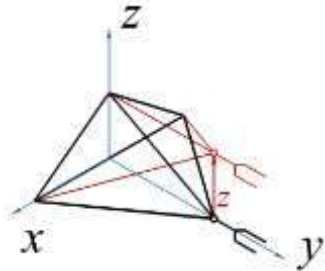
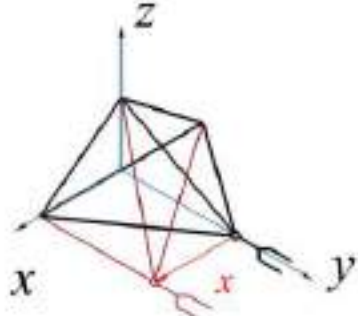
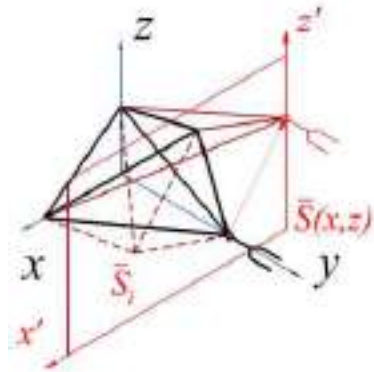
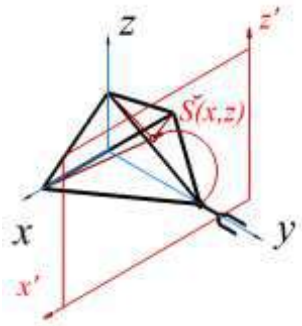
методов кинематического синтеза. Множество точек, характеризующих последовательные положения исполнительных приводов, определяется решением задачи о конфигурации манипулятора (позиционная задача) в каждой точке траектории рабочего органа.

4. При проектировании СУ манипуляционных механизмов необходимо учитывать динамическое поведение системы, определяемое инерционностью звеньев, нагрузкой рабочего органа и наличием внешних возмущений. Для решения этой задачи используются математические модели динамики манипулятора, которые будут рассмотрены подробно в следующей главе диссертации.

Планирование траекторий необходимо осуществлять таким образом, чтобы, с одной стороны, они обеспечивали заданный технологический процесс, а с другой, удовлетворяли наиболее простым уравнениям кинематики и динамики, что позволяет реализовывать их в реальном масштабе времени. Траектории рабочего органа можно разбить на несколько элементарных участков, а каждый технологический процесс описать набором специальных элементарных траекторий (технологических движений), из которых можно сформировать базу знаний, называемую лингвистическим аппроксиматором [100, 119, 204, 26, 41, 148, 116, 170, 277, 167]. Формирование возможных технологических траекторий захватного устройства манипулятора необходимо для планирования программных перемещений манипулятора [119] и для формирования базы моделей и управлений (БМУ) [100, 204].

Анализ технологических процессов различных отраслей народного хозяйства показывает, что большинство из них может быть выполнено с помощью определенных элементарных перемещений рабочего органа и со следующими значениями обобщенных координат (таблица 4.1).

Таблица 4.1 – Основные технологические движения рабочего органа (РО)

№	Описание перемещения РО	Схема перемещения РО
1	Перемещение РО из исходного положения в положение начала выполнения технологического процесса	
2	Вертикальное поступательное прямолинейное движение РО вдоль оси z (ВД) $\alpha = \text{const}$, $\psi = \text{const}$, $\beta = 0$ или $\beta(t)$, $x_E = \text{const}$, $x_M = \text{const}$, $y_E = \text{const}$, $y_M = \text{const}$, $z_M(t)$, $z_E(t)$	
3	Горизонтальное поступательное прямолинейное движение РО вдоль оси x (ГД): $\psi(t) = -\gamma(t)$, $\alpha = \text{const}$, $\beta = 0$ или $\beta(t)$, $x_E(t)$, $y_E = \text{const}$, $z_E = \text{const}$, $x_M(t)$, $y_M = \text{const}$, $z_M = \text{const}$	
4	Прямолинейное движение РО $\bar{S}(x, z)$ под углом в вертикальной плоскости $x' z'$ (ПДВ): $\psi(t) = -\gamma(t)$, $\alpha = \text{const}$, $\beta = 0$ или $\beta(t)$, $x_E(t)$, $y_E = \text{const}$, $z_E(t)$, $x_M(t)$, $y_M = \text{const}$, $z_M(t)$	
5	Движение РО по заданной траектории $\check{S}(x, z)$ в вертикальной плоскости $x' z'$ (ЗДВ): $\psi(t) = -\gamma(t)$, $\alpha = \text{const}$, $\beta = 0$ или $\beta(t)$, $x_E(t)$, $y_E = \text{const}$, $z_E(t)$, $x_M(t)$, $y_M = \text{const}$, $z_M(t)$	

Продолжение таблицы 4.1

6	Прямолинейное движение РО $\bar{S}(x,y)$ под углом в горизонтальной плоскости $x'y'$ (ПДГ): $\psi(t) = -\gamma(t)$, $\alpha = \text{const}$, $\beta = 0$ или $\beta(t)$, $x_E(t)$, $y_E(t)$, $z_E = \text{const}$, $x_M(t)$, $y_M(t)$, $z_M = \text{const}$	
7	Движение РО по заданной траектории $\check{S}(x,y)$ в горизонтальной плоскости $x'y'$ (ЗДГ): $\psi(t) = -\gamma(t)$, $\alpha = \text{const}$, $\beta = 0$ или $\beta(t)$, $x_E(t)$, $y_E(t)$, $z_E = \text{const}$, $x_M(t)$, $y_M(t)$, $z_M = \text{const}$	
8	Движение РО по прямой $\bar{S}(x,y,z)$ (ПД): $\psi(t) = -\gamma(t)$, $\alpha = \text{const}$, $\beta = 0$ или $\beta(t)$, $x_E(t)$, $y_E(t)$, $z_E(t)$, $x_M(t)$, $y_M(t)$, $z_M(t)$	
9	Движение РО по заданной траектории $\check{S}(x,y,z)$ (ЗД): $\psi(t) = -\gamma(t)$, $\alpha = \text{const}$, $\beta = 0$ или $\beta(t)$, $x_E(t)$, $y_E(t)$, $z_E(t)$, $x_M(t)$, $y_M(t)$, $z_M(t)$	
10	Ориентация в пространстве манипулятора при неподвижной точке крепления РО к манипулятору последовательной структуры (ОР): $\psi(t)$, $\alpha(t)$, $\beta(t)$, $x_E(t)$, $y_E(t)$, $z_E(t)$, $x_M = \text{const}$, $y_M = \text{const}$, $z_M = \text{const}$	

4.2 Кинематический алгоритм стабилизации рабочего органа манипулятора в заданном положении при терминальном управлении

В данном разделе рассмотрено решение задачи управления исполнительными приводами манипулятора параллельно-последовательной структуры методом терминального управления. Терминальное управление – это управление, цель которого заключается в переводе объекта в заданное конечное состояние за определенное время [250]. Различают два вида терминального управления. Первый вид — (сильное) терминальное управление, переводящее систему из заданного начального состояния в заданное конечное состояние за заданное время. Второй вид — слабое терминальное управление, переводящее за заданное число шагов систему из заданного начального состояния в заданную окрестность заданного конечного состояния [91,198] за заданное время.

Законы изменения обобщенных координат определяются синтезом слабого терминального управления [38], при этом траектория перемещения характерной точки произвольна и только на конечную точку наложены требования по точности управления. В тот момент, когда происходит отклонение объекта управления от программной траектории, в каждой текущей точке возможно построение «новой» программы, которая должна удовлетворять условиям терминального управления, т.е. нет смысла в стабилизации его на исходной программной траектории.

В качестве обобщенных координат манипулятора принимаем $q_1 = l_1, q_2 = l_2, q_3 = l_3, q_4 = l_4$, которые описывают конфигурацию трипода с поворотным основанием. Координаты $q_5 = \alpha, q_6 = \psi$ — описывают состояние трехзвенного захватного устройства. Угол $\beta(t)$ не влияет на ориентацию рабочего органа, а закон его изменения зависит от вида выполняемой технологической операции.

Считаем, что для каждого исполнительного звена известны контуры управления, замкнутые по обобщенным координатам, $q_i(t), i = 1 - 6$. В этом случае решение задачи сводится к определению законов формирования задающих

воздействий $q_i(t)$ для исполнительных приводов, обеспечивающих перемещение рабочего органа в заданное положение [38].

В начальный момент времени $t = 0$ конфигурация манипулятора определяется длинами исполнительных звеньев $q_i(0) = q_{i0}, i = 1 - 4$ и углами $\alpha(0)=0, \psi(0)=0, \beta(0) = 0$. В конечной точке $E(x_{E0}, y_{E0}, z_{E0})$ конфигурация манипулятора определяется длинами исполнительных звеньев $q_i^0, i = 1 - 4$ и направляющими косинусами захватного устройства α_{pq} .

Принимаем, что на траектории движения отклонения обобщенных координат от конечного состояния исполнительных звеньев $\Delta q_k(t) = q_k^0 - q_k(t)$ изменяются в соответствии с решением дифференциального уравнения [38]

$$\Delta \ddot{q}_k(t) + a_{k1} \Delta \dot{q}_k(t) + a_{k2} \Delta \dot{q}_k(t) + a_{k3} \Delta q_k(t) = 0, \quad (4.1)$$

где a_{k1}, a_{k2}, a_{k3} – постоянные положительные числа.

Уравнение (4.1) позволяет сформировать законы движения рабочего органа без скачков ускорений в начальной и конечной точках изменения обобщенных координат манипулятора [117]. Законам формирования задающих воздействий $q_k(t)$ исполнительных приводов, определяемых уравнениями (4.1), соответствуют дифференциальные уравнения

$$\ddot{q}_k(t) + a_{k1} \dot{q}_k(t) + a_{k2} \dot{q}_k(t) + a_{k3} q_k(t) = a_{k3} q_k^0, \quad (4.2)$$

при начальных условиях, описывающих конфигурацию манипулятора при $t_0 = 0$

$$q_k(0) = q_{k0}, \dot{q}_k(0) = \dot{q}_{k0}, \ddot{q}_k(0) = \ddot{q}_{k0}. \quad (4.3)$$

Общее решение уравнения (3.19) имеет вид

$$q_k(t) = q_k^0 + C_{1k} e^{p_{1k}t} + C_{2k} e^{p_{2k}t} + C_{3k} e^{p_{3k}t}, \quad (4.4)$$

где корни p_{1k}, p_{2k}, p_{3k} – корни соответствующего характеристического однородного уравнения.

Постоянные интегрирования находим из (4.4) с учетом (4.3)

$$C_{1k} = \frac{-\Delta l_k(0)p_{2k}p_{3k} - \dot{l}_{k0}(p_{2k} + p_{3k}) + \ddot{l}_{k0}}{(p_{1k} - p_{2k})(p_{1k} - p_{3k})}, \quad C_{2k} = \frac{\Delta l_k(0)p_{1k}p_{3k} - \dot{l}_{k0}(p_{1k} + p_{3k}) - \ddot{l}_{k0}}{(p_{1k} - p_{2k})(p_{2k} - p_{3k})},$$

$$C_{3k} = \frac{-\Delta l_k(0)p_{1k}p_{2k} - \dot{l}_{k0}(p_{1k} + p_{2k}) + \ddot{l}_{k0}}{(p_{1k} - p_{3k})(p_{2k} - p_{3k})}, \quad (4.5)$$

где $\Delta q_k(t) = q_k^0 - q_k(0)$.

Коэффициенты уравнений (4.1) определяются через корни характеристического уравнения p_{1k}, p_{2k}, p_{3k}

$$a_{k1} = -(p_{1k} + p_{2k} + p_{3k}), a_{k2} = p_{1k}p_{2k} + p_{2k}p_{3k} + p_{1k}p_{3k}, a_{k3} = -p_{1k}p_{2k}p_{3k}$$

Для обеспечения требования $q_k(t) \rightarrow q_k^0$ при $t \rightarrow \infty$, корни характеристического уравнения отрицательные разные. Значения корней характеристического уравнения следует выбирать из допустимых параметров мобильности манипулятора [126] (предельно допустимые скорости перемещения захвата в рабочей зоне) и требуемого времени попадания в целевую точку с необходимой погрешностью.

Закон изменения обобщенных координат манипулятора (4.4) является программным. Чтобы построить закон управления с обратными связями, необходимо вычислять выражения (4.4) по текущим значениям обобщенных координат

$$\ddot{q}_k^*(t) = -a_{k1}\ddot{q}_k(t) - a_{k2}\dot{q}_k(t) + a_{k3}[q_k^0 - q_k(t)]. \quad (4.6)$$

В формулах (4.5) за начальные значения обобщенных координат принимают текущие значения обобщенных координат. Обратная связь в контурах управления приводными двигателями осуществляется по переменным $q_k(t), \dot{q}_k(t), \ddot{q}_k(t)$. Значения этих переменных используются при вычислении выражений, входящих в формулу (4.6) погрешностью.

Структурная схема системы управления конечным положением захвата манипулятора при терминальном управлении приведена на рисунке 4.1

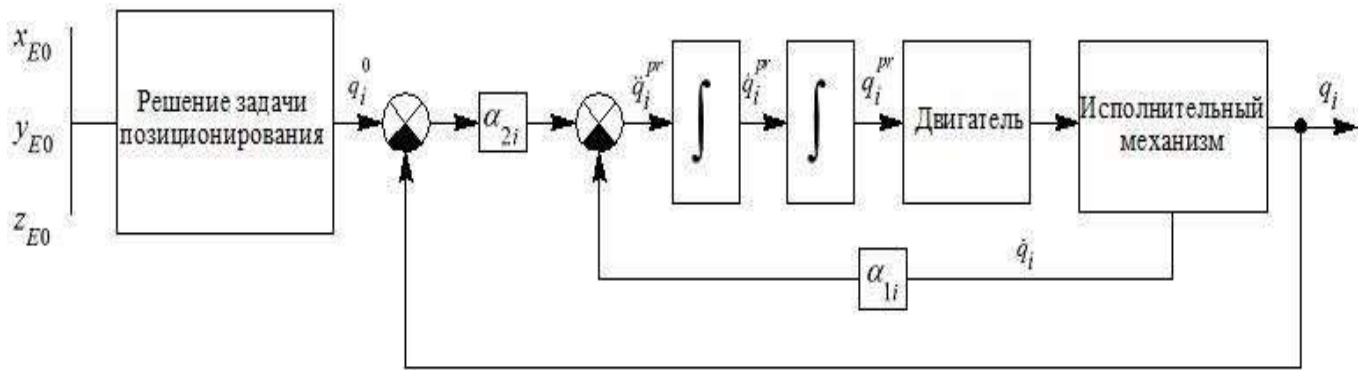


Рисунок 4.1 – Структурная схема терминальной системы управления

На рисунках 4.2, 4.3 приведены результаты расчетов при перемещении захватного устройства из положения, определяемого координатами точки M , $x_{M0} = 162,2 \text{ мм}$, $y_{M0} = 154,1 \text{ мм}$, $z_{M0} = 778,6 \text{ мм}$ в точку с координатами $x_M = 200 \text{ мм}$, $y_M = 50 \text{ мм}$, $z_M = 970 \text{ мм}$ по законам [38]:

$$l_1(t) = l_{10} - \Delta l_{10} (3e^{-t} - 3e^{-2t} + e^{-3t}), \quad l_2(t) = l_{20} - \Delta l_{20} (3e^{-t} - 3e^{-2t} + e^{-3t}),$$

$$l_3(t) = l_{30} - \Delta l_{30} (3e^{-t} - 3e^{-2t} + e^{-3t}), \quad l_4(t) = l_{40} - \Delta l_{40} (3e^{-t} - 3e^{-2t} + e^{-3t}).$$

$$\Delta l_{10} = -219,6 \text{ мм}, \quad \Delta l_{20} = -73,2 \text{ мм}, \quad \Delta l_{30} = -275,6 \text{ мм}, \quad \Delta l_{40} = -227,5 \text{ мм}.$$

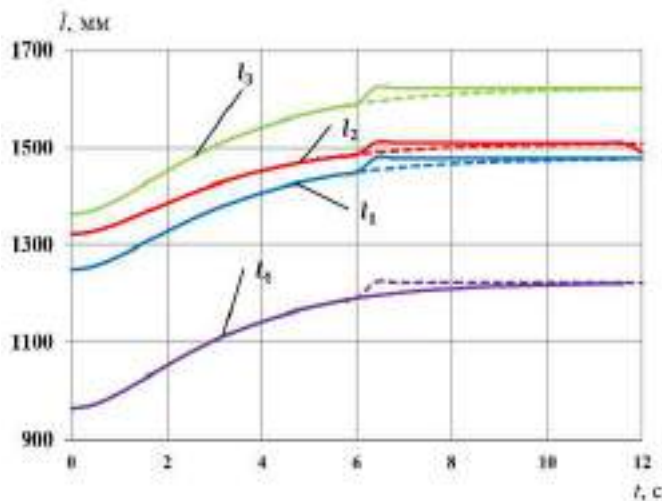


Рисунок 4.2 – Законы изменения длин исполнительных звеньев

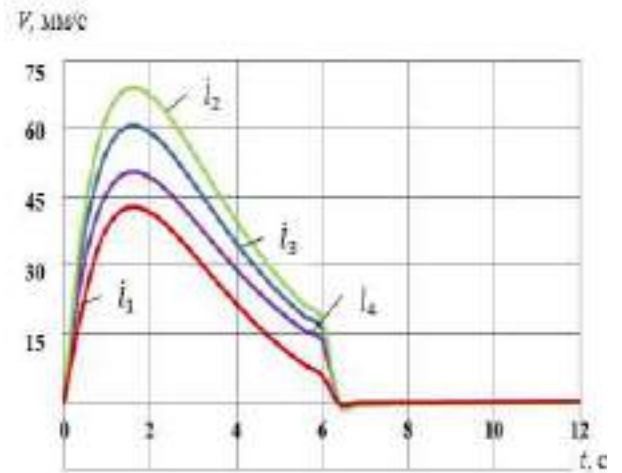


Рисунок 4.3 – Законы изменения скоростей штоков исполнительных звеньев

Из графиков (рисунки 4.2, 4.3) видно, что происходит коррекция

программной траектории (необходимость коррекции программной траектории вызвана воздействием внешних возмущений) в момент времени $t = 6$ с. Анализ замкнутой системы показал, что с течением времени объект манипулирования попадает в конечную область целевой точки с определенной точностью, величина окрестности которой зависит от динамических свойств системы. При расчетах для заданных параметров системы управления получен следующий результат: отклонения от заданного положения не превышают 3%, а скорости и ускорения близки нулю [38].

4.3 Методы кинематического синтеза программных перемещений исполнительных звеньев манипулятора при выполнении технологических процессов

Для реализации конкретных технологических процессов, например, в сельском хозяйстве – при сборе плодов или обрезка крон деревьев, винограда; машиностроении – при механической обработке, сварке; перерабатывающем производстве – упаковке, необходимо перемещать рабочий орган манипулятора по заданной программной траектории, сохраняя пространственное положение рабочего органа. На этом этапе законы движения исполнительных звеньев привода заменяется набором специальных траекторий (сплайнов). В данном разделе 4.3 разработаны методы синтеза программных перемещений исполнительных цилиндров манипулятора последовательно-параллельной структуры, обеспечивающих реализацию требуемых траекторий рабочего органа манипулятора.

Сформировать законы изменения обобщенных координат манипулятора $l_k(t)$, $k = \overline{1,4}$, $\alpha(t)$, $\psi(t)$, $\beta(t)$ решением обратной задачи кинематики в реальном масштабе времени затруднительно из-за высокой размерности задачи и ограниченной вычислительной мощности контроллеров приводного уровня. Так как системы управления строятся по иерархическому принципу, то рационально для каждого заданного движения рабочего органа заранее определить аналитические законы

изменения обобщенных координат исполнительных приводов. Процесс выполнения любой технологической операции состоит из последовательного выполнения заданных программных движений рабочего органа [100]. Причем количество программных движений манипулятора, последовательное исполнение которых обеспечивает выполнение технологического процесса, ограничено [271]. Для эффективного выполнения технологических операций захват манипулятора необходимо перемещать с заданной скоростью по гладкой траектории, которая соединяет целевые точки. Необходимость движения по гладким траекториям обусловлена также требованиями ограничения максимальных значений ускорений звеньев манипулятора [76,404].

Таким образом, необходимо разработать методику, позволяющую сформировать базу знаний, элементы которой аппроксимируют траектории рабочего органа, функциями изменения обобщенных координат исполнительных цилиндров в виде сплайнов.

Определение аналитических выражений законов изменения длин исполнительных цилиндров и законов изменения углов захватного устройства основываются на предварительной дискретизации траектории рабочего органа. Разбивая заданную траекторию точки E на n участков через интервалы времени Δt , решением оптимизационной задачи о конфигурации манипулятора находится последовательность значений обобщенных координат $l_k(t_i)$ манипулятора–трипода и обобщенных координат $\alpha(t_i)$, $\psi(t_i)$ захватного устройства. Зная значения обобщенных координат в моменты времени t_i , можно для каждой обобщенной координаты, для каждого отрезка времени провести интерполяцию сплайнами [89], т.е. построить полином, выражающий обобщенную координату как функцию времени. В работе проводится интерполяция этих значений обобщенных координат либо конечным набором сплайнов третьего и четвертого порядка [36,399], либо интерполяцией первого и последнего участков траектории сплайнами пятого порядка и методом точечной квадратичной аппроксимации промежуточных участков траектории [342]. Таким образом, находятся полиномы, выражающие обобщенные координаты как функции времени.

4.3.1 Постановка задачи методов кинематического синтеза

Задаются законы перемещения характерной точки E рабочего органа манипулятора (рисунки 3.3, 3.4). Требуется найти законы изменения обобщенных координат манипулятора $q_k(t)$, ($k=1 \div n$), обеспечивающих выполнение законов перемещения рабочего органа. Принимаем, что скорости и ускорения равны нулю в начальной и конечной точках траектории и непрерывно изменяются в промежуточных точках. В начальный момент времени конфигурация манипулятора известна, то есть, заданы значения обобщенных координат манипулятора $q_k(0) = q_{k0}$.

Программную траекторию точки E разбиваем на n участков, через равные интервалы времени Δt . Так как значения координат $x_E(t_i)$, $y_E(t_i)$, $z_E(t_i)$ точки E рабочего органа захвата в момент времени $t_i = i \cdot \Delta t$, $i = 0, 1, 2, 3, \dots, n$ известны, то значения обобщенных координат $q_k(t_i)$ манипулятора в моменты времени t_i находятся решением обратной задачи кинематики или в результате решения задачи позиционирования для манипуляторов с избыточными степенями подвижности.

4.3.2 Метод интерполяции программных перемещений исполнительных звеньев набором сплайнов

Задача сплайновой интерполяции сводится к решению двух подзадач: расчету коэффициентов сплайна и последующей аппроксимации значений функции в заданные моменты времени.

Для любого отрезка функций $l_k(t)$, $\alpha(t)$, $\Psi(t)$ на каждом конце имеются граничные условия. Граничные условия на значения скорости и ускорения являются условиями непрерывности для каждого из промежуточных участков, соответствующих функций времени. Для каждого из крайних участков имеются граничные условия на перемещение, скорость и ускорение. В этом случае первый

и последний отрезки траектории интерполируются полиномами четвертого порядка, а промежуточные отрезки - полиномами третьего порядка [186].

Рассмотрим отрезок траектории, описываемый многочленом

$$\theta_i(\tau) = A_{i4} \cdot \tau^4 + A_{i3} \cdot \tau^3 + A_{i2} \cdot \tau^2 + A_{i1} \cdot \tau + A_{i0}, \quad (4.7)$$

где $\theta_i(\tau)$ – одна из обобщенных координат манипулятора как функция времени τ на i – участке изменения функции; $\tau = t/T_i$ – безразмерное время, т. е. $1 \geq \tau \geq 0$; T_i – время перемещения на i – участке изменения функции $\theta_i(\tau)$; $A_{0i} \dots A_{i4}$ – коэффициенты полинома для i – участка изменения функции $\theta_i(\tau)$.

Из выражения (4.7) следуют соотношения, связывающие коэффициенты полиномов со значениями обобщенной координаты $\theta_i(\tau)$ и ее производных $\dot{\theta}_i(\tau)$, $\ddot{\theta}_i(\tau)$ в $(n+1)$ узловых точках $i = \overline{0, n}$.

Для первого отрезка траектории, подставляя значение $\tau = 0$, получим

$$A_{i0} = \theta_i(0) = \theta_{i0}, \quad A_{i1} = \dot{\theta}_i(0) = \dot{\theta}_{i0} = 0, \quad A_{i2} = \ddot{\theta}_i(0) = \ddot{\theta}_{i0} = 0. \quad (4.8)$$

При $\tau = 1$ имеем на правом конце

$$\Delta\theta_i(0) = \theta_i(1) - \theta_i(0) = A_{i4} + A_{i3}, \quad (4.9)$$

$$T_i \cdot \dot{\theta}_i(1) = 4A_{i4} + 3A_{i3}, \quad (4.10)$$

$$T_i^2 \cdot \ddot{\theta}_i(1) = 12A_{i4} + 6A_{i3}. \quad (4.11)$$

Для i -го промежуточного участка закона изменения $\theta_i(\tau)$ полином (4.7) принимает вид

$$\theta_i(\tau) = +A_{i3} \cdot \tau^3 + A_{i2} \cdot \tau^2 + A_{i1} \cdot \tau + A_{i0}. \quad (4.12)$$

С учетом граничных условий на скорость и ускорение, определяющих условия непрерывности функции времени $\theta_i(\tau)$, получаем

$$\theta_i(0) = \theta_{i-1}(1) = A_{i0}, \quad (4.13)$$

$$\Delta\theta_i(\tau) = \theta_i(1) - \theta_{i-1}(0) = A_{i3} \cdot A_{i2} \cdot A_{i1}, \quad (4.14)$$

$$T_i \cdot \dot{\theta}_{i-1}(1) = A_{i1}, \quad (4.15)$$

$$T_i^2 \ddot{\theta}_{i-1}(1) = 2A_{i2}, \quad (4.16)$$

$$T_i \cdot \dot{\theta}_i(1) = 3A_{i3} + 2A_{i2} + A_{i1}, \quad (4.17)$$

$$T_i^2 \cdot \ddot{\theta}_i(1) = 6A_{i3} + 2A_{i2}. \quad (4.18)$$

Для последнего отрезка закона изменения $\theta_n(\tau)$ полином определяем как функцию

$$\theta_n(\tau) = A_{n4} \cdot \tau^4 + A_{n3} \cdot \tau^3 + A_{n2} \cdot \tau^2 + A_{n1} \cdot \tau + A_{n0}. \quad (4.19)$$

Подставляя значение $\tau = 0$, получим

$$A_{n0} = \theta_n(0) = \theta_{n-1}(1) = A_{n0}, \quad \dot{\theta}_n(0) = \dot{\theta}_{n-1}(1) = T_n \cdot A_{n1}, \quad \ddot{\theta}_n(0) = \ddot{\theta}_{n-1}(1) = T_n^2 \cdot 2A_{n2}. \quad (4.20)$$

При $\tau = 1$ имеем на правом конце

$$\theta_n = A_{n4} + A_{n3} + A_{n2} + A_{n1} + A_{n0}, \quad (4.21)$$

$$\dot{\theta}_n(1) = 4A_{n4} + 3A_{n3} + 2A_{n2} + A_{n1} = 0, \quad (4.22)$$

$$\ddot{\theta}_n(1) = 12A_{n4} + 6A_{n3} + 2A_{n2} = 0. \quad (4.23)$$

Пример реализации метода. Алгоритм апробирован в среде Mathcad [61], приложение 2 программа на ЭВМ «Кинематический синтез программных перемещений исполнительных приводов методом интерполяции конечным набором сплайнов третьего и четвертого порядков».

Анализ технологических операций показывает, что одним из распространенных перемещений рабочего органа является прямолинейное поступательное перемещение с заданной ориентацией в пространстве. Задаемся законом перемещения точки E рабочего органа по прямой линии из начальной точки, с координатами $x_E(0) = -316.4$ мм, $y_E(0) = 1437$ мм, $z_E(0) = 740$ мм в конечную точку с координатами $x_E(T) = 300$ мм, $y_E(T) = 1437$ мм, $z_E(T) = -100$ мм, т.е. перемещение точки происходит в плоскости, параллельной неподвижной плоскости Oxz , $y = \text{const}$, за время $T = 12$ с. Угол поворота основания может изменяться в пределах от $-0,323$ до $0,53$ рад. Прямолинейное движение РО под углом в вертикальной плоскости (ПДВ), (таблица 4.1).

Закон изменения дуговой координаты принимаем в форме, который обеспечивает равенство нулю скоростей и ускорений в начальной и конечной точках траектории [117]:

где $S_e = \sqrt{(x_E(T) - x_E(0))^2 + (y_E(T) - y_E(0))^2 + (z_E(T) - z_E(0))^2}$ – длина траектории.

Пространственное положение рабочего органа задаем направляющими косинусами $a_{23} = 1$, $a_{33} = 0$, $a_{13} = 0$ подвижной системы координат $O_4x_4y_4z_4$ рабочего

органа относительно неподвижной системы координат $Oxuz$ (рисунки 3.7, 4.4). Из (3.30) следует, что при выбранном программном перемещении рабочего органа во все время движения $\alpha = 0, \psi = -\gamma$. Выбор количества и расположения узловых точек зависит от вида программного перемещения захвата, технологического процесса и от требуемой точности отслеживания программной траектории. В рассматриваемом примере разбиваем весь отрезок длиной S_e на три части, $n = 3$ – число отрезков. Число узловых точек рассматриваем четыре: $m = \overline{0,3}$. Через равный интервал $\Delta t = T/3$ находим координаты второй и третьей узловых точек (координаты начальной и конечной точек известны) [24,74]

$$x_E(t_i) = S(t_i)/K_X + x_E(0), y_E(t_i) = y_E(0), z_E(\Delta t) = S(t_i)/K_Z + z_E(0). \quad (4.25)$$

$$K_X = \sqrt{1 + K_1^2 + K_2^2}; K_Y = \sqrt{1 + 1/K_1^2 + K_3^2}; K_Z = \sqrt{1 + 1/K_2^2 + 1/K_3^2};$$

$$K_1 = \Delta y / \Delta x; K_2 = \Delta z / \Delta x; K_3 = \Delta z / \Delta y$$

$$\Delta x = x_E(T) - x_E(0), \Delta y = y_E(T) - y_E(0), \Delta z = z_E(T) - z_E(0). \quad (4.26)$$

Определяем конфигурацию манипулятора в начальный момент времени $l_k(0) = l_{k0}$, $k = \overline{1,4}$, $\alpha(0) = 0$, $\psi(0) = \psi_0 = -\gamma_0$ [85]. Затем, воспользовавшись методикой (3.24–3.31), находим конфигурацию манипулятора во второй, третьей и четвертой узловых точках. Таким образом, в моменты времени $t_i = 0, T/3, 2T/3, T$ известны координаты точки $M(x_M, y_M, z_M)$, угол $\varphi(t_i)$ поворота основания манипулятора-трипода и угол $\psi(t_i) = -\gamma(t_i)$. Тогда выражения (3.3), (3.4) позволяют в эти моменты времени найти длины исполнительных цилиндров $l_k(t_i)$, $k = \overline{1,4}$. Полученные значения используются для интерполяции законов перемещения приводов манипулятора. Воспользовавшись выражениями (4.8) - (4.23), получаем систему линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов $A_{i0} \dots A_{i4}$ полиномов типа (4.7) и (4.12):

$$\left\{ \begin{array}{l}
A_{10} = l_{k1}(0), \\
A_{14} + A_{13} = l_{k1}(1) - l_{k1}(0), \\
4A_{14} + 3A_{13} - A_{21} \frac{T_1}{T_2} = 0, \\
6A_{14} + 3A_{13} - A_{22} \frac{T_1^2}{T_2^2} = 0, \\
A_{20} = l_{k2}(0) = l_{k1}(1), \\
A_{23} + A_{22} + A_{21} = l_{k2}(1) - l_{k2}(0), \\
3A_{23} + 2A_{22} + A_{21} - A_{31} \frac{T_2}{T_3} = 0, \\
3A_{23} + A_{22} - A_{32} \frac{T_2^2}{T_3^2} = 0, \\
A_{30} = l_{k3}(0) = l_{k2}(1), \\
A_{34} + A_{33} + A_{32} + A_{31} + A_{30} = l_{k3}(1), \\
4A_{34} + 3A_{33} + 2A_{32} + A_{31} = 0, \\
12A_{34} + 6A_{33} + 2A_{32} = 0.
\end{array} \right. \quad (4.27)$$

Решение системы (4.27) для каждого значения $l_k(t_i)$, $k=\overline{1,4}$ определяет три полинома (4.7), (4.12), которые интерполируют законы изменения длин исполнительных цилиндров непрерывными функциями времени $l_k(t_i)$. Для нахождения непрерывной функции изменения угла $\psi(t)$ в системе (4.27) значения $l_k(t_i)$ заменяются значениями $\psi(t_i)$. В результате решения этой системы получим коэффициенты $A_{i0} \dots A_{i4}$ трех полиномов типа (4.7), (4.12), которые интерполируют функцию $\psi(t)$. В рассматриваемом примере принято $T_1=T_2=T_3$.

В результате расчетов получено для каждого значения $l_k(t_i)$, $\psi(t_i)$ значения трех полиномов для первого, промежуточного и последнего отрезков траектории:

$$l_1(t) = \begin{cases} 43.84\tau^4 + (-50.28\tau^3) + 1400, \\ -72.78\tau^3 + 112.23\tau^2 + 24.54\tau + 1393.57, \\ 137.22\tau^4 + (-355.688)\tau^3 + 243.76\tau^2 + 30.67\tau + 1457.56; \end{cases}$$

$$l_2(t) = \begin{cases} 130.21\tau^4 + (-259,243\tau^3) + 1500, \\ 31.38\tau^3 + 3,53\tau^2 + (-256.89\tau) + 1370.97, \\ 119.24\tau^4 + (-369.87)\tau^3 + 394.16\tau^2 + (-155.68)\tau + 1148.99; \end{cases}$$

$$l_3(t) = \begin{cases} 129.88\tau^4 + (-206.35)\tau^3 + 1352, \\ -95.40\tau^3 + 160.25\tau^2 + (-99.515)\tau + 1275.53, \\ 242.35\tau^4 + (-668.00)\tau^3 + 549.91\tau^2 + (-65.22)\tau + 1240.87; \end{cases} \quad (4.28)$$

$$l_4(t) = \begin{cases} 45.51\tau^4 + (-52.701)\tau^3 + 911.89, \\ -74.95\tau^3 + 114.91\tau^2 + 23.89\tau + 904.69, \\ 140.14\tau^4 + (-364.1)\tau^3 + 251.42\tau^2 + 28.86\tau + 968.55; \end{cases}$$

$$\psi(t) = -\gamma(t) = \begin{cases} -0.046\tau^4 + 0.13\tau^3 - 0.214, \\ -0.072\tau^3 + 0.115\tau^2 + 0.206\tau - 0.13, \\ 0.099\tau^4 + (-0.19)\tau^3 - 0.022\tau^2 + 0.219\tau + 0.119. \end{cases} \quad (4.29)$$

Для оценки точности отслеживания приводами манипулятора заданных программных перемещений захвата манипулятора строятся траектория и закон перемещения характерной точки $E[x_E(t), y_E(t), z_E(t)]$ рабочего органа манипулятора по интерполяционным (4.28) законам изменения длин исполнительных цилиндров. С этой целью, решая прямую задачу о положениях, определяем координаты точки $M(x_M, y_M, z_M)$ через обобщенные координаты манипулятора $l_k(t)$, $k = \overline{1,4}$ (3.47) [150]:

Затем, воспользовавшись выражениями (3.14) находим законы изменения координат точки $E[x_E(t), y_E(t), z_E(t)]$ и строим уравнение ее траектории $z_E(x_E)$ и закон перемещения по траектории (4.25)

$$S^*(t) = K_x [x_E(t) - x_E(0)]. \quad (4.30)$$

На рисунке 4.5 приведены зависимости (4.28) длин исполнительных органов и угла $\psi(t)$ от времени, на рисунке 4.6 представлены функции времени изменения координат точки $E[x_E(t), y_E(t), z_E(t)]$, построенные по заданным программным перемещениям и по законам, полученным в результате интерполяции, а на рисунке 4.7 – программный закон изменения дуговой координаты (4.30), реализуемый при изменении длин исполнительных цилиндров.

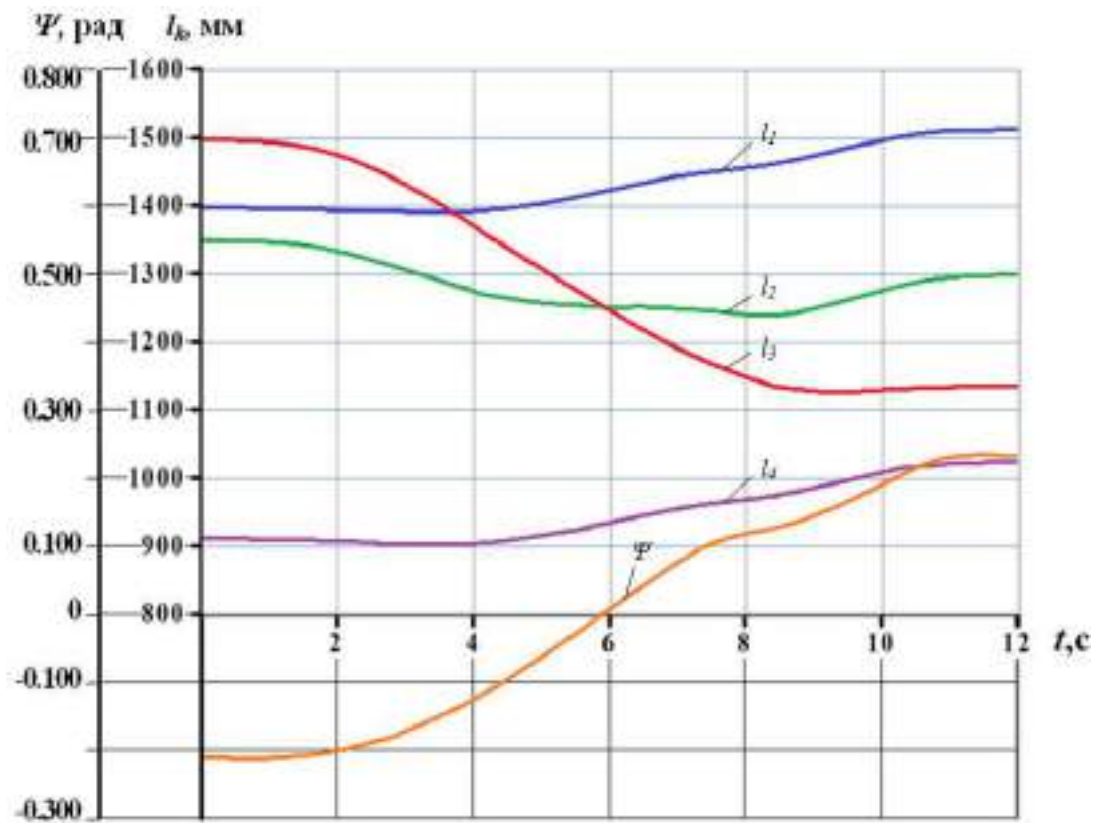


Рисунок 4.5 – Зависимости длин исполнительных органов $l(t)$ и угла $\psi(t)$ от времени

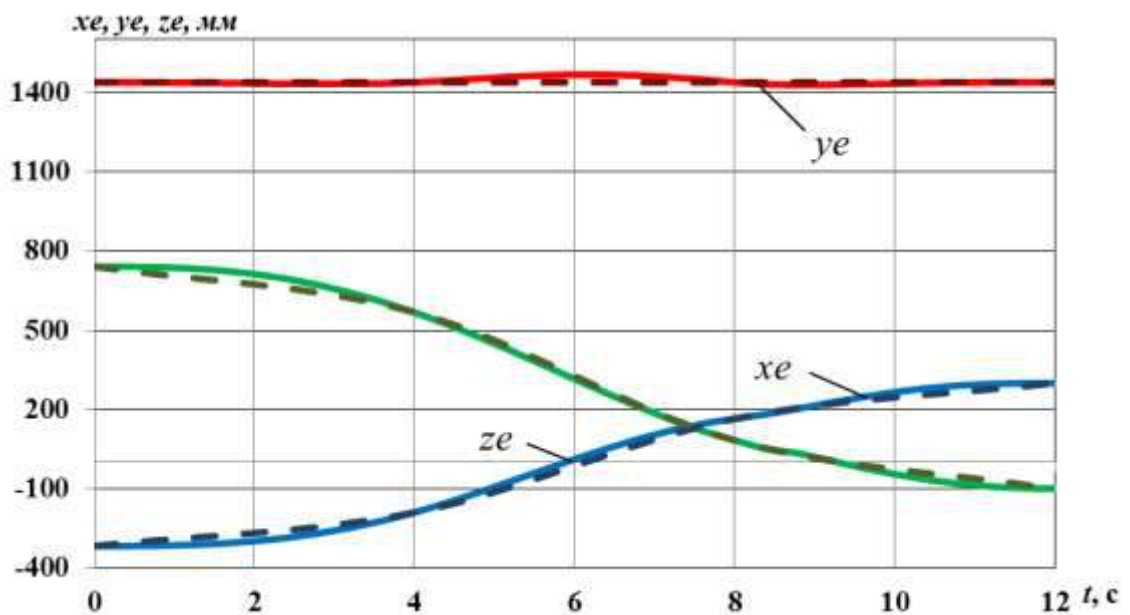


Рисунок 4.6 – Траектории точки E x_e, y_e, z_e :

по интерполяционным законам — $x_e(t)$, — $y_e(t)$, — $z_e(t)$

по заданным программным перемещениям - - - $x_e(t)$, - - - $y_e(t)$, - - - $z_e(t)$

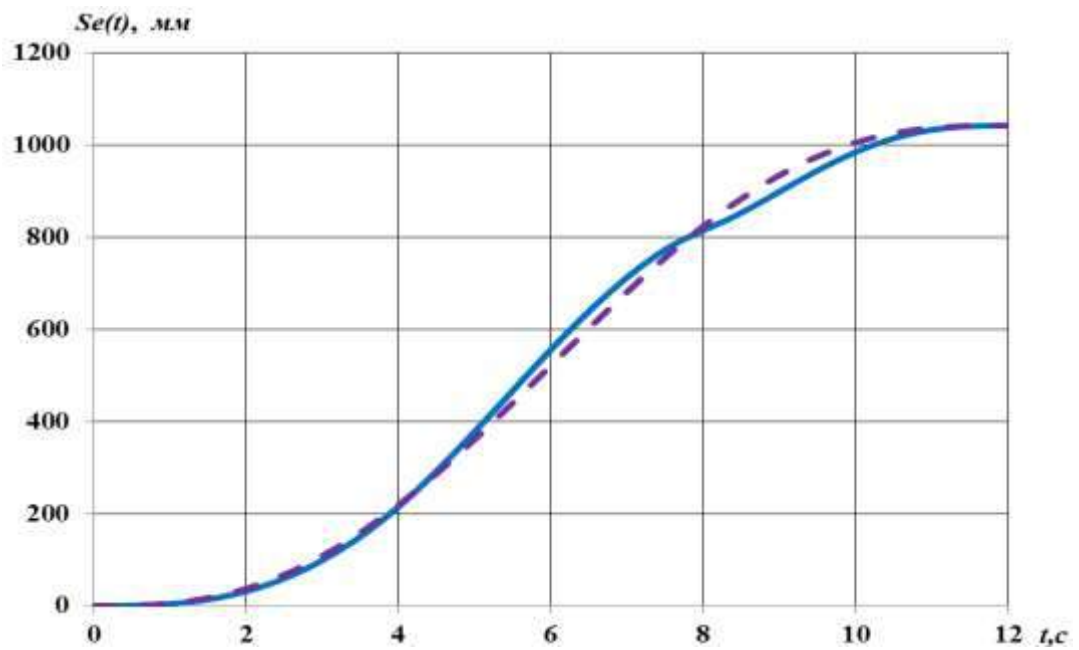


Рисунок 4.7 – Программный закон изменения дуговой координаты Se :
 по интерполяционным законам — $Se(t)$,
 по заданным программным перемещениям - - $Se(t)$

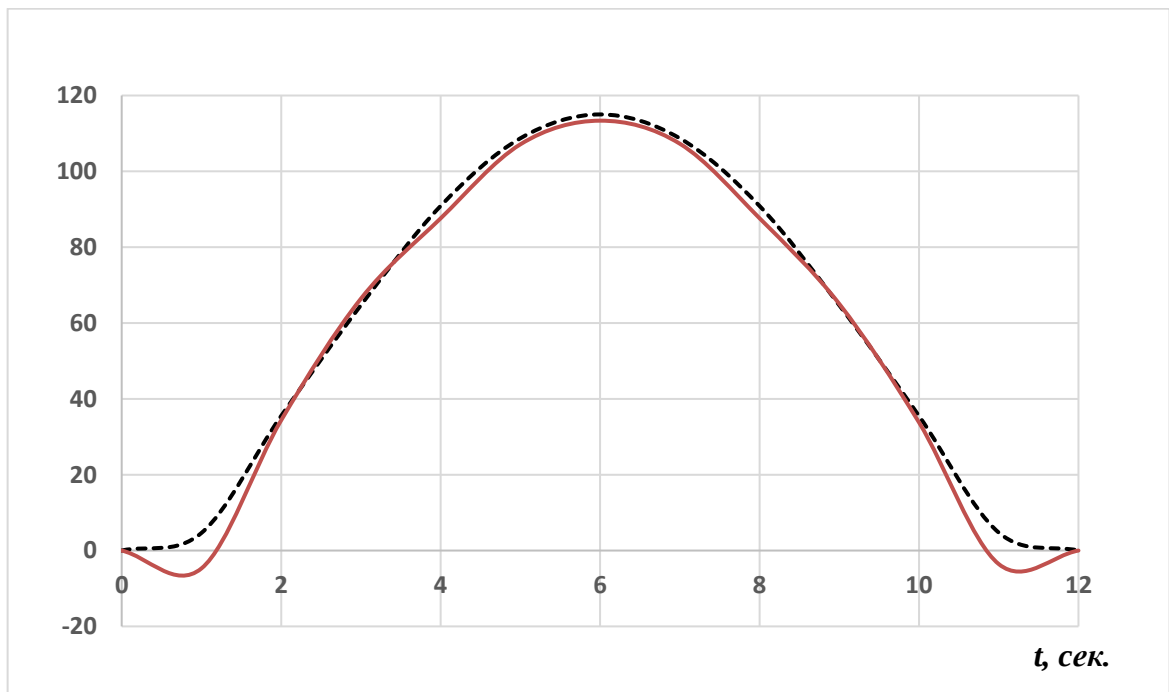


Рисунок 4.8 – Закон изменения скорости точки V_{xe}
 по интерполяционным законам — $Ve(t)$
 по заданным программным перемещениям - - $Ve(t)$

Точность аппроксимации программной траектории (рисунок 4.7) при формировании управляющих перемещений исполнительных цилиндров интерполяционными полиномами возможно оценить отношением абсолютного отклонения от траектории к длине траектории:

$$\delta = \max |\Delta z| / L \quad (\text{в рассмотренном примере } \delta = 0,01).$$

Если полученная точность не удовлетворяет требованиям качественного выполнения технологического процесса, необходимо увеличить число узловых точек на программной траектории. Скорость и ускорение захватного устройства по траектории определяются как первая и вторая производные сформированных полиномов.

Полиномиальная интерполяция является наиболее простой. Ее эффективно применять для монотонных траекторий в тех случаях, когда на основе малого числа заданных точек необходимо быстро получить приемлемый результат. Невозможно организовать систему управления с обратной связью по скорости из-за наличия локальных экстремумов интерполяционной кривой изменения дуговой координаты (рисунок 4.8).

4.3.3 Метод интерполяции программных перемещений исполнительных звеньев сплайнами первого и последнего участков траектории и точечной квадратичной аппроксимацией промежуточных участков траектории

Полученные в результате дискретизации программной траектории РО, значения обобщенных координат $l_k(t_i)$, $(k=1 \div 4)$ манипулятора – трипода и обобщенных координат $\alpha(t_i)$, $\psi(t_i)$ захватного устройства, аппроксимируются полиномом степени m на множестве значений $l_{ki}(t_i)$ на интервале времени от $t_1 = \Delta t$ до $t_{n-1} = (n-1)\Delta t$ [133,220].

$$Q_k(t) = A_{0k} + A_{1k}t + A_{2k}t^2 + \dots + A_{mk}t^m. \quad (4.31)$$

Постоянные коэффициенты A_{mk} находим из условия минимума функции, представляющей сумму квадратов отклонение значений полинома от значений обобщенных координат

$$\delta = \sum_{i=1}^{n-1} [Q_k(t_i) - l_{ki}(t_i)]^2. \quad (4.32)$$

Необходимыми условиями минимума (4.32) является равенство нулю частных производных от (4.32) по всем переменным A_m [21]. После преобразований, получаем $(m+1)$ систему линейных уравнений относительно $(m+1)$ неизвестных A_m .

$$\sum_{s=0}^{s=m} A_{sk} \sum_{i=1}^{n-1} t_i^{s+p} = \sum_{i=1}^{n-1} t_i^p l_k(t_i), \quad p = 0, 1, 2, \dots, m \quad (4.33)$$

Доказано, что если среди точек t_i нет совпадающих и $m < n-1$, то определитель системы (4.33) не равен нулю, следовательно, система имеет единственное решение [29, 22, 106]. В результате решения системы (4.33), для каждого значения $l_k(t_i)$, $(k = 1 \div 4)$ определяет полиномы (4.31), которые аппроксимируют значения $l_{ki}(t_i)$, $(k = 1 \div 4)$, $i = 1, 2, 3, \dots, n-1$ непрерывными функциями времени изменения длин исполнительных цилиндров $l_k(t) = Q_k(t_i)$, $(k = 1 \div 4)$ на интервале времени от $t_1 = \Delta t$ до $t_{n-1} = (n-1)\Delta t$. Согласно теореме Вейерштрасса, для непрерывной функции на некотором отрезке, можно найти полином, абсолютное отклонение которого от данной функции меньше достаточно малого наперед заданного значения [70].

Для того, чтобы удовлетворить граничным условиям на положение, скорость и ускорение захватного устройства, на интервале времени от $t_0 = 0$ до $t_1 = \Delta t$ и от $t_{n-1} = (n-1)\Delta t$ до $t_n = n\Delta t$ искомую функцию перемещения исполнительного звена интерполируем полиномами пятого порядка

$$\begin{aligned} P_k(t) &= B_{5k}t^5 + B_{4k}t^4 + B_{3k}t^3 + B_{2k}t^2 + B_{1k}t + B_{0k}, \text{ для } \Delta t \geq t \geq 0, \\ H_k(t) &= C_{5k}t^5 + C_{4k}t^4 + C_{3k}t^3 + C_{2k}t^2 + C_{1k}t + C_{0k}, \text{ для } t_n \geq t \geq t_{n-1}. \end{aligned} \quad (4.34)$$

Для первого отрезка траектории, подставляя значение $t=0$, получим

$$B_{0k} = l_k(0) = l_{k0}, \quad B_{1k} = \dot{l}_k(0) = 0, \quad B_{2k} = \ddot{l}_k(0) = 0. \quad (4.35)$$

При $t_1 = \Delta t$ имеем на правом конце

$$P_k(t_1) = B_{5k}t_1^5 + B_{4k}t_1^4 + B_{3k}t_1^3 + B_{0k} = Q_k(t_1), \quad (4.36)$$

$$\dot{P}_k(t_1) = 5B_{5k}t_1^4 + 4B_{4k}t_1^3 + 3B_{3k}t_1^2 = \dot{Q}_k(t_1), \quad (4.37)$$

$$\ddot{P}_k(t_1) = 20B_{5k}t_1^3 + 12B_{4k}t_1^2 + 6B_{3k}t_1 = \ddot{Q}_k(t_1). \quad (4.38)$$

Для последнего отрезка траектории, подставляя значение $t_{n-1} = (n-1)\Delta t$, получим

$$H_k(t_{n-1}) = C_{5k}t_{n-1}^5 + C_{4k}t_{n-1}^4 + C_{3k}t_{n-1}^3 + C_{2k}t_{n-1}^2 + C_{1k}t_{n-1} + C_{0k} = Q_k(t_{n-1}), \quad (4.39)$$

$$\dot{H}_k(t_{n-1}) = 5C_{5k}t_{n-1}^4 + 4C_{4k}t_{n-1}^3 + 3C_{3k}t_{n-1}^2 + 2C_{2k}t_{n-1} + C_{1k} = \dot{Q}_k(t_{n-1}), \quad (4.40)$$

$$\ddot{H}_k(t_{n-1}) = 20C_{5k}t_{n-1}^3 + 12C_{4k}t_{n-1}^2 + 6C_{3k}t_{n-1} + 2C_{2k} = \ddot{Q}_k(t_{n-1}). \quad (4.41)$$

При $t_n = n\Delta t$ имеем на правом конце

$$H_k(t_n) = C_{5k}t_n^5 + C_{4k}t_n^4 + C_{3k}t_n^3 + C_{2k}t_n^2 + C_{1k}t_n + C_{0k} = l_k(t_n), \quad (4.42)$$

$$\dot{H}_k(t_n) = 5C_{5k}t_n^4 + 4C_{4k}t_n^3 + 3C_{3k}t_n^2 + 2C_{2k}t_n + C_{1k} = \dot{l}_k(t_n) = 0, \quad (4.43)$$

$$\ddot{H}_k(t_n) = 20C_{5k}t_n^3 + 12C_{4k}t_n^2 + 6C_{3k}t_n + 2C_{2k} = \ddot{l}_k(t_n) = 0. \quad (4.44)$$

Из системы уравнений (4.36-4.38, 4.39-4.41) и (4.42-4.44) находятся коэффициенты полиномов (4.34). Таким образом, полиномы (4.31), (4.34) полностью определяют аналитические законы изменения длин исполнительных цилиндров непрерывными функциями времени

$$l_k(t) = \begin{cases} P_k(t), & 1 \geq t \geq 0, \\ Q_k(t), & 11 \geq t \geq 1, \\ H_k(t), & 12 \geq t \geq 11, \end{cases} \quad k = 1 \div 4. \quad (4.45)$$

Если при вычислениях полиномов (4.34) обнаружатся точки экстремальных значений, то известны методы, позволяющие обеспечить монотонность траектории изменения соответствующей переменной [186].

Пример реализации метода. Алгоритм апробирован в среде Mathcad [62] (приложение 2, программа на ЭВМ «Кинематический синтез программных перемещений исполнительных приводов методом интерполяции программных перемещений исполнительных приводов первого и последнего участков траектории и точечной квадратичной аппроксимации промежуточных участков траектории»). В качестве примера реализации предложенного метода расчета программных перемещений исполнительных звеньев, рассмотрим прямолинейное поступательное перемещение захватного устройства по горизонтальной прямой (рисунок 4.9), параллельной оси Ox , из начальной точки, с координатами $x_E(0) = -316,36 \text{ мм.}$, в конечную точку, с координатами $x_E(T) = 420,05 \text{ мм.}$, $y_E(0) = y_E(T) = 1437,65 \text{ мм.}$, $z_E(0) = z_E(T) = 740,49 \text{ мм.}$, за время $T = 12 \text{ с.}$ Горизонтальное поступательное прямолинейное движение РО вдоль оси x (ГД), (таблица 4.1).

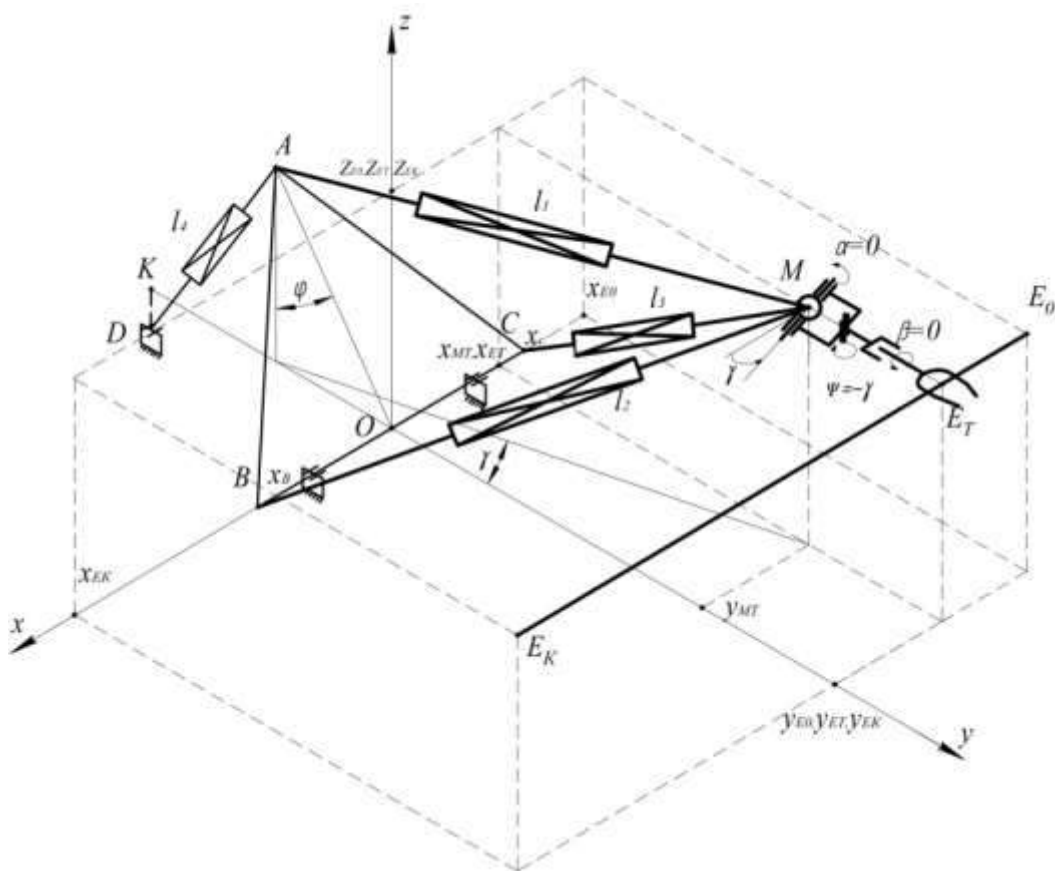


Рисунок 4.9 – Горизонтальное прямолинейное движение РО манипулятора вдоль оси x (ГД)

Закон изменения координаты $x_E(t)$ принимаем в форме [117], который обеспечивает равенство нулю скорости и ускорения в начальной и конечной точках траектории

$$x_E(t) = \left(10 - 15 \frac{t}{T} + 6 \frac{t^2}{T^2} \right) \frac{t^3}{T^3} L, \quad T \geq t \geq 0, \quad (4.46)$$

где $L = [x_E(T) - x_E(0)]$ - длина траектории.

Пространственное положение рабочего органа задаем направляющими косинусами $\alpha_{23}=1, \alpha_{33}=0, \alpha_{13}=0$ подвижной системы координат $O_4x_4y_4z_4$ рабочего органа относительно неподвижной системы координат $Oxyz$ (рисунки 3.7, 4.9). Из (3.30) следует, что при выбранном программном перемещении рабочего органа, во все время движения $\alpha = 0, \quad \psi = -\gamma$. Выбор количества узловых точек зависит от вида программного перемещения захвата. В рассматриваемом примере разбиваем весь отрезок длиной L на двенадцать частей, $n=0 \div 12$. Через равный интервал $\Delta t = T/12$, находим координаты $x(t_i)$ узловых точек, координаты начальной и конечной точек известны (63), $t_i = i \cdot \Delta t, \quad i = 0, 1, 2, 3, \dots, n$

$$x_E(t_i) = x(t_i) + x_E(0), \quad y_E(t_i) = y_E(0), \quad z_E(t_i) = z_E(0). \quad (4.47)$$

Определяем [404,85] конфигурацию манипулятора в начальный момент времени $l_k(0) = l_{k0}, \quad (k = 1 \div 4), \quad \alpha(0) = 0, \quad \psi(0) = \psi_0 = -\gamma_0$. Затем находим конфигурацию манипулятора в каждый момент времени $t_i = i \cdot \Delta t$. Таким образом, в моменты времени t_i известны длины исполнительных цилиндров $l_k(t_i), \quad (k = 1 \div 4)$. Полученные значения используются для вычисления аппроксимирующих и интерполирующих полиномов (4.31), (4.34), определяющих законы перемещения приводов манипулятора. Воспользовавшись выражением (4.33), получаем систему линейных алгебраических уравнений относительно коэффициентов A_{mk} полиномов типа (4.31). Коэффициенты полиномов (4.34) получаем из системы уравнений (4.36-4.44). При увеличении порядка m

приближающего полинома квадратичная погрешность (4.32) уменьшается, то есть точность аппроксимации увеличивается. Максимальное значение квадратичного отклонения получены для третьего звена манипулятора. Так, при $m=3$ среднее квадратичное отклонение равно $\sigma = 11,3$, при $m=4$, $\sigma = 2,95$, а при $m=5$, $\sigma = 2,51$. И при дальнейшем увеличении порядка полинома, среднее квадратичное отклонение уменьшается незначительно. В результате расчетов для выражений (4.45) получено при $m=5$ для третьего исполнительного звена.

$$l_3(t) = \begin{cases} P_3(t) = -22,01t^5 + 49,703t^4 - 27,81t^3 + 1352,6; 1 \geq t \geq 0, \\ Q_3(t) = 1383,86 + 23,30t - 13,08t^2 + 3,03t^3 - 0,227t^4 + 0,0052t^5; 11 \geq t \geq 1, \\ H_3(t) = 20,68t^5 - 1193,19t^4 + 27520t^3 - 317210,49t^2 + 1,83t - 4,2; 12 \geq t \geq 11. \end{cases} \quad (4.48)$$

Для оценки точности отслеживания приводами манипулятора заданных программных перемещений захвата манипулятора строятся траектория и закон перемещения характерной точки $E[x_E(t), y_E(t), z_E(t)]$ рабочего органа манипулятора по сформированным (4.48) законам изменения длин исполнительных цилиндров. С этой целью, решая прямую задачу о положениях, определяем координаты точки $M(x_M, y_M, z_M)$ через обобщенные координаты манипулятора $l_k(t)$, ($k = 1 \div 4$) (3.47) [165,150].

Затем, воспользовавшись выражениями (3.14), находим законы изменения координат точки $E[x_E(t), y_E(t), z_E(t)]$. На рисунке 4.10 приведены зависимости (4.48) длин исполнительных звеньев, а на рисунке 4.11 представлены законы изменения координаты $x_E(t)$, построенные по заданным программным перемещениям (4.46) и по законам, полученным в результате вычислений.

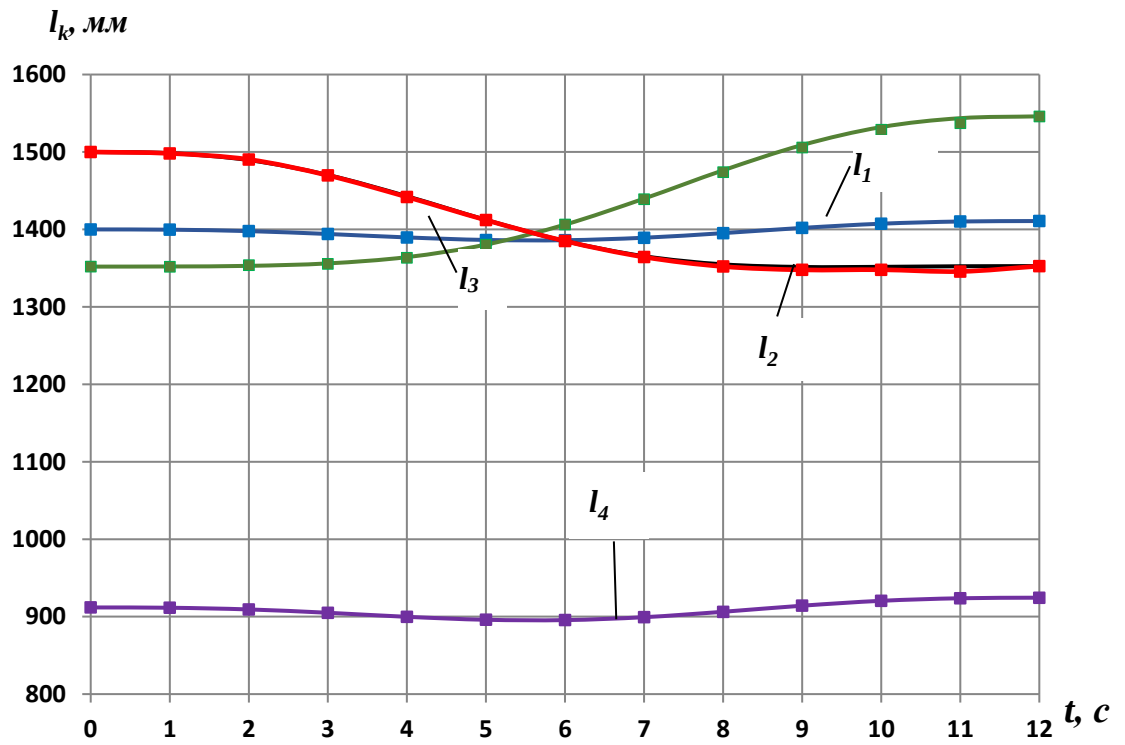


Рисунок 4.10 – Зависимости длин исполнительных звеньев от времени

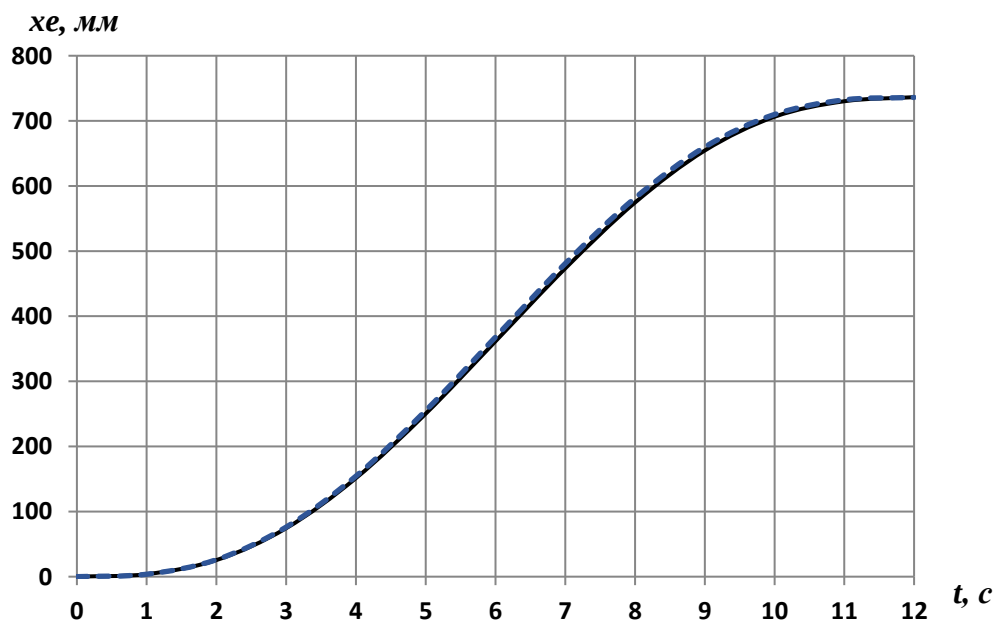


Рисунок 4.11 – Законы изменения координаты $x_E(t)$

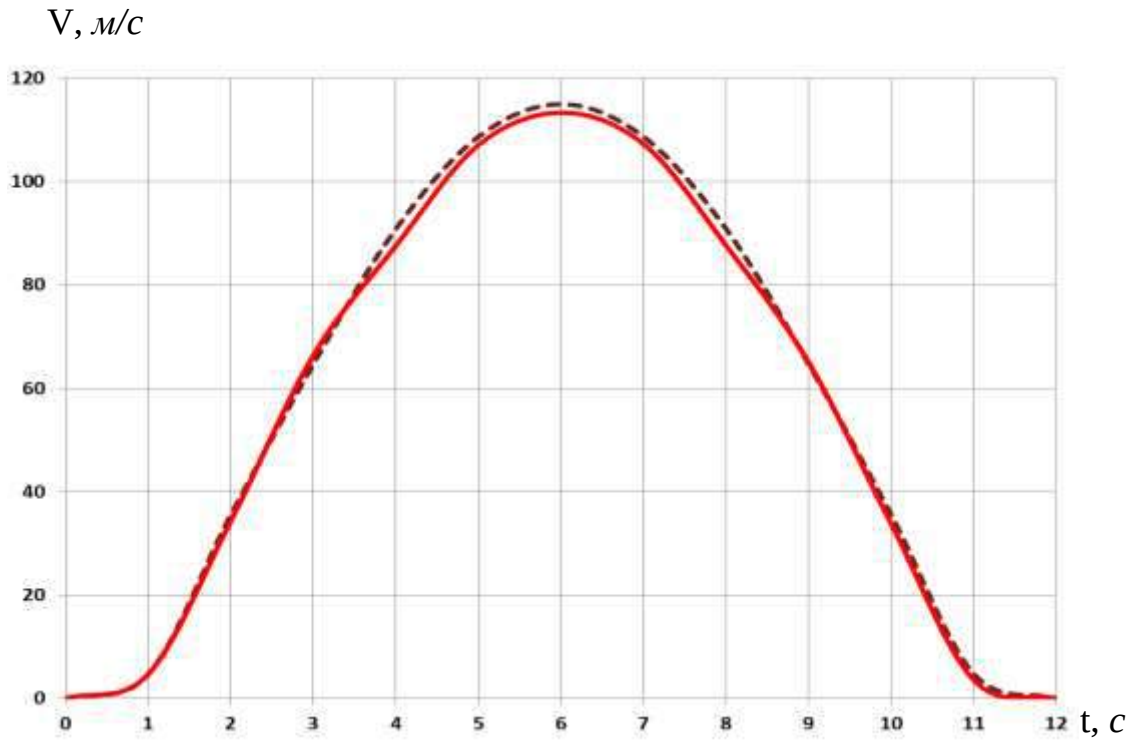


Рисунок 4.12 – Закон изменения скорости точки V_{xe}
 по интерполяционным законам - - - - - $Ve(t)$, — $Ve(t)$
 по заданным программным перемещениям - - - $xe(t)$, - - - $Ve(t)$

Точность аппроксимации программной траектории при формировании управляющих перемещений исполнительных цилиндров оценивается отношением максимального отклонения от траектории к длине траектории [70]

$$\delta = \frac{\Delta z_{\max}}{L}, \text{ (в рассмотренном примере } \delta = 0.0095 \text{).} \quad (4.49)$$

Если полученная точность не удовлетворяет требованиям качественного выполнения технологического процесса, необходимо увеличить число узловых точек на программной траектории. Скорость и ускорение захватного устройства по траектории определяются как первая и вторая производные сформированных полиномов (4.45).

Предложенная методика расчета аналитических зависимостей законов изменения управляющих перемещений исполнительных звеньев манипулятора параллельно – последовательной структуры интерполяционными полиномами на начальном и конечном участках траектории и аппроксимацией промежуточных участков траектории, позволяет сформировать задающий сигнал для каждого

исполнительного звена манипулятора [387] и разработать программную и позиционную с обратными связями по положению и скорости системы управления, обеспечивающих отслеживание программных траекторий [404,42].

4.3.4 Численный эксперимент и сравнение двух методов

Для сравнения двух предложенных методов расчета программных перемещений исполнительных звеньев [140] в качестве примера реализации, рассмотрим горизонтальное поступательное прямолинейное движение манипулятора последовательной структуры с тремя управляемыми степенями свободы, захват не вращается $\psi(t) = -\gamma(t)$ $\alpha = const.$, $\beta = 0$, $x_E = const.$, $y_E(t)$, $z_E = const.$, $x_M = const.$, $y_M(t)$, $z_M = const.$, (ГД - 1), из начальной точки, с координатами $y_E(0) = 1100 \text{ мм}$ в конечную точку, с координатами $x(0) = x(T) = 200 \text{ мм}$, $z(0) = z(T) = 190 \text{ мм}$, $y_E(T) = 1600 \text{ мм}$ за время $T = 12 \text{ с}$.

4.3.4.1 Полиномиальная интерполяция

В результате расчетов получено для каждого значения $l_k(t_i)$, $\psi(t_i)$ значения трех полиномов для первого, промежуточного и последнего отрезков траектории:

$$l_1(t) = \begin{cases} -35,18\tau^4 + 74,11\tau^3 + 1286,56; 1 \geq \tau \geq 0, \\ -5,76\tau^3 + 11,28\tau^2 + 81,62\tau + 1325,5; 11 \geq \tau \geq 1, \\ -3,67\tau^4 + 38,76\tau^3 - 94,25\tau^2 + 86,9\tau + 1412,65; 12 \geq \tau \geq 11. \end{cases}$$

$$l_2(t) = \begin{cases} -50,69\tau^4 + 146,22\tau^3 + 1218,21; 1 \geq \tau \geq 0, \\ -100,1\tau^3 + 134,5\tau^2 + 235,9\tau + 1313,76; 11 \geq \tau \geq 1, \\ 93,5\tau^4 - 181,23\tau^3 - 1756\tau^2 + 204,65\tau + 1584,056; 12 \geq \tau \geq 11. \end{cases}$$

$$l_3(t) = \begin{cases} 44,18\tau^4 + 132,22\tau^3 + 1329,67; 1 \geq \tau \geq 0, \\ -97,92\tau^3 + 131,57\tau^2 + 219,94\tau + 1471,71; 11 \geq \tau \geq 1, \\ 94,18\tau^4 - 188,03\tau^3 - 0,963\tau^2 + 189,313\tau + 1671,29; 12 \geq \tau \geq 11. \end{cases}$$

$$l_4(t) = \begin{cases} -28,65\tau^4 + 79,06\tau^3 + 983,84; 1 \geq \tau \geq 0, \\ -51,26\tau^3 + 65,27\tau^2 + 122,57\tau + 1034,24; 11 \geq \tau \geq 1, \\ 39,33\tau^4 - 71,77\tau^3 - 20,68\tau^2 + 99,34\tau + 1170,83; 12 \geq \tau \geq 11. \end{cases}$$

$$\psi(t) = -\gamma(t) = \begin{cases} -0,041\tau^4 - 0,131\tau^3 + 0,2; & 1 \geq \tau \geq 0, \\ 0,11\tau^3 - 0,15\tau^2 - 0,23\tau + 1417,11; & 11 \geq \tau \geq 1, \\ 0,11\tau^4 + 0,22\tau^3 - 0,027\tau^2 - 0,192\tau - 0,157; & 12 \geq \tau \geq 11. \end{cases} \quad (4.50)$$

На рисунках 4.13 и 4.14 приведены зависимости (4.50) длин исполнительных органов $l(t)$ и угла $\psi(t)$ от времени, на рисунке 4.15 представлены функции времени изменения координат точки $E[x_E(t), y_E(t), z_E(t)]$, построенные по заданным программным перемещениям и по законам, полученным в результате полиномиальной интерполяции, а на рисунке 4.16 программный закон изменения дуговой координаты, реализуемый при изменении длин исполнительных цилиндров $S^*(t) = K_y[y_E(t) - y_E(0)]$.

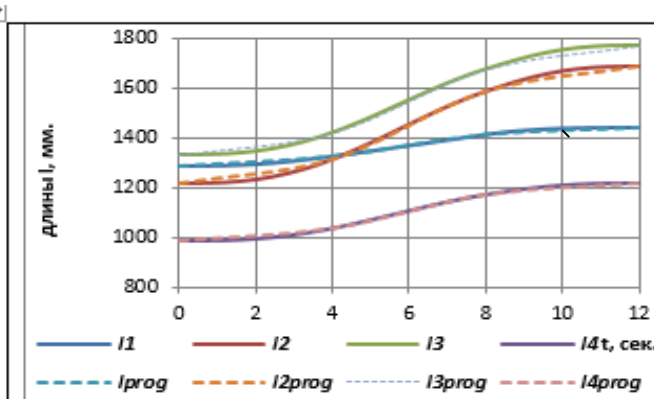


Рисунок 4.13 -- Зависимости длин исполнительных органов $l(t)$ от времени, построенные по заданным программным перемещениям l_{prog} и по интерполяционным законам l .

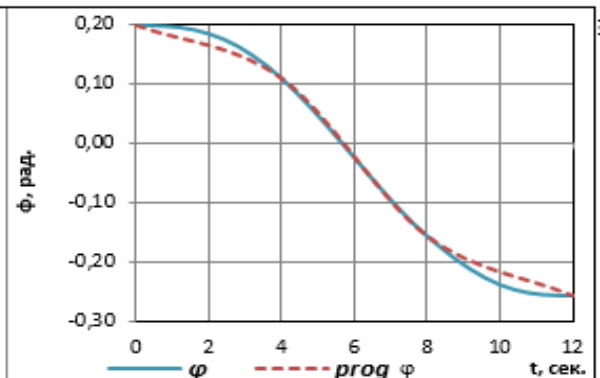


Рисунок 4.14 -- Зависимость угла $\phi(t)$ от времени, построенная по заданным программным перемещениям ϕ_{prog} и по интерполяционным законам ϕ .

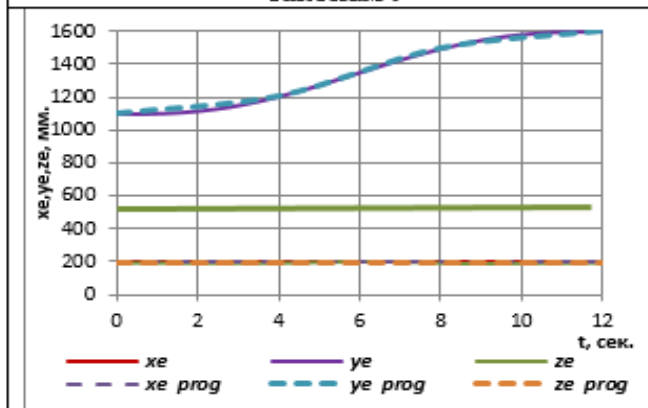


Рисунок 4.15 -- Траектории точки E $x_E(t)$, $y_E(t)$, $z_E(t)$, построенные по заданным программным перемещениям x_{E-prog} , y_{E-prog} , z_{E-prog} и по интерполяционным законам x_E , y_E , z_E .

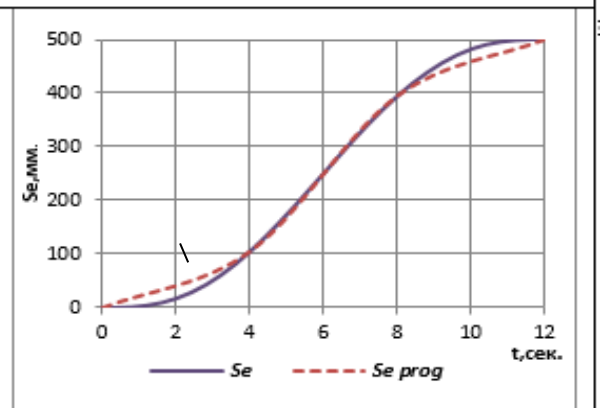


Рисунок 4.16 -- Программный закон изменения дуговой координаты S_E , построенные по заданным программным перемещениям S_{E-prog} и по интерполяционным законам S_E .

Точность аппроксимации программной траектории (рисунок 4.15) при формировании управляющих перемещений исполнительных цилиндров интерполяционными полиномами возможно оценить отношением абсолютного отклонения от траектории к длине траектории

$$\delta = \frac{\Delta y_{\max}}{L} \quad (\text{в рассмотренном примере } \delta = 0,01). \quad (4.51)$$

4.3.4.2 Метод интерполяции полиномами на начальном и конечном участках траектории и аппроксимацией промежуточных участков

В результате расчетов получено для каждого значения $l_k(t_i)$, $\psi(t_i)$ значения трех полиномов для первого, промежуточного и последнего отрезков траектории:

$$l_1(t) = \begin{cases} P_1(t) = -37,87t^5 + 87,23t^4 - 49,49t^3; 1 \geq t \geq 0, \\ Q_1(t) = 0,013t^5 - 0,384t^4 + 3,67t^3 - 12,64t^2 + 26,82t + 1268,95; 11 \geq t \geq 1, \\ H_1(t) = -46,64t^5 + 2691,51t^4 - 62085,95t^3 + 71642,34t^2 - 4,12t + 9,49; 12 \geq t \geq 11. \end{cases}$$

$$l_2(t) = \begin{cases} P_2(t) = -18,156t^5 + 41,40t^4 - 21,42t^3; 1 \geq t \geq 0, \\ Q_2(t) = 0,015t^5 - 0,463t^4 + 4,136t^3 - 7,208t^2 + 14,341t + 1209,208; 11 \geq t \geq 1, \\ H_2(t) = -15,28t^5 + 882,04t^4 - 20349,27t^3 + 234567,65t^2 - 1,35t + 3,11; 12 \geq t \geq 11. \end{cases}$$

$$l_3(t) = \begin{cases} P_3(t) = -25,22t^5 + 57,64t^4 - 30,96t^3; 1 \geq t \geq 0, \\ Q_3(t) = 0,02t^5 - 0,49t^4 + 4,53t^3 - 10,11t^2 + 20,06t + 1317,122; 11 \geq t \geq 1, \\ H_3(t) = -20,34t^5 + 1173,95t^4 - 27081,68t^3 + 312156,61t^2 - 1,80t + 4,14; 12 \geq t \geq 11. \end{cases}$$

$$l_4(t) = \begin{cases} P_4(t) = -21,55t^5 + 49,47t^4 - 27,33t^3; 1 \geq t \geq 0, \\ Q_4(t) = 0,011t^5 - 0,33t^4 + 3,02t^3 - 7,83t^2 + 16,03t + 973,54; 11 \geq t \geq 1, \\ H_4(t) = -24,98t^5 + 1441,63t^4 - 33256,53t^3 + 383350,63t^2 - 2,21t + 5,09; 12 \geq t \geq 11. \end{cases} \quad (4.52)$$

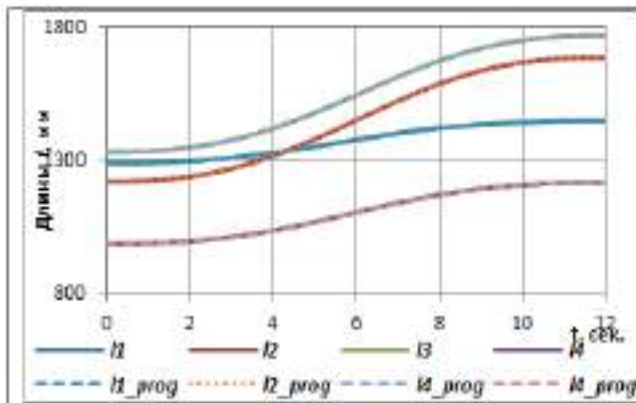


Рисунок 4.17 Зависимости длин исполнительных органов $l(t)$ от времени, построенные по заданным программным перемещениям l_{prog} и по законам аппроксимации l

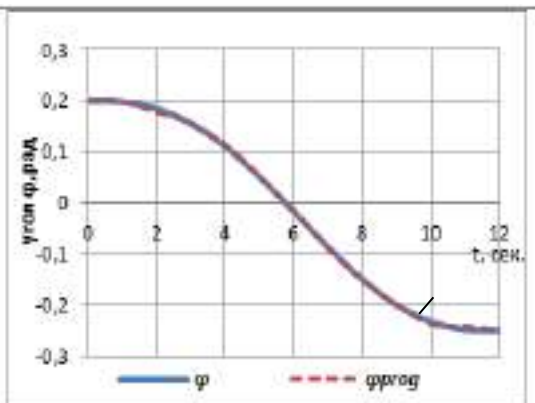


Рисунок 4.18- Зависимость угла $\varphi(t)$ от времени, построенная по заданным программным перемещениям φ_{prog} и по законам аппроксимации φ

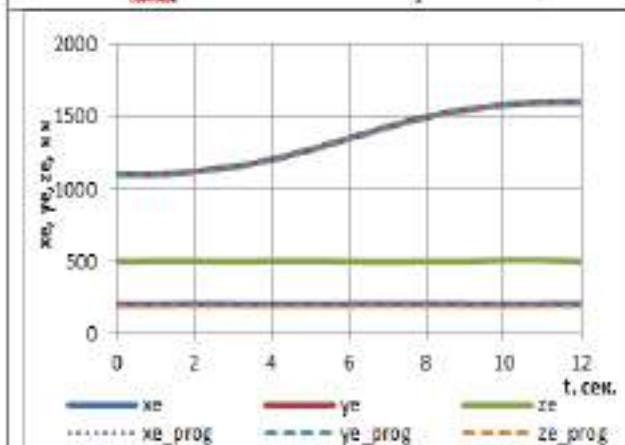


Рисунок 4.19- Траектории точки E $x_e(t)$, $y_e(t)$, $z_e(t)$

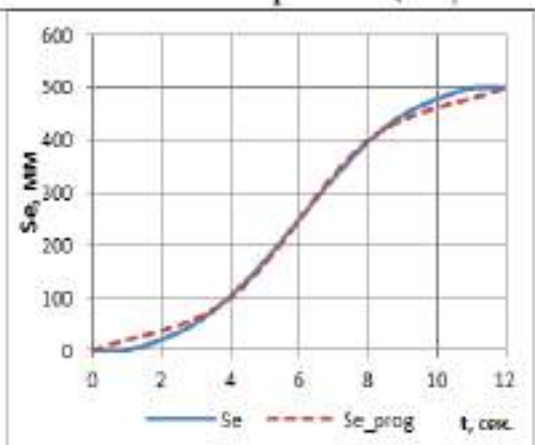


Рисунок 4.20 - Программный закон изменения дуговой координаты

Точность аппроксимации программной траектории (рисунок 4.19) при формировании управляющих перемещений исполнительных цилиндров оценивается отношением максимального отклонения от траектории к длине траектории.

$$\delta = \frac{\Delta y_{\max}}{L}, \text{ (в рассмотренном примере } \delta = 0.0095 \text{).} \quad (4.53)$$

Обобщая результаты, полученные по двум методам, можно сделать вывод, что интерполяция сплайнами является наиболее простой, ее эффективно применять в тех случаях, когда на основе малого числа заданных точек необходимо быстро получить приемлемый результат. Однако при такой интерполяции невозможно организовать систему управления с обратной связью по скорости. Это объясняется наличием локальных экстремумов на интерполяционной кривой изменения

дуговой координаты. Увеличение числа узловых точек не позволяет обеспечить монотонное изменение скорости.

Методика расчета аналитических зависимостей законов изменения управляющих исполнительных звеньев манипулятора параллельно - последовательной структуры интерполяционными полиномами на начальном и конечном участках траектории и аппроксимацией промежуточных участков траектории позволяет сформировать задающий сигнал для каждого исполнительного звена манипулятора и разработать программную и позиционную с обратными связями по положению и скорости системы управления, обеспечивающих отслеживание программных траекторий [404,42,140].

4.4 Преимущества и недостатки методов кинематического синтеза

Анализ разработанных аналитических методов кинематического синтеза, обеспечивающих перемещение захватного устройства по программным траекториям, позволяет сравнить преимущества и недостатки каждого из них при решении задач управления. Выбор в пользу использования того или другого метода определяется особенностями технологического процесса (таблица 4.2).

Таблица 4.2 – Преимущества и недостатки методов кинематического синтеза

№	Способ решения задачи управления	«+» «метода	«-» метода	Применение
1	Терминальное управление	Нет смысла в стабилизации объекта управления на исходной программной траектории, а в каждой текущей точке при отклонении происходит построение новой программы.	Траектория перемещения точки захвата заранее неизвестна	При техпроцессах, где нет необходимости знания о траектории

Продолжение таблицы 4.2

2	Сплайновая интерполяция	Является наиболее простой.	Невозможно организовать систему управления с обратной связью по скорости (из-за наличия локальных экстремумов интерполяционной кривой изменения дуговой координаты)	При техпроцессах, где необходимы знания о траектории. Эффективно применять в тех случаях, когда на основе малого числа заданных точек необходимо быстро получить приемлемый результат
3	Интерполяция программных перемещений исполнительных цилиндров первого и последнего участков сплайнами и точечной квадратичной аппроксимации промежуточных участков	Позволяет разработать программную и траекторную систему управления с обратными связями по положению и скорости, которые обеспечивают отслеживание программных траекторий.	Сложнее, чем сплайновая интерполяция	При необходимости использования системы управления с обратной связью по скорости

Выводы по 4 главе

В главе 4 сформулирована общая задача управления, которая является комплексной и ее решение зависит от особенностей технологических процессов. Сначала решается задача позиционирования, которая имеет оптимизационный

характер. На втором этапе определяются законы изменения обобщенных координат, удовлетворяющих заданным граничным условиям.

Сформирована база знаний описания технологических операций, выполняемых манипуляционными роботами гибридной структуры, включающая десять элементарных траекторий (технологических движений) рабочего органа: вертикального поступательного движения РО, горизонтального поступательного движения РО, движения РО под углом в горизонтальной плоскости, движения РО под углом в вертикальной плоскости, движение РО по заданной траектории в вертикальной плоскости, движение РО по заданной траектории в горизонтальной плоскости, движения РО по прямой и по заданной траектории в пространстве и др.

Синтезирован кинематический алгоритм стабилизации пространственного положения манипулятора параллельно-последовательной структуры в заданном конечном состоянии по законам терминального управления с контролем отклонения по ускорению. Коррекция программной траектории осуществляется таким образом, чтобы в каждый момент времени она проходила через текущее положение рабочего органа. С течением времени рабочий орган попадает в конечную область целевой точки.

Разработаны два метода кинематического синтеза программных ориентирующих перемещений исполнительных звеньев манипулятора с избыточными координатами, основанных на предварительной дискретизации траектории. При использовании первого метода кинематического синтеза проводится интерполяция программных перемещений исполнительных приводов сплайнами третьего и четвертого порядка, при втором методе осуществляют замену траекторий сплайнами пятого порядка на первом и последнем участках траектории и квадратичной аппроксимацией промежуточных участков траектории, что позволяет решать задачи контурного управления.

Приведены численные примеры реализации, полученных методов управления. Расчеты показывают, что при интерполяции сплайнами закон изменения скорости перемещения захвата по траектории не соответствует программному. Увеличение числа узловых точек не позволяет обеспечить монотонное изменение скорости вследствие неизбежного наличия локальных экстремумов кривой изменения дуговой координаты.

Методика расчета аналитических зависимостей законов движения исполнительных звеньев манипулятора интерполяцией программных перемещений исполнительных цилиндров первого и последнего участков траектории сплайнами и точечной квадратичной аппроксимацией промежуточных участков траектории позволяет сформировать задающий сигнал для каждого исполнительного звена и разработать программную и позиционную с обратными связями по положению и скорости системы управления, обеспечивающих отслеживание программных траекторий.

Предложенные методы позволяют исключить решение прямой задачи для манипулятора параллельной структуры и обратной задачи для манипулятора последовательной структуры в режиме реального времени.

5. ПОЛНАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ МАНИПУЛЯТОРА

При проектировании систем управления манипуляционных роботов необходимо учитывать динамическое поведение системы, определяемое инерционностью звеньев, нагрузкой рабочего органа и наличием внешних возмущений. Задача формулируется следующим образом: определяются законы формирования управляющих сил $F(t)$ и моментов $M(t)$ исполнительных приводов, обеспечивающих перемещение рабочего органа в заданное положение за заданное время по программной траектории.

В данной главе сформировано аналитическое выражение кинетической энергии манипулятора для произвольного вида движения и получены математические модели управляемых движений манипуляционного механизма в виде нелинейных уравнений динамики.

Синтезированы динамические алгоритмы стабилизации рабочего органа относительно заданного положения и реализации программных траекторий.

Сформирована база математических моделей динамики и алгоритмов управления элементарных траекторий (технологических движений) рабочего органа, которые записываются в базу моделей управления (лингвистический аппроксиматор).

5.1 Обоснование расчетной схемы манипулятора

Манипулятор представляет собой многомассовый пространственный механизм, поэтому динамика его движений описывается системой нелинейных дифференциальных уравнений [15,20,31,33,44,45,96,265,307,308,309,388,410]. В качестве обобщенных координат принимаются параметры (рисунок 5.1) $q_1 = \varphi$, $q_2 = \gamma$, $q_3 = x_M$, $q_4 = y_M$, $q_5 = z_M$, которые описывают конфигурацию манипулятора – трипода с поворотным основанием.

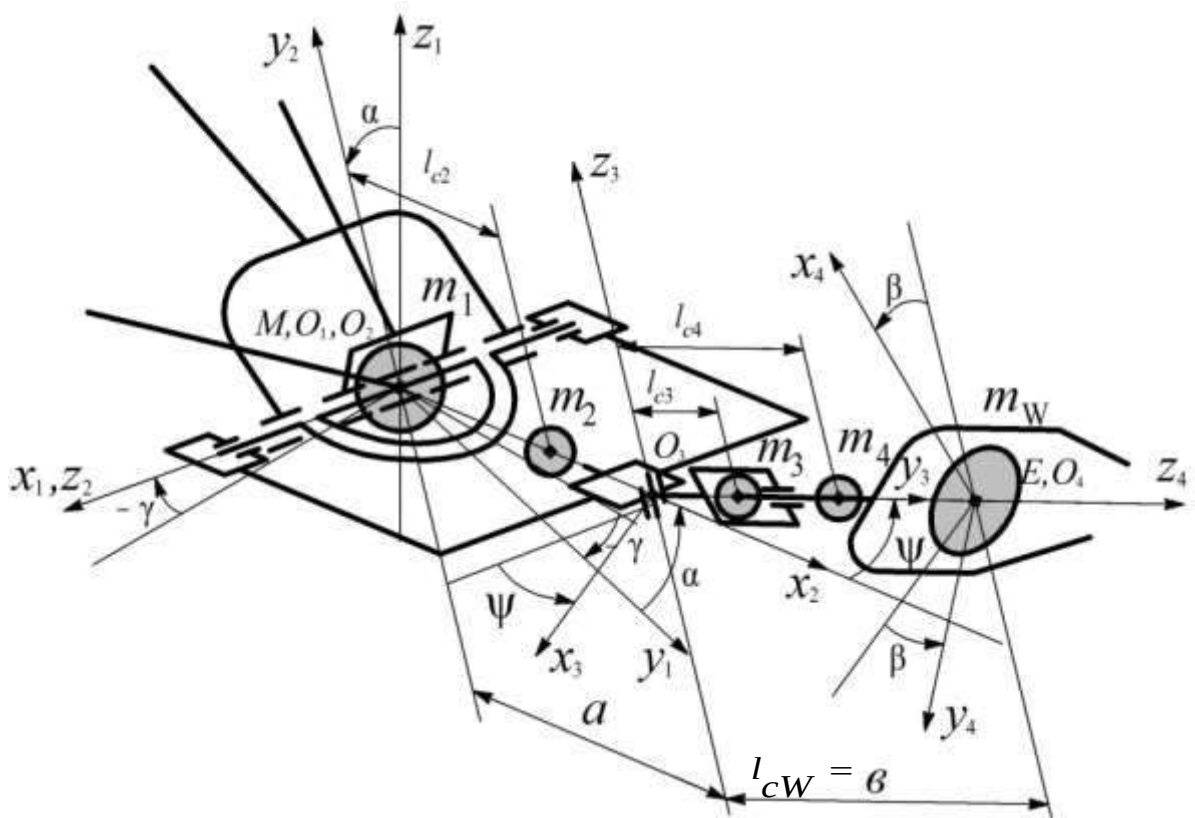


Рисунок 5.2 – Кинематическая схема захвата с тремя степенями свободы

Угол $\beta(t)$ не влияет на пространственное положение рабочего органа. Закон его изменения определяется характером технологического процесса. Конструкция сферического узла, в котором сходятся звеньев переменной длины AM, BM, CM , обеспечивает геометрическую связь между координатами $q_1 \div q_4$ (3.4), т.е.

$$f(\gamma, \varphi) = \gamma - \arctg \frac{-x_M}{y_M + OA \sin \varphi} = 0 \quad (\text{рисунок 5.2}).$$

Число независимых обобщенных координат манипулятора равно семи.

Для упрощения дифференциальных уравнений реальный механизм заменяется эквивалентным динамически [15,20,31,44,45,64,74], содержащим сосредоточенные массы, где: m_A – приведенная масса поворотного основания ABC , массы штока и корпуса актуатора 4 и массы корпусов актуаторов 1-3 (рисунок 5.3); m_1 – масса пятиподвижного сферического шарнирного узла и массы штоков актуаторов 1-3; m_2, m_3, m_4 – массы звеньев захвата ME ; $m_{ep} = m_W$ – масса

переносимого груза; l_{c2}, l_{c3}, l_{c4} – расстояния до центров масс звеньев захвата ME и груза $l_{cw} = b$ (рисунок 5.2).

5.1.1 Расчет массы манипулятора, приведенной к точке А

Масса манипулятора, приведенная к точке А, определяется из равенства кинетических энергий реального механизма и расчетной схемы

$$T_A = T_{OA} + T_4 + T_{K1} + T_{K2} + T_{K3}, \quad (5.1)$$

где $T_A = \frac{1}{2} m_A \cdot V_A^2 = \frac{1}{2} m_A \cdot OA^2 \cdot \dot{\varphi}_{OA}^2$, – кинетическая энергия массы,

приведенной к точке А; (5.2)

V_A – скорость точки А; $\dot{\varphi}_{OA}$ – угловая скорость поворотного основания ОА;
 T_{OA} – кинетическая энергия поворотного основания; T_4 – кинетическая энергия актуатора 4; T_{K1}, T_{K2}, T_{K3} – кинетические энергии корпусов актуаторов 1-3.

Поворотное основание совершает вращательное движение вокруг неподвижной оси, его кинетическая энергия равна

$$T_{OA} = \frac{1}{2} I_{OA} \cdot \dot{\varphi}_{OA}^2, \quad (5.3)$$

где I_{OA} – момент инерции поворотного основания относительно оси вращения.

Кинетическая энергия 4-го актуатора T_4 складывается из кинетической энергии корпуса актуатора при его вращательном движении вокруг неподвижной оси и кинетической энергии штока при плоскопараллельном движении вместе с корпусом актуатора и движении относительно корпуса актуатора.

$$\dot{\phi}_4 = \frac{OA \cdot \sin \varphi_{OA} \cdot \dot{\phi}_{OA}}{OK - OA \cdot \sin \varphi_{OA}}, \quad (5.8)$$

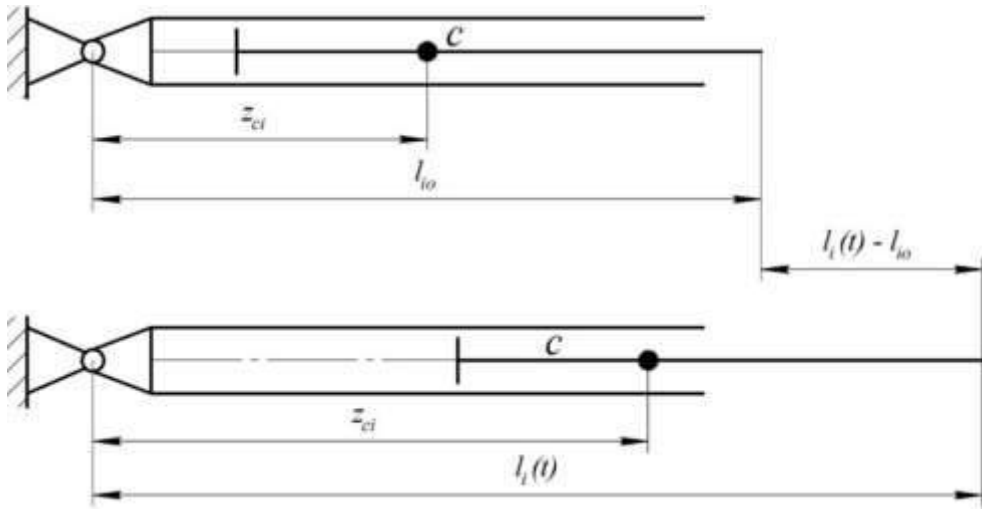
где OA и OK – геометрические параметры 4 звена манипулятора (рисунок 5.1)

$$V_{C4}^2 = \dot{l}_4^2 + (\dot{\phi}_4 \cdot DC_4)^2, \quad (5.9)$$

где $\dot{l}_4$ – скорость перемещения штока 4 актуатора;

DC_4 – расстояние от угла поворота до центра масс 4 звена

$$DC_4 = z_{c4} = \frac{1}{2}l_{40} + (l_4(t) - l_{40}) = l_4(t) - \frac{1}{2}l_{40}. \quad (\text{рисунок 5.4}).$$



$$x_{c4} = 0, \quad y_{c4} = 0,$$

Рисунок 5.4 – Центр масс актуатора

Тогда рассматривая составляющие уравнения (5.9), получаем следующие выражения

$$l_4^2 = (OA \cdot \cos \varphi_{OA} + DK)^2 + (OK - OA \cdot \sin \varphi_{OA})^2 = OA^2 + DK^2 + OK^2 + 2OA \cdot (DK \cdot \cos \varphi_{OA} - OK \cdot \sin \varphi_{OA}), \quad (5.10)$$

$$\dot{l}_4 = -\frac{OA \cdot (DK \cdot \sin \varphi_{OA} + OK \cdot \cos \varphi_{OA})}{l_4} \cdot \dot{\phi}_{OA}. \quad (5.11)$$

Тогда выражения (5.8) примет вид

$$V_{C4}^2 = \left[-\frac{OA \cdot (DK \cdot \sin \varphi_{OA} + OK \cdot \cos \varphi_{OA})}{l_4} \cdot \dot{\phi}_{OA} \right]^2 + \left[\dot{\phi}_4 \cdot \left(l_4(t) - \frac{1}{2}l_{40} \right) \right]^2. \quad (5.12)$$

В результате, согласно уравнениям (5.2, 5.3), используя формулы (5.4-5.7) и (5.12), получаем кинетическую энергию звена 4 и поворотного основания

$$T_{4+OA} = \frac{1}{2}(J_{K4} + J_{ш4}) \cdot \frac{(OA \cdot \sin \varphi_{OA} \cdot \dot{\varphi}_{OA})^2}{(OK - OA \cdot \sin \varphi_{OA})^2} + \frac{1}{2} J_{OA} \cdot \dot{\varphi}_{OA}^2 +$$

$$+ \frac{1}{2} m_{4ш} \left[\frac{OA^2 \cdot (DK \cdot \sin \varphi_{OA} + OK \cdot \cos \varphi_{OA})^2}{(OA \cdot \cos \varphi_{OA} + DK)^2 + (OK - OA \cdot \sin \varphi_{OA})^2} \cdot \dot{\varphi}_{OA}^2 + \right. \quad (5.13)$$

$$\left. + \left(\frac{OA \cdot \sin \varphi_{OA} \cdot \dot{\varphi}_{OA}}{OK - OA \cdot \sin \varphi_{OA}} \right) \cdot DC_4^2 \right]$$

5.1.1.1 Кинетическая энергия корпуса актуатора 1

Корпус актуатора 1 совершает пространственное движение: точка крепления актуатора перемещается по окружности радиуса OA вместе с поворотным основанием и сферическое движение относительно основания.

Для определения пространственного положения 1, 2 и 3 корпусов актуаторов манипулятора вводятся четыре системы координат Ox_iz_i , связанных с поворотным основанием, а с каждым актуатором связаны подвижные системы координат $Ox_iy_iz_i$ ($i=1-3$) (рисунок 5.5).

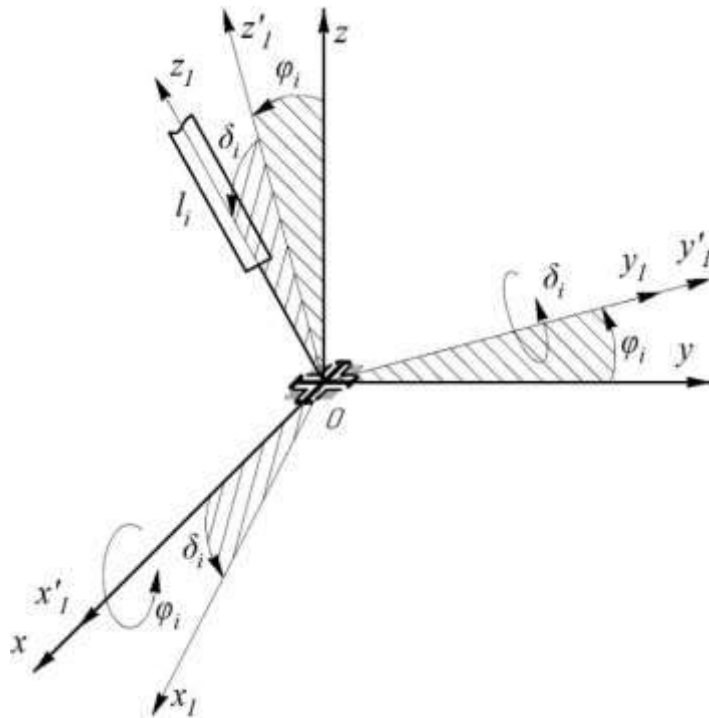


Рисунок 5.5 – Углы поворота подвижной системы координат

Ориентация каждой подвижной системы координат $Ox_i y_i z_i$ относительно $Oxyz$ задается двумя углами - φ_i при повороте вокруг оси Ox и углом δ_i при повороте вокруг подвижной оси Oy_1 . Установлено, что ориентация подвижной системы координат в пространстве не зависит от последовательности поворотов (рисунок 5.5).

Направляющие косинусы подвижных координатных осей относительно координатных осей $Oxyz$ равны

$$\begin{aligned}\alpha_{11i} &= \cos \delta_i, & \alpha_{12i} &= \sin \varphi_i \cdot \sin \delta_i, & \alpha_{13i} &= -\sin \delta_i \cdot \cos \varphi_i, \\ \alpha_{21i} &= 0, & \alpha_{22i} &= \cos \varphi_i, & \alpha_{23i} &= \sin \varphi_i, \\ \alpha_{31i} &= \sin \delta_i, & \alpha_{32i} &= -\cos \delta_i \cdot \sin \varphi_i, & \alpha_{33i} &= \cos \delta_i \cdot \cos \varphi_i.\end{aligned}\quad (5.14)$$

Вектор угловой скорости

$$\bar{\omega}_i = \dot{\varphi}_i \bar{j}_1 + \dot{\delta}_i \bar{j}_1. \quad (5.15)$$

Его проекции на оси подвижной системы координат $Ox_i y_i z_i$ равны

$$\omega_{xi} = \dot{\varphi}_i \cdot \cos \delta_i, \quad \omega_{yi} = \dot{\delta}_i, \quad \omega_{zi} = \dot{\varphi}_i \cdot \sin \delta_i. \quad (5.16)$$

Принимаем, что $I_{1kz} = 0$ – момент инерции относительно собственной оси вращения, а $I_{1kx} = I_{1ky} = I_{1k}$.

Кинетическая энергия корпуса актуатора 1 определяется из выражения

$$T_{k1} = \frac{1}{2} m_{k1} \cdot V_{c1}^2 + \sum \frac{1}{2} (I_{k1x} \cdot \omega_{AMX}^2 + I_{k1y} \cdot \omega_{AMY}^2 + I_{k1z} \cdot \omega_{AMZ}^2), \quad (5.17)$$

где m_{k1} , I_{k1x} , I_{k1y} , I_{k1z} – центральные моменты инерции корпуса актуатора 1, относительно осей подвижной системы координат $Ox_i y_i z_i$; ω_{AMX} , ω_{AMY} , ω_{AMZ} – проекции угловой скорости корпуса актуатора 1 на оси подвижных систем координат; $\bar{V}_{c1}$ – скорость центра масс актуатора 1 (рисунок 5.4).

При этом скорость центра масс актуаторов определяется из выражения

$$\begin{aligned}\bar{V}_{ci} &= \bar{\omega}_i \cdot \bar{r}_{ci} = \begin{vmatrix} \bar{i}_1 & \bar{j}_1 & \bar{k}_1 \\ \omega_{xi} & \omega_{yi} & \omega_{zi} \\ x_{ci} & y_{ci} & z_{ci} \end{vmatrix} = (\omega_{yi} \cdot z_{ci} - \omega_{zi} \cdot y_{ci}) \cdot \bar{i}_1 + \\ &+ (\omega_{zi} \cdot x_{ci} - \omega_{xi} \cdot z_{ci}) \cdot \bar{j}_1 + (\omega_{xi} \cdot y_{ci} - \omega_{yi} \cdot x_{ci}) \cdot \bar{k}_1.\end{aligned}\quad (5.18)$$

Откуда проекции скорости центра масс на оси подвижной системы координат $Ox_1y_1z_1$ равны

$$V_{cix} = (\omega_{yi} \cdot z_{ci} - \omega_{zi} \cdot y_{ci}), \quad V_{ciy} = (\omega_{zi} \cdot x_{ci} - \omega_{xi} \cdot z_{ci}), \quad V_{ciz} = (\omega_{xi} \cdot y_{ci} - \omega_{yi} \cdot x_{ci}), \quad (5.19)$$

где x_{ci} , y_{ci} , z_{ci} , ($i=1,2,3$) – координаты центра масс актуатора в подвижной системе координат $Ox_1y_1z_1$ (рисунок 5.5).

$$x_{ci} = 0, \quad y_{ci} = 0, \quad z_{ci} = \frac{1}{2}l_{i0} + (l_i(t) - l_{i0}) = l_i(t) - \frac{1}{2}l_{i0}. \quad (5.20)$$

Тогда выражения (5.18) примут вид (5.21)

$$V_{cix} = \dot{\delta}_i \cdot (l_i(t) - \frac{1}{2}l_{i0}), \quad V_{ciy} = \dot{\phi}_i \cdot \cos \delta_i \cdot (l_i(t) - \frac{1}{2}l_{i0}), \quad V_{ciz} = \dot{l}_i. \quad (5.21)$$

Вектор угловой скорости актуатора 1

$$\bar{\omega}_{AM} = \bar{\omega}_{OA} + \bar{\omega}_A. \quad (5.22)$$

Проекции угловой скорости поворотного основания $\bar{\omega}_{OA}$ на оси подвижной системы координат

$$\begin{aligned} \omega_{OAx1} &= \alpha_{11i} \cdot \omega_{OAx} + \alpha_{12i} \cdot \omega_{OAy} + \alpha_{13i} \cdot \omega_{OAz}, \\ \omega_{OAy1} &= \alpha_{21i} \cdot \omega_{OAx} + \alpha_{22i} \cdot \omega_{OAy} + \alpha_{23i} \cdot \omega_{OAz}, \\ \omega_{OAz1} &= \alpha_{31i} \cdot \omega_{OAx} + \alpha_{32i} \cdot \omega_{OAy} + \alpha_{33i} \cdot \omega_{OAz}. \end{aligned} \quad (5.23)$$

Из уравнений (5.15), (5.16) и (5.19) получаем выражения проекций угловой скорости $\vec{\omega}_{OA}$

$$\begin{aligned} \omega_{OAx1} &= \cos \delta_i \cdot \dot{\phi}_{OAx}, \\ \omega_{OAy1} &= 0, \\ \omega_{OAz1} &= \sin \delta_i \cdot \dot{\phi}_{OAx}. \end{aligned} \quad (5.24)$$

Проекции $\bar{\omega}_{AM}$ на оси подвижной системы координат

$$\begin{aligned} \omega_{AMx} &= \dot{\phi}_1 \cdot \cos \delta_1 + \dot{\phi}_{OA} \cdot \cos \delta_1, \\ \omega_{AMy} &= \dot{\delta}_1, \\ \omega_{AMz} &= \dot{\phi}_1 \cdot \sin \delta_1 + \dot{\phi}_{OA} \cdot \sin \delta_1. \end{aligned} \quad (5.25)$$

$\bar{V}_{C1}$ – скорость центра масс актуатора 1 находящегося в сложном движении:

$$\bar{V}_{C1} = \bar{V}_A + \bar{V}_{AC}, \quad (5.26)$$

где $\bar{V}_A$ – скорость точки A крепления актуатора 1; $\bar{V}_{AC}$ – вращательная скорость центра масс корпуса актуатора относительно точки A .

Проекции скорости центра масс актуатора 1 на оси подвижной системы координат

$$\begin{aligned} V_{C1x1} &= V_{Ax1} + V_{ACx1}, \\ V_{C1y1} &= V_{Ay1} + V_{ACy1}, \\ V_{C1z1} &= V_{Az1} + V_{ACz1}. \end{aligned} \quad (5.27)$$

Проекции скорости точки A актуатора 1 на оси подвижной системы координат [9]

$$\begin{aligned} V_{Ax1} &= \alpha_{11} \cdot V_{Ax} + \alpha_{12} \cdot V_{Ay} + \alpha_{13} \cdot V_{Az}, \\ V_{Ay1} &= \alpha_{21} \cdot V_{Ax} + \alpha_{22} \cdot V_{Ay} + \alpha_{23} \cdot V_{Az}, \\ V_{Az1} &= \alpha_{31} \cdot V_{Ax} + \alpha_{32} \cdot V_{Ay} + \alpha_{33} \cdot V_{Az}. \end{aligned} \quad (5.28)$$

Проекции скорости точки A на оси неподвижной системы координат

$$\begin{aligned} V_{Ax} &= 0, \\ V_{Ay} &= -V_A \cdot \cos \varphi_{OA}, \\ V_{Az} &= -V_A \cdot \sin \varphi_{OA}. \end{aligned} \quad (5.29)$$

Из (5.28), (5.29) проекции скорости точки A на оси подвижной системы координат

$$\begin{aligned} V_{Ax1} &= -V_A \cdot \cos \varphi_{OA} \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \delta_1 - V_A \cdot \sin \varphi_{OA} \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \delta_1, \\ V_{Ay1} &= -V_A \cdot \cos \varphi_{OA} \cdot \cos \varphi_1 - V_A \cdot \sin \varphi_{OA} \cdot \sin \varphi_1, \\ V_{Az1} &= V_A \cdot \cos \varphi_{OA} \cdot \cos \delta_1 \cdot \sin \varphi_1 - V_A \cdot \sin \varphi_{OA} \cdot \cos \delta_1 \cdot \cos \varphi_1. \end{aligned} \quad (5.30)$$

Вращательная скорость центра масс корпуса актуатора относительно точки A

$$\bar{V}_{AC} = \bar{\omega}_{AM} \times \bar{r}_{C1}, \quad (5.31)$$

где $\bar{r}_{C1}$ – радиус-вектор центра масс корпуса актуатора относительно точки А.

Проекция скорости $\bar{V}_{AC}$ на оси подвижной системы координат ($x_{C1} = y_{C1} = 0$)

$$V_{ACx1} = \omega_{AMy} \cdot Z_{C1},$$

$$V_{ACy1} = -\omega_{AMx} \cdot Z_{C1},$$

$$V_{ACz1} \approx 0,$$

$$\text{где } Z_{C1} = \frac{l_0}{2}. \quad (5.32)$$

Тогда проекции скорости центра масс актуатора 1 на оси подвижной системы координат.

$$\begin{aligned} V_{C1x1} &= -V_A \cdot \cos \varphi_{OA} \cdot \sin \varphi_1 \cdot \sin \delta_1 - V_A \cdot \sin \varphi_{OA} \cdot \cos \varphi_1 \cdot \sin \delta_1 + \dot{\delta}_1 \cdot Z_{C1}, \\ V_{C1y1} &= -V_A \cdot \cos \varphi_{OA} \cdot \cos \varphi_1 - V_A \cdot \sin \varphi_{OA} \cdot \sin \varphi_1 - (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_{OA}) \cdot \cos \delta_1 \cdot Z_{C1}, \\ V_{C1z1} &= V_A \cdot \cos \varphi_{OA} \cdot \cos \delta_1 \cdot \sin \varphi_1 - V_A \cdot \sin \varphi_{OA} \cdot \cos \delta_1 \cdot \cos \varphi_1. \end{aligned} \quad (5.33)$$

Возводя в квадрат скорости центра масс актуатора 1 $\bar{V}_{C1}$, получаем выражение (5.34)

$$\begin{aligned} V_{C1}^2 &= \left[-OA \cdot \dot{\varphi}_{OA} \cdot \sin \delta_1 \cdot \sin(\varphi_{OA} + \varphi_1) + \dot{\delta}_1 \cdot Z_{C1} \right]^2 + \\ &+ \left[-OA \cdot \dot{\varphi}_{OA} \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_{OA}) - (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_{OA}) \cdot \cos \delta_1 \cdot Z_{C1} \right]^2 + \\ &+ \left[OA \cdot \dot{\varphi}_{OA} \cdot \cos \delta_1 \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_{OA}) \right]^2. \end{aligned} \quad (5.34)$$

В результате, используя формулы (5.16), (5.25) и (5.34), получаем выражение для кинетической энергии 1 корпуса актуатора

$$T_{k1} = \frac{1}{2} m_{k1} \cdot V_{c1}^2 + \sum \frac{1}{2} \left(I_{k1x} \cdot (\dot{\varphi}_1 \cdot \cos \delta_1 + \dot{\varphi}_{OA} \cdot \cos \delta_1)^2 + I_{k1y} \cdot (\dot{\delta}_1^2) + I_{k1z} \cdot (\dot{\varphi}_1 \cdot \cos \delta_1 + \dot{\varphi}_{OA} \cdot \cos \delta_1)^2 \right). \quad (5.35)$$

5.1.1.2 Кинетическая энергия корпусов актуаторов на поворотном основании

Кинетическая энергия корпусов актуаторов 2-3 складывается из кинетической энергии корпусов актуаторов при их сферическом движении T_{ik}

$$T = \sum_{k=2}^3 T_k. \quad (5.36)$$

Кинетическая энергия корпусов актуаторов

$$T_k = \sum_{i=2}^3 \frac{1}{2} (I_{xi} \cdot \omega_{xi}^2 + I_{yi} \cdot \omega_{yi}^2 + I_{zi} \cdot \omega_{zi}^2), \quad (5.37)$$

где I_{xi}, I_{yi}, I_{zi} ($i=2,3$) – моменты инерции корпусов актуаторов, относительно осей подвижной системы координат $Ox_i y_i z_i$;

$\omega_{xi}, \omega_{yi}, \omega_{zi}$ ($i=2,3$) - проекции угловых скоростей корпусов актуаторов на оси подвижных систем координат.

Тогда выражение (5.37) с учетом (5.25) принимает вид

$$T_k = \sum_{i=2}^3 \frac{1}{2} I_k (\dot{\delta}_i^2 + \dot{\phi}_i^2 \cdot \cos^2 \delta_i). \quad (5.38)$$

Выражение полной кинетической энергии манипулятора приведенной массы к точке А представляет собой

$$T = T_{4+OA} + T_{k_1} + T_{k_{2,3}}. \quad (5.39)$$

С учетом (5.8), (5.35), (5.38) выражение (5.39) приобретает вид

$$\begin{aligned} T_{II} = & \frac{1}{2} (I_{K4} + I_{III4}) \cdot \frac{(OA \cdot \sin \varphi_{OA} \cdot \dot{\phi}_{OA})^2}{(OK - OA \cdot \sin \varphi_{OA})^2} + \frac{1}{2} I_{OA} \cdot \dot{\phi}_{OA}^2 + \\ & + \frac{1}{2} m_{4III} \left[\frac{OA^2 \cdot (DK \cdot \sin \varphi_{OA} + OK \cdot \cos \varphi_{OA})^2}{(OA \cdot \cos \varphi_{OA} + DK)^2 + (OK - OA \cdot \sin \varphi_{OA})^2} \cdot \dot{\phi}_{OA}^2 + \frac{OA^2 \cdot \sin^2 \varphi_{OA} \cdot \dot{\phi}_{OA}^2}{(OK - OA \cdot \sin \varphi_{OA})^2} \cdot DC_4^2 \right] + \\ & + \frac{1}{2} m_{k1} \cdot \left[\begin{aligned} & \left[-OA \cdot \dot{\phi}_{OA} \cdot \sin \delta_1 \cdot \sin(\varphi_{OA} + \varphi_1) + \dot{\delta}_1 \cdot z_{C1} \right]^2 + \\ & + \left[-OA \cdot \dot{\phi}_{OA} \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_{OA}) - (\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_{OA}) \cdot \cos \delta_1 \cdot z_{C1} \right]^2 + \\ & + \left[OA \cdot \dot{\phi}_{OA} \cdot \cos \delta_1 \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_{OA}) \right]^2 \end{aligned} \right] + \\ & + \frac{1}{2} \left(I_{k1x} \cdot (\dot{\phi}_1 \cdot \cos \delta_1 + \dot{\phi}_{OA} \cdot \cos \delta_1)^2 + I_{k1y} \cdot (\dot{\delta}_1^2) + I_{k1z} \cdot (\dot{\phi}_1 \cdot \cos \delta_1 + \dot{\phi}_{OA} \cdot \cos \delta_1)^2 \right) + \\ & + \sum_{i=2}^3 \frac{1}{2} I_k \cdot (\dot{\delta}_i^2 + \dot{\phi}_i^2 \cdot \cos^2 \delta_i). \end{aligned} \quad (5.40)$$

В результате приведенная масса манипулятора к точке А:

$$\begin{aligned}
m_A = & (I_{K4} + I_{III4}) \cdot \frac{(\sin \varphi_{OA})^2}{(OK - OA \cdot \sin \varphi_{OA})^2} + \frac{I_{OA}}{OA^2} + \\
& + m_{4III} \left[\frac{(DK \cdot \sin \varphi_{OA} + OK \cdot \cos \varphi_{OA})^2}{(OA \cdot \cos \varphi_{OA} + DK)^2 + (OK - OA \cdot \sin \varphi_{OA})^2} + \frac{\sin^2 \varphi_{OA}}{(OK - OA \cdot \sin \varphi_{OA})^2} \cdot DC_4^2 \right] + \\
& + m_{k1} \left[\left[-\sin \delta_1 \cdot \sin(\varphi_{OA} + \varphi_1) + \frac{\dot{\delta}_1 \cdot z_{C1}}{OA \cdot \dot{\varphi}_{OA}} \right]^2 + \left[-\cos(\varphi_1 - \varphi_{OA}) - \frac{(\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_{OA}) \cdot \cos \delta_1 \cdot z_{C1}}{OA \cdot \dot{\varphi}_{OA}} \right]^2 + \right. \\
& \left. + [\cos \delta_1 \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_{OA})]^2 \right] + \\
& + \left(I_{k1x} \cdot \left[\frac{\dot{\varphi}_1 \cdot \cos \delta_1}{OA \cdot \dot{\varphi}_{OA}} + \frac{\cos \delta_1}{OA} \right]^2 + I_{k1y} \cdot \left(\frac{\dot{\delta}_1^2}{OA^2 \cdot \dot{\varphi}_{OA}^2} \right) + I_{k1z} \cdot \left(\frac{\dot{\varphi}_1 \cdot \cos \delta_1}{OA \cdot \dot{\varphi}_{OA}} + \frac{\cos \delta_1}{OA} \right)^2 \right) + \\
& + \frac{I_{k2} \cdot (\dot{\delta}_2^2 + \dot{\varphi}_2^2 \cdot \cos^2 \delta_2)}{OA^2 \cdot \dot{\varphi}_{OA}^2} + \frac{I_{k3} \cdot (\dot{\delta}_3^2 + \dot{\varphi}_3^2 \cdot \cos^2 \delta_3)}{OA^2 \cdot \dot{\varphi}_{OA}^2} .
\end{aligned}
\tag{5.41}$$

В результате получаем графическое представление изменения приведенной массы манипулятора к точке А в зависимости от угла поворота основания φ (рисунок 5.6):

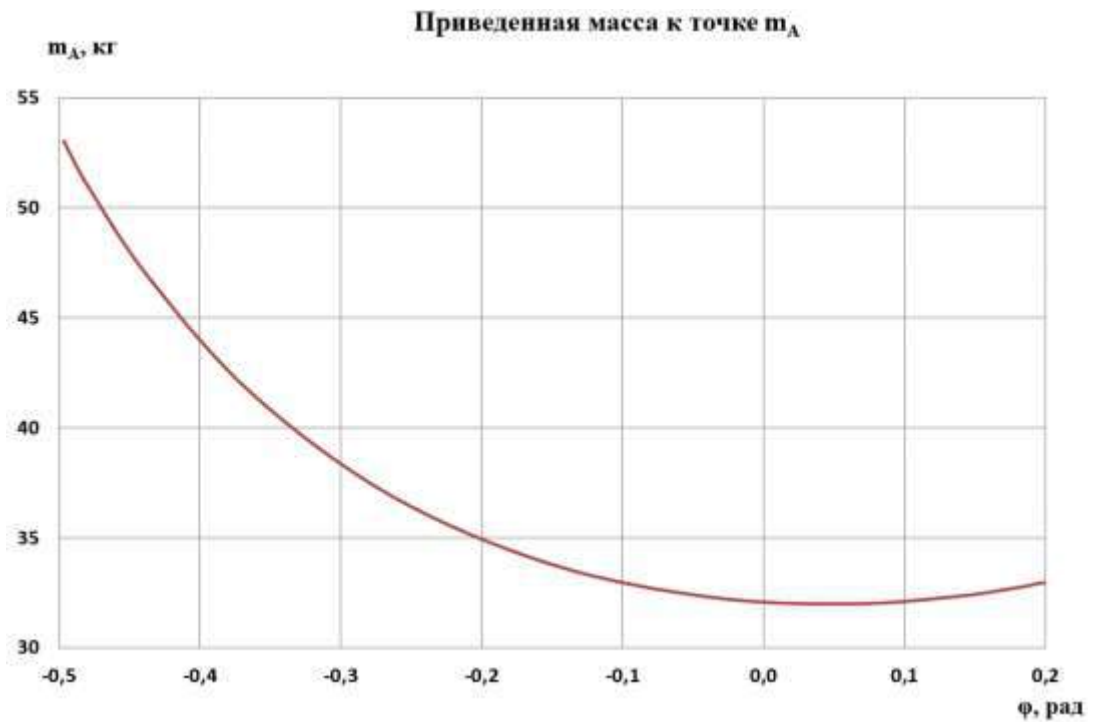


Рисунок 5.6 – Приведенная масса манипулятора к точке А

Из графика (рисунок 5.6) видно, что приведенная масса при наклоне поворотного основания изменяется в пределах от $m_A=33$ кг при $\varphi_{\max}=0,2$ до $m_A=53$ кг при $\varphi_{\min}=-0,5$, $m_A=32$ кг при $\varphi=0$.

5.1.2 Расчет массы манипулятора, приведенной к точке M

Кинетическая энергия, приведенная к точке M равна

$$T_M = T_{1r} + T_{2r} + T_{3r} + T_1, \quad (5.42)$$

где T_M - кинетическая энергия приведенной массы манипулятора к точке M ; T_{1r} - кинетическая энергия штока первого актуатора; T_{2r} - кинетическая энергия штока второго актуатора; T_{3r} - кинетическая энергия штока третьего актуатора; T_1 - кинетическая энергия сферического шарнира манипулятора.

Кинетическая энергия первого актуатора определяется из выражения:

$$T_{1r} = \frac{1}{2} m_{r1} \cdot \left[\begin{aligned} & \left[-OA \cdot \dot{\varphi}_{OA} \cdot \sin \delta_1 \cdot \sin(\varphi_{OA} + \varphi_1) + \dot{\delta}_1 \cdot \left(l_1(t) - \frac{1}{2} l_{10} \right) \right]^2 + \\ & \left[-OA \cdot \dot{\varphi}_{OA} \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_{OA}) - (\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_{OA}) \cdot \cos \delta_1 \left(l_1(t) - \frac{1}{2} l_{10} \right) \right]^2 + \\ & + [OA \cdot \dot{\varphi}_{OA} \cdot \cos \delta_1 \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_{OA})]^2 \end{aligned} \right] + \\ + \frac{1}{2} \left(I_{r1x} \cdot (\dot{\varphi}_1 \cos \delta_1 + \dot{\varphi}_{OA} \cdot \cos \delta_1)^2 + I_{r1y} \cdot (\dot{\delta}_1^2) + I_{r1z} \cdot (\dot{\varphi}_1 \cos \delta_1 + \dot{\varphi}_{OA} \cdot \cos \delta_1)^2 \right). \quad (5.43)$$

Кинетическая энергия штоков второго и третьего актуаторов равна:

$$T_r = \frac{1}{2} \sum_{i=2}^3 \left(m_{ui} \left(\dot{\delta}_i^2 \left(l_i(t) - \frac{1}{2} l_{i0} \right)^2 + \dot{\varphi}_i^2 \cos^2 \delta_i \left(l_i(t) - \frac{1}{2} l_{i0} \right)^2 + \dot{l}_i^2 \right) + J_r \left(\dot{\delta}_i^2 + \dot{\varphi}_i^2 \cos^2 \delta_i \right) \right). \quad (5.44)$$

Первое звено манипулятора совершает пространственное движение. Кинетическая энергия пятиподвижного сферического шарнирного узла манипулятора равна:

$$T_1 = \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_M^2 + \dot{y}_M^2 + \dot{z}_M^2) + \frac{1}{2} I_{z1} \dot{\gamma}^2, \quad (5.45)$$

где m_1 - масса пятиподвижного сферического шарнирного узла; I_{z1} – момент инерции пятиподвижного сферического шарнирного узла относительно собственных координатных осей; $\dot{\gamma}$ - угловая скорость вращения пятиподвижного сферического шарнирного узла вокруг оси z_1 .

Кинетическая энергия приведенной массы манипулятора к точке M

$$T_M = \frac{1}{2} m_{Mx} \dot{x}_M^2 + \frac{1}{2} m_{My} \dot{y}_M^2 + \frac{1}{2} m_{Mz} \dot{z}_M^2. \quad (5.46)$$

Тогда

$$\begin{aligned} \frac{1}{2} (m_{Mx} \dot{x}_M^2 + m_{My} \dot{y}_M^2 + m_{Mz} \dot{z}_M^2) = & \frac{1}{2} m_{r1} \cdot \left[\begin{aligned} & \left[-OA \cdot \dot{\phi}_{OA} \cdot \sin \delta_1 \cdot \sin(\varphi_{OA} + \varphi_1) + \dot{\delta}_1 \cdot (l_1 - 0.5l_{10}) \right]^2 + \\ & \left[-OA \cdot \dot{\phi}_{OA} \cdot \cos(\varphi_1 - \varphi_{OA}) - (\dot{\phi}_1 + \dot{\phi}_{OA}) \cdot \cos \delta_1 (l_1 - 0.5l_{10}) \right]^2 + \\ & \left[OA \cdot \dot{\phi}_{OA} \cdot \cos \delta_1 \cdot \sin(\varphi_1 - \varphi_{OA}) \right]^2 \end{aligned} \right] + \\ & + \frac{1}{2} \left(I_{r1x} \cdot (\dot{\phi}_1 \cos \delta_1 + \dot{\phi}_{OA} \cdot \cos \delta_1)^2 + I_{r1y} \cdot (\dot{\delta}_1^2) + I_{r1z} \cdot (\dot{\phi}_1 \cos \delta_1 + \dot{\phi}_{OA} \cdot \cos \delta_1)^2 \right) + \\ & + \frac{1}{2} \left[m_{r2} \left(\dot{\delta}_2^2 (l_2 - 0.5l_{20})^2 + \dot{\phi}_2^2 \cos^2 \delta_2 (l_2 - 0.5l_{20})^2 + \dot{l}_2^2 \right) + I_r \left(\dot{\delta}_2^2 + \dot{\phi}_2^2 \cos^2 \delta_2 \right) \right] + \\ & + \frac{1}{2} \left[m_{r3} \left(\dot{\delta}_3^2 (l_3 - 0.5l_{30})^2 + \dot{\phi}_3^2 \cos^2 \delta_3 (l_3 - 0.5l_{30})^2 + \dot{l}_3^2 \right) \right. \\ & \left. + I_r \left(\dot{\delta}_3^2 + \dot{\phi}_3^2 \cos^2 \delta_3 \right) \right] + \frac{1}{2} m_1 (\dot{x}_M^2 + \dot{y}_M^2 + \dot{z}_M^2) + \frac{1}{2} I_{z1} \dot{\gamma}^2. \end{aligned} \quad (5.47)$$

Для определения приведенных масс m_{Mx} , m_{My} , m_{Mz} выражаем правую часть уравнения (5.47) через $\dot{x}_M$, $\dot{y}_M$, $\dot{z}_M$ и приравниваем коэффициенты при квадратах скоростей.

Используя уравнения связи

$$\begin{aligned} l_1 &= \sqrt{x_M^2 + (y_M + OA \cdot \sin \varphi)^2 + (z_M - OA \cdot \cos \varphi)^2}, \quad l_2 = \sqrt{(x_M - OB)^2 + y_M^2 + z_M^2}, \\ l_3 &= \sqrt{(x_M + OB)^2 + y_M^2 + z_M^2}, \quad \text{tg} \gamma = \frac{-x_M}{y_M + OA \cdot \sin \varphi_{OA}}. \end{aligned} \quad (5.48)$$

и дифференцируя их по времени получаем выражения

$$\dot{l}_1 = \frac{\dot{x}_M \cdot x_M + \dot{y}_M (y_M + OA \cdot \sin \varphi) + \dot{z}_M (z_M - OA \cdot \cos \varphi) + \dot{\phi} \cdot OA (y_M \cdot \cos \varphi + z_M \cdot \sin \varphi)}{l_1},$$

$$\begin{aligned}
\dot{l}_2 &= \frac{\dot{x}_M(x_M - OB) + \dot{y}_M y_M + \dot{z}_M z_M}{l_2}, \quad \dot{l}_3 = \frac{\dot{x}_M(x_M + OB) + \dot{y}_M y_M + \dot{z}_M z_M}{l_3}, \\
\dot{\gamma} &= - \frac{\frac{\dot{x}_M}{y_M + OA \cdot \sin \varphi_{OA}} - \frac{x_M(\dot{y}_M + OA \cdot \dot{\varphi}_{OA} \cdot \cos \varphi_{OA})}{(y_M + OA \cdot \sin \varphi_{OA})^2}}{\frac{x_M^2}{(y_M + OA \cdot \sin \varphi_{OA})^2} + 1}. \quad (5.49)
\end{aligned}$$

После возведения в квадрат и учитывая только коэффициенты при квадратах $\dot{x}_M^2, \dot{y}_M^2, \dot{z}_M^2$, получаем следующие выражения

$$\begin{aligned}
\dot{l}_1^2 &= \frac{\dot{x}_M^2 \cdot x_M^2}{l_1^2} + \frac{\dot{y}_M^2 (y_M + OA \cdot \sin \varphi)^2}{l_1^2} + \frac{\dot{z}_M^2 (z_M - OA \cdot \cos \varphi)^2}{l_1^2}, \\
\dot{l}_2^2 &= \frac{\dot{x}_M^2 (x_M - OB)^2}{l_2^2} + \frac{\dot{y}_M^2 \cdot y_M^2}{l_2^2} + \frac{\dot{z}_M^2 \cdot z_M^2}{l_2^2}, \\
\dot{l}_3^2 &= \frac{\dot{x}_M^2 (x_M + OB)^2}{l_3^2} + \frac{\dot{y}_M^2 \cdot y_M^2}{l_3^2} + \frac{\dot{z}_M^2 \cdot z_M^2}{l_3^2}, \\
\dot{\gamma}^2 &= \frac{(2x_M \cdot \dot{y}_M - 2y_M \cdot \dot{x}_M - 2OA \cdot \dot{x}_M \cdot \sin \varphi_{OA} + 2OA \cdot x_M \cdot \dot{\varphi}_{OA} \cdot \cos \varphi_{OA})^2}{(OA^2 - OA^2 \cdot \cos 2\varphi_{OA} + 2x_M^2 + 2y_M^2 + 4OA \cdot y_M \cdot \cos \varphi_{OA})^2}. \quad (5.50)
\end{aligned}$$

Зависимости углов поворотов корпусов актуаторов от их длин представляются выражениями

$$\begin{aligned}
\sin \varphi_1 &= \frac{OA^2 + OB^2 + l_1^2 - 0.5(l_2^2 + l_3^2)}{2l_1 OA \cdot \cos \delta_1}, \quad \sin \varphi_2 = \frac{-OA^2 + OB^2 + l_1^2 - 0.5(l_2^2 + l_3^2)}{2l_2 OA \cdot \cos \delta_2}, \\
\sin \varphi_3 &= \sin \varphi_2, \\
\sin \delta_1 &= \frac{l_2^2 - l_3^2}{4 \cdot OB \cdot l_1}, \quad \sin \delta_2 = \frac{l_2^2 - l_3^2 + 4OB^2}{4 \cdot OB \cdot l_2}, \quad \sin \delta_3 = \frac{l_2^2 - l_3^2 - 4OB^2}{4 \cdot OB \cdot l_3}. \quad (5.51)
\end{aligned}$$

Дифференцируя по времени, получаем следующее:

$$\begin{aligned}
-\frac{\dot{l}_2(4OB^2 + l_2^2 - l_3^2)}{4 \cdot OB \cdot l_2^2} + \frac{2l_2 \dot{l}_2 - 2l_3 \dot{l}_3}{4 \cdot OB \cdot l_2} - \dot{\delta}_2 \cos \delta_2 &= 0, \\
\frac{\dot{l}_3(4OB^2 - l_2^2 + l_3^2)}{4 \cdot OB \cdot l_3^2} + \frac{2l_2 \dot{l}_2 - 2l_3 \dot{l}_3}{4 \cdot OB \cdot l_3} - \dot{\delta}_3 \cos \delta_3 &= 0,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& -\frac{\dot{l}_1(l_2^2 - l_3^2)}{4 \cdot OB \cdot l_1^2} + \frac{2l_2\dot{l}_2 - 2l_3\dot{l}_3}{4 \cdot OB \cdot l_1} - \dot{\delta}_1 \cos \delta_1 = 0, \\
& \frac{2l_1\dot{l}_1 - l_2\dot{l}_2 - l_3\dot{l}_3}{2OA \cdot l_1 \cos \delta_1} - \frac{\dot{l}_1(OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{2OA \cdot l_1^2 \cos \delta_1} + \\
& + \frac{\dot{\delta}_1 \sin \delta_1 (OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{2OA \cdot l_1 \cos^2 \delta_1} - \dot{\phi}_1 \cos \phi_1 = 0, \\
& \frac{2l_1\dot{l}_1 - l_2\dot{l}_2 - l_3\dot{l}_3}{2OA \cdot l_2 \cos \delta_2} - \frac{\dot{l}_2(OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{2OA \cdot l_2^2 \cos \delta_2} + \\
& + \frac{\dot{\delta}_2 \sin \delta_2 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{2OA \cdot l_2 \cos^2 \delta_2} - \dot{\phi}_2 \cos \phi_2 = 0.
\end{aligned} \tag{5.52}$$

Выражая $\dot{\delta}_1, \dot{\delta}_2, \dot{\delta}_3, \dot{\phi}_1$ и возводя в квадрат

$$\begin{aligned}
\dot{\delta}_1^2 = & \frac{\dot{l}_1^2(l_2^2 - l_3^2)^2}{16 \cdot OB^2 \cdot l_1^4 \cos^2 \delta_1} + \frac{4l_2^2\dot{l}_2^2}{16 \cdot OB^2 \cdot l_1^2 \cos^2 \delta_1} + \frac{4l_3^2\dot{l}_3^2}{16 \cdot OB^2 \cdot l_1^2 \cos^2 \delta_1} - \frac{\dot{l}_1(l_2^2 - l_3^2)l_2\dot{l}_2}{4 \cdot OB^2 \cdot l_1^3 \cos^2 \delta_1} + \\
& + \frac{\dot{l}_1(l_2^2 - l_3^2)l_3\dot{l}_3}{4 \cdot OB^2 \cdot l_1^3 \cos^2 \delta_1} - \frac{l_2l_3\dot{l}_2\dot{l}_3}{2 \cdot OB^2 \cdot l_1^2 \cos^2 \delta_1},
\end{aligned} \tag{5.53}$$

$$\begin{aligned}
\dot{\delta}_2^2 = & \frac{\dot{l}_2^2(4OB^2 + l_2^2 - l_3^2)^2}{16 \cdot OB^2 \cdot l_2^4 \cos^2 \delta_2} - \frac{\dot{l}_2^2 l_2(4OB^2 + l_2^2 - l_3^2)}{4 \cdot OB^2 \cdot l_2^3 \cos^2 \delta_2} + \frac{\dot{l}_2\dot{l}_3 l_3(4OB^2 + l_2^2 - l_3^2)}{4 \cdot OB^2 \cdot l_2^3 \cos^2 \delta_2} + \frac{\dot{l}_2^2 l_2^2}{4 \cdot OB^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \delta_2} - \\
& - \frac{\dot{l}_2\dot{l}_3 l_2 l_3}{2OB^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \delta_2} + \frac{\dot{l}_3^2 l_3^2}{4 \cdot OB^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \delta_2},
\end{aligned} \tag{5.54}$$

$$\begin{aligned}
\dot{\delta}_3^2 = & \frac{\dot{l}_3^2(4OB^2 - l_2^2 + l_3^2)^2}{16OB^2 l_3^4 \cos^2 \delta_3} + \frac{\dot{l}_2\dot{l}_3 l_2(4OB^2 - l_2^2 + l_3^2)}{4OB^2 l_3^3 \cos^2 \delta_3} - \frac{\dot{l}_3^2(4OB^2 - l_2^2 + l_3^2)}{4OB^2 l_3^2 \cos^2 \delta_3} + \frac{\dot{l}_2^2 l_2^2}{4OB^2 l_3^2 \cos^2 \delta_3} - \\
& - \frac{\dot{l}_2\dot{l}_3 l_2}{2OB^2 l_3 \cos^2 \delta_3} + \frac{\dot{l}_3^2}{4OB^2 \cos^2 \delta_3},
\end{aligned} \tag{5.55}$$

$$\begin{aligned}
\dot{\varphi}_1^2 = & \frac{l_1^2(OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 - l_1^2)^2}{4OA^2 \cdot l_1^4 \cos^2 \delta_1 \cos^2 \varphi_1} + \frac{(l_2\dot{l}_2 + l_3\dot{l}_3)^2}{4OA^2 \cdot l_1^2 \cos^2 \delta_1 \cos^2 \varphi_1} - \frac{l_2\dot{l}_2 + l_3\dot{l}_3}{OA \cdot l_1 \cos \delta_1} + \\
& + \frac{\dot{\delta}_1 \sin \delta_1 (OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{2OA \cdot l_1 \cos^2 \delta_1 \cos^2 \varphi_1} + \\
& + \left[\frac{l_1^2(l_2^2 - l_3^2)^2}{16OB^2 \cdot l_1^4 \cos^2 \delta_1} + \frac{l_2^2\dot{l}_2^2}{4OB^2 \cdot l_1^2 \cos^2 \delta_1} + \frac{l_3^2\dot{l}_3^2}{4OB^2 \cdot l_1^2 \cos^2 \delta_1} - \right. \\
& \left. - \frac{\dot{l}_1(l_2^2 - l_3^2)l_2\dot{l}_2}{4 \cdot OB^2 \cdot l_1^3 \cos^2 \delta_1} + \frac{\dot{l}_1(l_2^2 - l_3^2)l_3\dot{l}_3}{4 \cdot OB^2 \cdot l_1^3 \cos^2 \delta_1} - \frac{l_2l_3\dot{l}_2\dot{l}_3}{2 \cdot OB^2 \cdot l_1^2 \cos^2 \delta_1} \right] \\
& \frac{\sin^2 \delta_1 (OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)^2}{4OA^2 \cdot l_1^2 \cos^4 \delta_1 \cos^2 \varphi_1} + \\
& + \frac{\dot{l}_1(OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 - l_1^2)}{OA \cdot l_1^2 \cos \delta_1 \cos^2 \varphi_1} \cdot \frac{l_2\dot{l}_2 + l_3\dot{l}_3}{2OA \cdot l_1 \cos \delta_1 \cos^2 \varphi_1} - \\
& \frac{\dot{l}_1(OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 - l_1^2)}{OA \cdot l_1^2 \cos \delta_1 \cos^2 \varphi_1} \cdot \frac{\dot{\delta}_1 \sin \delta_1 (OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{2OA \cdot l_1 \cos^2 \delta_1}.
\end{aligned} \tag{5.56}$$

Выражая остальные неизвестные множители кинетической энергии, получим

$$\cos^2 \delta_1 = \frac{16 \cdot OB^2 \cdot l_1^2 - (l_2^2 - l_3^2)^2}{16 \cdot OB^2 \cdot l_1^2}, \tag{5.57}$$

$$\begin{aligned}
\dot{\varphi}_3^2 \cos^2 \delta_3 = & \frac{l_1^2 \dot{l}_1^2 \cos^2 \delta_3}{OA^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \varphi_2 \cos^2 \delta_2} - \frac{l_1 \dot{l}_1 \dot{l}_3 \cos^2 \delta_3}{2OA^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \varphi_2 \cos^2 \delta_2} + \frac{l_3^2 \dot{l}_3^2 \cos^2 \delta_3}{4OA^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \varphi_2 \cos^2 \delta_2} + \frac{\dot{l}_2^2 (OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)^2 \cos^2 \delta_3}{4OA^2 \cdot l_2^4 \cos^2 \varphi_2 \cos^2 \delta_2} + \\
& + \left[\frac{\dot{l}_2^2 (4OB^2 + l_2^2 - l_3^2)^2}{16 \cdot OB^2 \cdot l_2^4 \cos^2 \delta_2} - \frac{\dot{l}_2^2 (4OB^2 + l_2^2 - l_3^2)}{4 \cdot OB^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \delta_2} + \frac{\dot{l}_2 \dot{l}_3 (4OB^2 + l_2^2 - l_3^2)}{4 \cdot OB^2 \cdot l_2^3 \cos^2 \delta_2} + \right. \\
& \left. + \frac{\dot{l}_2^2}{4 \cdot OB^2 \cdot \cos^2 \delta_2} - \frac{\dot{l}_2 \dot{l}_3}{2OB^2 \cdot l_2 \cos^2 \delta_2} + \frac{\dot{l}_3^2 l_3^2}{4 \cdot OB^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \delta_2} \right] \frac{\sin^2 \delta_2 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)^2 \cos^2 \delta_3}{4OA^2 \cdot l_2^2 \cos^4 \delta_2 \cos^2 \varphi_2} - \\
& - \frac{2l_1 \dot{l}_1 \dot{l}_2 (OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) \cos^2 \delta_3}{2OA^2 \cdot l_2^3 \cos^2 \varphi_2 \cos^2 \delta_2} + \frac{\dot{l}_2 \dot{l}_3 (OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) \cos^2 \delta_3}{2OA^2 \cdot l_2^3 \cos^2 \varphi_2 \cos^2 \delta_2} - \\
& - \frac{\dot{l}_1 \dot{l}_2 l_1 \sin \delta_2 \cos^2 \delta_3 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) (4OB^2 + l_2^2 - l_3^2)}{4 \cdot OB \cdot OA^2 \cdot l_2^4 \cos^2 \varphi_2 \cos^4 \delta_2} + \frac{\dot{l}_1 \dot{l}_2 l_1 \sin \delta_2 \cos^2 \delta_3 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{2 \cdot OB \cdot OA^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \varphi_2 \cos^4 \delta_2} - \\
& - \frac{\dot{l}_1 \dot{l}_3 l_1 l_3 \sin \delta_2 \cos^2 \delta_3 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{2 \cdot OB \cdot OA^2 \cdot l_2^3 \cos^2 \varphi_2 \cos^4 \delta_2} + \frac{\dot{l}_2 \dot{l}_3 l_3 \sin \delta_2 \cos^2 \delta_3 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) (4OB^2 + l_2^2 - l_3^2)}{8OB \cdot OA^2 \cdot l_2^4 \cos^2 \varphi_2 \cos^4 \delta_2} - \\
& - \frac{\dot{l}_2 \dot{l}_3 l_3 \sin \delta_2 \cos^2 \delta_3 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{4OB \cdot OA^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \varphi_2 \cos^4 \delta_2} + \frac{\dot{l}_3^2 l_3^2 \sin \delta_2 \cos^2 \delta_3 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{4OB \cdot OA^2 \cdot l_2^3 \cos^2 \varphi_2 \cos^4 \delta_2} + \\
& + \frac{\dot{l}_2^2 \sin \delta_2 \cos^2 \delta_3 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) (OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) (4OB^2 + 3l_2^2 - l_3^2)}{8 \cdot OB \cdot OA^2 \cdot l_2^5 \cos^2 \varphi_2 \cos^4 \delta_2} + \\
& + \frac{\dot{l}_2 \dot{l}_3 l_3 \sin \delta_2 \cos^2 \delta_3 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) (OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{4OB \cdot OA^2 \cdot l_2^4 \cos^2 \varphi_2 \cos^4 \delta_2},
\end{aligned}$$

(5.58)

$$\begin{aligned}
\dot{\varphi}_2^2 \cos^2 \delta_2 = & \frac{l_1^2 \dot{l}_1^2}{OA^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \varphi_2} - \frac{l_1 \dot{l}_1 \dot{l}_3}{2OA^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \varphi_2} + \frac{l_3^2 \dot{l}_3^2}{4OA^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \varphi_2} + \frac{\dot{l}_2^2 (OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)^2}{4OA^2 \cdot l_2^4 \cos^2 \varphi_2} + \\
& + \left[\frac{\dot{l}_2^2 (4OB^2 + l_2^2 - l_3^2)^2}{16 \cdot OB^2 \cdot l_2^4 \cos^2 \delta_2} - \frac{\dot{l}_2^2 (4OB^2 + l_2^2 - l_3^2)}{4 \cdot OB^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \delta_2} + \frac{\dot{l}_2 \dot{l}_3 (4OB^2 + l_2^2 - l_3^2)}{4 \cdot OB^2 \cdot l_2^3 \cos^2 \delta_2} + \frac{\sin^2 \delta_2 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)^2}{4OA^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \delta_2 \cos^2 \varphi_2} - \right. \\
& \left. + \frac{\dot{l}_2^2}{4 \cdot OB^2 \cdot \cos^2 \delta_2} - \frac{\dot{l}_2 \dot{l}_3}{2OB^2 \cdot l_2 \cos^2 \delta_2} + \frac{\dot{l}_3^2 l_3^2}{4 \cdot OB^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \delta_2} \right] - \\
& - \frac{2l_1 \dot{l}_1 \dot{l}_2 (OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{2OA^2 \cdot l_2^3 \cos^2 \varphi_2} + \frac{\dot{l}_2 \dot{l}_3 l_3 (OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{2OA^2 \cdot l_2^3 \cos^2 \varphi_2} + \\
& + - \frac{\dot{l}_1 \dot{l}_2 l_1 \sin \delta_2 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) (4OB^2 + l_2^2 - l_3^2)}{4 \cdot OB \cdot OA^2 \cdot l_2^4 \cos \delta_2^2 \cos^2 \varphi_2} + \frac{\dot{l}_1 \dot{l}_2 l_1 \sin \delta_2 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{2 \cdot OB \cdot OA^2 \cdot l_2^2 \cos \delta_2^2 \cos^2 \varphi_2} - \\
& - \frac{\dot{l}_1 \dot{l}_3 l_1 l_3 \sin \delta_2 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{2 \cdot OB \cdot OA^2 \cdot l_2^3 \cos \delta_2^2 \cos^2 \varphi_2} + \frac{\dot{l}_2 \dot{l}_3 l_3 \sin \delta_2 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) (4OB^2 + l_2^2 - l_3^2)}{8OB \cdot OA^2 \cdot l_2^4 \cos \delta_2^2 \cos^2 \varphi_2} - \\
& - \frac{\dot{l}_2 \dot{l}_3 l_3 \sin \delta_2 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{4OB \cdot OA^2 \cdot l_2^2 \cos \delta_2^2 \cos^2 \varphi_2} + \frac{\dot{l}_3^2 l_3^2 \sin \delta_2 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{4OB \cdot OA^2 \cdot l_2^3 \cos \delta_2^2 \cos^2 \varphi_2} + \\
& + \frac{\dot{l}_2^2 \sin \delta_2 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) (OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) (4OB^2 + 3l_2^2 - l_3^2)}{8 \cdot OB \cdot OA^2 \cdot l_2^5 \cos \delta_2^2 \cos^2 \varphi_2} + \\
& + \frac{\dot{l}_2 \dot{l}_3 l_3 \sin \delta_2 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) (OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{4OB \cdot OA^2 \cdot l_2^4 \cos \delta_2^2 \cos^2 \varphi_2}.
\end{aligned} \tag{5.59}$$

Подставляя, полученные выше зависимости, в уравнение кинетической энергии и учитывая только коэффициенты при квадратах обобщенных скоростей получаем

$$m_{Mx} \dot{x}_M^2 + m_{My} \dot{y}_M^2 + m_{Mz} \dot{z}_M^2 = m_{r1} \cdot$$

[illegible]

[illegible]

$$\begin{aligned}
& \left[\left(\frac{\dot{x}_M^2 (x_M - OB)^2}{l_2^2} + \frac{\dot{y}_M^2 y_M^2}{l_2^2} + \frac{\dot{z}_M^2 z_M^2}{l_2^2} \right) \frac{[(4OB^2 + l_2^2 - l_3^2) - 2l_2^2]^2}{16 \cdot OB^2 \cdot l_2^4 \cos^2 \delta_2} + \left(\frac{\dot{x}_M^2 (x_M + OB)^2}{l_3^2} + \frac{\dot{y}_M^2 y_M^2}{l_3^2} + \frac{\dot{z}_M^2 z_M^2}{l_3^2} \right) \frac{l_3^2}{4 \cdot OB^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \delta_2} + \right. \\
& \left. + \left(\frac{\dot{x}_M^2 (x_M^2 - OB^2)}{l_2 l_3} + \frac{\dot{y}_M^2 y_M^2}{l_2 l_3} + \frac{\dot{z}_M^2 z_M^2}{l_2 l_3} \right) \frac{l_3 [(4OB^2 + l_2^2 - l_3^2) - 2l_2^2]}{4 \cdot OB^2 \cdot l_2^3 \cos^2 \delta_2} \right] \left(I_r + m_{r2} (l_2 - 0.5l_{20})^2 \right) + \\
& \left[\left(\frac{\dot{x}_M^2 x_M^2}{l_1^2} + \frac{\dot{y}_M^2 (y_M + OAsin \varphi)^2}{l_1^2} + \frac{\dot{z}_M^2 (z_M - OAcos \varphi)^2}{l_1^2} \right) \frac{l_1^2}{OA^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \varphi_2} + \left(\frac{\dot{x}_M^2 (x_M - OB)^2}{l_2^2} + \frac{\dot{y}_M^2 y_M^2}{l_2^2} + \frac{\dot{z}_M^2 z_M^2}{l_2^2} \right) \frac{(OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)^2}{4OA^2 \cdot l_2^4 \cos^2 \varphi_2} - \right. \\
& - \left(\frac{\dot{x}_M^2 x_M (x_M + OB)}{l_1 l_3} + \frac{\dot{y}_M^2 y_M (y_M + OAsin \varphi)}{l_1 l_3} + \frac{\dot{z}_M^2 z_M (z_M - OAcos \varphi)}{l_1 l_3} \right) \frac{l_1 l_3}{2OA^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \varphi_2} + \left(\frac{\dot{x}_M^2 (x_M + OB)^2}{l_3^2} + \frac{\dot{y}_M^2 y_M^2}{l_3^2} + \frac{\dot{z}_M^2 z_M^2}{l_3^2} \right) \frac{l_3^2}{4OA^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \varphi_2} + \\
& + \left[\left(\frac{\dot{x}_M^2 (x_M - OB)^2}{l_2^2} + \frac{\dot{y}_M^2 y_M^2}{l_2^2} + \frac{\dot{z}_M^2 z_M^2}{l_2^2} \right) \frac{[(4OB^2 + l_2^2 - l_3^2) - 2l_2^2]^2}{16 \cdot OB^2 \cdot l_2^4 \cos^2 \delta_2} + \left(\frac{\dot{x}_M^2 (x_M + OB)^2}{l_3^2} + \frac{\dot{y}_M^2 y_M^2}{l_3^2} + \frac{\dot{z}_M^2 z_M^2}{l_3^2} \right) \frac{l_3^2}{4 \cdot OB^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \delta_2} + \right. \\
& \left. + \left(\frac{\dot{x}_M^2 (x_M^2 - OB^2)}{l_2 l_3} + \frac{\dot{y}_M^2 y_M^2}{l_2 l_3} + \frac{\dot{z}_M^2 z_M^2}{l_2 l_3} \right) \frac{l_3 [(4OB^2 + l_2^2 - l_3^2) - 2l_2^2]}{4 \cdot OB^2 \cdot l_2^3 \cos^2 \delta_2} \right] \frac{\sin^2 \delta_2 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)^2}{4OA^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \delta_2 \cos^2 \varphi_2} - \\
& - \left(\frac{\dot{x}_M^2 x_M (x_M - OB)}{l_1 l_2} + \frac{\dot{y}_M^2 y_M (y_M + OAsin \varphi)}{l_1 l_2} + \frac{\dot{z}_M^2 z_M (z_M - OAcos \varphi)}{l_1 l_2} \right) \frac{l_1 [(OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) [4OBl_2 \cos \delta_2^2 - \sin \delta_2 (4OB^2 + l_2^2 - l_3^2) + 2l_2^2 \sin \delta_2] - 4OBl_2 \cos \delta_2^2 l_2^2]}{4OBOA^2 \cdot l_2^4 \cos \delta_2^2 \cos^2 \varphi_2} + \\
& + \left(\frac{\dot{x}_M^2 (x_M^2 - OB^2)}{l_2 l_3} + \frac{\dot{y}_M^2 y_M^2}{l_2 l_3} + \frac{\dot{z}_M^2 z_M^2}{l_2 l_3} \right) \frac{l_3 (OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{2OA^2 \cdot l_2^3 \cos^2 \varphi_2} - \\
& - \left(\frac{\dot{x}_M^2 x_M (x_M + OB)}{l_1 l_3} + \frac{\dot{y}_M^2 y_M (y_M + OAsin \varphi)}{l_1 l_3} + \frac{\dot{z}_M^2 z_M (z_M - OAcos \varphi)}{l_1 l_3} \right) \frac{l_1 l_3 \sin \delta_2 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{2 \cdot OB \cdot OA^2 \cdot l_2^3 \cos \delta_2^2 \cos^2 \varphi_2} + \\
& + \left(\frac{\dot{x}_M^2 (x_M^2 - OB^2)}{l_2 l_3} + \frac{\dot{y}_M^2 y_M^2}{l_2 l_3} + \frac{\dot{z}_M^2 z_M^2}{l_2 l_3} \right) \frac{l_3 \sin \delta_2 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) [(4OB^2 + l_2^2 - l_3^2) - 2l_2^2 + 2(OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)]}{8OB \cdot OA^2 \cdot l_2^4 \cos \delta_2^2 \cos^2 \varphi_2} + \\
& + \left(\frac{\dot{x}_M^2 (x_M + OB)^2}{l_3^2} + \frac{\dot{y}_M^2 y_M^2}{l_3^2} + \frac{\dot{z}_M^2 z_M^2}{l_3^2} \right) \frac{l_3^2 \sin \delta_2 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{4OB \cdot OA^2 \cdot l_2^3 \cos \delta_2^2 \cos^2 \varphi_2} + \\
& + \left(\frac{\dot{x}_M^2 (x_M - OB)^2}{l_2^2} + \frac{\dot{y}_M^2 y_M^2}{l_2^2} + \frac{\dot{z}_M^2 z_M^2}{l_2^2} \right) \frac{\sin \delta_2 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) (OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) (4OB^2 + 3l_2^2 - l_3^2)}{8 \cdot OB \cdot OA^2 \cdot l_2^5 \cos \delta_2^2 \cos^2 \varphi_2} \left. \right] \left(I_r + m_{r2} (l_2 - 0.5l_{20})^2 \right) + \\
& + m_{r2} \left(\frac{y_M^2 \dot{y}_M^2}{l_2^2} + \frac{z_M^2 \dot{z}_M^2}{l_2^2} + \frac{\dot{x}_M^2 (OB - x_M)^2}{l_2^2} \right) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left[\left(\frac{\dot{x}_M^2 (x_M + OB)^2}{l_3^2} + \frac{\dot{y}_M^2 y_M^2}{l_3^2} + \frac{\dot{z}_M^2 z_M^2}{l_3^2} \right) \frac{[(4OB^2 - l_2^2 + l_3^2) - 2l_3^2]^2}{16OB^2 l_3^4 \cos^2 \delta_3} + \right. \\
& + \left(\frac{\dot{x}_M^2 (x_M^2 - OB^2)}{l_2 l_3} + \frac{\dot{y}_M^2 y_M^2}{l_2 l_3} + \frac{\dot{z}_M^2 z_M^2}{l_2 l_3} \right) \frac{l_2 [(4OB^2 - l_2^2 + l_3^2) - 2l_3^2]}{4OB^2 l_3^3 \cos^2 \delta_3} + \left(\frac{\dot{x}_M^2 (x_M - OB)^2}{l_2^2} + \frac{\dot{y}_M^2 y_M^2}{l_2^2} + \frac{\dot{z}_M^2 z_M^2}{l_2^2} \right) \frac{l_2^2}{4OB^2 l_3^2 \cos^2 \delta_3} \left. \right] (I_r + m_{r3}(l_3 - 0.5l_{30})^2) + \\
& + \left[\left(\frac{\dot{x}_M^2 x_M^2}{l_1^2} + \frac{\dot{y}_M^2 (y_M + OAsin \varphi)^2}{l_1^2} + \frac{\dot{z}_M^2 (z_M - OAcos \varphi)^2}{l_1^2} \right) \frac{l_1^2 \cos^2 \delta_3}{OA^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \varphi_2 \cos^2 \delta_2} - \left(\frac{\dot{x}_M^2 x_M (x_M + OB)}{l_1 l_3} + \frac{\dot{y}_M^2 y_M (y_M + OAsin \varphi)}{l_1 l_3} + \frac{\dot{z}_M^2 z_M (z_M - OAcos \varphi)}{l_1 l_3} \right) \frac{l_1 l_3 \cos^2 \delta_3}{2OA^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \varphi_2 \cos^2 \delta_2} + \right. \\
& + \left(\frac{\dot{x}_M^2 (x_M + OB)^2}{l_3^2} + \frac{\dot{y}_M^2 y_M^2}{l_3^2} + \frac{\dot{z}_M^2 z_M^2}{l_3^2} \right) \frac{l_3^2 \cos^2 \delta_3}{4OA^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \varphi_2 \cos^2 \delta_2} + \left(\frac{\dot{x}_M^2 (x_M - OB)^2}{l_2^2} + \frac{\dot{y}_M^2 y_M^2}{l_2^2} + \frac{\dot{z}_M^2 z_M^2}{l_2^2} \right) \frac{(OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)^2 \cos^2 \delta_3}{4OA^2 \cdot l_2^4 \cos^2 \varphi_2 \cos^2 \delta_2} + \\
& + \left[\left(\frac{\dot{x}_M^2 (x_M - OB)^2}{l_2^2} + \frac{\dot{y}_M^2 y_M^2}{l_2^2} + \frac{\dot{z}_M^2 z_M^2}{l_2^2} \right) \frac{[(4OB^2 + l_2^2 - l_3^2) - 2l_2^2]}{16 \cdot OB^2 \cdot l_2^4 \cos^2 \delta_2} + \right. \\
& + \left(\frac{\dot{x}_M^2 (x_M^2 - OB^2)}{l_2 l_3} + \frac{\dot{y}_M^2 y_M^2}{l_2 l_3} + \frac{\dot{z}_M^2 z_M^2}{l_2 l_3} \right) \frac{l_3 [(4OB^2 + l_2^2 - l_3^2) - 2l_2^2]}{4 \cdot OB^2 \cdot l_2^3 \cos^2 \delta_2} + \left(\frac{\dot{x}_M^2 (x_M + OB)^2}{l_3^2} + \frac{\dot{y}_M^2 y_M^2}{l_3^2} + \frac{\dot{z}_M^2 z_M^2}{l_3^2} \right) \frac{l_3^2}{4 \cdot OB^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \delta_2} \left. \right] \frac{\sin^2 \delta_2 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)^2 \cos^2 \delta_3}{4OA^2 \cdot l_2^2 \cos^4 \delta_2 \cos^2 \varphi_2} - \\
& - \left(\frac{\dot{x}_M^2 x_M (x_M - OB)}{l_1 l_2} + \frac{\dot{y}_M^2 y_M (y_M + OAsin \varphi)}{l_1 l_2} + \frac{\dot{z}_M^2 z_M (z_M - OAcos \varphi)}{l_1 l_2} \right) \frac{2l_1 (OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) \cos^2 \delta_3}{2OA^2 \cdot l_2^3 \cos^2 \varphi_2 \cos^2 \delta_2} + \\
& + \left(\frac{\dot{x}_M^2 (x_M^2 - OB^2)}{l_2 l_3} + \frac{\dot{y}_M^2 y_M^2}{l_2 l_3} + \frac{\dot{z}_M^2 z_M^2}{l_2 l_3} \right) \frac{l_3 (OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) \cos^2 \delta_3}{2OA^2 \cdot l_2^3 \cos^2 \varphi_2 \cos^2 \delta_2} - \\
& - \left(\frac{\dot{x}_M^2 x_M (x_M - OB)}{l_1 l_2} + \frac{\dot{y}_M^2 y_M (y_M + OAsin \varphi)}{l_1 l_2} + \frac{\dot{z}_M^2 z_M (z_M - OAcos \varphi)}{l_1 l_2} \right) \frac{l_1 \sin \delta_2 \cos^2 \delta_3 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) [(4OB^2 + l_2^2 - l_3^2) + 2l_2^2]}{4 \cdot OB \cdot OA^2 \cdot l_2^4 \cos^2 \varphi_2 \cos^4 \delta_2} - \\
& - \left(\frac{\dot{x}_M^2 x_M (x_M + OB)}{l_1 l_3} + \frac{\dot{y}_M^2 y_M (y_M + OAsin \varphi)}{l_1 l_3} + \frac{\dot{z}_M^2 z_M (z_M - OAcos \varphi)}{l_1 l_3} \right) \frac{l_1 l_3 \sin \delta_2 \cos^2 \delta_3 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{2 \cdot OB \cdot OA^2 \cdot l_2^3 \cos^2 \varphi_2 \cos^4 \delta_2} + \\
& + \left(\frac{\dot{x}_M^2 (x_M^2 - OB^2)}{l_2 l_3} + \frac{\dot{y}_M^2 y_M^2}{l_2 l_3} + \frac{\dot{z}_M^2 z_M^2}{l_2 l_3} \right) \frac{l_3 \sin \delta_2 \cos^2 \delta_3 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) [(4OB^2 + l_2^2 - l_3^2) - 2l_2^2 + 2(OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)]}{8OB \cdot OA^2 \cdot l_2^4 \cos^2 \varphi_2 \cos^4 \delta_2} + \\
& + \left(\frac{\dot{x}_M^2 (x_M + OB)^2}{l_3^2} + \frac{\dot{y}_M^2 y_M^2}{l_3^2} + \frac{\dot{z}_M^2 z_M^2}{l_3^2} \right) \frac{l_3^2 \sin \delta_2 \cos^2 \delta_3 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{4OB \cdot OA^2 \cdot l_2^3 \cos^2 \varphi_2 \cos^4 \delta_2} + \\
& + \left(\frac{\dot{x}_M^2 (x_M - OB)^2}{l_2^2} + \frac{\dot{y}_M^2 y_M^2}{l_2^2} + \frac{\dot{z}_M^2 z_M^2}{l_2^2} \right) \frac{\sin \delta_2 \cos^2 \delta_3 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) (OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) (4OB^2 + 3l_2^2 - l_3^2)}{8 \cdot OB \cdot OA^2 \cdot l_2^5 \cos^2 \varphi_2 \cos^4 \delta_2} \left. \right] (I_r + m_{r3}(l_3 - 0.5l_{30})^2) + \\
& + m_{r3} \frac{\dot{x}_M^2 (OB + x_M)^2 + \dot{y}_M^2 y_M^2 + \dot{z}_M^2 z_M^2}{l_3^2} + m_1 \dot{x}_M^2 + m_1 \dot{y}_M^2 + m_1 \dot{z}_M^2 + \frac{4I_{z1} x_M^2}{(OA^2 - OA^2 \cos 2\varphi_{OA} + 2x_M^2 + 2y_M^2 + 4OAy_M \cos \varphi_{OA})^2} \dot{y}_M^2 + \frac{4I_{z1} (y_M + OAsin \varphi_{OA})^2}{(OA^2 - OA^2 \cos 2\varphi_{OA} + 2x_M^2 + 2y_M^2 + 4OAy_M \cos \varphi_{OA})^2} \dot{x}_M^2.
\end{aligned}$$

(5.60)

Откуда приведенные массы к точке M определяются уравнениями (5.61, 5.62, 5.63). Приведенная масса m_{Mx}

$$\begin{aligned}
m_{Mx} = & \left[\frac{x_M^2 (l_2^2 - l_3^2)^2}{16 \cdot OB^2 \cdot l_1^4} - \frac{x_M^2 (l_2^2 - l_3^2)}{2OB^2 \cdot l_1^2} + 1 \right] \cdot \frac{m_{r1} (l_1 - 0.5l_{10})^2}{l_1^2 \cos^2 \delta_1} + I_{r1y} \left[\frac{x_M^2 (l_2^2 - l_3^2)^2}{16 \cdot OB^2 \cdot l_1^6 \cos^2 \delta_1} + \frac{1}{l_1^2 \cos^2 \delta_1} + \frac{x_M (l_2^2 - l_3^2)}{2OB \cdot l_1^4 \cos^2 \delta_1} \right] + \\
& + \left[\frac{x_M^2 (OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 - l_1^2)^2}{4OA^2 \cdot l_1^6 \cos^2 \delta_1 \cos^2 \varphi_1} + \frac{x_M^2}{OA^2 \cdot l_1^2 \cos^2 \delta_1 \cos^2 \varphi_1} + \frac{x_M^2 (OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 - l_1^2)}{OA^2 \cdot l_1^4 \cos^2 \delta_1 \cos^4 \varphi_1} + \left[\frac{x_M^2 (l_2^2 - l_3^2)^2}{16 \cdot OB^2 \cdot l_1^4} + 1 + \frac{x_M (l_2^2 - l_3^2)}{2 \cdot OB \cdot l_1^2} \right] \frac{\sin^2 \delta_1 (OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)^2}{4OA^2 \cdot l_1^4 \cos^6 \delta_1 \cos^2 \varphi_1} + \right. \\
& + \left. \left[\frac{x_M^2 (OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 - l_1^2) \left[(l_2^2 - l_3^2) - 4l_1^2 \right]}{4 \cdot OBOA \cdot l_1^6 \cos^2 \delta_1 \cos^2 \varphi_1} \right] \frac{\sin \delta_1 (OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{2OA \cdot l_1 \cos^2 \delta_1} + \left[\frac{x_M^2 (l_2^2 - l_3^2)}{2OBl_1^2} + 2x_M \right] \frac{\sin \delta_1 (OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{2OA^2 \cdot l_1^3 \cos^4 \delta_1 \cos^2 \varphi_1} \right] m_{r1} \cos \delta_1^2 (l_1 - 0.5l_{10})^2 + \\
& + \cos^2 \delta_1 (I_{r1x} + I_{r1z}) \left[\frac{x_M^2 (OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 - l_1^2)^2}{4OA^2 \cdot l_1^6 \cos^2 \delta_1 \cos^2 \varphi_1} + \frac{x_M^2}{OA^2 \cdot l_1^2 \cos^2 \delta_1 \cos^2 \varphi_1} + \left[\frac{x_M^2 (l_2^2 - l_3^2)^2}{16 \cdot OB^2 \cdot l_1^4} + \frac{x_M (l_2^2 - l_3^2)}{2OB \cdot l_1^2} + 1 \right] \frac{\sin^2 \delta_1 (OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)^2}{4OA^2 \cdot l_1^4 \cos^6 \delta_1 \cos^2 \varphi_1} + \right. \\
& + \frac{x_M^2 (OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 - l_1^2)}{OA^2 \cdot l_1^4 \cos^2 \delta_1 \cos^4 \varphi_1} + \frac{x_M^2 \sin \delta_1 (OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 - l_1^2) (OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) (l_2^2 - l_3^2)}{8OB \cdot OA^2 \cdot l_1^7 \cos^4 \delta_1 \cos^2 \varphi_1} - \\
& - \frac{x_M^2 \sin \delta_1 (OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) \left[(OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 - l_1^2) + 0.5(l_2^2 - l_3^2) \right]}{2OB \cdot OA^2 \cdot l_1^5 \cos^4 \delta_1 \cos^2 \varphi_1} - \left. \frac{\sin \delta_1 (OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) (x_M^2 + OB^2)}{2OB \cdot OA^2 \cdot l_1^3 \cos^4 \delta_1 \cos^2 \varphi_1} \right] + \\
& + \left[\frac{(x_M - OB)^2 (4OB^2 - l_2^2 - l_3^2)^2}{16 \cdot OB^2 \cdot l_2^6 \cos^2 \delta_2} + \frac{(x_M + OB)^2}{4 \cdot OB^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \delta_2} + \frac{(x_M - OB^2) (4OB^2 - l_2^2 - l_3^2)}{4 \cdot OB^2 \cdot l_2^4 \cos^2 \delta_2} \right] (I_r + m_{r2} (l_2 - 0.5l_{20})^2) + m_{r2} \frac{(OB - x_M)^2}{l_2^2} + \\
& + \left[\frac{2x_M^2 + x_M OB + OB^2}{2OA^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \varphi_2} + \frac{(x_M - OB)^2 (OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)^2}{4OA^2 \cdot l_2^6 \cos^2 \varphi_2} + \frac{(x_M - OB^2) (OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{2OA^2 \cdot l_2^5 \cos^2 \varphi_2} + \frac{\sin \delta_2 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) (OB^2 - x_M^2)}{4OB \cdot OA^2 \cdot l_2^3 \cos^2 \delta_2 \cos^2 \varphi_2} + \right. \\
& + \left[\frac{(x_M - OB)^2 (4OB^2 - l_2^2 - l_3^2)^2}{16 \cdot OB^2 \cdot l_2^6 \cos^2 \delta_2} + \frac{(x_M + OB)^2}{4 \cdot OB^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \delta_2} + \frac{(x_M^2 - OB^2) (4OB^2 - l_2^2 - l_3^2)}{4 \cdot OB^2 \cdot l_2^4 \cos^2 \delta_2} \right] \frac{\sin^2 \delta_2 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)^2}{4OA^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \delta_2 \cos^2 \varphi_2} - \\
& + \left[\frac{x_M (x_M - OB) \left[(OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) \left[4OBl_2 \cos \delta_2^2 - \sin \delta_2 (4OB^2 + l_2^2 - l_3^2) + 2l_2^2 \sin \delta_2 \right] - 4OBl_2 \cos \delta_2^2 l_2^2 \right]}{4OBOA^2 \cdot l_2^6 \cos^2 \delta_2 \cos^2 \varphi_2} + \right. \\
& + \left. \frac{\sin \delta_2 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) \left[(x_M^2 - OB^2) l_2^2 \left[(4OB^2 + l_2^2 - l_3^2) - 2l_2^2 + 2(OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) \right] + (x_M - OB)^2 (OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) (4OB^2 + 3l_2^2 - l_3^2) \right]}{8OB \cdot OA^2 \cdot l_2^7 \cos^2 \delta_2 \cos^2 \varphi_2} \right] (I_r + m_{r2} (l_2 - 0.5l_{20})^2) +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left[\frac{(x_M + OB)^2 (4OB^2 - l_2^2 - l_3^2)^2}{16OB^2 l_3^6 \cos^2 \delta_3} + \frac{(x_M^2 - OB^2)(4OB^2 - l_2^2 - l_3^2)}{4OB^2 l_3^4 \cos^2 \delta_3} + \frac{(x_M - OB)^2}{4OB^2 l_3^2 \cos^2 \delta_3} \right] \left(J_r + m_{r3}(l_3 - 0.5l_{30})^2 \right) + m_{r3} \frac{(OB + x_M)^2}{l_3^2} + m_1 + \frac{4I_{z1}(y_M + OA \sin \varphi_{OA})^2}{(OA^2 - OA^2 \cos 2\varphi_{OA} + 2x_M^2 + 2y_M^2 + 4OAy_M \cos \varphi_{OA})^2} + \\
& + \left[\frac{\cos^2 \delta_3 (3x_M^2 + OB^2)}{4OA^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \varphi_2 \cos^2 \delta_2} + \frac{(x_M - OB)^2 (OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)^2 \cos^2 \delta_3}{4OA^2 \cdot l_2^6 \cos^2 \varphi_2 \cos^2 \delta_2} - \frac{\cos^2 \delta_3 (OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)(x_M - OB)^2}{2OA^2 \cdot l_2^4 \cos^2 \varphi_2 \cos^2 \delta_2} + \right. \\
& + \left[\frac{(x_M - OB)^2 (4OB^2 - l_2^2 - l_3^2)}{16 \cdot OB^2 \cdot l_2^6 \cos^2 \delta_2} + \frac{(x_M^2 - OB^2)(4OB^2 + l_2^2 - 3l_3^2)}{4 \cdot OB^2 \cdot l_2^4 \cos^2 \delta_2} + \frac{(x_M + OB)^2}{4 \cdot OB^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \delta_2} \right] \frac{\sin^2 \delta_2 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)^2 \cos^2 \delta_3}{4OA^2 \cdot l_2^2 \cos^4 \delta_2 \cos^2 \varphi_2} - \\
& + \left. \frac{\sin \delta_2 \cos^2 \delta_3 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) \left[x_M (x_M - OB)(4OB^2 + 3l_2^2 - l_3^2) + l_2^2 (x_M^2 - OB^2) - 0.5(x_M^2 - OB^2) \right] \left[(4OB^2 - l_2^2 - l_3^2) + 2(OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) \right]}{4 \cdot OB \cdot OA^2 \cdot l_2^5 \cos^2 \varphi_2 \cos^4 \delta_2} \right] + \left(I_r + m_{r3}(l_3 - 0.5l_{30})^2 \right) + \\
& + \frac{(x_M - OB)^2 \sin \delta_2 \cos^2 \delta_3 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)(OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)(4OB^2 + 3l_2^2 - l_3^2)}{8 \cdot OB \cdot OA^2 \cdot l_2^7 \cos^2 \varphi_2 \cos^4 \delta_2}
\end{aligned} \tag{5.61}$$

Приведенная масса m_{My}

$$\begin{aligned}
m_{My} = m_{r1} \cdot & \left[\left[\frac{(y_M + OA \sin \varphi)^2 (l_2^2 - l_3^2)^2}{16 \cdot OB^2 \cdot l_1^6 \cos^2 \delta_1} \right] \cdot (l_1 - 0.5l_{10})^2 + \right. \\
& \left[\frac{(y_M + OA \sin \varphi)^2 (OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 - l_1^2)^2}{4OA^2 \cdot l_1^6 \cos^2 \delta_1 \cos^2 \varphi_1} + \frac{y_M (y_M + OA \sin \varphi)(OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 - l_1^2)}{OA^2 \cdot l_1^4 \cos^2 \delta_1 \cos^4 \varphi_1} + \left[\frac{(y_M + OA \sin \varphi)^2 (l_2^2 - l_3^2)^2}{16 \cdot OB^2 \cdot l_1^6 \cos^2 \delta_1} \right] \frac{\sin^2 \delta_1 (OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)^2}{4OA^2 \cdot l_1^2 \cos^4 \delta_1 \cos^2 \varphi_1} + \right. \\
& \left. \left. + \frac{y_M^2}{OA^2 \cdot l_1^2 \cos^2 \delta_1 \cos^2 \varphi_1} + \left[\frac{(y_M + OA \sin \varphi)(l_2^2 - l_3^2) \left[(y_M + OA \sin \varphi)(OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 - l_1^2) + 2y_M l_1^2 \right]}{4 \cdot OBOA \cdot l_1^6 \cos^2 \delta_1 \cos^2 \varphi_1} \right] \frac{\sin \delta_1 (OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{2OA \cdot l_1 \cos^2 \delta_1} \right] \cos^2 \delta_1 (l_1 - 0.5l_{10})^2 \right] + \\
& + \cos^2 \delta_1 \left[\frac{(y_M + OA \sin \varphi)^2 (OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 - l_1^2)^2}{4OA^2 \cdot l_1^6 \cos^2 \delta_1 \cos^2 \varphi_1} + \frac{y_M^2}{OA^2 \cdot l_1^2 \cos^2 \delta_1 \cos^2 \varphi_1} + \left[\frac{(y_M + OA \sin \varphi)^2 (l_2^2 - l_3^2)^2}{16 \cdot OB^2 \cdot l_1^6 \cos^2 \delta_1} \right] \frac{\sin^2 \delta_1 (OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)^2}{4OA^2 \cdot l_1^2 \cos^4 \delta_1 \cos^2 \varphi_1} + \right. \\
& \left. + \frac{y_M (y_M + OA \sin \varphi)(OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 - l_1^2)}{OA^2 \cdot l_1^4 \cos^2 \delta_1 \cos^4 \varphi_1} + \frac{(y_M + OA \sin \varphi)^2 \sin \delta_1 (OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 - l_1^2)(OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)(l_2^2 - l_3^2)}{8OB \cdot OA^2 \cdot l_1^7 \cos^4 \delta_1 \cos^2 \varphi_1} \right] (I_{r1x} + I_{r1z}) + I_{r1y} \left[\frac{(y_M + OA \sin \varphi)^2 (l_2^2 - l_3^2)^2}{16 \cdot OB^2 \cdot l_1^6 \cos^2 \delta_1} \right] +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left[\frac{y_M^2 (4OB^2 - l_2^2 - l_3^2)^2}{16 \cdot OB^2 \cdot l_2^6 \cos^2 \delta_2} + \frac{y_M^2 (4OB^2 - l_2^2 - l_3^2)}{4 \cdot OB^2 \cdot l_2^4 \cos^2 \delta_2} + \frac{y_M^2}{4 \cdot OB^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \delta_2} + \right] (J_r + m_{r2}(l_2 - 0.5l_{20})^2) + \\
& \left[\frac{(y_M + OA \sin \varphi)^2}{OA^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \varphi_2} + \frac{y_M^2 (OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)^2}{4OA^2 \cdot l_2^6 \cos^2 \varphi_2} - \frac{y_M (y_M + OA \sin \varphi)}{2OA^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \varphi_2} + \frac{y_M^2}{4OA^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \varphi_2} + \frac{y_M^2 \sin \delta_2 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{4OB \cdot OA^2 \cdot l_2^3 \cos \delta_2^2 \cos^2 \varphi_2} + \right. \\
& + \left[\frac{y_M^2 (4OB^2 - l_2^2 - l_3^2)^2}{16 \cdot OB^2 \cdot l_2^6 \cos^2 \delta_2} + \frac{y_M^2 (4OB^2 - l_2^2 - l_3^2)}{4 \cdot OB^2 \cdot l_2^4 \cos^2 \delta_2} + \frac{y_M^2}{4 \cdot OB^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \delta_2} + \right] \frac{\sin^2 \delta_2 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)^2}{4OA^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \delta_2 \cos^2 \varphi_2} - \\
& + \frac{y_M (y_M + OA \sin \varphi) [(OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) [4OBl_2 \cos \delta_2^2 - \sin \delta_2 (4OB^2 + l_2^2 - l_3^2) + 2l_2^2 \sin \delta_2] - 4OBl_2 \cos \delta_2^2 l_2^2]}{4OBOA^2 \cdot l_2^5 \cos \delta_2^2 \cos^2 \varphi_2} + \\
& + \frac{y_M^2 (OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{2OA^2 \cdot l_2^4 \cos^2 \varphi_2} - \frac{y_M (y_M + OA \sin \varphi) \sin \delta_2 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{2 \cdot OB \cdot OA^2 \cdot l_2^3 \cos \delta_2^2 \cos^2 \varphi_2} + \\
& + \frac{y_M^2 \sin \delta_2 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) [l_2^2 (4OB^2 - l_2^2 - l_3^2) + (OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) (4OB^2 + 5l_2^2 - l_3^2)]}{8OB \cdot OA^2 \cdot l_2^7 \cos \delta_2^2 \cos^2 \varphi_2} \left. \right] (I_r + m_{r2}(l_2 - 0.5l_{20})^2) + m_{r2} \frac{y_M^2}{l_2^2} + \\
& + \left[\frac{y_M^2 (4OB^2 - l_2^2 - l_3^2)^2}{16OB^2 l_3^6 \cos^2 \delta_3} + \frac{y_M^2 (4OB^2 - l_2^2 - l_3^2)}{4OB^2 l_3^4 \cos^2 \delta_3} + \frac{y_M^2}{4OB^2 l_3^2 \cos^2 \delta_3} \right] (J_r + m_{r3}(l_3 - 0.5l_{30})^2) + m_{r3} \frac{y_M^2}{l_3^2} + m_1 + \frac{4I_{z1} x_M^2}{(OA^2 - OA^2 \cos 2\varphi_{OA} + 2x_M^2 + 2y_M^2 + 4OAy_M \cos \varphi_{OA})^2} + \\
& \left[\frac{(y_M + OA \sin \varphi)^2 \cos^2 \delta_3}{OA^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \varphi_2 \cos^2 \delta_2} - \frac{y_M (y_M + OA \sin \varphi) \cos^2 \delta_3}{2OA^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \varphi_2 \cos^2 \delta_2} + \frac{y_M^2 \cos^2 \delta_3}{4OA^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \varphi_2 \cos^2 \delta_2} + \frac{y_M^2 (OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)^2 \cos^2 \delta_3}{4OA^2 \cdot l_2^6 \cos^2 \varphi_2 \cos^2 \delta_2} + \right. \\
& + \left[\frac{y_M^2 (4OB^2 - l_2^2 - l_3^2)}{16 \cdot OB^2 \cdot l_2^6 \cos^2 \delta_2} + \frac{y_M^2 (4OB^2 + l_2^2 - 3l_3^2)}{4 \cdot OB^2 \cdot l_2^4 \cos^2 \delta_2} + \frac{y_M^2}{4 \cdot OB^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \delta_2} \right] \frac{\sin^2 \delta_2 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)^2 \cos^2 \delta_3}{4OA^2 \cdot l_2^2 \cos^4 \delta_2 \cos^2 \varphi_2} - \\
& + \frac{y_M (y_M + OA \sin \varphi) (OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) \cos^2 \delta_3}{OA^2 \cdot l_2^4 \cos^2 \varphi_2 \cos^2 \delta_2} + \frac{y_M^2 (OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) \cos^2 \delta_3}{2OA^2 \cdot l_2^4 \cos^2 \varphi_2 \cos^2 \delta_2} - \\
& - \frac{y_M (y_M + OA \sin \varphi) \sin \delta_2 \cos^2 \delta_3 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) (4OB^2 + l_2^2 - l_3^2)}{4 \cdot OB \cdot OA^2 \cdot l_2^5 \cos^2 \varphi_2 \cos^4 \delta_2} + \frac{y_M^2 \sin \delta_2 \cos^2 \delta_3 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{4OB \cdot OA^2 \cdot l_2^3 \cos^2 \varphi_2 \cos^4 \delta_2} + \\
& + \frac{y_M^2 \sin \delta_2 \cos^2 \delta_3 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) [l_2^2 (4OB^2 - l_2^2 - l_3^2) + (OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) (4OB^2 + 3l_2^2 - l_3^2 + 2l_2)]}{8OB \cdot OA^2 \cdot l_2^7 \cos^2 \varphi_2 \cos^4 \delta_2} \left. \right] (I_r + m_{r3}(l_3 - 0.5l_{30})^2)
\end{aligned}$$

(5.62)

Приведенная масса m_{Mz}

$$\begin{aligned}
 m_{Mz} = m_{r1} \cdot & \left[\left[\frac{(z_M - OA \cos \varphi)^2 (l_2^2 - l_3^2)^2}{16 \cdot OB^2 \cdot l_1^6 \cos^2 \delta_1} \right] \cdot (l_1 - 0.5l_{10})^2 + \right. \\
 & + \left[\frac{(z_M - OA \cos \varphi)^2 (OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 - l_1^2)^2}{4OA^2 \cdot l_1^6 \cos^2 \delta_1 \cos^2 \varphi_1} + \frac{z_M^2}{OA^2 \cdot l_1^2 \cos^2 \delta_1 \cos^2 \varphi_1} + \right. \\
 & + \left[\frac{(z_M - OA \cos \varphi)^2 (l_2^2 - l_3^2)^2}{16 \cdot OB^2 \cdot l_1^6 \cos^2 \delta_1} \right] \frac{\sin^2 \delta_1 (OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)^2}{4OA^2 \cdot l_1^2 \cos^4 \delta_1 \cos^2 \varphi_1} + \frac{z_M (z_M - OA \cos \varphi) (OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 - l_1^2)}{OA^2 \cdot l_1^4 \cos^2 \delta_1 \cos^4 \varphi_1} + \cos \delta_1^2 (l_1 - 0.5l_{10})^2 \\
 & + \left[\frac{(z_M - OA \cos \varphi) (l_2^2 - l_3^2) [(z_M - OA \cos \varphi) (OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 - l_1^2) + 2z_M l_1^2]}{4 \cdot OBOA \cdot l_1^6 \cos^2 \delta_1 \cos^2 \varphi_1} \right] \frac{\sin \delta_1 (OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{2OA \cdot l_1 \cos^2 \delta_1} \left. \right] + \\
 & + \cos^2 \delta_1 \left[\frac{(z_M - OA \cos \varphi)^2 (OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 - l_1^2)^2}{4OA^2 \cdot l_1^6 \cos^2 \delta_1 \cos^2 \varphi_1} + \frac{z_M^2}{OA^2 \cdot l_1^2 \cos^2 \delta_1 \cos^2 \varphi_1} + \right. \\
 & + \left[\frac{(z_M - OA \cos \varphi)^2 (l_2^2 - l_3^2)^2}{16 \cdot OB^2 \cdot l_1^6 \cos^2 \delta_1} \right] \frac{\sin^2 \delta_1 (OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)^2}{4OA^2 \cdot l_1^2 \cos^4 \delta_1 \cos^2 \varphi_1} + \frac{z_M (z_M - OA \cos \varphi) (OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 - l_1^2)}{OA^2 \cdot l_1^4 \cos^2 \delta_1 \cos^4 \varphi_1} \left. \right] (I_{r1x} + I_{r1z}) + I_{r1y} \left[\frac{(z_M - OA \cos \varphi)^2 (l_2^2 - l_3^2)^2}{16 \cdot OB^2 \cdot l_1^6 \cos^2 \delta_1} \right] + \\
 & + \frac{(z_M - OA \cos \varphi)^2 \sin \delta_1 (OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 - l_1^2) (OA^2 + OB^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) (l_2^2 - l_3^2)}{8OB \cdot OA^2 \cdot l_1^7 \cos^4 \delta_1 \cos^2 \varphi_1} \left. \right] \\
 & + \left[\frac{z_M^2 (4OB^2 - l_2^2 - l_3^2)^2}{16 \cdot OB^2 \cdot l_2^6 \cos^2 \delta_2} + \frac{z_M^2}{4 \cdot OB^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \delta_2} + \frac{z_M^2 (4OB^2 - l_2^2 - l_3^2)}{4 \cdot OB^2 \cdot l_2^4 \cos^2 \delta_2} \right] (I_r + m_{r2} (l_2 - 0.5l_{20})^2) + m_{r2} \frac{z_M^2}{l_2^2} + \\
 & + \left[\frac{4(z_M - OA \cos \varphi)^2 - 2z_M (z_M - OA \cos \varphi) + z_M^2}{4OA^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \varphi_2} + \frac{z_M^2 (OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)^2}{4OA^2 \cdot l_2^6 \cos^2 \varphi_2} + \frac{z_M^2 (OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{2OA^2 \cdot l_2^4 \cos^2 \varphi_2} \right. \\
 & + \left[\frac{z_M^2 (4OB^2 - l_2^2 - l_3^2)^2}{16 \cdot OB^2 \cdot l_2^6 \cos^2 \delta_2} + \frac{z_M^2}{4 \cdot OB^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \delta_2} + \frac{z_M^2 (4OB^2 - l_2^2 - l_3^2)}{4 \cdot OB^2 \cdot l_2^4 \cos^2 \delta_2} \right] \frac{\sin^2 \delta_2 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)^2}{4OA^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \delta_2 \cos^2 \varphi_2} - \\
 & + \frac{z_M (z_M - OA \cos \varphi) [(OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) [4OBl_2 \cos \delta_2^2 - \sin \delta_2 (4OB^2 + l_2^2 - l_3^2) + 2l_2^2 \sin \delta_2] - 4OBl_2 \cos \delta_2^2 l_2^2]}{4OBOA^2 \cdot l_2^5 \cos \delta_2^2 \cos^2 \varphi_2} \left. \right] (I_r + m_{r2} (l_2 - 0.5l_{20})^2) + \\
 & - \frac{z_M (z_M - OA \cos \varphi) \sin \delta_2 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{2 \cdot OB \cdot OA^2 \cdot l_2^3 \cos \delta_2^2 \cos^2 \varphi_2} + \frac{z_M^2 \sin \delta_2 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{4OB \cdot OA^2 \cdot l_2^3 \cos \delta_2^2 \cos^2 \varphi_2} + \\
 & + \frac{z_M^2 \sin \delta_2 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) [l_2^2 [(4OB^2 + l_2^2 - l_3^2) - 2l_2^2 + 2(OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)] + (OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) (4OB^2 + 3l_2^2 - l_3^2)]}{8OB \cdot OA^2 \cdot l_2^7 \cos \delta_2^2 \cos^2 \varphi_2} \left. \right]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& + \left[\frac{z_M^2 (4OB^2 - l_2^2 - l_3^2)^2}{16OB^2 l_3^6 \cos^2 \delta_3} + \frac{z_M^2 (4OB^2 - l_2^2 - l_3^2)}{4OB^2 l_3^4 \cos^2 \delta_3} + \frac{z_M^2}{4OB^2 l_3^2 \cos^2 \delta_3} \right] \left(I_r + m_{r3} (l_3 - 0.5l_{30})^2 \right) + m_{r3} \frac{z_M^2}{l_3^2} + m_1 + \\
& \left[\frac{(z_M - OA \cos \varphi)^2 \cos^2 \delta_3}{OA^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \varphi_2 \cos^2 \delta_2} - \frac{z_M (z_M - OA \cos \varphi) \cos^2 \delta_3}{2OA^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \varphi_2 \cos^2 \delta_2} + \frac{z_M^2 \cos^2 \delta_3}{4OA^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \varphi_2 \cos^2 \delta_2} + \frac{z_M^2 (OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)^2 \cos^2 \delta_3}{4OA^2 \cdot l_2^6 \cos^2 \varphi_2 \cos^2 \delta_2} + \right. \\
& + \left[\frac{z_M^2 (4OB^2 - l_2^2 - l_3^2)^2}{16 \cdot OB^2 \cdot l_2^6 \cos^2 \delta_2} + \frac{z_M^2 (4OB^2 - l_2^2 - l_3^2)}{4 \cdot OB^2 \cdot l_2^4 \cos^2 \delta_2} + \frac{z_M^2}{4 \cdot OB^2 \cdot l_2^2 \cos^2 \delta_2} \right] \frac{\sin^2 \delta_2 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)^2 \cos^2 \delta_3}{4OA^2 \cdot l_2^2 \cos^4 \delta_2 \cos^2 \varphi_2} - \\
& + \frac{z_M (z_M - OA \cos \varphi) (OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) \cos^2 \delta_3}{OA^2 \cdot l_2^4 \cos^2 \varphi_2 \cos^2 \delta_2} + \frac{z_M^2 (OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) \cos^2 \delta_3}{2OA^2 \cdot l_2^4 \cos^2 \varphi_2 \cos^2 \delta_2} - \\
& - \frac{z_M (z_M - OA \cos \varphi) \sin \delta_2 \cos^2 \delta_3 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) (4OB^2 + 5l_2^2 - l_3^2)}{4 \cdot OB \cdot OA^2 \cdot l_2^5 \cos^2 \varphi_2 \cos^4 \delta_2} + \frac{z_M^2 \sin \delta_2 \cos^2 \delta_3 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2)}{4OB \cdot OA^2 \cdot l_2^3 \cos^2 \varphi_2 \cos^4 \delta_2} + \\
& + \left. \frac{z_M^2 \sin \delta_2 \cos^2 \delta_3 (OB^2 - OA^2 - 0.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) \left[l_2^2 \left[(4OB^2 + l_2^2 - l_3^2) - 2l_2^2 + 2(OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) \right] + (OB^2 - OA^2 - 1.5l_2^2 - 0.5l_3^2 + l_1^2) (4OB^2 + 3l_2^2 - l_3^2) \right]}{8OB \cdot OA^2 \cdot l_2^7 \cos^2 \varphi_2 \cos^4 \delta_2} \right] \left(I_r + m_{r3} (l_3 - 0.5l_{30})^2 \right)
\end{aligned}
\tag{5.63}$$

В результате получаем графическое представление изменения приведенной массы манипулятора к точке М в зависимости от угла поворота основания φ (рисунок 5.7):

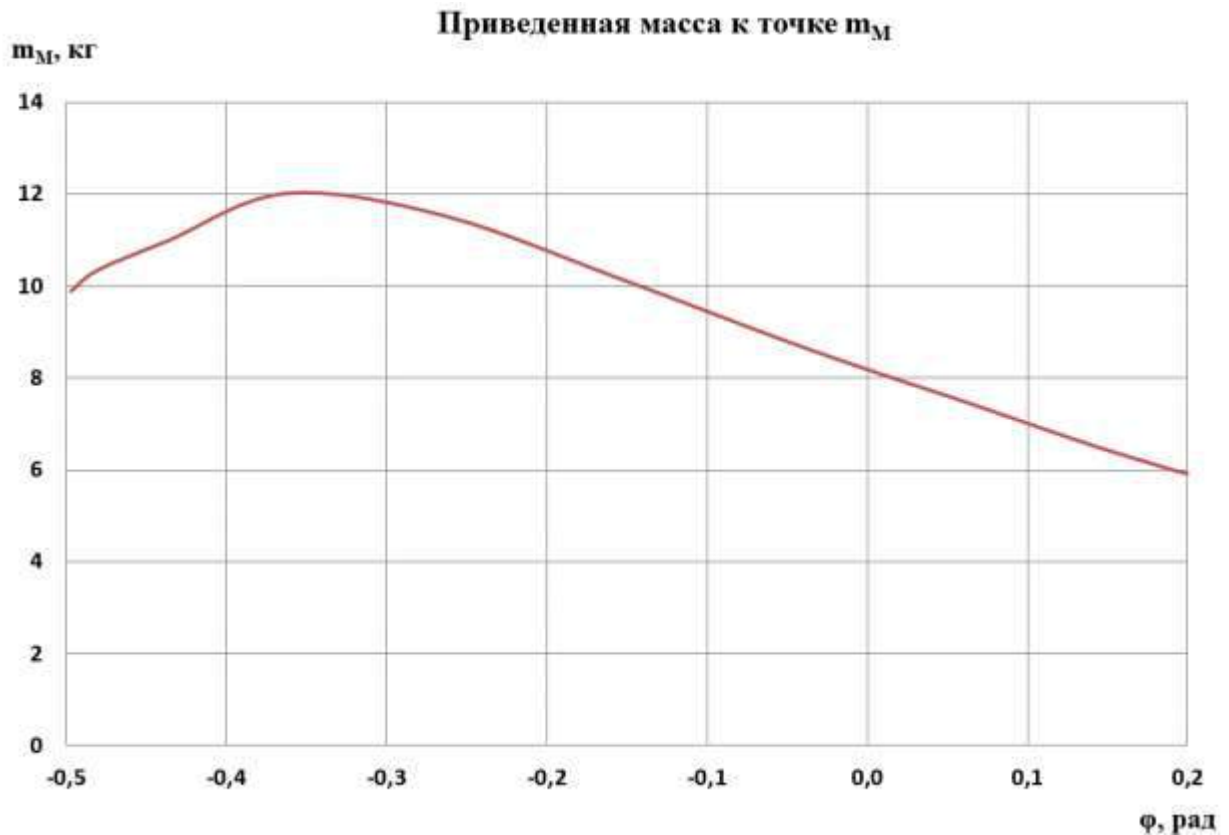


Рисунок 5.7 – Приведенная масса к точке М

Из графика (рисунок 5.7) видно, что приведенная масса при наклоне поворотного основания изменяется в пределах от $m_M=5,9$ кг при $\varphi_{\max}=0,2$ до $m_M=9,4$ кг при $\varphi_{\min}=-0,5$, $m_M=8,2$ кг при $\varphi=0$, $m_{M\max}=12$ при $\varphi=-0,35$.

5.2 Кинетическая энергия манипулятора

Уравнение полной кинетической энергии манипулятора представлено в следующем виде.

$$T=T_A+T_1+T_2+T_3+T_4+T_{zp}, \quad (5.64)$$

где T_A - кинетическая энергия приведенной массы манипулятора к точке А; T_1 – кинетическая энергия сферического шарнира манипулятора; T_2 – кинетическая энергия звена 1 захвата манипулятора; T_3 – кинетическая энергия звена 2 захвата манипулятора; T_4 – кинетическая энергия звена 3 захвата манипулятора; T_{ep} – кинетическая энергия переносимого груза.

Кинетическая энергия приведенной массы манипулятора к точке А. Кинетическая энергия приведенной массы манипулятора к точке А определяется из выражения

$$T_A = \frac{1}{2} m_A \cdot (\dot{x}_A^2 + \dot{y}_A^2) = \frac{1}{2} m_A \cdot OA^2 \cdot \dot{\varphi}^2, \quad (5.65)$$

где m_A - приведенная к точке А масса манипулятора, $\dot{\varphi}$ – угловая скорость поворота подвижного основания, $\dot{x}_A$, $\dot{y}_A$ – проекции приведенной скорости к точке А манипулятора

Кинетическая энергия сферического шарнира. Первое звено манипулятора совершает пространственное движение. Кинетическая энергия пятиподвижного сферического шарнирного узла манипулятора равна

$$T_1 = \frac{1}{2} m_1 \cdot (\dot{x}_M^2 + \dot{y}_M^2 + \dot{z}_M^2) + \frac{1}{2} I_{z1} \cdot \dot{\gamma}^2, \quad (5.66)$$

где m_1 - масса пятиподвижного сферического шарнирного узла; I_{z1} – момент инерции пятиподвижного сферического шарнирного узла относительно собственных координатных осей; $\dot{\gamma}$ – угловая скорость вращения пятиподвижного сферического шарнирного узла вокруг оси z_1 .

Кинетическая энергия 1-го звена захвата манипулятора. Кинетическая энергия звена 1 захвата манипулятора равна сумме кинетических энергий центра масса 1-го звена захвата манипулятора и вращательного движения вокруг этого центра масс

$$T_2 = T_{2cm} + T_{2cr}, \quad (5.67)$$

где T_{2cm} - кинетическая энергия центра масс 1-го звена захвата манипулятора, которая определяется из выражения (5.68); T_{2cr} - кинетическая энергия вращательного движения вокруг центра масс 1 звена, которая определяется из выражения (5.72)

$$T_{2cm} = \frac{1}{2} m_2 \cdot (\dot{x}_{c2}^2 + \dot{y}_{c2}^2 + \dot{z}_{c2}^2) \quad (5.68)$$

где m_2 - масса звена 1 захвата манипулятора:

Координаты центра масс 1 звена захвата манипулятора (рисунок 5.2) равны:

$$\begin{aligned} x_{c2} &= x_m - l_{c2} \cdot \sin \gamma \cdot \cos \alpha, \\ y_{c2} &= y_m + l_{c2} \cdot \cos \gamma \cdot \cos \alpha, \\ z_{c2} &= z_m + l_{c2} \cdot \sin \alpha, \end{aligned} \quad (5.69)$$

где l_{c2} – расстояние от подвижной системы координат $Ox_2y_2z_2$ до центра масс первого звена захвата манипулятора.

С учетом этого скорости центра масс 1-го звена манипулятора:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{c2} &= \dot{x}_m - l_{c2} \cdot \cos \gamma \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\gamma} + l_{c2} \cdot \sin \gamma \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\alpha}, \\ \dot{y}_{c2} &= \dot{y}_m - l_{c2} \cdot \sin \gamma \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\gamma} - l_{c2} \cdot \cos \gamma \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\alpha}, \\ \dot{z}_{c2} &= \dot{z}_m + l_{c2} \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\alpha}. \end{aligned} \quad (5.70)$$

Тогда уравнение (5.68) примет вид:

$$\begin{aligned} T_{2cm} &= \frac{1}{2} m_2 \cdot [\dot{x}_m^2 + \dot{y}_m^2 + \dot{z}_m^2 + l_{c2}^2 \cdot \cos^2 \alpha \cdot \dot{\gamma}^2 + l_{c2}^2 \cdot \dot{\alpha}^2 - 2l_{c2} \cdot \cos \alpha \cdot (\dot{x}_m \cdot \cos \gamma + \\ &+ \dot{y}_m \cdot \sin \gamma) \cdot \dot{\gamma} + 2l_{c2} \cdot \sin \alpha \cdot (\dot{x}_m \cdot \sin \gamma - \dot{y}_m \cdot \cos \gamma) \cdot \dot{\alpha} + 2l_{c2} \cdot \cos \alpha \cdot \dot{z}_m \cdot \dot{\alpha}]. \end{aligned} \quad (5.71)$$

Кинетическая энергия вращательного движения вокруг центра масс 1 звена захвата манипулятора определяется из выражения

$$T_{2cr} = \frac{1}{2} (I_{2x} \cdot \omega_{2x}^2 + I_{2y} \cdot \omega_{2y}^2 + I_{2z} \cdot \omega_{2z}^2), \quad (5.72)$$

где I_{2x} , I_{2y} , I_{2z} – главные центральные моменты инерции 1-го звена захвата ME относительно собственных координатных осей; ω_{2x} , ω_{2y} , ω_{2z} – проекции

угловой скорости звена 1 захвата манипулятора на собственные координатные оси.

$$\text{где } \omega_{2x}^2 = \dot{\gamma}^2 \cdot \sin^2 \alpha, \quad \omega_{2y}^2 = \dot{\gamma}^2 \cdot \cos^2 \alpha, \quad \omega_{2z}^2 = \dot{\alpha}^2. \quad (5.73)$$

Тогда выражение (5.67) с учетом (5.68 - 5.73) примет вид

$$T_2 = \left(\begin{aligned} & \frac{1}{2} m_2 \cdot [\dot{x}_m^2 + \dot{y}_m^2 + \dot{z}_m^2 + l_{c2}^2 \cdot \cos^2 \alpha \cdot \dot{\gamma}^2 + l_{c2}^2 \cdot \dot{\alpha}^2 - 2l_{c2} \cdot \cos \alpha \cdot (\dot{x}_m \cdot \cos \gamma + \dot{y}_m \cdot \sin \gamma) \cdot \dot{\gamma} + \\ & + 2l_{c2} \cdot \sin \alpha \cdot (\dot{x}_m \cdot \sin \gamma - \dot{y}_m \cdot \cos \gamma) \cdot \dot{\alpha} + 2l_{c2} \cdot \cos \alpha \cdot \dot{z}_m \cdot \dot{\alpha}] + I_{2x} \cdot \dot{\gamma}^2 \cdot \sin^2 \alpha + \\ & + I_{2y} \cdot \dot{\gamma}^2 \cdot \cos^2 \alpha + I_{2z} \cdot \dot{\alpha}^2 \end{aligned} \right). \quad (5.74)$$

Кинетическая энергия 2-го звена захвата манипулятора. Кинетическая энергия 2-го звена захвата манипулятора, по аналогии со звеном 1, равна сумме кинетических энергий центра масса 2-го звена захвата манипулятора и вращательного движения вокруг этого центра масс

$$T_3 = T_{3cm} + T_{3cr}, \quad (5.75)$$

Кинетическая энергия центра масс 2-го звена захвата манипулятора определяется из выражения

$$T_{3cm} = \frac{1}{2} m_3 \cdot (\dot{x}_{c3}^2 + \dot{y}_{c3}^2 + \dot{z}_{c3}^2), \quad (5.76)$$

где m_3 - масса 2-го звена захвата манипулятора.

Координаты центра масса 2-го звена захвата манипулятора (рисунок 5.2) равны

$$\begin{aligned} x_{c3} &= x_m - (a + l_{c3} \cdot \cos \psi) \cdot \sin \gamma \cdot \cos \alpha - l_{c3} \cdot \sin \psi \cdot \cos \gamma, \\ y_{c3} &= y_m + (a + l_{c3} \cdot \cos \psi) \cdot \cos \gamma \cdot \cos \alpha - l_{c3} \cdot \sin \psi \cdot \sin \gamma, \\ z_{c3} &= z_m + (a + l_{c3} \cdot \cos \psi) \cdot \sin \alpha. \end{aligned} \quad (5.77)$$

Тогда проекции скорости центра масс звена 2 имеют вид:

$$\begin{aligned} \dot{x}_{c3} &= \dot{x}_m + l_{c3} \cdot \sin \psi \cdot \sin \gamma \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\psi} - (a + l_{c3} \cdot \cos \psi) \cdot \cos \gamma \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\gamma} + \\ & + (a + l_{c3} \cdot \cos \psi) \cdot \sin \gamma \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\alpha} - l_{c3} \cos \psi \cdot \cos \gamma \cdot \dot{\psi} + l_{c3} \sin \psi \cdot \sin \gamma \cdot \dot{\gamma}, \\ \dot{y}_{c3} &= \dot{y}_m - l_{c3} \cdot \sin \psi \cdot \cos \gamma \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\psi} - (a + l_{c3} \cos \psi) \cdot \sin \gamma \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\gamma} - \\ & - (a + l_{c3} \cdot \cos \psi) \cdot \cos \gamma \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\alpha} - l_{c3} \cdot \cos \psi \cdot \sin \gamma \cdot \dot{\psi} - l_{c3} \cdot \sin \psi \cdot \cos \gamma \cdot \dot{\gamma}, \end{aligned}$$

$$\dot{z}_{c3} = \dot{z}_m - l_{c3} \cdot \sin \psi \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\psi} + (a + l_{c3} \cdot \cos \psi) \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\alpha}. \quad (5.78)$$

Следовательно, уравнение (5.76) примет вид

$$T_{3cm} = \frac{1}{2} m_3 \left[\begin{aligned} & \dot{x}_m^2 + \dot{y}_m^2 + \dot{z}_m^2 + (a + l_{c3} \cdot \cos \psi)^2 \cdot \dot{\alpha}^2 + l_{c3}^2 \cdot \dot{\psi}^2 + \\ & + [(a + l_{c3} \cdot \cos \psi)^2 \cdot \cos^2 \alpha + l_{c3}^2 \cdot \sin^2 \psi] \cdot \dot{\gamma}^2 + \\ & + 2 \cdot (\dot{x}_m \cdot \sin \gamma - \dot{y}_m \cdot \cos \gamma) \times \\ & \times [l_{c3} \cdot \sin \psi \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\psi} + (a + l_{c3} \cdot \cos \psi) \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\alpha} + l_{c3} \cdot \sin \psi \cdot \dot{\gamma}] - \\ & - 2 \cdot (\dot{x}_m \cdot \cos \gamma + \dot{y}_m \cdot \sin \gamma) \cdot [l_{c3} \cdot \cos \psi \cdot \dot{\psi} + (a + l_{c3} \cdot \cos \psi) \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\gamma}] + \\ & + 2 l_{c3} \cdot (a + l_{c3} \cdot \cos \psi) \cdot \sin \alpha \cdot \sin \psi \cdot \dot{\alpha} \times \dot{\gamma} + \\ & + 2 l_{c3} \cdot \cos \alpha \cdot [l_{c3} \cdot \sin^2 \psi + (a + l_{c3} \cdot \cos \psi) \cdot \cos \psi] \cdot \dot{\gamma} \times \dot{\psi} + \\ & + 2 \cdot [(a + l_{c3} \cdot \cos \psi) \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\alpha} - l_{c3} \cdot \sin \psi \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\psi}] \cdot \dot{z}_m \end{aligned} \right] \quad (5.79)$$

Кинетическая энергия вращательного движения вокруг центра масс 2-го звена манипулятора определяется следующим образом:

$$T_{3cr} = \frac{1}{2} (I_{3x} \cdot \omega_{3x}^2 + I_{3y} \cdot \omega_{3y}^2 + I_{3z} \cdot \omega_{3z}^2) \quad (5.80)$$

где I_{3x} , I_{3y} , I_{3z} – главные центральные моменты инерции 2-го звена захвата *МЕ* относительно собственных координатных осей; ω_{3x} , ω_{3y} , ω_{3z} – проекции угловой скорости 2-го звена захвата манипулятора на собственные координатные оси

$$\begin{aligned} \omega_{3x} &= \sin \psi \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\gamma} + \cos \psi \cdot \dot{\alpha}, \\ \omega_{3y} &= \cos \psi \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\gamma} - \sin \psi \cdot \dot{\alpha}, \\ \omega_{3z} &= \cos \alpha \cdot \dot{\gamma} + \dot{\psi}. \end{aligned} \quad (5.81)$$

Преобразуя уравнения (5.81), получаем следующее:

$$\begin{aligned} \omega_{3x}^2 &= \sin^2 \psi \cdot \sin^2 \alpha \cdot \dot{\gamma}^2 + \cos^2 \psi \cdot \dot{\alpha}^2 + 2 \sin \psi \cdot \cos \psi \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\gamma}, \\ \omega_{3y}^2 &= \sin^2 \alpha \cdot \cos^2 \psi \cdot \dot{\gamma}^2 + \sin^2 \psi \cdot \dot{\alpha}^2 - 2 \sin \psi \cdot \cos \psi \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\gamma}, \\ \omega_{3z}^2 &= \cos^2 \alpha \cdot \dot{\gamma}^2 + \dot{\psi}^2 + 2 \cos \alpha \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\gamma}. \end{aligned} \quad (5.82)$$

Тогда уравнение (5.80) примет вид:

$$T_{3cr} = \frac{1}{2} m_3 \left[\begin{aligned} & [(I_{3x} \cdot \sin^2 \psi + I_{3y} \cdot \cos^2 \psi) \cdot \sin^2 \alpha + I_{3z} \cdot \cos^2 \alpha] \cdot \dot{\gamma}^2 + \\ & + (I_{3x} \cdot \cos^2 \psi + I_{3y} \cdot \sin^2 \psi) \cdot \dot{\alpha}^2 + I_{3z} \cdot \dot{\psi}^2 + \\ & + (I_{3x} - I_{3y}) \cdot \sin \psi \cdot \cos \psi \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\gamma} + I_{3z} \cos \alpha \cdot \dot{\gamma} \cdot \dot{\psi} \end{aligned} \right]. \quad (5.83)$$

Тогда полная кинетическая энергия 2-го звена захвата манипулятора равна:

$$T_3 = \frac{1}{2} m_3 \left[\begin{aligned} & \dot{x}_{c3}^2 + \dot{y}_{c3}^2 + \dot{z}_{c3}^2 = \dot{x}_m^2 + \dot{y}_m^2 + \dot{z}_m^2 + (a + l_{c3} \cdot \cos \psi)^2 \cdot \dot{\alpha}^2 + l_{c3}^2 \cdot \dot{\psi}^2 + \\ & + \left[(a + l_{c3} \cdot \cos \psi)^2 \cdot \cos^2 \alpha + l_{c3}^2 \cdot \sin^2 \psi \right] \cdot \dot{\gamma}^2 + \\ & + 2(\dot{x}_m \cdot \sin \gamma - \dot{y}_m \cdot \cos \gamma) \times \\ & \times [l_{c3} \cdot \sin \psi \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\psi} + (a + l_{c3} \cdot \cos \psi) \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\alpha} + l_{c3} \cdot \sin \psi \cdot \dot{\gamma}] - \\ & - 2(\dot{x}_m \cdot \cos \gamma + \dot{y}_m \cdot \sin \gamma) \cdot [l_{c3} \cdot \cos \psi \cdot \dot{\psi} + (a + l_{c3} \cdot \cos \psi) \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\gamma}] + \\ & + 2l_{c3} \cdot (a + l_{c3} \cdot \cos \psi) \cdot \sin \alpha \cdot \sin \psi \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\gamma} + \\ & + 2l_{c3} \cdot \cos \alpha \cdot [l_{c3} \cdot \sin^2 \psi + (a + l_{c3} \cos \psi) \cdot \cos \psi] \cdot \dot{\gamma} \cdot \dot{\psi} + \\ & + 2[(a + l_{c3} \cdot \cos \psi) \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\alpha} - l_{c3} \cdot \sin \psi \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\psi}] \cdot \dot{z}_m \end{aligned} \right] +$$

$$+ \left[\begin{aligned} & \left[(I_{3x} \cdot \sin^2 \psi + I_{3y} \cdot \cos^2 \psi) \cdot \sin^2 \alpha + I_{3z} \cdot \cos^2 \alpha \right] \cdot \dot{\gamma}^2 + \\ & + (I_{3x} \cdot \cos^2 \psi + I_{3y} \cdot \sin^2 \psi) \cdot \dot{\alpha}^2 + I_{3z} \cdot \dot{\psi}^2 + \\ & + (I_{3x} - I_{3y}) \cdot \sin \psi \cdot \cos \psi \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\gamma} + I_{3z} \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\gamma} \cdot \dot{\psi} \end{aligned} \right]. \quad (5.84)$$

Кинетическая энергия 3-го звена захвата манипулятора. Кинетическая энергия звена 3-го захвата манипулятора, по аналогии со звеном 1 и 2 имеет вид

$$T_4 = T_{4cm} + T_{4cr}, \quad (5.85)$$

Кинетическая энергия центра масс 3-го звена захвата манипулятора определится

$$T_{4cm} = \frac{1}{2} m_4 \cdot (\dot{x}_{c4}^2 + \dot{y}_{c4}^2 + \dot{z}_{c4}^2), \quad (5.86)$$

где m_4 - масса звена 3 захвата манипулятора; $\dot{x}_{c4}, \dot{y}_{c4}, \dot{z}_{c4}$ - проекции скорости центра масс 3-го звена

Координаты центра масс 3 звена захвата манипулятора (рисунок 4.2) равны

$$\begin{aligned} x_{c4} &= x_m - (a + l_{c4} \cdot \cos \psi) \cdot \sin \gamma \cdot \cos \alpha - l_{c4} \cdot \sin \psi \cdot \cos \gamma \\ y_{c4} &= y_m + (a + l_{c4} \cdot \cos \psi) \cdot \cos \gamma \cdot \cos \alpha - l_{c4} \cdot \sin \psi \cdot \sin \gamma \\ z_{c4} &= z_m + (a + l_{c4} \cdot \cos \psi) \cdot \sin \alpha \end{aligned} \quad (5.87)$$

Тогда проекции скорости центра масс 3-го звена имеют вид

$$\begin{aligned}
\dot{x}_{c4} &= \dot{x}_m + l_{c4} \cdot \sin \psi \cdot \sin \gamma \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\psi} - (a + l_{c4} \cdot \cos \psi) \cdot \cos \gamma \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\gamma} + \\
&+ (a + l_{c4} \cdot \cos \psi) \cdot \sin \gamma \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\alpha} - l_{c4} \cdot \cos \psi \cdot \cos \gamma \cdot \dot{\psi} + l_{c4} \cdot \sin \psi \cdot \sin \gamma \cdot \dot{\gamma} \\
\dot{y}_{c4} &= \dot{y}_m - l_{c4} \cdot \sin \psi \cdot \cos \gamma \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\psi} - (a + l_{c4} \cdot \cos \psi) \cdot \sin \gamma \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\gamma} - \\
&- (a + l_{c4} \cdot \cos \psi) \cdot \cos \gamma \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\alpha} - l_{c4} \cos \psi \cdot \sin \gamma \cdot \dot{\psi} - l_{c4} \sin \psi \cdot \cos \gamma \cdot \dot{\gamma} \\
\dot{z}_{c4} &= \dot{z}_m - l_{c4} \sin \psi \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\psi} + (a + l_{c4} \cdot \cos \psi) \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\alpha}
\end{aligned} \tag{5.88}$$

Следовательно, уравнение (5.86) примет вид

$$T_{4cm} = \frac{1}{2} m_4 \left[\begin{aligned} &\dot{x}_{c4}^2 + \dot{y}_{c4}^2 + \dot{z}_{c4}^2 = \dot{x}_m^2 + \dot{y}_m^2 + \dot{z}_m^2 + (a + l_{c4} \cdot \cos \psi)^2 \cdot \dot{\alpha}^2 + \\ &+ l_{c4}^2 \cdot \dot{\psi}^2 + [(a + l_{c4} \cdot \cos \psi)^2 \cdot \cos^2 \alpha + l_{c4}^2 \cdot \sin^2 \psi] \cdot \dot{\gamma}^2 + \\ &+ 2(\dot{x}_m \cdot \sin \gamma - \dot{y}_m \cdot \cos \gamma) \cdot \left[l_{c4} \cdot \sin \psi \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\psi} + \right. \\ &\quad \left. (a + l_{c4} \cdot \cos \psi) \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\alpha} + l_{c4} \cdot \sin \psi \cdot \dot{\gamma} \right] - \\ &- 2(\dot{x}_m \cdot \cos \gamma + \dot{y}_m \cdot \sin \gamma) \cdot [l_{c4} \cdot \cos \psi \cdot \dot{\psi} + (a + l_{c4} \cdot \cos \psi) \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\gamma}] + \\ &+ 2l_{c4} \cdot (a + l_{c4} \cdot \cos \psi) \cdot \sin \alpha \cdot \sin \psi \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\gamma} + \\ &+ 2l_{c4} \cdot \cos \alpha \cdot [l_{c4} \cdot \sin^2 \psi + (a + l_{c4} \cdot \cos \psi) \cdot \cos \psi] \cdot \dot{\gamma} \cdot \dot{\psi} + \\ &+ 2[(a + l_{c4} \cdot \cos \psi) \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\alpha} - l_{c4} \cdot \sin \psi \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\psi}] \cdot \dot{z}_m \end{aligned} \right] \tag{5.89}$$

Кинетическая энергия вращательного движения вокруг центра масс 3-го звена захвата манипулятора определяется из выражения

$$T_{4cr} = \frac{1}{2} (I_{4x} \cdot \omega_{4x}^2 + I_{4y} \cdot \omega_{4y}^2 + I_{4z} \cdot \omega_{4z}^2), \tag{5.90}$$

где I_{4x} , I_{4y} , I_{4z} — главные центральные моменты инерции 3-го звена захвата *МЕ* относительно собственных координатных осей; ω_{4x} , ω_{4y} , ω_{4z} — проекции угловой скорости звена 3 захвата манипулятора на собственные координатные оси

$$\begin{aligned}
\omega_{4x} &= -\sin \beta \cdot \cos \psi \cdot \dot{\alpha} + \cos \beta \cdot \dot{\psi} + \cos \beta \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\gamma}, \\
\omega_{4y} &= \cos \beta \cdot \cos \psi \cdot \dot{\alpha} + \sin \beta \cdot \dot{\psi} + \sin \beta \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\gamma}, \\
\omega_{4z} &= \dot{\beta} - \sin \psi \cdot \dot{\alpha} + \sin \alpha \cdot \dot{\gamma}.
\end{aligned} \tag{5.91}$$

Тогда выражение (5.90) с учетом (5.91) принимает вид

$$\begin{aligned}
T_{4cr} = & \frac{1}{2} \left[(I_{4x} \sin^2 \beta + I_{4y} \cos^2 \beta) \cdot \cos^2 \psi + I_{4z} \sin^2 \psi \right] \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} I_{4z} \dot{\beta}^2 + \\
& + \frac{1}{2} (I_{4x} \cos^2 \beta + I_{4y} \sin^2 \beta) \dot{\psi}^2 + \frac{1}{2} \left[(I_{4x} \cos^2 \beta + I_{4y} \cdot \sin^2 \beta) \cos^2 \alpha + I_{4z} \sin^2 \alpha \right] \dot{\gamma}^2 + \\
& + (I_{4y} - I_{4x}) \cdot \sin \beta \cos \beta \cos \psi \cdot \dot{\alpha} \dot{\psi} + \left[(I_{4y} - I_{4x}) \sin \beta \cos \psi \cos \beta \cos \alpha - \right. \\
& \left. - I_{4z} \sin \psi \sin \alpha \right] \dot{\gamma} \dot{\alpha} + \\
& + (I_{4x} \cos^2 \beta + I_{4y} \cdot \sin^2 \beta) \cos \alpha \cdot \dot{\psi} \dot{\gamma} + I_{4z} (\sin \alpha \cdot \dot{\gamma} - \sin \psi \cdot \dot{\alpha}) \dot{\beta}.
\end{aligned} \tag{5.92}$$

Кинетическая энергия переносимого груза. Кинетическая энергия переносимого груза захватом манипулятора определяется из выражения

$$T_W = T_{csp} + T_{cpcr}, \tag{5.93}$$

Кинетическая энергия центра переносимого груза имеет вид

$$T_{csp} = \frac{1}{2} m_{cp} \cdot (\dot{x}_{cp}^2 + \dot{y}_{cp}^2 + \dot{z}_{cp}^2), \tag{5.94}$$

где m_{cp} - масса переносимого захватом манипулятора груза;

Координаты центра масс переносимого груза захватом манипулятора (рисунок 5.2) равны

$$\begin{aligned}
x_{csp} &= x_m - (a + l_{csp} \cdot \cos \psi) \cdot \sin \gamma \cdot \cos \alpha - l_{csp} \cdot \sin \psi \cdot \cos \gamma, \\
y_{csp} &= y_m + (a + l_{csp} \cdot \cos \psi) \cdot \cos \gamma \cdot \cos \alpha - l_{csp} \cdot \sin \psi \cdot \sin \gamma, \\
z_{csp} &= z_m + (a + l_{csp} \cdot \cos \psi) \cdot \sin \alpha,
\end{aligned} \tag{5.95}$$

$$\begin{aligned}
\dot{x}_{csp} &= \dot{x}_m + l_{csp} \cdot \sin \psi \cdot \sin \gamma \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\psi} - (a + l_{csp} \cdot \cos \psi) \cdot \cos \gamma \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\gamma} + \\
& + (a + l_{csp} \cdot \cos \psi) \cdot \sin \gamma \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\alpha} - l_{csp} \cdot \cos \psi \cdot \cos \gamma \cdot \dot{\psi} + l_{csp} \cdot \sin \psi \cdot \sin \gamma \cdot \dot{\gamma}, \\
\dot{y}_{csp} &= \dot{y}_m - l_{csp} \cdot \sin \psi \cdot \cos \gamma \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\psi} - (a + l_{csp} \cdot \cos \psi) \cdot \sin \gamma \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\gamma} - \\
& - (a + l_{csp} \cdot \cos \psi) \cdot \cos \gamma \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\alpha} - l_{csp} \cdot \cos \psi \cdot \sin \gamma \cdot \dot{\psi} - l_{csp} \cdot \sin \psi \cdot \cos \gamma \cdot \dot{\gamma}, \\
\dot{z}_{csp} &= \dot{z}_m - l_{csp} \cdot \sin \psi \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\psi} + (a + l_{csp} \cdot \cos \psi) \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\alpha}.
\end{aligned} \tag{5.96}$$

Тогда уравнение (5.94) примет вид

$$T_{csp} = \frac{1}{2} m_{csp} \left[\begin{aligned} & \dot{x}_m^2 + \dot{y}_m^2 + \dot{z}_m^2 + (a + l_{csp} \cdot \cos \psi)^2 \cdot \dot{\alpha}^2 + l_{csp}^2 \cdot \dot{\psi}^2 + \\ & + \left[(a + l_{csp} \cdot \cos \psi)^2 \cdot \cos^2 \alpha + l_{csp}^2 \cdot \sin^2 \psi \right] \cdot \dot{\gamma}^2 + \\ & + 2(\dot{x}_m \cdot \sin \gamma - \dot{y}_m \cdot \cos \gamma) \cdot \left[l_{csp} \cdot \sin \psi \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\psi} + \right. \\ & \left. + (a + l_{csp} \cdot \cos \psi) \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\alpha} + l_{csp} \cdot \sin \psi \cdot \dot{\gamma} \right] - \\ & - 2(\dot{x}_m \cdot \cos \gamma + \dot{y}_m \cdot \sin \gamma) \cdot \left[l_{csp} \cdot \cos \psi \cdot \dot{\psi} + (a + l_{csp} \cdot \cos \psi) \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\gamma} \right] + \\ & + 2l_{csp} \cdot (a + l_{csp} \cdot \cos \psi) \cdot \sin \alpha \cdot \sin \psi \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\gamma} + \\ & + 2l_{c4} \cdot \cos \alpha \cdot \left[l_{csp} \cdot \sin^2 \psi + (a + l_{csp} \cdot \cos \psi) \cdot \cos \psi \right] \cdot \dot{\gamma} \cdot \dot{\psi} + \\ & + 2 \left[(a + l_{csp} \cdot \cos \psi) \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\alpha} - l_{csp} \cdot \sin \psi \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\psi} \right] \cdot \dot{z}_m \end{aligned} \right] \quad (5.97)$$

Кинетическая энергия вращательного движения вокруг центра масс переносимого груза определяется из выражения

$$T_{zpcr} = \frac{1}{2} (I_{zpx} \cdot \omega_{4x}^2 + I_{zpy} \cdot \omega_{4y}^2 + I_{zpz} \cdot \omega_{4z}^2). \quad (5.98)$$

$$\begin{aligned} \omega_{4x} &= -\sin \beta \cdot \cos \psi \cdot \dot{\alpha} + \cos \beta \cdot \dot{\psi} + \cos \beta \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\gamma}, \\ \omega_{4y} &= \cos \beta \cdot \cos \psi \cdot \dot{\alpha} + \sin \beta \cdot \dot{\psi} + \sin \beta \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\gamma}, \\ \omega_{4z} &= \dot{\beta} - \sin \psi \cdot \dot{\alpha} + \sin \alpha \cdot \dot{\gamma}, \end{aligned}$$

где $I_{zpx} = I_{wx}$, $I_{zpy} = I_{wy}$, $I_{zpz} = I_{wz}$ - главные центральные моменты инерции переносимого груза относительно собственных координатных осей x_4, y_4, z_4 ; $\omega_{4x}, \omega_{4y}, \omega_{4z}$ - проекции угловой скорости переносимого груза на координатные оси x_4, y_4, z_4 .

$$\begin{aligned} T_{zpcr} &= \frac{1}{2} \left[(I_{wx} \cos^2 \beta + I_{wy} \cdot \sin^2 \beta) \cdot \cos^2 \psi + I_{wz} \cdot \sin^2 \psi \right] \cdot \dot{\alpha}^2 + \frac{1}{2} I_{wz} \cdot \dot{\beta}^2 + \\ &+ \frac{1}{2} (I_{wx} \cdot \sin^2 \beta + I_{wy} \cdot \cos^2 \beta) \cdot \dot{\psi}^2 + (I_{wx} - I_{wy}) \cdot \cos \psi \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\alpha} + \\ &+ \frac{1}{2} \left[(I_{wx} \cdot \sin^2 \alpha \cdot \sin^2 \psi + I_{wy} \cdot \cos^2 \alpha) \cdot \cos^2 \beta + I_{wz} \cdot \cos^2 \psi \cdot \sin^2 \alpha \right] \cdot \dot{\gamma}^2 + \\ &+ \left[(I_{wx} \cdot \cos^2 \beta - I_{wz}) \cdot \cos \psi \cdot \sin \psi \cdot \sin \alpha - I_{wy} \cdot \cos \psi \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta \cdot \sin \beta \right] \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\gamma} + \\ &+ (I_{wx} \cdot \sin \psi \cdot \sin \alpha \cdot \sin \beta + I_{wy} \cdot \cos \alpha \cdot \cos \beta) \cdot \cos \beta \cdot \dot{\gamma} \cdot \dot{\psi} + \\ &+ I_{wz} \cdot \sin \psi \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\beta} - I_{wz} \cdot \cos \psi \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\gamma} \cdot \dot{\beta}. \end{aligned} \quad (5.99)$$

Полная кинетическая энергия манипулятора. Полная кинетическая энергия манипулятора с трехстепенным захватным устройством через обобщенные координаты и скорости имеет вид [307, 33]

Выражение кинетической энергии

$$\begin{aligned}
 T = & \frac{1}{2} m_A \cdot |OA|^2 \cdot \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} (\dot{x}_M^2 + \dot{y}_M^2 + \dot{z}_M^2) \cdot (M + m_W) + \frac{1}{2} I_\gamma \cdot \dot{\gamma}^2 + \frac{1}{2} I_\alpha \cdot \dot{\alpha}^2 + \\
 & + \frac{1}{2} I_\psi \cdot \dot{\psi}^2 + \frac{1}{2} I_\beta \cdot \dot{\beta}^2 + \sin \psi \cdot (\dot{x}_m \cdot \sin \gamma - \dot{y}_m \cdot \cos \gamma) \cdot [m_3 \cdot l_{c3} + m_4 \cdot l_{c4} + m_W \cdot l_{cW}] \cdot \dot{\gamma} - \\
 & - \cos \alpha \cdot (\dot{x}_m \cdot \cos \gamma + \dot{y}_m \cdot \sin \gamma) \cdot \left[\begin{aligned} & m_2 \cdot l_{c2} + m_3 \cdot (a + l_{c3} \cdot \cos \psi) + \\ & + m_4 \cdot (a + l_{c4} \cdot \cos \psi) + \\ & + m_W \cdot (a + l_{cW} \cdot \cos \psi) \end{aligned} \right] \cdot \dot{\gamma} + \\
 & + \left[\begin{aligned} & m_2 \cdot l_{c2} + m_3 \cdot (a + l_{c3} \cdot \cos \psi) + \\ & + m_4 \cdot (a + l_{c4} \cdot \cos \psi) + \\ & + m_W \cdot (a + l_{cW} \cdot \cos \psi) \end{aligned} \right] \cdot \left[\begin{aligned} & \dot{z}_m \cdot \cos \alpha + \\ & + \sin \alpha \cdot (\dot{x}_m \cdot \sin \gamma - \dot{y}_m \cdot \cos \gamma) \end{aligned} \right] \cdot \dot{\alpha} + \\
 & (m_3 \cdot l_{c3} + m_4 \cdot l_{c4} + m_W \cdot l_{cW}) \cdot \left[\begin{aligned} & \sin \psi \cdot \cos \alpha \cdot (\dot{x}_m \cdot \sin \gamma - \dot{y}_m \cdot \cos \gamma) - \\ & - \cos \psi \cdot (\dot{x}_m \cdot \cos \gamma + \dot{y}_m \cdot \sin \gamma) - \\ & - \dot{z}_m \cdot \sin \psi \cdot \sin \alpha \end{aligned} \right] \cdot \dot{\psi} + \\
 & + m_3 \cdot l_{c3} \cdot (a + l_{c3} \cdot \cos \psi) \cdot \sin \alpha \cdot \sin \psi \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\gamma} + \\
 & (I_{3x} - I_{3y}) \cdot \sin \psi \cdot \cos \psi \cdot \sin \alpha \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\gamma} + m_4 \cdot l_{c4} \cdot (a + l_{c4} \cdot \cos \psi) \cdot \sin \alpha \cdot \sin \psi \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\gamma} + \\
 & + \left[\begin{aligned} & (I_{4y} - I_{4x}) \cdot \sin \beta \cdot \cos \psi \cdot \cos \beta \cdot \cos \alpha - \\ & - I_{4z} \cdot \sin \psi \cdot \sin \alpha \end{aligned} \right] \cdot \dot{\gamma} \cdot \dot{\alpha} + m_W \cdot l_{cW} \cdot (a + l_{cW} \cdot \cos \psi) \cdot \sin \alpha \cdot \sin \psi \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\gamma} + \\
 & + \left[\begin{aligned} & (I_{Wy} - I_{Wx}) \cdot \sin \beta \cdot \cos \psi \cdot \cos \beta \cdot \cos \alpha - \\ & - I_{Wz} \cdot \sin \psi \cdot \sin \alpha \end{aligned} \right] \cdot \dot{\gamma} \cdot \dot{\alpha} + \\
 & + m_3 \cdot l_{c3} \cdot \cos \alpha \cdot [l_{c3} \cdot \sin^2 \psi + (a + l_{c3} \cdot \cos \psi) \cdot \cos \psi] \cdot \dot{\gamma} \cdot \dot{\psi} + \\
 & + I_{3z} \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\gamma} \cdot \dot{\psi} + m_4 \cdot l_{c4} \cdot \cos \alpha \cdot [l_{c4} \cdot \sin^2 \psi + (a + l_{c4} \cdot \cos \psi) \cdot \cos \psi] \cdot \dot{\gamma} \cdot \dot{\psi} + \\
 & + (I_{4x} \cdot \cos^2 \beta + I_{4y} \cdot \sin^2 \beta) \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\gamma} + m_W \cdot l_{cW} \cdot \cos \alpha \cdot \left[\begin{aligned} & l_{cW} \sin^2 \psi + \\ & + (a + l_{cW} \cdot \cos \psi) \cdot \cos \psi \end{aligned} \right] \cdot \dot{\gamma} \cdot \dot{\psi} + \\
 & + (I_{Wx} \cdot \cos^2 \beta + I_{Wy} \cdot \sin^2 \beta) \cdot \cos \alpha \cdot \dot{\psi} \cdot \dot{\gamma} + (I_{4y} - I_{4x}) \sin \beta \cdot \cos \beta \cdot \cos \psi \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\psi} + \\
 & + (I_{Wy} - I_{Wx}) \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta \cdot \cos \psi \cdot \dot{\alpha} \cdot \dot{\psi} + I_{4z} \cdot (\sin \alpha \cdot \dot{\gamma} - \sin \psi \cdot \dot{\alpha}) \cdot \dot{\beta} + \\
 & + I_{Wz} \cdot (\sin \alpha \cdot \dot{\gamma} - \sin \psi \cdot \dot{\alpha}) \cdot \dot{\beta}, \tag{5.100}
 \end{aligned}$$

При этом выражения приведенных моментов относительно обобщенных координат определяются следующим образом:

$$\begin{aligned}
I_{\alpha} = & I_{2z} + m_2 \cdot l_{c2}^2 + m_3 \cdot (a + l_{c3} \cdot \cos \psi)^2 + m_4 \cdot (a + l_{c4} \cdot \cos \psi)^2 + \\
& + m_W \cdot (a + l_W \cdot \cos \psi)^2 + (I_{3y} + I_{4z} + I_{Wz}) \cdot \sin^2 \psi + \\
& + \left[I_{3x} + (I_{4x} + I_{Wx}) \cdot \sin^2 \beta + (I_{4y} + I_{Wy}) \cdot \cos^2 \beta \right] \cdot \cos^2 \psi,
\end{aligned} \quad (5.101)$$

$$I_{\beta} = I_{4z} + I_{Wz} = \text{const.}, \quad (5.102)$$

$$\begin{aligned}
I_{\gamma} = & (m_3 \cdot l_{c3}^2 + m_4 \cdot l_{c4}^2 + m_W \cdot l_{cW}^2) \cdot \sin^2 \psi + I_{1z} + \\
& + (I_{2x} + I_{3x} \cdot \sin^2 \psi + I_{3y} \cdot \cos^2 \psi + I_{4z} + I_{Wz}) \cdot \sin^2 \alpha + \\
& + \left[I_{2y} + I_{3z} + m_2 \cdot l_{c2}^2 + m_3 \cdot (a + l_{c3} \cdot \cos \psi)^2 + \right. \\
& + m_4 \cdot (a + l_{c4} \cdot \cos \psi)^2 + (I_{4y} + I_{Wy}) \cdot \sin^2 \beta + \\
& \left. + m_W \cdot (a + l_{cW} \cdot \cos \psi)^2 + (I_{4x} + I_{Wx}) \cdot \cos^2 \beta \right] \cdot \cos^2 \alpha,
\end{aligned} \quad (5.103)$$

$$I_{\psi} = I_{3z} + m_3 \cdot l_{3c}^2 + m_4 \cdot l_{4c}^2 + m_W \cdot l_{cW}^2 + (I_{4x} + I_{Wx}) \cdot \cos^2 \beta + (I_{4y} + I_{Wy}) \cdot \sin^2 \beta. \quad (5.104)$$

Потенциальная энергия представлена в следующем виде [307,33]

$$\begin{aligned}
\Pi(q_k) = & m_A \cdot g \cdot |OA| \cdot \cos \varphi + (M + m_W) \cdot g \cdot z_M + \\
& + \left[m_2 \cdot l_{c2} + (m_3 + m_4 + m_W) \cdot a + (m_3 \cdot l_{c3} + m_4 \cdot l_{c4} + m_W \cdot l_{cW}) \cdot \cos \psi \right] \cdot g \cdot \sin \alpha
\end{aligned} \quad (5.105)$$

Кинетическая энергия системы, подчиненной стационарным связям, представляется квадратичной формой обобщенных скоростей [133]

$$T = \frac{1}{2} \left\| \begin{matrix} A_{11} & A_{12} & \dots & A_{18} \\ A_{21} & A_{22} & \dots & A_{28} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ A_{81} & A_{82} & \dots & A_{88} \end{matrix} \right\| \cdot \left\| \begin{matrix} \dot{q}_1^2 & \dot{q}_1 \dot{q}_2 & \dots & \dot{q}_1 \dot{q}_8 \\ \dot{q}_2 \dot{q}_1 & \dot{q}_2^2 & \dots & \dot{q}_2 \dot{q}_8 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dot{q}_8 \dot{q}_1 & \dot{q}_8 \dot{q}_2 & \dots & \dot{q}_8^2 \end{matrix} \right\|, \quad A_{sk} = A_{ks} \quad (5.106)$$

Значения коэффициентов в выражении (5.106), при движении рабочего органа по произвольной траектории, равны

$$A_{11} = m_A \cdot OA^2, \quad A_{22} = I_{\gamma}, \quad A_{33} = (M + m_{\varepsilon p}), \quad A_{44} = (M + m_{\varepsilon p}), \quad A_{55} = (M + m_{\varepsilon p}),$$

$$A_{66} = I_{\alpha}, \quad A_{77} = I_{\psi}, \quad A_{88} = I_{\beta},$$

$$\begin{aligned}
A_{23} = A_{32} = & (m_3 \cdot l_{c3} + m_4 \cdot l_{c4} + m_{\varepsilon p} \cdot l_{c\varepsilon p}) \cdot \sin \psi \cdot \sin \gamma - \\
& - \left[m_2 \cdot l_{c2} + m_3 \cdot (a + l_{c3} \cdot \cos \psi) + m_4 \cdot (a + l_{c4} \cdot \cos \psi) + m_{\varepsilon p} \cdot (a + l_{c\varepsilon p} \cdot \cos \psi) \right] \cos \alpha \cdot \cos \gamma,
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
A_{24} = A_{42} &= -\left(m_3 \cdot l_{c3} + m_4 \cdot l_{c4} + m_{cp} \cdot l_{c2p}\right) \cdot \sin \psi \cdot \cos \gamma + \\
&+ \left[m_2 \cdot l_{c2} + m_3 \cdot (a + l_{c3} \cdot \cos \psi) + m_4 \cdot (a + l_{c4} \cdot \cos \psi) + \right. \\
&\left. + m_{cp} \cdot (a + l_{c2p} \cdot \cos \psi) \right] \cdot (\cos \alpha \cdot \sin \gamma), \\
A_{26} = A_{62} &= m_3 \cdot l_{c3} (a + l_{c3} \cdot \cos \psi) \cdot \sin \alpha \cdot \sin \psi + (I_{3x} - I_{3y}) \cdot \sin \psi \cdot \cos \psi \cdot \sin \alpha + \\
&+ m_4 \cdot l_{c4} \cdot (a + l_{c4} \cdot \cos \psi) \cdot \sin \alpha \cdot \sin \psi + (I_{4y} - I_{4x}) \cdot \sin \beta \cdot \cos \psi \cdot \cos \beta \cdot \cos \alpha - \\
&- I_{4z} \cdot \sin \psi \cdot \sin \alpha + (I_{c2py} - I_{c2px}) \cdot \sin \beta \cdot \cos \psi \cdot \cos \beta \cdot \cos \alpha + \\
&+ m_{cp} \cdot l_{c2p} \cdot (a + l_{c2p} \cdot \cos \psi) \cdot \sin \alpha \cdot \sin \psi, \\
A_{27} = A_{72} &= \left[m_3 \cdot l_{c3} \cdot (l_{c3} + a \cdot \cos \psi) + m_4 \cdot l_{c4} \cdot (l_{c4} + a \cdot \cos \psi) + \right. \\
&+ m_{cp} \cdot l_{c2p} \cdot (l_{c2p} + a \cdot \cos \psi) + \\
&\left. + I_{3z} + I_{4x} \cdot \cos^2 \beta + I_{4y} \cdot \sin^2 \beta + I_{c2px} \cdot \cos^2 \beta + I_{c2py} \cdot \sin^2 \beta \right] \cdot \cos \alpha, \\
A_{28} = A_{82} &= I_\beta \cdot \sin \alpha, \\
A_{36} = A_{63} &= \left[m_2 \cdot l_{c2} + m_3 \cdot (a + l_{c3} \cdot \cos \psi) + m_4 \cdot (a + l_{c4} \cdot \cos \psi) + \right. \\
&\left. + m_{cp} \cdot (a + l_{c2p} \cdot \cos \psi) \right] \cdot (\sin \alpha \cdot \sin \gamma), \\
A_{37} = A_{73} &= (m_3 \cdot l_{c3} + m_4 \cdot l_{c4} + m_{cp} \cdot l_{c2p}) \cdot (\sin \psi \cdot \cos \alpha \cdot \sin \gamma - \cos \psi \cdot \cos \gamma), \\
A_{46} = A_{64} &= -\left[m_2 \cdot l_{c2} + m_3 \cdot (a + l_{c3} \cdot \cos \psi) + m_4 \cdot (a + l_{c4} \cdot \cos \psi) + \right. \\
&\left. + m_{cp} \cdot (a + l_{c2p} \cdot \cos \psi) \right] \cdot \sin \alpha \cdot \cos \gamma, \\
A_{47} = A_{74} &= (m_3 \cdot l_{c3} + m_4 \cdot l_{c4} + m_{cp} \cdot l_{c2p}) \cdot (-\sin \psi \cdot \cos \alpha \cdot \cos \gamma - \cos \psi \cdot \sin \gamma), \\
A_{56} = A_{65} &= \left[m_2 \cdot l_{c2} + m_3 \cdot (a + l_{c3} \cdot \cos \psi) + m_4 \cdot (a + l_{c4} \cdot \cos \psi) + \right. \\
&\left. + m_{cp} \cdot (a + l_{c2p} \cdot \cos \psi) \right] \cdot \cos \alpha, \\
A_{57} = A_{75} &= -(m_3 \cdot l_{c3} + m_4 \cdot l_{c4} + m_{cp} \cdot l_{c2p}) \cdot \sin \psi \cdot \sin \alpha, \\
A_{67} = A_{76} &= (I_{4y} - I_{4x}) \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta \cdot \cos \psi + (I_{c2py} - I_{c2px}) \cdot \sin \beta \cdot \cos \beta \cdot \cos \psi \\
A_{68} = A_{86} &= -I_\beta \cdot \sin \psi.
\end{aligned} \tag{5.107}$$

Все остальные коэффициенты выражения (5.106) равны нулю, в результате матрица коэффициентов A_{sk} имеет вид

$$A_{sk} = \begin{vmatrix} A_{11} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & A_{22} & A_{23} & A_{24} & 0 & A_{26} & A_{27} & A_{28} \\ 0 & A_{32} & A_{33} & 0 & 0 & A_{36} & A_{37} & 0 \\ 0 & A_{42} & 0 & A_{44} & 0 & A_{46} & A_{47} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & A_{55} & A_{56} & A_{57} & 0 \\ 0 & A_{62} & A_{63} & A_{64} & A_{65} & A_{66} & A_{67} & A_{68} \\ 0 & A_{72} & A_{73} & A_{74} & A_{75} & A_{76} & A_{77} & 0 \\ 0 & A_{82} & 0 & 0 & 0 & A_{86} & 0 & A_{88} \end{vmatrix}. \quad (5.108)$$

5.3 Уравнения движения модели манипулятора

Уравнения движения манипулятора параллельно-последовательной структуры с помощью уравнений Лагранжа второго рода в явной форме записываются в виде [133,286]

$$\sum_{k=1}^8 A_{sk} \ddot{q}_k + \sum_{k=1}^8 \sum_{m=1}^8 [k, m, s] \cdot \dot{q}_k \dot{q}_m = Q_s + \lambda \frac{\partial f(q_s)}{\partial q_s} - \frac{\partial \Pi}{\partial q_s}, \quad s=1 \div 8, \quad (5.109)$$

где Q_s – обобщенная сила, соответствующая s координате; $-\frac{\partial \Pi}{\partial q_s}$ – обобщенная сила потенциальных активных сил, соответствующая s координате; λ – множитель Лагранжа; $[k, m, s]$ – символы Кристоффеля первого рода

$$[k, m, s] = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial A_{ks}}{\partial q_m} + \frac{\partial A_{ms}}{\partial q_k} - \frac{\partial A_{km}}{\partial q_s} \right). \quad (5.110)$$

Частные производные в выражениях (5.110) вычисляются с помощью программы символьной математики

Воспользовавшись формализмом (5.109) и уравнением голономной связи (3.3, 3.4), получаем восемь дифференциальных уравнений, описывающих динамику манипулятора [33].

По координате $q_1 = \varphi$

$$|OA|^2 \cdot m_A \ddot{\varphi} = Q_\varphi + \lambda \frac{\partial f}{\partial \varphi} + m_A g \cdot |OA| \sin \varphi, \quad (5.111)$$

где обобщенная сила Q_φ и частная производная $\frac{\partial f}{\partial \varphi}$ определяются выражениями

$$Q_\varphi = F_1 \frac{(y_M \cdot \cos \varphi + z_M \cdot \sin \varphi)|OA|}{l_1} + F_4 \frac{(|DK| \cdot \sin \varphi - |OK| \cdot \cos \varphi)|OA|}{l_4},$$

$$\frac{\partial f}{\partial \varphi} = \frac{-x_M |OA| \cos \varphi}{x_M^2 + (y_M + |OA| \cdot \sin \varphi)^2}. \quad (5.112)$$

Тогда уравнение (5.111) принимает форму

$$\ddot{\varphi} = F_1 \frac{y_M \cdot \cos \varphi + z_M \cdot \sin \varphi}{OA \cdot m_A l_1} + F_4 \frac{DK \cdot \sin \varphi - OK \cdot \cos \varphi}{OA \cdot m_A l_4} -$$

$$-\lambda \frac{x_M \cos \varphi}{OA \cdot m_A [x_M^2 + (y_M + OA \cdot \sin \varphi)^2]} + \frac{g}{OA} \sin \varphi, \quad (5.113)$$

по координате $q_2 = \gamma$

$$E_2(T) = \lambda, \quad (5.114)$$

по координатам $q_3 = x_M$, $q_4 = y_M$, $q_5 = z_M$, уравнения имеют вид

$$E_3(T) = F_1 \frac{x_M}{l_1} + F_2 \frac{x_M - |OB|}{l_2} + F_3 \frac{x_M + |OB|}{l_3} + \lambda \frac{y_M + |OA| \cdot \sin \varphi}{x_M^2 + (y_M + |OA| \cdot \sin \varphi)^2}, \quad (5.115)$$

$$E_4(T) = F_1 \frac{y_M + |OA| \cdot \sin \varphi}{l_1} + F_2 \frac{y_M}{l_2} + F_3 \frac{y_M}{l_3} - \lambda \frac{x_M}{x_M^2 + (y_M + |OA| \cdot \sin \varphi)^2}, \quad (5.116)$$

$$E_5(T) = F_1 \frac{z_M - |OA| \cdot \cos \varphi}{l_1} + F_2 \frac{z_M}{l_2} + F_3 \frac{z_M}{l_3} - (M + m_w) g, \quad (5.117)$$

по координатам $q_6 = \alpha$, $q_7 = \psi$, $q_8 = \beta$

$$E_6(T) = T_\alpha - (m_3 l_{c3} + m_4 l_{c4} + m_w l_{cw}) g \cdot \cos \psi \cdot \cos \alpha, \quad (5.118)$$

$$E_7(T) = T_\psi + (m_3 l_{c3} + m_4 l_{c4} + m_w l_{cw}) g \cdot \sin \psi \cdot \sin \alpha, \quad (5.119)$$

$$I_\beta (\ddot{\beta} + \ddot{\gamma} \cdot \sin \alpha - \ddot{\alpha} \cdot \sin \psi + \dot{\alpha} \cdot \dot{\gamma} \cdot \cos \alpha - \dot{\alpha} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \psi) -$$

$$- I_4 \left(\dot{\alpha} \cdot \dot{\gamma} \cdot \cos \alpha \cdot \cos \psi \cdot \cos 2\beta + \dot{\alpha} \cdot \dot{\psi} \cdot \cos \psi \cdot \cos 2\beta + \right. \\ \left. + \dot{\psi} \cdot \dot{\gamma} \cdot \cos \alpha \cdot \sin 2\beta \right) = T_\beta, \quad (5.120)$$

$$I_4 = I_{4y} + I_{wy} - I_{4x} - I_{wx}. \quad (5.121)$$

Для краткости через E_s записана левая часть уравнения (5.109)

$$E_s(T) = \sum_{k=1}^8 A_{sk} \ddot{q}_k + \sum_{k=1}^8 \sum_{m=1}^8 [k, m, s] \cdot \dot{q}_k \dot{q}_m. \quad (5.122)$$

Полученные уравнения (5.113-5.120) совместно с уравнениями связи (3.3, 3.4) могут использоваться для определения динамических ошибок при выполнении программных перемещений $x_M^{pr}(t)$, $y_M^{pr}(t)$, $z_M^{pr}(t)$ рабочего органа. Решение этой задачи связано с интегрированием дифференциальных уравнений. Однако из-за инерционности механизмов редуктора и шариковинтовой пары исполнительных звеньев, фактическая траектория $x_M(t)$, $y_M(t)$, $z_M(t)$ может отличаться от заданной. Если известны законы перемещения захвата манипулятора, необходимые для выполнения технологического процесса, можно найти движущие силы $F_k(t)$, $k=1-4$ и моменты $T_\psi(t)$, $T_\alpha(t)$, $T_\beta(t)$, обеспечивающие выполнение программного движения, а также значения динамических нагрузок в кинематических парах [286,382,15,331,363]. Результаты расчетов служат для выбора приводных электродвигателей, а также являются исходными данными для проектирования системы управления.

5.4 Динамический алгоритм стабилизации рабочего органа манипулятора относительно заданного положения

Формирование управляющих усилий исполнительных приводов манипулятора осуществляется методом решения обратной задачи динамики с использованием алгоритма управления по ускорению. Контур управления исполнительными двигателями синтезируются в процессе построения алгоритма управления.

Динамический алгоритм стабилизации строится по уравнениям динамики манипулятора. Управляемому исполнительному механизму соответствуют уравнения

$$A(q)\ddot{q}(t) + B(q, \dot{q})\dot{q} + C(q) = M(t), \quad (5.123)$$

где $\mathbf{q}$ - вектор обобщенных координат; $\mathbf{q} = (q_1, q_2, \dots, q_n)$, n - число степеней свободы манипулятора; $\mathbf{M}(t)$ - вектор сил и моментов, развиваемых приводами в степенях подвижности манипулятора; $\mathbf{A}(\mathbf{q}), \mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}), \mathbf{C}(\mathbf{q})$ - матрицы, зависящие от параметров механизма манипулятора, обобщенных координат и обобщенных скоростей.

При разработке данного алгоритма задача формулируется следующим образом. В начальный момент времени $t=0$ конфигурация манипулятора определяется обобщенными координатами $q_j(0) = q_{j0}$ и обобщенных скоростей $\dot{q}_j(0) = \dot{q}_{j0}$, $j = 1 \div n$. Этим обобщенным координатам соответствуют значения декартовых координат и скоростей характерной точки захвата $x_M(0) = x_{M0}$, $y_M(0) = y_{M0}$, $z_M(0) = z_{M0}$, $\dot{x}_M(0) = \dot{x}_{M0}$, $\dot{y}_M(0) = \dot{y}_{M0}$, $\dot{z}_M(0) = \dot{z}_{M0}$. В конечной точке обобщенные координаты равны $q_j(\tau) = q_{jk} = \text{const}$.

Требуется найти законы формирования управляющих сил и моментов $\mathbf{M}(t)$, при которых перемещения характерной точки манипулятора в назначенную точку x_k, y_k, z_k осуществляется таким образом, что отклонения обобщенных координат $\Delta q_j(t) = q_{jk} - q_j(t)$ в процессе перемещения, изменяются в соответствии с решениями дифференциальных уравнений

$$\Delta \ddot{q}_j(t) + k_{1j} \Delta \dot{q}_j(t) + k_{2j} \Delta q_j(t) = 0 \quad k_{ij} > 0. \quad (5.124)$$

Этим уравнениям отвечают требуемые значения ускорений

$$\ddot{q}_j^{pr}(t) = k_{2j} (q_{jk} - q_j(t)) - k_{1j} \dot{q}_j(t). \quad (5.125)$$

Управляемому исполнительному механизму соответствуют дифференциальные уравнения (5.123) и законы формирования управляющих сигналов могут быть найдены в результате подстановки (5.125) в эти уравнения.

$$\mathbf{M}(t) = \mathbf{A}(\mathbf{q}) [k_2 (\mathbf{q}_k - \mathbf{q}(t)) - k_1 \dot{\mathbf{q}}(t)] + \mathbf{B}(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}) \dot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}(\mathbf{q}), \quad (5.125^*)$$

где k_1, k_2 - диагональные матрицы

$$k_i = \text{diag}(k_{i1}, k_{i2}, \dots, k_{in}). \quad (5.125^{**})$$

Динамический алгоритм стабилизации строится по уравнениям динамики манипулятора. Управляемому исполнительному механизму рисунок 5.8

соответствуют дифференциальные уравнения (5.113-5.120). Искомые законы могут быть найдены в результате подстановки (5.125) в (5.113-5.120)

$$k_{21}(\varphi_k - \varphi(t)) - k_{11}\dot{\varphi}(t) = F_1 \frac{y_M \cdot \cos \varphi + z_M \cdot \sin \varphi}{OA \cdot m_A l_1} + F_4 \frac{DK \cdot \sin \varphi - OK \cdot \cos \varphi}{OA \cdot m_A l_4} -$$

$$-\lambda \frac{x_M \cos \varphi}{OA \cdot m_A \left[x_M^2 + (y_M + OA \cdot \sin \varphi)^2 \right]} + \frac{g}{OA} \sin \varphi, \quad (5.126)$$

$$\sum_{j=1}^8 A_{sj} \ddot{q}_k + \sum_{j=1}^8 \sum_{m=1}^8 [j, m, s] \cdot \dot{q}_j \dot{q}_m = \lambda, \quad (5.127)$$

$$E_3(T) = F_1 \frac{x_M}{l_1} + F_2 \frac{x_M - |OB|}{l_2} + F_3 \frac{x_M + |OB|}{l_3} + \lambda \frac{y_M + |OA| \sin \varphi}{x_M^2 + (y_M + |OA| \sin \varphi)^2}, \quad (5.128)$$

$$E_4(T) = F_1 \frac{y_M + |OA| \sin \varphi}{l_1} + F_2 \frac{y_M}{l_2} + F_3 \frac{y_M}{l_3} - \lambda \frac{x_M}{x_M^2 + (y_M + |OA| \sin \varphi)^2}, \quad (5.129)$$

$$E_5(T) = F_1 \frac{z_M - |OA| \cos \varphi}{l_1} + F_2 \frac{z_M}{l_2} + F_3 \frac{z_M}{l_3} - (M + m_w) g, \quad (5.130)$$

$$E_6(T) = T_\alpha - (m_3 l_{c3} + m_4 l_{c4} + m_w l_{cw}) g \cdot \cos \psi \cdot \cos \alpha, \quad (5.131)$$

$$E_7(T) = T_\psi + (m_3 l_{c3} + m_4 l_{c4} + m_w l_{cw}) g \cdot \sin \psi \cdot \sin \alpha, \quad (5.132)$$

$$I_\beta \left(k_{27}(\beta_k - \beta(t)) - k_{17} \dot{\beta}(t) + (k_{2\gamma}(\gamma_k - \gamma(t)) - k_{1\gamma} \dot{\gamma}(t)) \sin \alpha - \right. \\ \left. - [k_{26}(\alpha_k - \alpha(t)) - k_{16} \dot{\alpha}(t)] \sin \psi + \dot{\alpha} \dot{\gamma} \cos \alpha - \dot{\alpha} \dot{\psi} \cos \psi \right) - \\ - I_4 (\dot{\alpha} \dot{\gamma} \cos \alpha \cdot \cos \psi \cdot \cos 2\beta + \dot{\alpha} \dot{\psi} \cos \psi \cdot \cos 2\beta + \dot{\psi} \dot{\gamma} \cos \alpha \cdot \sin 2\beta) = T_\beta, \quad (5.133)$$

В качестве исполнительных звеньев используются приводные механизмы, состоящие из двигателя постоянного тока, необратимого редуктора и шариковинтовой передачи. Для двигателей постоянного тока с независимым возбуждением управляющие сигналы (напряжения в цепях возбуждения) определяются по формулам статической характеристики электродвигателя.

$$u = \frac{R}{ik_m k_y} M(q, \dot{q}) + \frac{ik_\omega}{k_y} \dot{q}, \quad (5.134)$$

где k_m, k_ω, R – параметры, характеризующие электромеханические свойства двигателя; i – коэффициент передачи редуктора; k_y – коэффициент усиления по мощности.

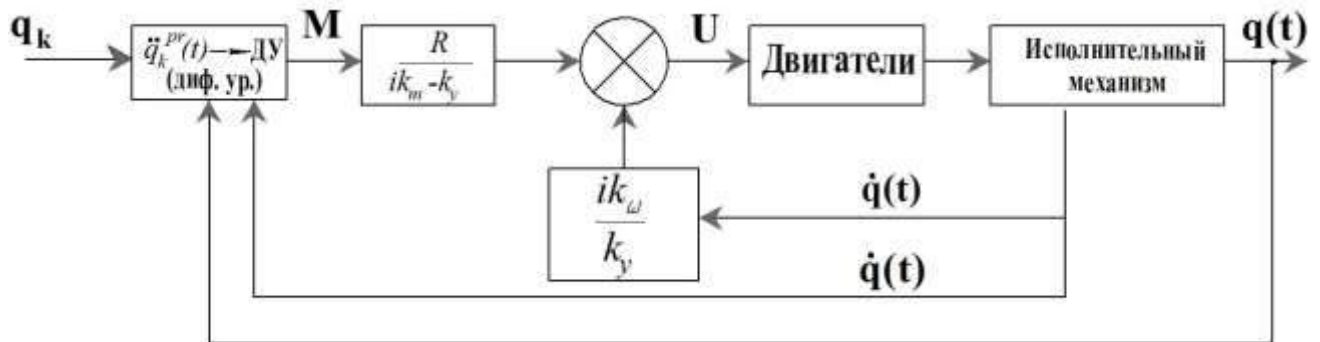


Рисунок 5.8 – Структурная схема СУ динамического алгоритма стабилизации рабочего органа манипулятора в заданном конечном положении

5.5 Динамический алгоритм стабилизации программных перемещений манипулятора

Рассматриваем методику синтеза алгоритма управления исполнительными приводами из условия реализации назначенной траектории движения, заданной в виде законов изменения во времени кинематических переменных характерной точки рабочего органа. Контур управления исполнительными двигателями синтезируются в процессе построения алгоритма траекторного управления. Синтез алгоритма стабилизации программных перемещений рабочего органа, заданных в параметрической форме, осуществляется по назначенной траектории с использованием сигналов датчиков обратной связи.

В качестве математической модели манипулятора принимаем нелинейные уравнения динамики (7.10)

$$A(q)\ddot{q}(t) + B(q, \dot{q})\dot{q} + C(q) = M(t).$$

Алгоритмы формирования управляющих сигналов получаем в процессе построения алгоритма траекторного управления компенсационного типа. Принимаем, что программная траектория точки крепления захвата манипулятора

задана в параметрической форме $x_M^{pr}(t), y_M^{pr}(t), z_M^{pr}(t)$. Эти функции дважды дифференцируемы по времени и удовлетворяют граничным условиям

$$\begin{aligned} x_M(0) = x_{M0}, y_M(0) = y_{M0}, z_M(0) = z_{M0}, \dot{x}_M(0) = \ddot{x}_M(0) = \dot{x}_M(\tau) = \ddot{x}_M(\tau) = 0, \\ \dot{y}_M(0) = \ddot{y}_M(0) = \dot{y}_M(\tau) = \ddot{y}_M(\tau) = 0, \dot{z}_M(0) = \ddot{z}_M(0) = \dot{z}_M(\tau) = \ddot{z}_M(\tau) = 0, \end{aligned} \quad (5.135)$$

Аналитические выражения в виде полиномов для программных законов изменения длин $l_1^{pr}(t), l_2^{pr}(t), l_3^{pr}(t), l_4^{pr}(t)$ исполнительных звеньев, углов поворота звеньев захватного устройства $\alpha^{pr}(t), \psi^{pr}(t), \phi^{pr}(t)$ и конструктивный угол $\gamma^{pr}(t)$ определяются с использованием методов, изложенных ранее и в главе 4 [36,342]. Подставляя эти выражения в уравнения математической модели динамики манипулятора (5.113-5.120), получаем уравнения, из которых находятся законы изменения программных управляющих усилий $F(t)$ и моментов $T_\psi(t), T_\alpha(t), T_\beta(t)$. Алгоритм формирования управляющих сигналов исполнительных приводов манипулятора – трипода и моментов, формируем из условия, чтобы отклонения $\Delta q_j(t) = q_j^{pr}(t) - q_j(t)$ текущих значений обобщенных координат $q_1 = \phi, q_2 = x_M, q_3 = y_M, q_4 = z_M, q_5 = \alpha, q_6 = \psi, q_7 = \beta$ от программных, соответствовали решению дифференциального уравнения второго порядка

$$\Delta \ddot{q}_j(t) + b_{1j} \Delta \dot{q}_j(t) + b_{2j} \Delta q_j(t) = 0, \quad (5.136)$$

где b_{1j}, b_{2j} - постоянные положительные коэффициенты, определяющие характер переходного процесса.

Процесс (5.136) будет реализован в том случае, когда ускорения $\ddot{q}_j(t)$ изменения длин исполнительных звеньев определяются выражениями

$$\ddot{q}_j(t) = \ddot{q}_j^{pr}(t) + b_{1j} \Delta \dot{q}_j(t) + b_{2j} \Delta q_j(t). \quad (5.137)$$

Параметры этих уравнений позволяет изменять динамические характеристики управляемых перемещений захвата манипулятора. После подстановки (5.137) в (5.113-5.120) находятся искомые законы изменения управляющих усилий, а управляющие напряжения находятся из (5.1 или 5.134). Устойчивость алгоритма обеспечивается выбором коэффициентов b_{j1}, b_{j2} уравнения (5.137). Действительно, после подстановки управляющих усилий в

(5.113-5.120), получаем дифференциальные уравнения кинематической траектории движения замкнутой системы

$$K_j \ddot{q}_j(t) + b_{1j} \dot{q}_j(t) + b_{2j} q_j(t) = K_j \ddot{q}_j^{pr}(t) + b_{1j} \dot{q}_j^{pr}(t) + b_{2j} q_j^{pr}(t), \quad (5.138)$$

где $K_1 = m_A OA^2$, $K_j = M + m_w$, $j = 3-5$, $K_6 = I_a$, $K_7 = I_\psi$, $K_8 = I_\beta$.

Общими решениями (5.137) являются функции

$$q_j(t) = q_j^{pr}(t) + C_{1j} e^{\beta_1 t} + C_{2j} e^{\beta_2 t}, \quad (5.139)$$

где C_{1j}, C_{2j} – постоянные, определяемые начальными условиями; β_1, β_2 – корни характеристического уравнения.

Так как $b_{1j} > 0$, $b_{2j} > 0$, то действительная часть корней β_1, β_2 всегда отрицательная, поэтому $q_j(t) \rightarrow q_j^{pr}(t)$ при $t \rightarrow \infty$. Методика выбора оптимальных значений этих коэффициентов изложена в работе [126].

Алгоритмы формирования управляющих напряжений, поступающих на входы электродвигателей исполнительных приводов манипулятора, находим с учетом статической характеристики электроприводов (5.1 или 5.134).

На рисунке 5.9 приведена структурная схема системы управления, соответствующая сформулированному алгоритму управления исполнительными звеньями.

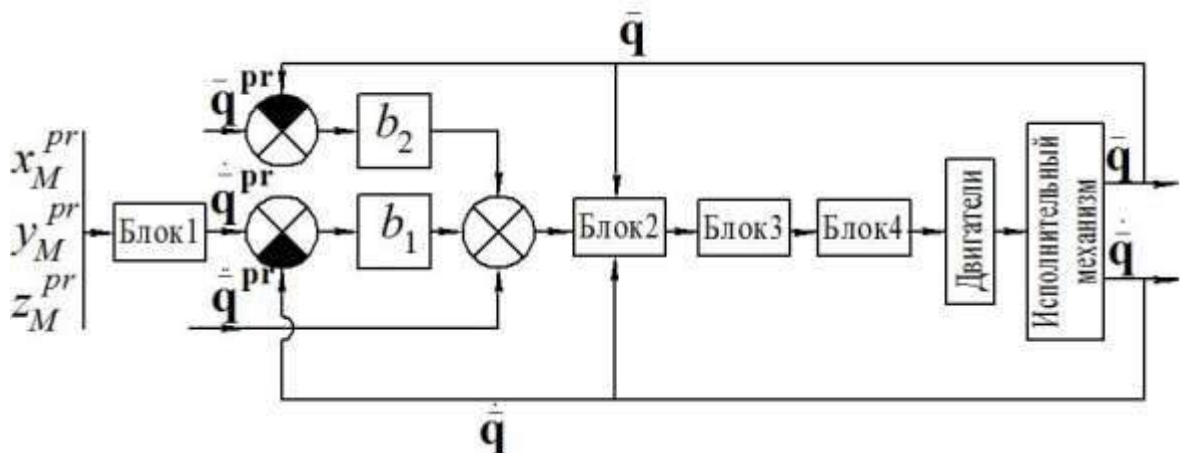


Рисунок 5.9 – Структурная схема СУ стабилизации программных перемещений манипулятора

На рисунке 5.9 $\mathbf{q}(t) = [\varphi, x_M, y_M, z_M, \alpha, \psi, \beta]$ - вектор обобщенных координат манипулятора. В блоке 1 осуществляется кинематический синтез программных законов изменения обобщенных координат манипулятора. В блоке 2 – решаются система уравнений (5.113-5.120). В блоке 3 определяются законы изменения программных управляющих усилий $F_k^{pr}(t)$ и моментов $T_\psi^{pr}(t), T_\alpha^{pr}(t), T_\beta^{pr}(t)$. В блоке 4 – законы изменения программных управляющих напряжений u_k^{pr} . Обратные связи в контурах управления приводными двигателями осуществляется по переменным $q_j(t), \dot{q}_j(t)$. Значения этих переменных используются при вычислении выражений управляющих напряжений, а также при вычислении отклонений по положению $\Delta q_j(t)$, скорости $\Delta \dot{q}_j(t)$ и ускорению $\Delta \ddot{q}_j(t)$.

Изложенная методика требует большого объема вычислений, поэтому ее рационально использовать для частных видов движения манипулятора – элементарных траекторий (технологических движений). Анализ технологических процессов показывает, что большинство технологических операций может быть выполнено манипулятором с помощью конечного вида перемещений рабочего органа [204], для которых необходимо заранее сформировать базу математических моделей манипулятора и синтезировать системы управления. Частные виды перемещений звеньев манипулятора алгоритмизируются с помощью выражений кинетической и потенциальной энергий (5.100, 5.105) заданием значений переменных $q_1 = \varphi, q_2 = \gamma, q_3 = x_M, q_4 = y_M, q_5 = z_M, q_6 = \alpha, q_7 = \psi, q_8 = \beta$, которые описывают конфигурацию манипулятора – трипода с поворотным основанием и состояние трехзвенного захватного устройства.

5.6 Формирование базы математических моделей динамики элементарных траекторий (технологических движений) рабочего органа

База моделей и управлений формируется математическими моделями манипулятора, алгоритмами управления и значениями коэффициентов регулятора обратных связей в соответствии с технологическими движениями, записанными в базе знаний, называемой лингвистическим аппроксиматором (таблица 4.1).

В качестве примеров реализации, предложенных аналитических методов расчета программных перемещений исполнительных звеньев, проведены теоретические исследования при перемещении рабочего органа по заданным технологическим движениям разработанной базы знаний (лингвистического аппроксиматора) (таблица 4.1): 1. Вертикального поступательного прямолинейного движения рабочего органа (РО) вдоль оси z (ВД); 2. Горизонтального поступательного прямолинейного движения РО вдоль оси x (ГД); 3. Движение РО по прямой в пространстве (ПД).

Программа расчета реализована в математическом пакете Mathcad (приложение № 2, программы на ЭВМ) [58, 59, 63]. Расчеты проводились для следующих значений параметров актуаторов (максимальная допустимая скорость 60 мм/с, ход штока 610 мм) манипулятора и траектории: $M = 5,5 \text{ кг}$, масс $m_A = 32 \text{ кг}$, $m_1 = 1 \text{ кг}$, $m_2 = 2 \text{ кг}$, $m_3 = 1 \text{ кг}$, $m_4 = 1,5 \text{ кг}$, $m_{\text{гр}} = 5 \text{ кг}$.

5.6.1 Вертикальное прямолинейное движение рабочего органа

Вертикальное прямолинейное движение рабочего органа (РО) вдоль оси z (ВД) (таблица 4.1) манипулятора последовательной структуры с захватом с тремя управляемыми степенями свободы из начальной точки с координатами $x_E(0) = -160 \text{ мм}$, $y_E(0) = 1143 \text{ мм}$, $z_E(0) = 512 \text{ мм}$ в конечную точку, с координатами $x_E(\tau) = -160 \text{ мм}$, $y_E(\tau) = 1143 \text{ мм}$, $z_E(\tau) = 50 \text{ мм}$ за время $\tau = 12 \text{ с}$.

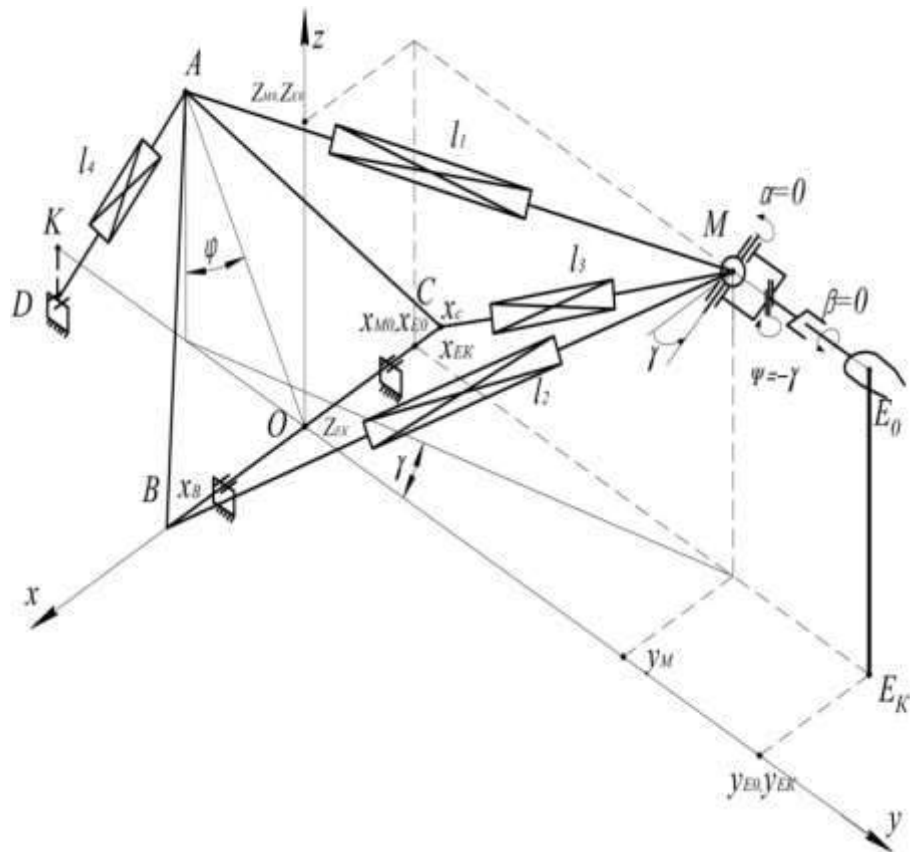


Рисунок 5.10 – Кинематическая схема манипулятора и траектория движения захвата при вертикальном прямолинейном движении вдоль оси z (ВД)

Пространственное положение рабочего органа задаем направляющими косинусами $\alpha_{23}=0, \alpha_{33}=1, \alpha_{13}=0$ подвижной системы координат $O_4x_4y_4z_4$ рабочего органа относительно неподвижной системы координат $Oxyz$ (рисунок 5.10). В этом случае обобщенные координаты захватного устройства равны $\alpha=0, \beta=0, \psi(t)=-\gamma(t)$ и получаем из (5.109) следующие уравнения динамики манипуляционной системы в конкретном случае перемещения рабочего органа.

1. По координате φ

$$\ddot{\varphi} = F_1 \frac{y_M \cdot \cos \varphi + z_M \cdot \sin \varphi}{OA \cdot m_A l_1} + F_4 \frac{DK \cdot \sin \varphi - OK \cdot \cos \varphi}{OA \cdot m_A l_4} - \lambda \frac{x_M \cos \varphi}{OA \cdot m_A \left[x_M^2 + (y_M + OA \cdot \sin \varphi)^2 \right]} + \frac{g}{OA} \sin \varphi, \quad (5.140)$$

2. По координате γ

$$I_\gamma \ddot{\gamma} = \lambda. \quad (5.141)$$

3. По координатам $x_M = \text{const}$

$$F_1 \frac{x_M}{l_1} + F_2 \frac{x_M - OB}{l_2} + F_3 \frac{x_M + OB}{l_3} + \lambda \frac{y_M + OA \sin \varphi}{x_M^2 + (y_M + OA \sin \varphi)^2} = 0, \quad (5.142)$$

4. По координате $y_M = \text{const}$

$$F_1 \frac{y_M + OA \sin \varphi}{l_1} + F_2 \frac{y_M}{l_2} + F_3 \frac{y_M}{l_3} - \lambda \frac{x_M}{x_M^2 + (y_M + OA \sin \varphi)^2} = 0, \quad (5.143)$$

5. По координате z_M

$$(M + m_{\text{тр}}) \ddot{z}_M = F_1 \frac{z_M - OA \cos \varphi}{l_1} + F_2 \frac{z_M}{l_2} + F_3 \frac{z_M}{l_3} - (M + m_{\text{тр}}) g, \quad (5.144)$$

6. По координате α

$$0 = T_\alpha \quad (5.145)$$

7. По координате ψ

$$0 = T_\psi \quad (5.146)$$

8. По координате β

$$I_\beta \ddot{\beta} = T_\beta, \quad (5.147)$$

На рисунке 5.11 представлены зависимости изменения длин исполнительных звеньев манипулятора.

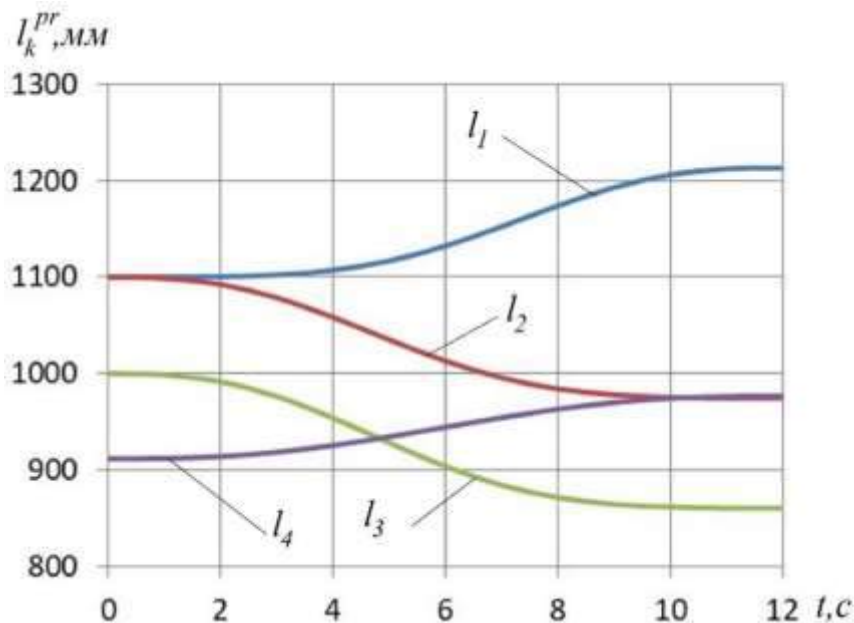


Рисунок 5.11 – Зависимости изменения длин исполнительных звеньев манипулятора

Управляющие усилия $F_k^{pr}(t)$, моменты $T_\alpha^{pr}(t), T_\psi^{pr}(t), T_\beta^{pr}(t)$ и напряжения $u_k^{pr}(t)$, реализующие законы движения по программной траектории, находятся из уравнений (5.140)-(5.147) после подстановки выражений (5.137) для текущих значений ускорений.

На рисунках 5.12 и 5.13 приведены законы изменения управляющих усилий и управляющих напряжений электродвигателей линейных исполнительных звеньях манипулятора – трипода.

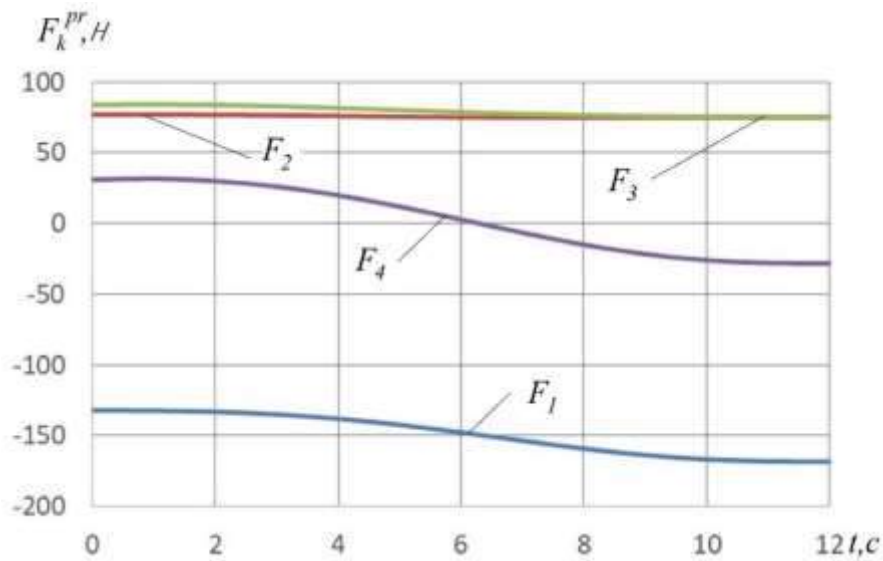


Рисунок 5.12 – Законы изменения управляющих усилий

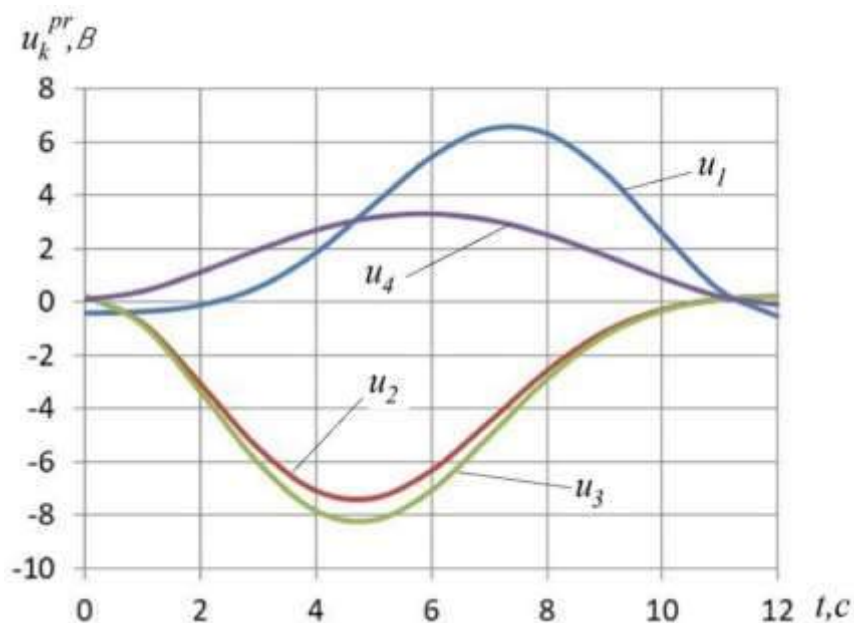


Рисунок 5.13 – Законы изменения управляющих напряжений

5.6.2 Горизонтальное прямолинейное движение рабочего органа

Горизонтальное поступательное прямолинейное движение (ГД), манипулятора последовательной структуры с тремя управляемыми степенями свободы $\psi(t) = -\gamma(t)$, $\alpha = \text{const.}$, $\beta = 0$, $x_E = \text{const.}$, $y_E(t)$, $z_E = \text{const.}$, $x_M = \text{const.}$, $y_M(t)$, $z_M = \text{const.}$, из начальной точки с координатами $y_E(0) = 1100 \text{ мм}$ в конечную точку, с координатами $x_E(0) = x_E(\tau) = 200 \text{ мм}$, $z_E(0) = z_E(\tau) = 190 \text{ мм}$, $y_E(\tau) = 1600 \text{ мм}$ за время $\tau = 12 \text{ с}$.

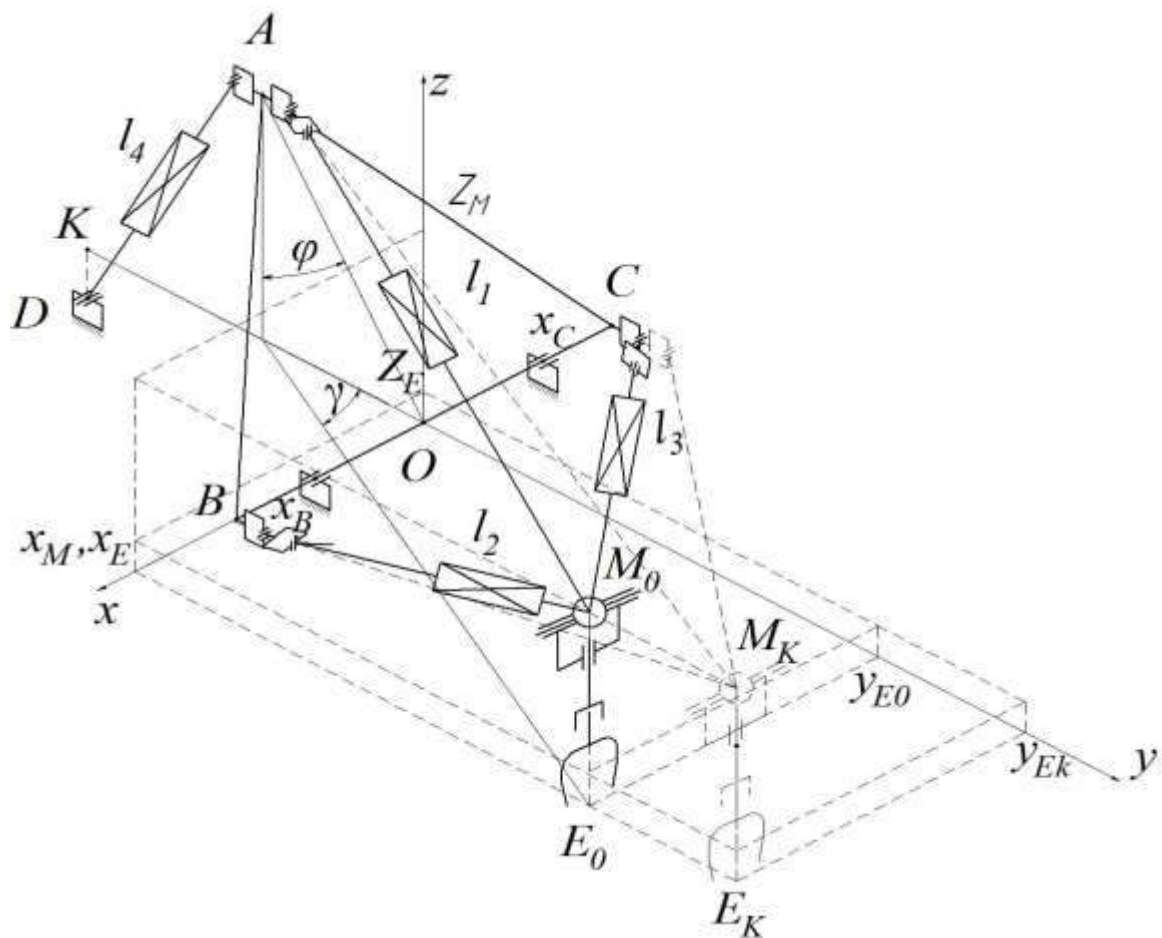


Рисунок 5.14 – Кинематическая схема манипулятора и траектория движения захвата при горизонтальном прямолинейном движении

Пространственное положение рабочего органа задаем направляющими косинусами $\alpha_{23} = 0$, $\alpha_{33} = -1$, $\alpha_{13} = 0$ подвижной системы координат $O_4x_4y_4z_4$ рабочего органа относительно неподвижной системы координат $Oxyz$ (рисунок

5.14). В этом случае обобщенные координаты захватного устройства равны $\alpha = -\frac{\pi}{2}$, $\beta = 0$, $\psi(t) = -\gamma(t)$ и получаем из (5.109) следующие уравнения динамики манипуляционной системы в конкретном случае перемещения рабочего органа.

$$|OA|m_A\ddot{\phi} = F_1 \frac{y_M \cdot \cos \phi + z_M \cdot \sin \phi}{l_1} - F_4 \frac{|DK| \cdot \sin \phi + |OK| \cdot \cos \phi}{l_4} - \\ - \lambda \frac{x_M \cdot \cos \phi}{x_M^2 + (y_M + |OA| \sin \phi)^2} + m_A g \sin \phi, \quad (5.148)$$

$$0 = F_1 \frac{x_M}{l_1} + F_2 \frac{x_M - |OB|}{l_2} + F_3 \frac{x_M + |OB|}{l_3} + \lambda \frac{y_M + |OA| \sin \phi}{x_M^2 + (y_M + |OA| \sin \phi)^2}, \quad (5.149)$$

$$\ddot{y}_M (M + m_w) + (\ddot{\psi} \sin 2\psi + 2\dot{\psi}^2 \cos 2\psi)(m_3 l_{c3} + m_4 l_{c4} + m_w l_{cw}) = \\ = F_1 \frac{y_M + |OA| \sin \phi}{l_1} + F_2 \frac{y_M}{l_2} + F_3 \frac{y_M}{l_3} - \lambda \frac{x_M}{x_M^2 + (y_M + |OA| \sin \phi)^2}, \quad (5.150)$$

$$0 = F_1 \frac{z_M - |OA| \cos \phi}{l_1} + F_2 \frac{z_M}{l_2} + F_3 \frac{z_M}{l_3} - g(M + m_w) \quad (5.151)$$

$$T_\alpha = -\ddot{y}_M \cos \gamma \left[\begin{aligned} & m_2 l_{c2} + m_3 (a + l_{c3} \cos \psi) + m_4 (a + l_{c4} \cos \psi) + \\ & + m_w (a + l_{cw} \cos \psi) \end{aligned} \right] - \\ - \dot{\psi}^2 \left[\begin{aligned} & m_3 l_{c3} (l_{c3} \sin^2 \psi + \cos \psi (a + l_{c3} \cos \psi)) + \\ & + m_4 l_{c4} (l_{c4} \sin^2 \psi + \cos \psi (a + l_{c4} \cos \psi)) + \\ & + m_w l_{cw} (l_{cw} \sin^2 \psi + \cos \psi (a + l_{cw} \cos \psi)) + I_{4x} + I_{3z} + I_{wx} \end{aligned} \right], \quad (5.152)$$

$$\frac{1}{2} \dot{\psi}^2 \sin 2\psi (m_3 l_{c3}^2 + m_4 l_{c4}^2 + m_w l_{cw}^2 + I_{3x} + I_{3y}) + \ddot{\psi} [I_\psi + I_\gamma] + \\ + (\ddot{y}_M \sin 2\psi + g \sin \psi)(m_3 l_{c3} + m_4 l_{c4} + m_w l_{cw}) = T_\psi \quad (5.153)$$

$$I_\beta \cdot \ddot{\gamma} \sin \alpha = T_\beta, \quad (5.154)$$

На рисунке 5.15 представлены зависимости изменения длин исполнительных звеньев манипулятора.

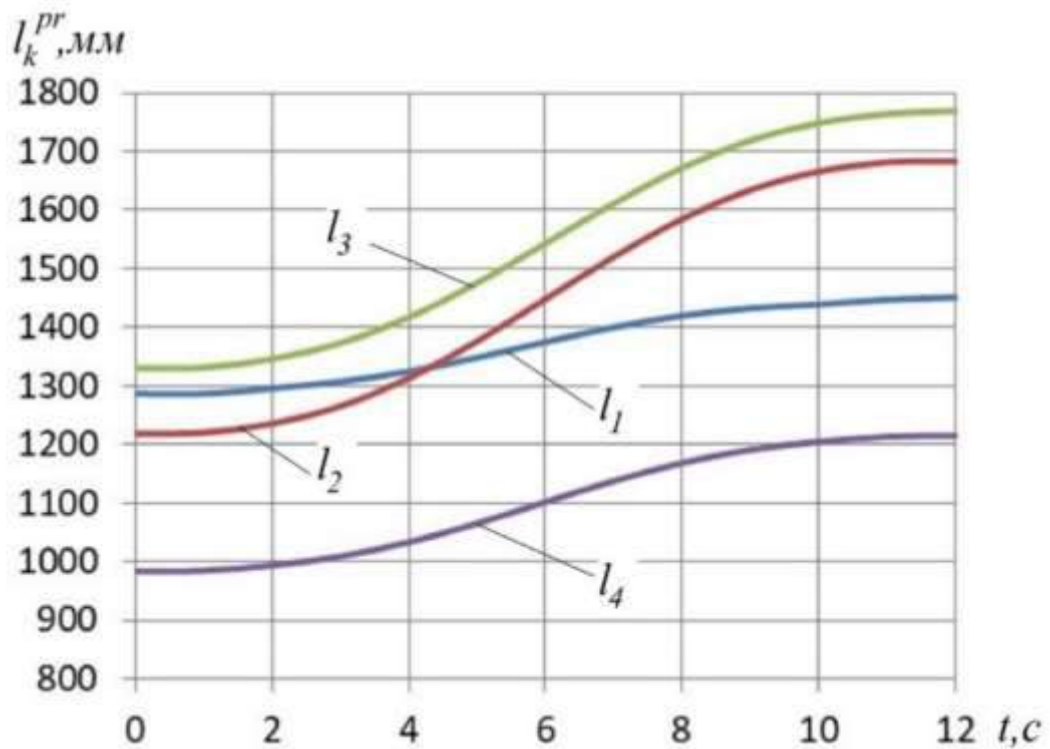


Рисунок 5.15 – Зависимости изменения длин исполнительных звеньев манипулятора

Управляющие усилия $F_k^{pr}(t)$, моменты $T_\alpha^{pr}(t), T_\psi^{pr}(t), T_\beta^{pr}(t)$ и напряжения $u_k^{pr}(t)$, реализующие законы движения по программной траектории, находятся из уравнений (5.128)-(5.134) после подстановки выражений (5.137) для текущих значений ускорений.

На рисунках 5.16 и 5.17 приведены законы изменения управляющих усилий и управляющих напряжений электродвигателей линейных исполнительных звеньев манипулятора – трипода.

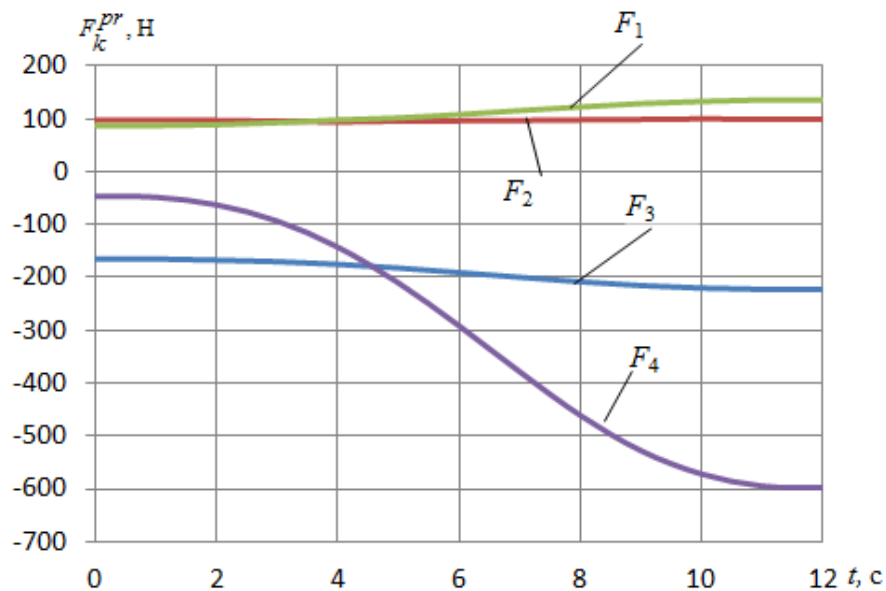


Рисунок 5.16 – Законы изменения управляющих усилий

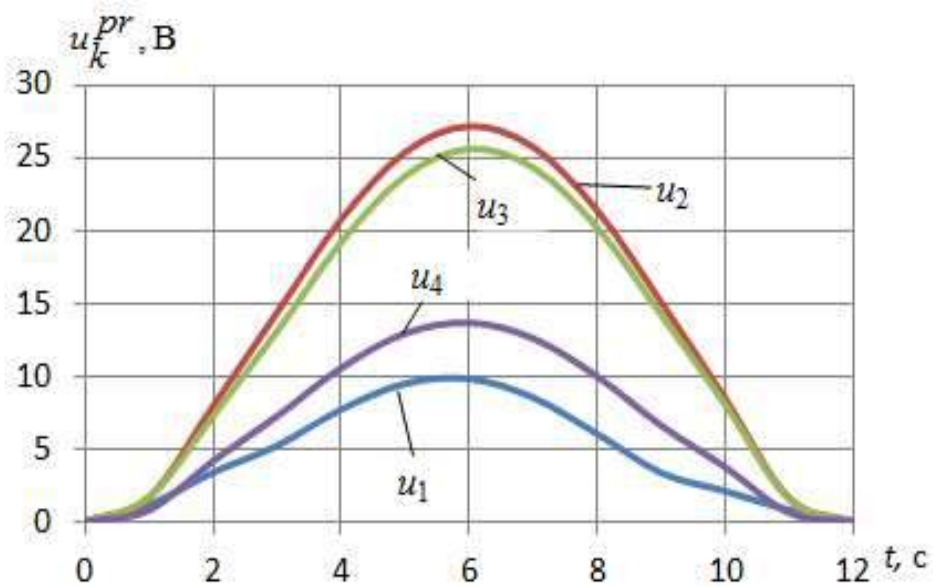


Рисунок 5.17 – Законы изменения управляющих напряжений

5.6.3 Прямолинейное движение рабочего органа под углом в пространстве

Прямолинейное движение рабочего органа под углом в пространстве (ПД) при изменении конфигурации манипулятора. При расчетах приняты следующие значения координат $x_{M_0} = -297$ мм, $y_{M_0} = 1130$ мм, $z_{M_0} = 740,5$ мм начальной точки M_0 и конечной точки M_k : $x_{M_k} = 74,5$ мм, $y_{M_k} = 1357,7$ мм, $z_{M_k} = -600$ мм (рисунок 5.18).

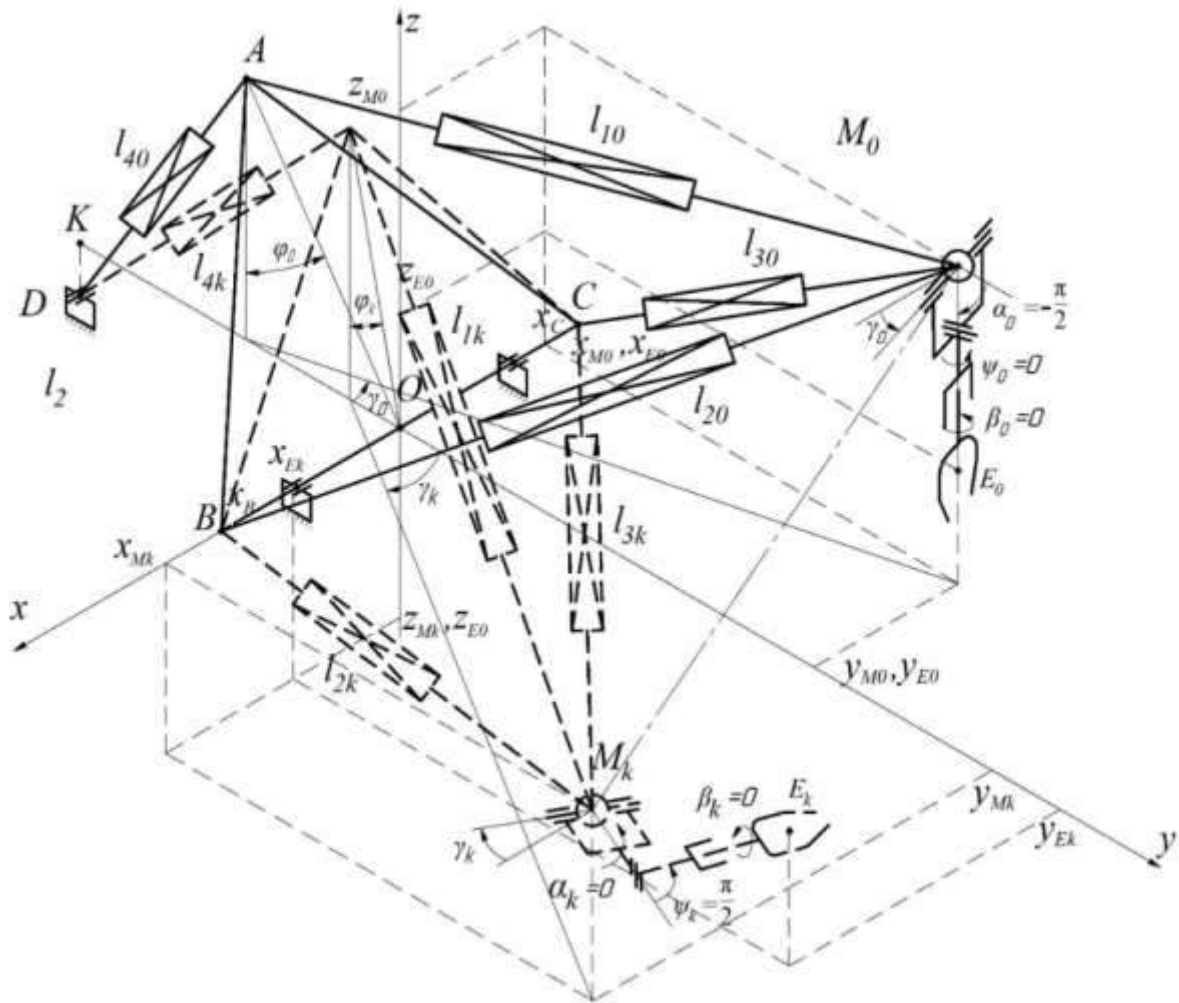


Рисунок 5.18 – Кинематическая схема манипулятора-трипода с антропоморфным манипулятором с тремя степенями подвижности в двух положениях

Пространственное положение рабочего органа задаем направляющими косинусами $\alpha_{23} = 0, \alpha_{33} = -1, \alpha_{13} = 0$ подвижной системы координат $O_4x_4y_4z_4$ рабочего органа относительно неподвижной системы координат $Oxyz$ (рисунок 5.18). В этом случае обобщенные координаты захватного устройства равны $x_E(t) = x_M(t), y_E(t) = y_M(t), q_5 = z_M(t), \alpha = -\frac{\pi}{2}, \psi = 0, \beta = 0$, и получаем из (5.109) следующие уравнения динамики манипуляционной системы в конкретном случае перемещения рабочего органа.

$$(M + m_{cp})\ddot{x}_M = F_1 \frac{x_M}{l_1} + F_2 \frac{x_M - x_B}{l_2} + F_3 \frac{x_M + x_B}{l_3} + \lambda \frac{\partial f}{\partial x_M}, \quad (5.155)$$

$$\frac{\partial f}{\partial x_M} = \frac{y_M + OA \sin \varphi}{x_M^2 + (y_M + OA \sin \varphi)^2},$$

$$(M + m_{\text{тр}}) \ddot{y}_M = F_1 \frac{y_M + OA \cdot \sin \varphi - y_B}{l_1} + F_2 \frac{y_M - y_B}{l_2} + F_3 \frac{y_M - y_B}{l_3} + \lambda \frac{\partial f}{\partial y_M}, \quad (5.156)$$

$$\frac{\partial f}{\partial y_M} = \frac{-x_M}{x_M^2 + (y_M + OA \sin \varphi)^2},$$

$$(M + m_{\text{тр}}) \ddot{z}_M = F_1 \frac{z_M - OA \cdot \cos \varphi}{l_1} + F_2 \frac{z_M}{l_2} + F_3 \frac{z_M}{l_3} - (M + m_{\text{тр}}) g, \quad (5.157)$$

$$OA^2 \cdot m_A \ddot{\varphi} = F_1 \frac{(y_M \cdot \cos \varphi + z_M \cdot \sin \varphi) OA}{l_1} +$$

$$+ F_4 \frac{(DK \cdot \sin \varphi - OK \cdot \cos \varphi) OA}{l_4} + \lambda \frac{\partial f}{\partial \varphi} + m_A g \cdot OA \sin \varphi, \quad (5.158)$$

$$\frac{\partial f}{\partial \varphi} = \frac{-x_M OA \cos \varphi}{x_M^2 + (y_M + OA \sin \varphi)^2},$$

$$I_\gamma \cdot \ddot{\gamma} = \lambda \frac{\partial f}{\partial \gamma}, \quad I_\gamma = \text{const}, \quad \frac{\partial f}{\partial \gamma} = 1. \quad (5.159)$$

Дифференциальные уравнения относительных движений звеньев трехзвенного манипулятора последовательной структуры, имеют вид

$$I_\alpha \cdot \ddot{\alpha} - \dot{\psi} \dot{\alpha} [I_{\alpha\psi} \sin 2\psi + 2a(m_3 l_{3c} + m_4 l_{4c} + m_{\text{тр}} l_{\text{тр}}) \sin \psi] = T_\alpha - \frac{\partial \Pi}{\partial \alpha}, \quad (5.160)$$

$$I_\psi \ddot{\psi} + \frac{1}{2} I_{\alpha\psi} \dot{\alpha}^2 \sin 2\psi + \dot{\alpha}^2 \cdot a(m_3 l_{3c} + m_4 l_{4c} + m_{\text{тр}} l_{\text{тр}}) \sin \psi = T_\psi - \frac{\partial \Pi}{\partial \psi}, \quad (5.161)$$

$$I_\beta (\ddot{\alpha} \sin \psi - \dot{\psi} \cdot \dot{\alpha} \cos \psi) = T_\beta - \frac{\partial \Pi}{\partial \beta}, \quad (5.162)$$

$$\text{где } I_{\alpha\psi} = (m_3 l_{c3}^2 + m_4 l_{c4}^2 + m_{\text{тр}} l_{\text{тр}}^2 + I_{3x} + I_{4y} + I_{\text{зру}} - I_{3y} - I_{4z} - I_{\text{тр}z}),$$

$$-\frac{\partial \Pi}{\partial \alpha} = -g \cdot \cos \alpha (m_3 (a + l_{3c} \cos \psi) + m_4 (a + l_{4c} \cos \psi) + m_{\text{тр}} (a + l_{\text{тр}} \cos \psi) + m_2 l_{2c}),$$

$$-\frac{\partial \Pi}{\partial \psi} = g \cdot \sin \psi \cdot \sin \alpha (m_3 l_{3c} + m_4 l_{4c} + m_{\text{тр}} l_{\text{тр}}), \quad -\frac{\partial \Pi}{\partial \beta} = 0.$$

На рисунках 5.19-5.22 приведены законы изменения длин исполнительных звеньев манипулятора, управляющих усилий, управляющих напряжений

электродвигателей линейных исполнительных звеньев манипулятора – трипода и крутящих моментов двигателей захватного устройства.

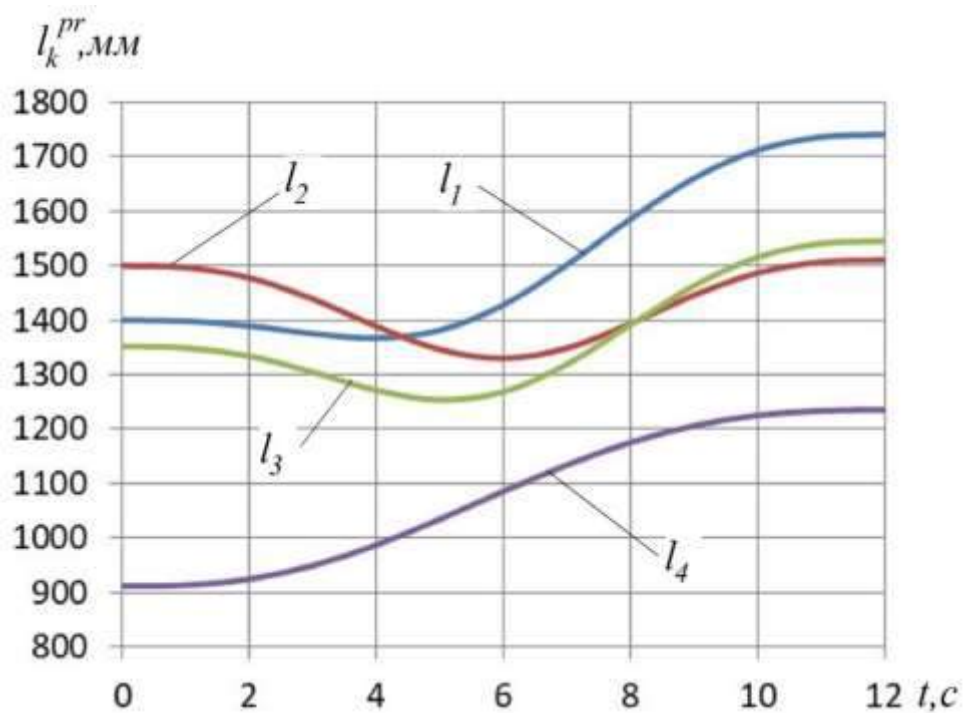


Рисунок 5.19 – Зависимости изменения длин исполнительных звеньев манипулятора

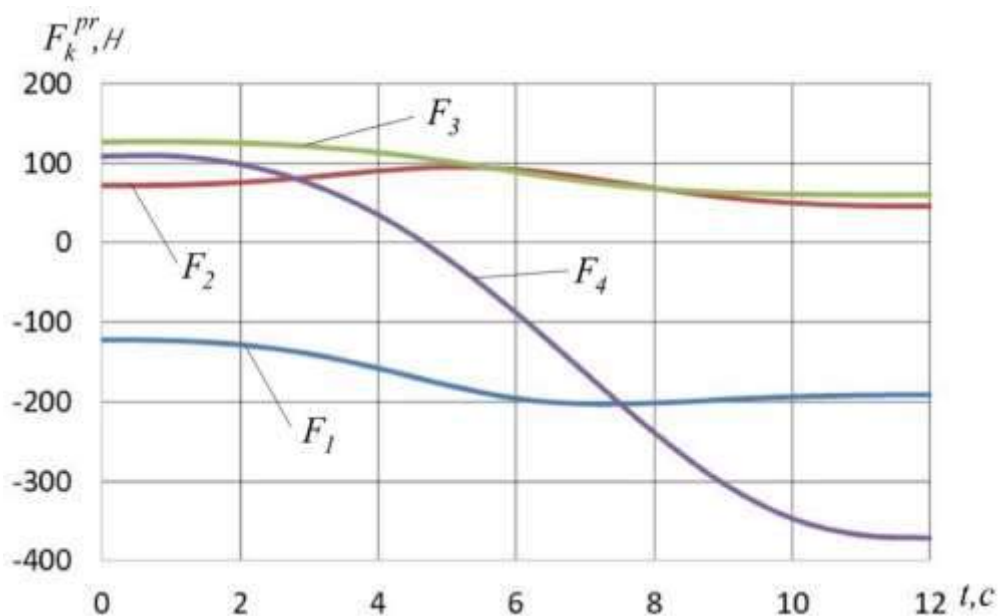


Рисунок 5.20 – Законы изменения программных усилий в исполнительных звеньях манипулятора – трипода

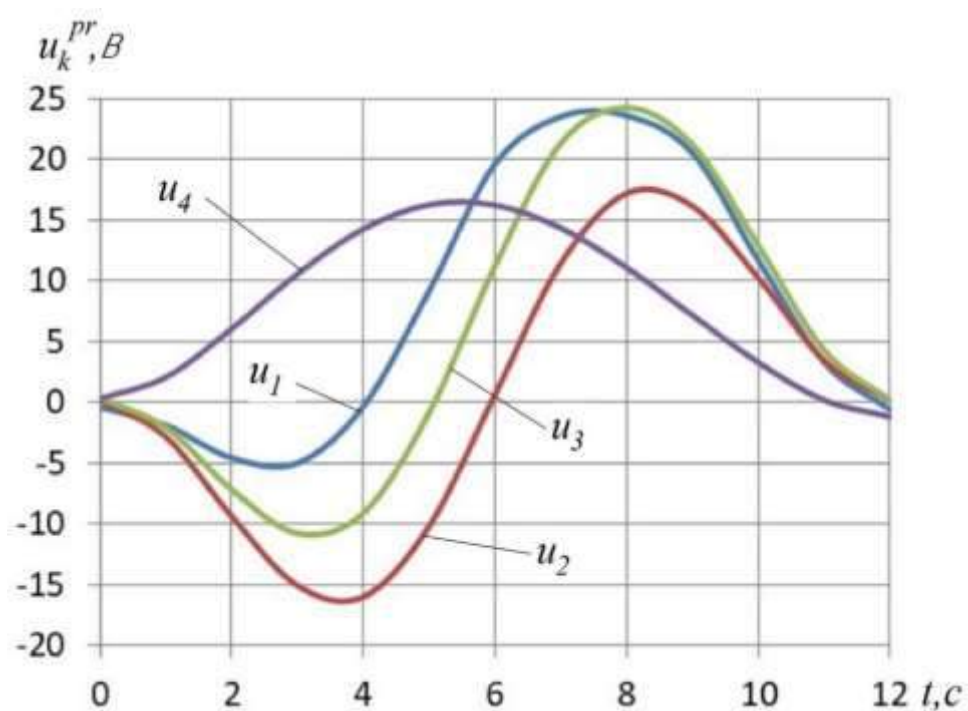


Рисунок 5.21 – Законы изменения управляющих напряжений

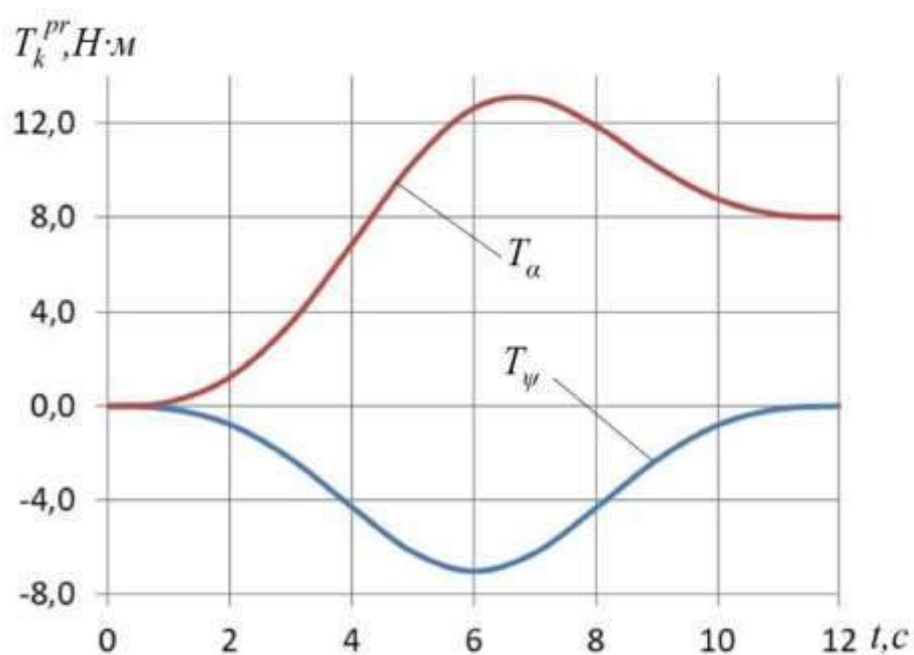


Рисунок 5.22 – Законы изменения крутящих моментов двигателей
захватного устройства

Выводы по 5 главе

Разработаны математические модели управляемых движений манипулятора в виде нелинейных уравнений динамики, полученных с помощью уравнений

Лагранжа с неопределенными множителями с дополнительными голономными связями. Полученные уравнения динамики манипулятора параллельно-последовательной структуры позволяют решать две основные задачи — определение движущих сил и моментов, необходимых для реализации заданных программных движений рабочего органа, а также усилия в кинематических парах. При известных управляющих усилиях уравнения динамики позволяют синтезировать необходимые параметры системы управления с обратными связями, минимизирующих динамические ошибки при отработке программных движений.

Разработан динамический алгоритм синтеза стабилизации рабочего органа относительно заданного положения. Синтезирован алгоритм реализации программных траекторий, методика которого основана на формировании управляющих сигналов исполнительных приводов решением обратной задачи динамики с использованием алгоритма формирования управляющих сигналов из условия, чтобы отклонения от текущих значений программных траекторий были решениями дифференциального уравнения второго порядка. Контур управления исполнительными двигателями синтезируются в процессе построения алгоритма траекторного управления. Приводятся результаты численного моделирования, подтверждающие работоспособность предложенного алгоритма на примере поступательных прямолинейных перемещений рабочего органа.

Сформирована база математических моделей динамики и алгоритмов управления элементарных траекторий (технологических движений) рабочего органа, обеспечивающих заданные режимы управления регуляторами манипуляционных роботов. Для этих траекторий частные производные, формирующие символы Кристоффеля первого рода в уравнениях Лагранжа второго рода, вычисляются с помощью программы символьной математики. На основе этих моделей синтезируются алгоритмы управления и значения коэффициентов регулятора обратных связей в соответствии с параметрами технологических движений.

6. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ УПРАВЛЯЮЩИХ СИСТЕМ НА ОПЫТНОМ ОБРАЗЦЕ И НАУЧНО-ТЕХНИЧЕСКИЕ РЕШЕНИЯ

В данном разделе подробно описываются конструкция и технические характеристики экспериментального образца манипулятора с семью степенями подвижности параллельно-последовательной структуры с управляемым захватом. Для проверки результатов теоретических исследований проведены эксперименты для двух вариантов встраиваемых систем управления, предназначенных для разных по составу и функциональным возможностям реконфигурируемых манипуляционных роботов.

Отражены особенности разработанных управляющих программ для реализации алгоритмов перемещения приводов и проведены испытания, разработанных образцов информационно-измерительных и управляющих систем на экспериментальном образце манипулятора параллельно-последовательной структуры. Экспериментальный образец оснащен набором сенсорных модулей и системой технического зрения.

Приведены новые научно-технические решения на базе разработанных схем реконфигурируемых манипуляционных систем роботов и аналитических методов алгоритмов управления, обеспечивающих реализацию технологических процессов на примере погрузочно-разгрузочных и манипуляционных работ.

6.1 Технические характеристики экспериментального образца манипулятора параллельно-последовательной структуры

Экспериментальные исследования проводились на манипуляторе параллельно-последовательной структуры, имеющего семь степеней подвижности (рисунок 6.1), технические характеристики которого приведены в таблице 6.1.

Таблица 6.1 – Техническая характеристика манипулятора

Габариты робота-манипулятора: длина, ширина, высота, мм	1820x775x850
Максимальная грузоподъемность, кг (при установке крюка/при установке трехстепенного управляемого захвата)	130/10 (с захватом)
Масса манипулятора, кг	80
Тип привода	электрический
Электропитание, В	24
Максимальная высота подъема рабочего органа(захвата), мм	2555
Максимальный вылет захвата в продольной плоскости (влево и вправо) от его продольной оси, мм	1240
Максимальный вылет захвата от передней кромки платформы, мм	1800

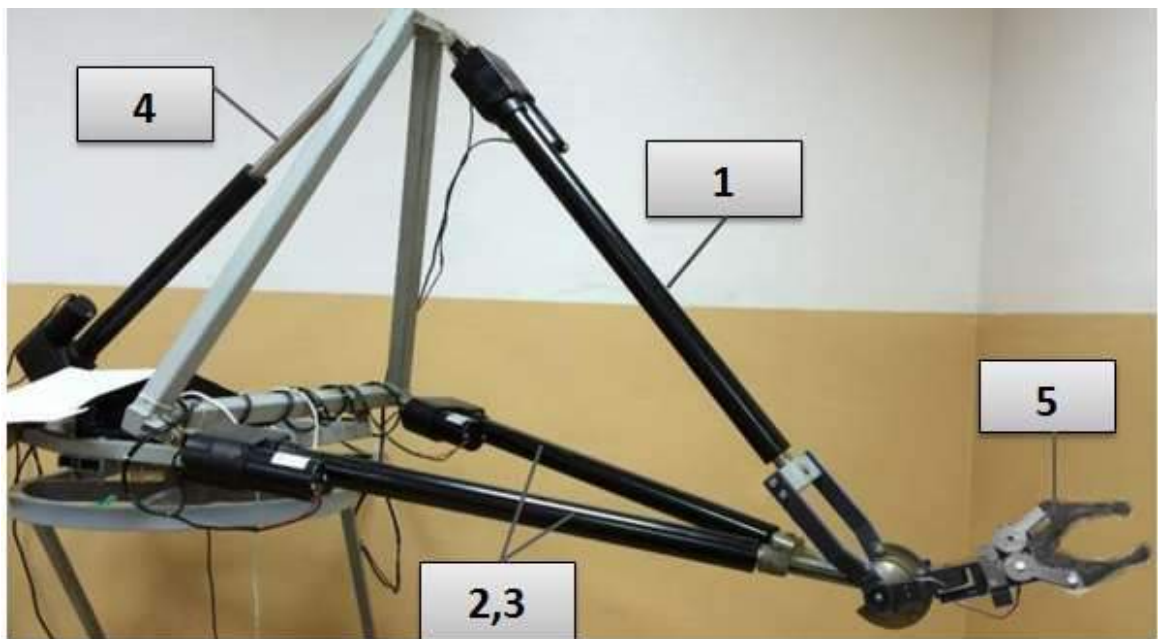


Рисунок 6.1 – Манипулятор параллельно-последовательной структуры, оснащенный управляемым захватным устройством с тремя степенями подвижности: 1 – 4 линейные исполнительные привода; 5 – трехстепенной манипулятор с рабочим органом

Манипулятор-трипод параллельно-последовательной структуры состоит из пространственного приводного трехстержневого механизма в виде треугольной пирамиды со звеньями переменной длины. Механизм содержит три звена 1, 2, 3 (рисунок 6.2), концы которых закреплены в вершинах. Трехстержневой механизм установлен на поворотном основании 4 в виде треугольной фермы с помощью двухступенных шарниров 5 [178]. Противоположные концы трех звеньев 1-3 соединены между собой и с трехступенным управляемым захватом 6 посредством сферического шарнирного устройства 7 с пятью степенями свободы. Основание 4 крепится к транспортному средству двумя нижними вершинами треугольной фермы с помощью цилиндрических шарниров вращения с кинематической парой пятого класса. Для поворота основания 4 предусмотрен дополнительный подвижный стержневой привод 8, который одним концом соединяется с верхней третьей вершиной треугольной фермы, а другим концом к транспортному средству с помощью цилиндрических шарниров вращения с кинематической парой пятого класса [178].

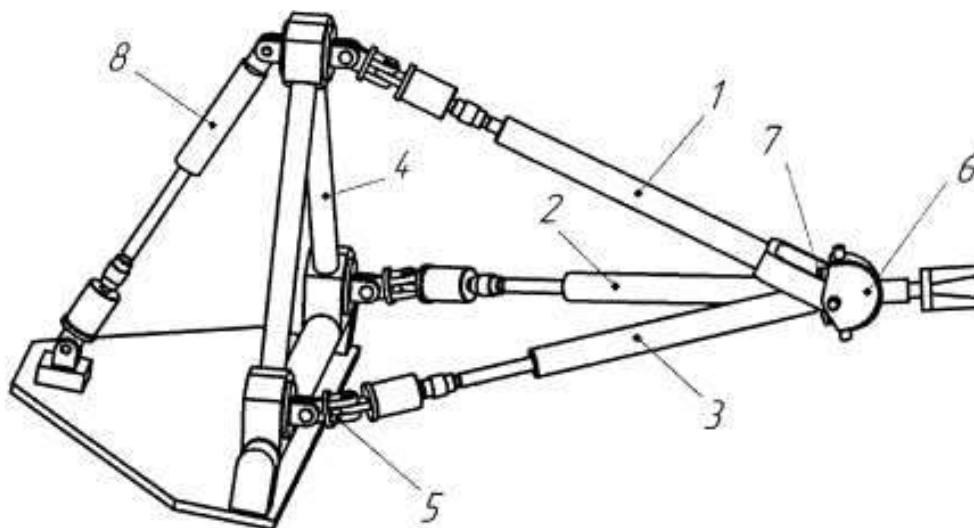


Рисунок 6.2 – Общий вид манипулятора

Трехступенной управляемый захват 6 (рисунок 6.3) содержит три механизма 9, 10, 11 и захват 12, расположенных последовательно друг за другом. Звенья захвата соединяются между собой цилиндрическими шарнирами вращения. При

этом ось симметрии Z_2 механизма 9 трехстепенного управляемого захвата 6 совпадает с осью симметрии Z_1 пятиподвижного сферического шарнира 7, а ось Z_3 механизма 10 располагается под угол 90° к оси симметрии Z_2 механизма 9. Захват 12, шарнирно соединенный цилиндрическим шарниром с механизмом 11, может выполнять поворот на 360° вокруг оси симметрии Z_4 механизма 11. Вращения всех трех механизмов 9-11 осуществляются сервоприводами, которые крепятся корпусами или выходными валами к конструкциям механизмов 9-11 (на рисунках 6.2 и 6.3 не указаны) [178].

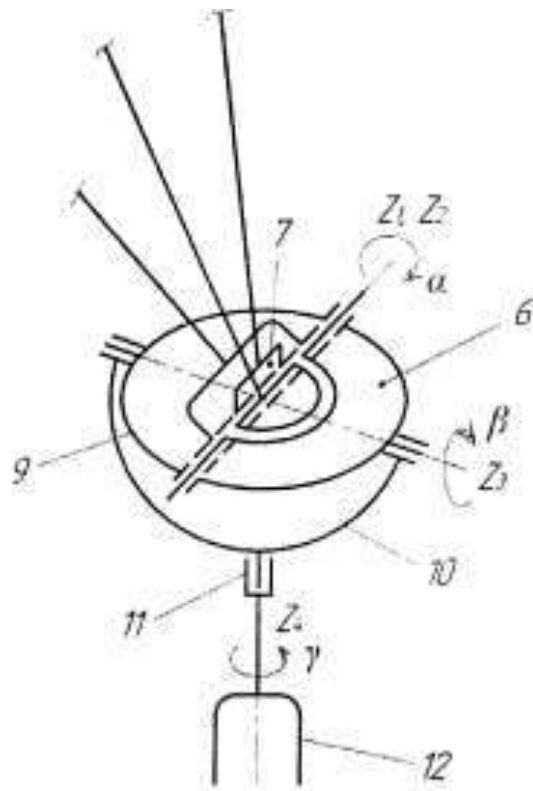


Рисунок 6.3 – Трехстепенной управляемый захват

В качестве исполнительных звеньев (линейных приводов) используются электроактуаторы фирмы SKF серии САНВ-21-В1N610926-ААА0Р0-000 (рисунок 6.4) [5].



Рисунок 6.4 – Общий вид электроактуатора

Таблица 6.2 – Технические характеристики актуатора

Усилие толкания	до 2300 Н
Усилие втягивания	до 2300 Н
Скорость при полной нагрузке	до 45 мм/с
Ход	610 (457) мм
Напряжение питания	24 В постоянного тока
Температуры работы	от -40 до +85 °С
Класс защиты	IP 66
Обратная связь	есть
Датчик обратной связи	потенциометр

Приводами управляемого захвата являются сервомашинки. Для вращения кольца 9 относительно оси Z_2 и скобы 10 относительно оси Z_3 используются сервоприводы SPT70HV-320 (рисунок 6.5), технические характеристики которых приведены в таблице 6.3.



Рисунок 6.5 – Общий вид сервопривода SPT70HV-320

Таблица 6.3 – Технические характеристики сервопривода SPT70HV-320

Мертвая полоса:	4 мкс
Нейтральное положение:	1500 мкс / 330 Гц
Угол управления:	320 °
Диапазон рабочего напряжения:	4.8V-8.4V
Рабочая скорость	
при напряжении 6,0 В:	0,20 сек. / 60 °
при напряжении 7,4 В:	0,16 сек / 60 °
Крутящий момент	
при напряжении 6,0 В:	56 кг.см.
при напряжении 7,4 В:	70 кг.см

Для вращения захвата относительно оси Z_4 и сжатия губок используются сервоприводы DS5160 (рисунок 6.6), технические характеристики которых приведены в таблице 6.4.



Рисунок 6.6 – Общий вид сервопривода DS5160

Таблица 6.4 – Технические характеристики сервопривода DS5160

Мертвая полоса:	3 мкс
Нейтральное положение:	1500 мкс / 330 Гц
Угол управления:	180 °
Диапазон рабочего напряжения:	4.8V-8.4V
Рабочая скорость	
при напряжении 6,0 В:	0,15 сек. / 60 °
при напряжении 7,4 В:	0,14 сек / 60 °
Крутящий момент	
при напряжении 6,0 В:	58 кг.см
при напряжении 7,4 В:	60 кг.см

Рабочий процесс манипулятора-трипода параллельно-последовательной структуры осуществляется следующим образом (рисунки 6.2, 6.3). Перемещение

захвата 12 по траектории в заданную точку позиционирования, находящуюся в зоне обслуживания манипулятора-трипода, осуществляется в несколько этапов [178]. На первом этапе перемещение обеспечивается работой пространственного четырехстержневого механизма, который позиционирует трехстепенной управляемый захват 6 непосредственно в назначенной точке рабочей зоны. Дальнейшие манипуляции осуществляются работой приводов трехстепенного управляемого захвата 6, который ориентирует (разворачивает) захват 12 посредством трех последовательно расположенных механизмов 9-11.

Увеличение или уменьшение длины штока хотя бы одного звена 1, 2 или 3 пространственного приводного стержневого механизма, изменяет геометрию пространственной структуры, образованной основанием 4 и звеньями переменной длины механизмов 1-3. Вследствие этого сферический пятиподвижный шарнир 7, находящейся в вершине пирамиды перемещает трехстепенной управляемый захват 6 механизм с захватом 12.

Увеличивать зону обслуживания манипулятора-трипода позволяет дополнительный подвижный стержневой привод 8, который поворачивает в вертикальной плоскости основание 4. Шарниры 5 соединяют одни концы звеньев 1-3 стержневого механизма с вершинами треугольной фермы основания 4 и обеспечивают необходимую двухстепенную подвижность этих звеньев относительно основания 4.

Дальнейшее позиционирование требуемого положения захвата 12 в пространстве осуществляется управлением перемещений механизмов 9-11 трехстепенного подвижного управляемого захвата 6. На каждом из механизмов 9, 10 или 11 установлено по одному двигателю. При включении какого-либо двигателя, звенья управляемого захвата 6 поворачиваются на заданный угол относительно своей вращения. При этом звено 9 механизма поворачивается на угол α вокруг оси Z_2 , соответственно звено 10 на угол β вокруг оси Z_3 , а звено 11 на угол γ вокруг оси Z_4 . Полный поворот на 360° углов α и β невозможен из-за размеров конструкции самих механизмов. Только звено 11 механизма позволяет вращать захват 12 на угол $\beta > 360^\circ$ вокруг оси Z_4 . После того как захват 12

полностью сориентируется в нужном положении, происходит заключительный этап - фиксация и перенос указанного объекта в другое место [178].

6.2 Система управления

Система управления предназначена для реализации заданных законов перемещения захвата манипулятора и для текущего контроля состояния исполнительных приводов. Основные архитектурные особенности системы управления манипулятором обусловлены его механической конструкцией, кинематическими возможностями, траекториями программных движений и кругом поставленных задач.

При разработке структуры системы управления рассматривались два варианта реализации системы. В первом случае встроенная система управления содержит единственный мощный контроллер или одноплатный микрокомпьютер [229], решающий все задачи управления манипулятором, а в основе второй системы – многопроцессорная распределенная модульная структура [142].

Применение в качестве центрального блока обработки данных мощных 32-разрядных микроконтроллеров семейства STM32 или одноплатных микрокомпьютеров типа Raspberry Pi3/4 позволяют перенести наиболее ресурсоемкие задачи управления на встраиваемую систему, обеспечивая автономный режим работы. В тоже время, ресурсов однопроцессорной системы может быть недостаточно при увеличении числа исполнительных устройств, необходимости обработки в реальном масштабе времени сигналов обратной связи, имеющих разную форму представления (аналоговую или цифровую), реализации алгоритмов автоматического регулирования, цифровой фильтрации и ряда других задач управления.

В рассматриваемом манипуляторе в качестве исполнительных устройств применяются линейные актуаторы CAHB-21 series компании «SKFgroup» и двигатели постоянного тока с редукторами моделей SPT70HV-320 и DS5160HV-180. Скорости движения штоков актуаторов и скорости изменения углов поворота

сервоприводов регулируются изменением скважности управляющего ШИМ-сигнала. Актуаторы оснащены потенциометрическими датчиками обратной связи. В сервоприводах используются датчики AS5600, выполняющие функцию абсолютного энкодера.

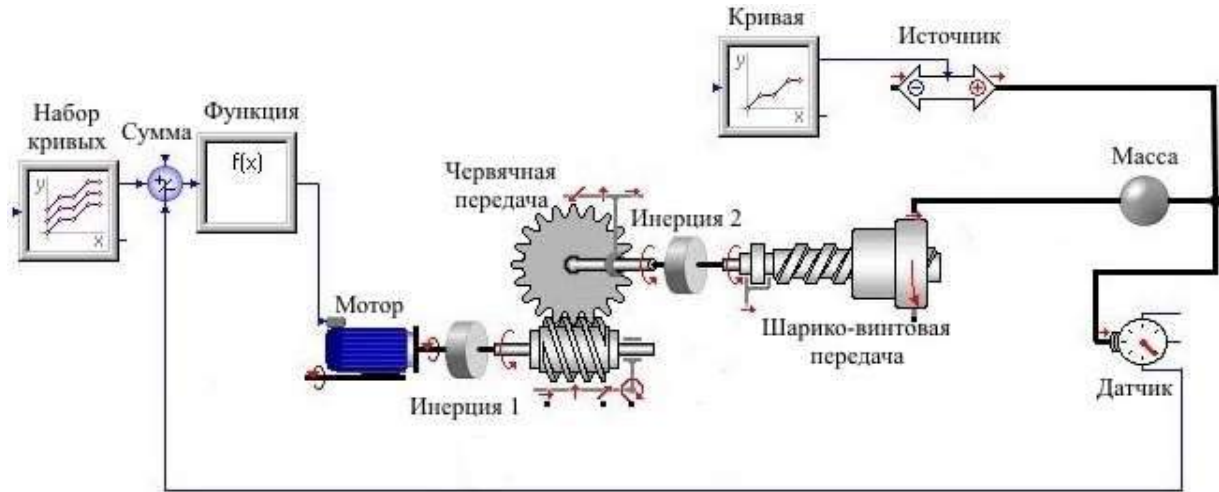


Рисунок 6.7 – Функциональная схема привода линейного актуатора

При проектировании системы управления ставилась задача разработки и исследования возможностей реконфигурируемых типовых модулей управления исполнительными механизмами – электроприводами.

Система технического зрения (СТЗ) должна решать проблемы идентификации препятствий, измерения расстояний, построения карты рабочей области (зоны). В качестве основного модуля СТЗ выбраны камера структурированного света ASUS Xtion Pro Live [390, 404, 230], персональный ПК или ноутбук и радиомодуль Wi-Fi. Камера работает по технологии разработанной компанией Prime Sense [373]. Все устройства соединяются по интерфейсу USB. Для обработки изображений использовались библиотеки с открытым кодом: библиотека для решения типичных робототехнических задач ROS Groovy Galapagos и библиотека для решения типичных робототехнических задач ROS Groovy Galapagos и библиотека для работы с облаками точек PCL. Используются алгоритмы обнаружения препятствий, отраженные в работе [230].

6.2.1 Схемная реализация однопроцессорной системы управления манипулятором

Структурная схема однопроцессорной системы управления исполнительными звеньями манипулятора представлена на рисунке 6.8. Данная система позволяет управлять приводами манипулятора с 7 степенями подвижности, также контролировать состояние исполнительных звеньев и перемещать выходное звено (захват) по программно-заданным законам.

Система построена на микроконтроллере платформы STM-32F407 Discovery, который имеет 32-битный ARM Cortex-M4. Вычислительных способностей этого микроконтроллера достаточно для управления манипулятором. Кроме того, микроконтроллер оснащен достаточным количеством пинами ввода-вывода общего назначения и дополнительными интерфейсами SPI, I²C, UART, CAN, SDIO.

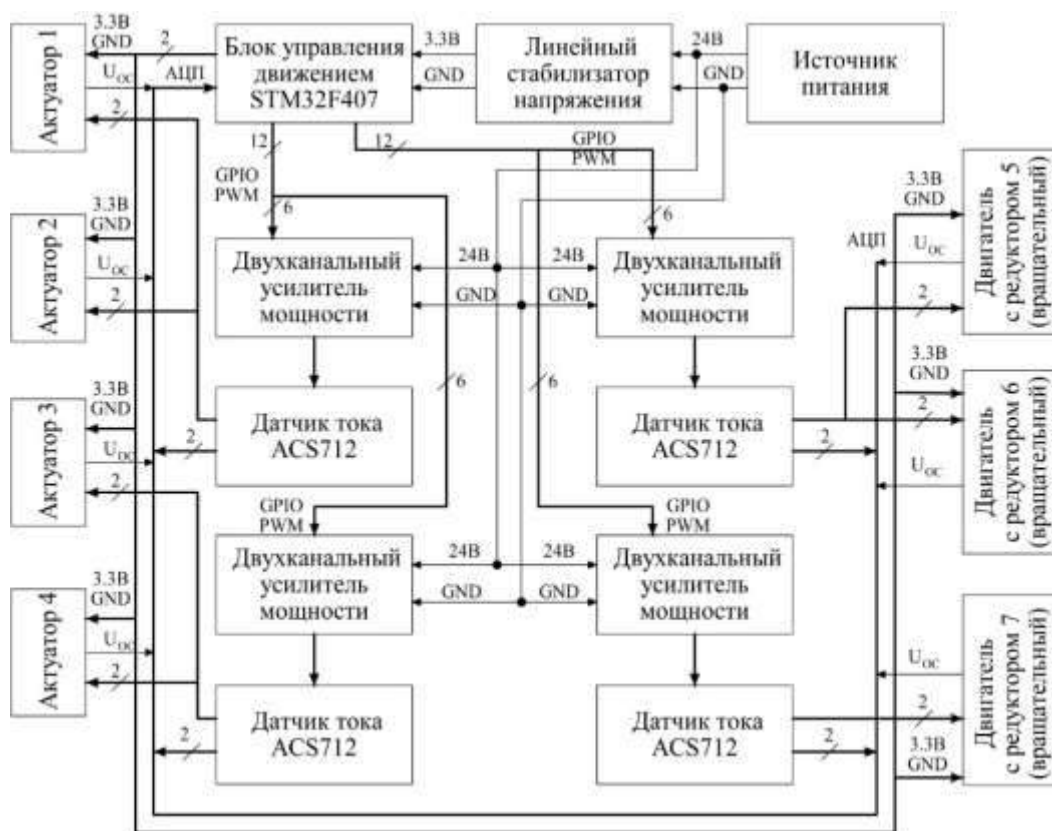


Рисунок 6.8 – Структурная схема системы управления приводами манипулятора

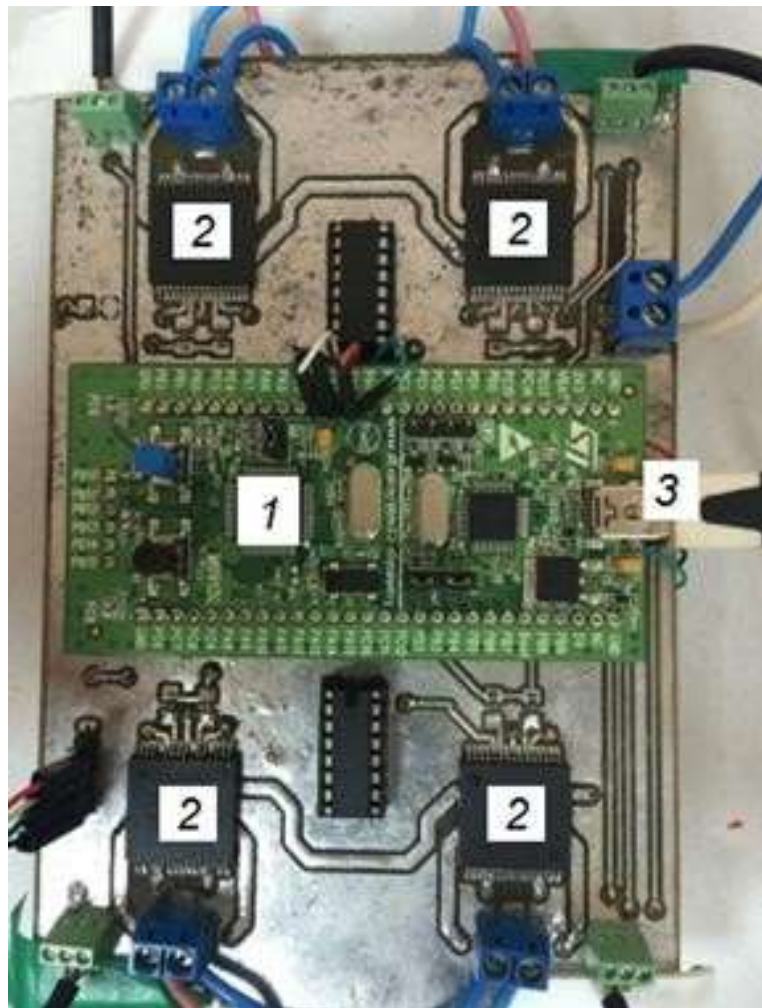


Рисунок 6.9 – Внешний вид модуля управления однопроцессорной системы: 1 – микроконтроллер, 2 – мостовые усилители; 3 – USB-порт

Управление исполнительными звеньями осуществляется с помощью двухканального усилителя, основанного на микросхеме мостового усилителя VN13SP30, способной выдерживать пиковые токи потребления до 30А.

Реверсирование вращения двигателя (направление движения штока) задается управляющими сигналами на выводах GPIO контроллера, а скорость движения приводов управляется ШИМ-сигналами, генерируемыми встроенными таймерами микроконтроллера. Для измерения тока, потребляемого электродвигателями, в разрыв цепи между выходом мостового усилителя и обмоткой электродвигателя, установлен датчик тока ACS 712. Аналоговый сигнал с датчика поступает на вход микроконтроллера. Сигнал пропорционален току, потребляемому электродвигателем. С помощью него рассчитывают момент на

валу двигателя и определяют состояния останова или заклинивания штока актуатора. На входы 16-канального коммутатора АЦП поступают аналоговые сигналы обратной связи от энкодеров всех приводов, а также датчиков тока в обмотках этих же электроприводов.

Встроенная система управления подключена к аккумуляторным батареям с напряжением +24 В. Понижение напряжения для интегральных схем до 5В осуществляется с помощью электронного стабилизатора LM2596, а для контроллера до 3.3В с помощью AMS1117.

В блоке управления программно реализованы основные операции по обработке данных от датчика тока и энкодера, а также алгоритмы управления приводом: цифровые фильтры, вычислители расстояния по данным от энкодера, ПИД-регуляторы, генераторы ШИМ-сигналов, формирователи сигналов управления для перемещения штока актуатора по заданной траектории.

6.2.2 Многопроцессорная система управления

Разделение задач управления манипулятором между отдельными модулями системы исключает критичные требования по быстродействию АЦП, процессорному времени обработки измерительной информации и реализации алгоритмов автоматического регулирования. Кроме того, заложенные в структуре разработанной системы свойства масштабируемости и модульности, расширяют области применения системы управления. В многопроцессорную систему управления могут быть включены модули обработки измерительной информации с различных сенсорных систем, модули пространственного позиционирования и навигации и ряд других. Состав и функции модулей зависят только от технических требований и области применения робототехнических устройств.

Структурная схема многопроцессорной системы управления приводами манипулятора приведена на рисунке 6.10.

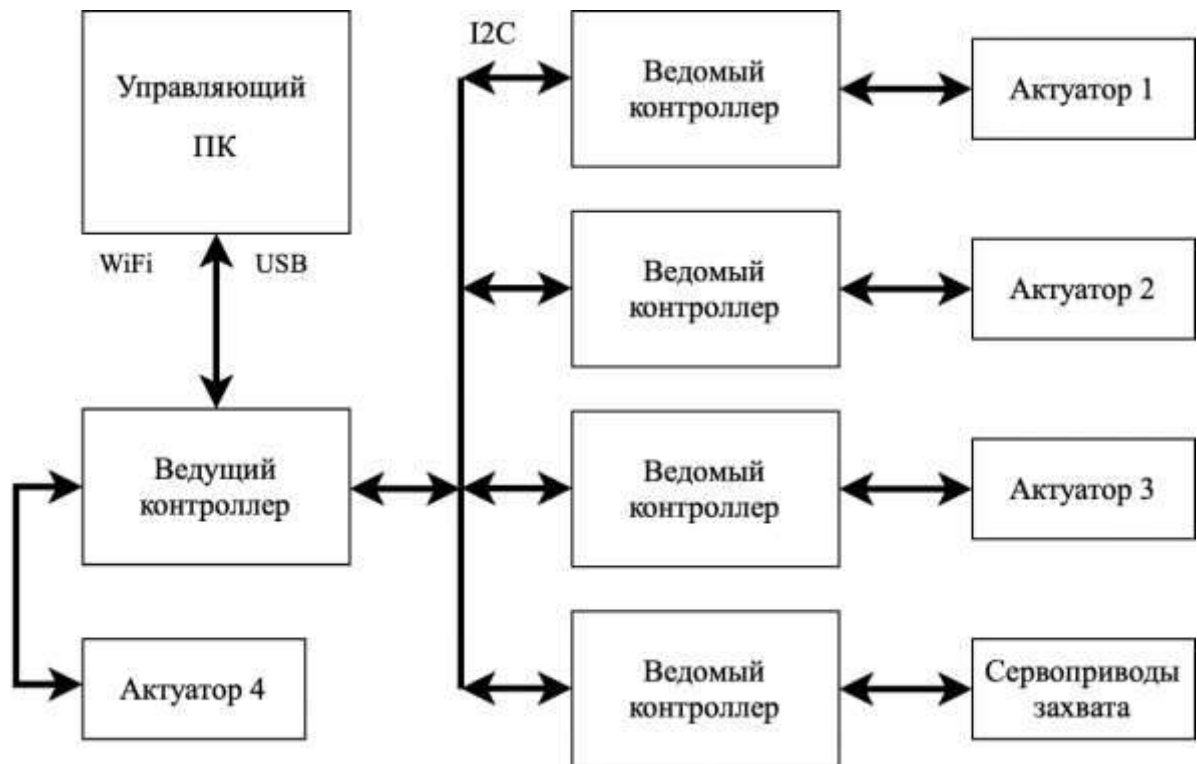


Рисунок 6.10 – Структурная схема многопроцессорной системы управления приводами манипулятора

Основными элементами системы являются модули управления электроприводами манипулятора. Разработаны два типа модулей – модуль управления актуатором и модуль управления сервоприводами захвата (рисунок 6.10). Оба типа модулей построены на 32-разрядном микроконтроллере STM32F103C8T6. Вычислительных ресурсов контроллера достаточно для решения задач управления отдельными электроприводами в реальном масштабе времени. Высокоскоростной 12-разрядный АЦП с временем преобразования 1 мкс обрабатывает аналоговые сигналы обратной связи от электроприводов, а интерфейсы – SPI, USART, I2C, CAN, USB 2.0 Full Speed поддерживают любую конфигурацию локальной сети связи в многопроцессорной системе. Конструктивно модули выполнены в виде печатных плат, в которых предусмотрены посадочные места для установки микроконтроллера, элементов обвязки и соединители для подключения дополнительных внешних модулей.

6.2.2.1 Модуль управления актуатором

Структурная схема модуля приведена на рисунке 6.11, внешний вид модуля управления актуатором – на рисунке 6.12. За счет реконфигурации интерфейсных схем и ПО поддержки обмена данными между контроллерами модуль устанавливается в состояние ведущего или ведомого контроллера в системе, сохраняя в любом состоянии основную функцию – управление актуатором. В состоянии ведущего, помимо функций управления двигателем, модуль выполняет роль моста между управляющим ПК и контроллерами системы, обеспечивая связь с удаленным ПК и обмен данными по внутренней локальной шине I2C между всеми контроллерами системы.

Канал связи с удаленным ПК может быть построен по проводной или беспроводной схеме. При организации проводного канала используется витая пара и встроенный USB порт микроконтроллера STM32F103C8T6. В варианте с беспроводным каналом связи на плату контроллера устанавливается WiFi-модуль на базе микросхемы ESP8266. На схеме (рисунок 6.11) обозначен как WiFi сопроцессор ESP8266. Модуль содержит специальную прошивку для организации моста TCP $\leftrightarrow$ UART, создавая такой же канал связи, как и через порт USB. При выполнении функций ведущего, контроллер принимает команды от управляющего ПК, преобразует их во внутренний формат и передает команды по шине I2C ведомым контроллерам. Для понижения уровня напряжения питания до 5 и 3,3 В используются последовательно включенные импульсный DC-DC стабилизатор LM2596 и линейный LDO стабилизатор AMS1117.

В контур управления актуатором входят встроенные таймеры микроконтроллера, генерирующие ШИМ-сигналы для мостового усилителя на микросхеме VNH3SP30, и датчик тока в интегральном исполнении ACS712 для измерения тока в обмотках электродвигателя актуатора, формирующий сигнал обратной связи на один из входов АЦП контроллера. Реверсирование вращения двигателя актуатора задается управляющими сигналами на выводах GPIO контроллера. Цифровые сигналы (GPIO, PWM) контроллера усиливаются до

стандартных ТТЛ-уровней преобразователем сигналов на полевых транзисторах BSS138.



Рисунок 6.11 – Структурная схема модуля управления актуатором



Рисунок 6.12 – Внешний вид модуля управления актуаторами.

6.2.2.2 Модуль управления сервоприводами

Модуль управления сервоприводами построен на основе микроконтроллера STM32F103C8T6, структурная схема приведена на рисунке 6.13. Основная

функция модуля – управление сервоприводами захвата манипулятора. Режимы работы и конструктивные особенности захвата требуют поддержки параллельной во времени работы 5 сервоприводов (сервомашинок).

Управление сервомашинками осуществляется по стандартной схеме. На каждую сервомашинку подается напряжение питания +5 В и управляющий ШИМ-сигнал. Используются 5 каналов от двух таймеров микроконтроллера, генерирующих ШИМ-сигналы для регулирования угла поворота сервомашинками с частотой 50Гц. Небольшие токи управления сервоприводами позволяют прямо подключать GPIO выходы контроллера, передающие ШИМ-сигналы (PWM), ко входам электроприводов. Для исключения взаимного влияния работающих приводов, уменьшения уровня помех все сервомашинки подключены к отдельным понижающим импульсным DC-DC стабилизаторам LM2596 с фиксированным выходным напряжением 5В.

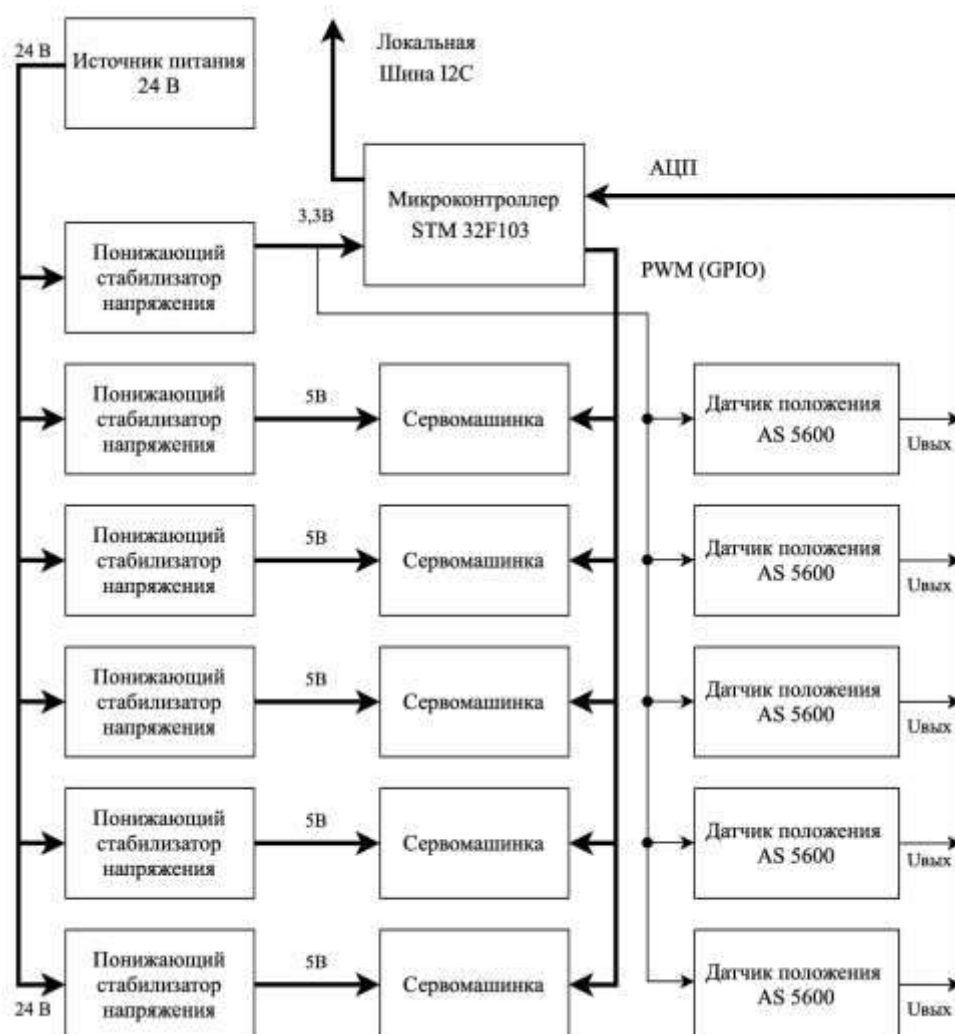


Рисунок 6.13 – Структурная схема модуля управления сервоприводами

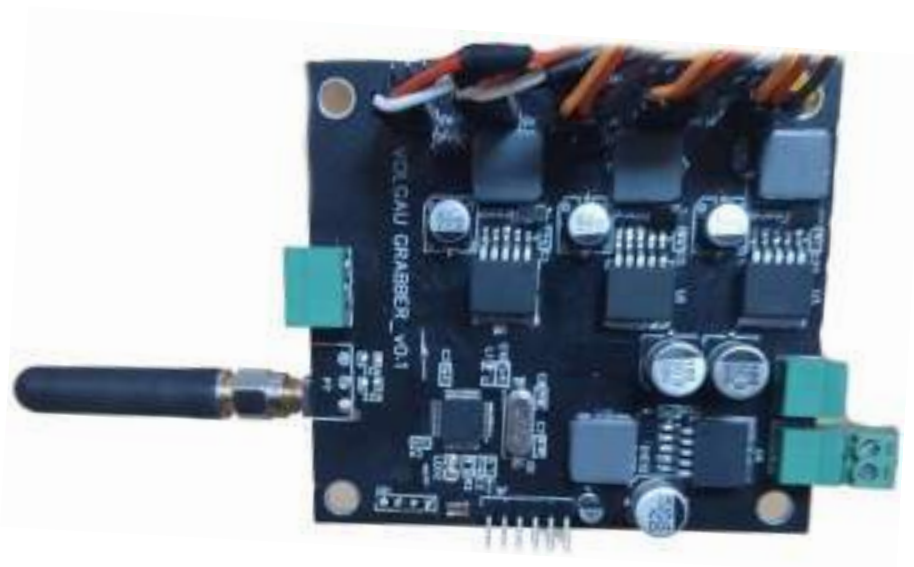


Рисунок 6.14 – Внешний вид модуля управления сервоприводами захвата.

Активный контроль кинематических параметров вала сервомашинки выполняет датчик положения AS5600, выполняющий функцию абсолютного энкодера. Сигнал обратной связи (напряжение $U_{\text{вых}}$) передается на вход АЦП микроконтроллера. Понижающий преобразователь LM1117 создает уровень напряжения 3,3 В, необходимый для нормальной работы датчика положения.

6.3 Программное обеспечение системы управления

Программное обеспечение, разработанное для управления электроприводами манипулятора, разделено на два уровня. Верхний уровень представляет программный модуль, исполняемый на управляющем компьютере. Он реализует набор функций для вычисления основных параметров управления приводами манипулятора в реальном масштабе времени в зависимости от заданных программных законов перемещения [142].

Нижний уровень включает модули управления отдельными исполнительными механизмами манипулятора, выполняемые на микроконтроллерах многопроцессорной системы. Функции управления на верхнем и нижнем уровнях могут перераспределяться, но в целом сохраняется

клиент-серверная архитектура. При этом клиентское приложение выполняется на удаленном ведущем компьютере, а серверная часть передается встроенной системе управления.

Программное обеспечение системы управления манипулятором на верхнем уровне реализует несколько функций:

- расчет параметров траектории движения захвата манипулятора;
- графический интерфейс пользователя для задания режима и параметров перемещения захвата манипулятора и отображения его текущего состояния;
- формирование команд управления во встраиваемую бортовую систему в соответствии с заданным режимом и параметрами по заданным законам перемещения приводов захвата манипулятора и исполнительных актуаторов;
- выполнение операций обмена информацией между разными уровнями управления по последовательному каналу связи.

Модуль верхнего уровня написан на языке C# в среде разработки Visual Studio 2013. Модуль выполняет вычисления для реализации заданных алгоритмов перемещения манипулятора, отображение в интерфейсных окнах задаваемых параметров и формирование команд управления для модулей нижнего уровня.

Модули нижнего уровня написаны на языке C в среде разработки Keil uVision (MDK-ARM) и загружаются в память программ микроконтроллера с помощью программатора/отладчика ST-Link.

В модулях нижнего уровня программно реализованы основные операции по обработке сигналов от датчика тока и энкодера и алгоритмы управления приводом, включающие цифровые фильтры, вычислитель расстояния по данным от энкодера, ПИД-регулятор, генератор ШИМ-сигналов, формирователь сигналов управления движением по заданной траектории. Программы базируются на операционной системе реального времени FreeRTOS с применением вытесняющей многозадачности. Перечень основных задач в порядке убывания приоритета:

- задача фильтрации оцифрованных данных от АЦП, запускаемая по прерываниям при заполнении буфера DMA;

- задача регулирования положения исполнительных устройств — расчёт и установка значений ПИД регулятора;
- задача предобработки входящего потока команд от WiFi-модуля или USB порта ведущим контроллером (преобразование команд во внутренний формат для дальнейших манипуляций);
- задача исполнения принятых от управляющего ПК команд в ведущем контроллере при организации взаимодействия с ведомыми (задание новых параметров для ведомых по информации, полученной от них через прерывания по шине I2C).

Взаимодействие между задачами реализовано на основе очередей сообщений. Реализуемая на ведущем контроллере система команд позволяет:

- установить список обслуживаемых ведомых контроллеров – количество, номер и адрес;
- получать и задавать скорость и положение актуаторов;
- получать значение тока для актуатора;
- задавать и получать положение сервомашинки;
- получать и задавать коэффициенты ПИД регулятора;
- получать и задавать коэффициент преобразования напряжения в длину штока/угла поворота сервомашинки;
- получать и задавать значение нулевого смещения актуатора для компенсации погрешности при установке потенциометра на этапе изготовления актуатора.

6.4 Результаты численного и экспериментального моделирования

Численное и экспериментальное моделирование проводилось для одинаковых начальных условий и при одинаковых конфигурациях манипулятора-трипода при решении задач управления методами кинематического и динамического синтеза при перемещении захвата по программным движениям.

Численное моделирование проводилось в среде MathCad, экспериментальное - средствами программного обеспечения разработанной СУ.

Для подтверждения адекватности математической модели проведены экспериментальные исследования при перемещении рабочего органа по технологическим движениям разработанной базы знаний (лингвистического аппроксиматора) (Таблица 3):

1. Вертикальное поступательное прямолинейное движение рабочего органа (РО) вдоль оси z (ВД);
2. Горизонтальное поступательное прямолинейное движение РО вдоль оси x (ГД);
3. Прямолинейное движение РО под углом в вертикальной плоскости (ПДВ);
4. Прямолинейное движение РО под углом в горизонтальной плоскости (ПДГ);
5. Движение РО по заданной траектории в горизонтальной плоскости (ЗДГ);
6. Движение РО по заданной траектории в вертикальной плоскости (ЗДВ);
7. Движение РО по прямой в пространстве (ПД);
8. Движение РО по заданной траектории в пространстве (ЗД).

При экспериментальных исследованиях проверялась реализация алгоритма стабилизации захвата в заданном положении, реализация программных законов изменения обобщенных координат манипулятора, полученных кинематическими методами (глава 4). Определялись законы изменения программных управляющих усилий F_k^{pr} и моментов T_{ψ}^{pr} , T_{α}^{pr} , T_{β}^{pr} . Обратные связи в контурах управления приводными двигателями осуществляются по переменным $q_j(t)$, $\dot{q}_j(t)$. Значения этих переменных использовались при вычислении выражений управляющих напряжений, а также при вычислении отклонений по положению $\Delta q_j(t)$, скорости $\Delta \dot{q}_j(t)$ и ускорению $\Delta \ddot{q}_j(t)$, согласно принципу действия структурных схем 5.8, 5.9.

В результате получены экспериментальные и расчетные (теоретические) кривые изменения длин звеньев (рисунок 6.15, 6.17, 6.19) манипулятора от

времени при горизонтальном, вертикальном и под углом в пространстве технологических движениях захвата. Приведены графики экспериментальных кривых (рисунок 6.16, 6.18, 6.20), отражающие характер изменения тока I в цепи питания электродвигателей, которые находятся в пропорциональной зависимости с усилиями, развиваемыми электродвигателями.

Горизонтальное поступательное прямолинейное движение (ГД- 1, ГД- 2), из начальной точки с координатами $y_E(0)=1100\text{ мм}$ в конечную точку с координатами $x_E(0)=x_E(\tau)=200\text{ мм}$, $z_E(0)=z_E(\tau)=190\text{ мм}$, $y_E(\tau)=1600\text{ мм}$ за время $\tau=12\text{ с}$.

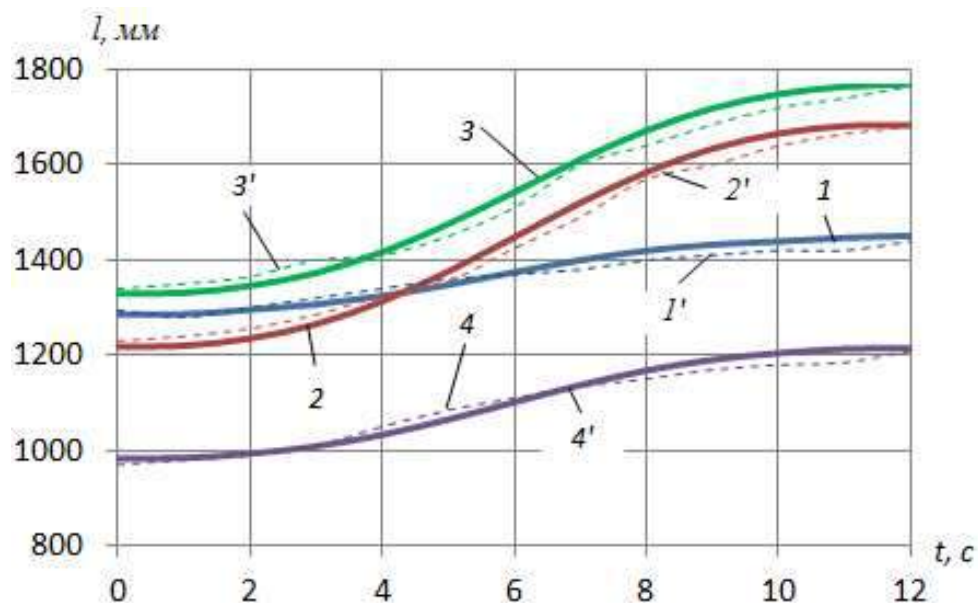


Рисунок 6.15 – Расчетные (кривые 1-4) и экспериментальные (кривые 1'-4') зависимости изменения длин звеньев 1 - 4 манипулятора от времени при движении захвата при горизонтальном поступательном прямолинейном движении

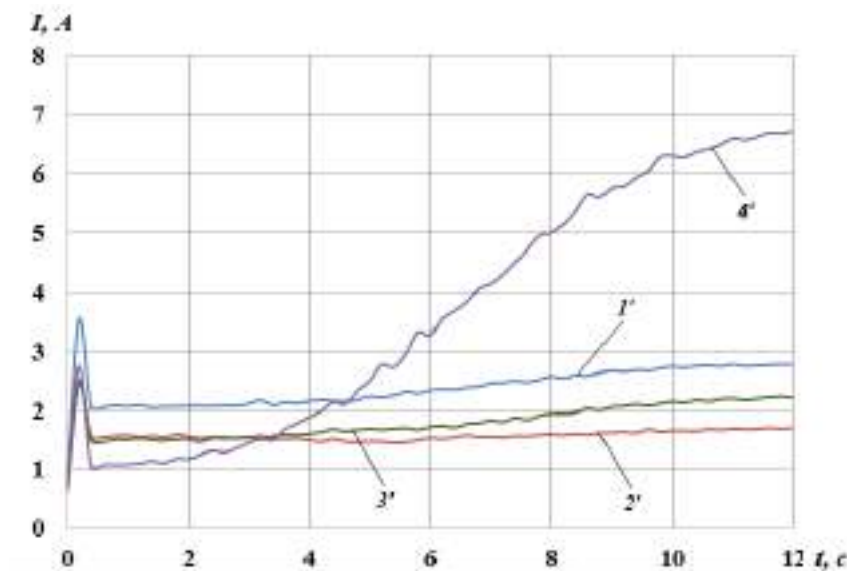


Рисунок 6.16 – Экспериментальные зависимости (кривые 1'-4') изменения токов звеньев 1 - 4 манипулятора от времени при движении захвата при вертикальном прямолинейном движении рабочего органа

Вертикальное прямолинейное движение рабочего органа (ВД-1, ВД-2) манипулятора последовательной структуры с тремя управляемыми степенями свободы из начальной точки с координатами $x_E(0) = -200 \text{ мм}$, $y_E(0) = 1100 \text{ мм}$, $z_E(0) = 500 \text{ мм}$ в конечную точку, с координатами $x_E(\tau) = -200 \text{ мм}$, $y_E(\tau) = 1100 \text{ мм}$, $z_E(\tau) = 50 \text{ мм}$ за время $\tau = 12 \text{ с}$

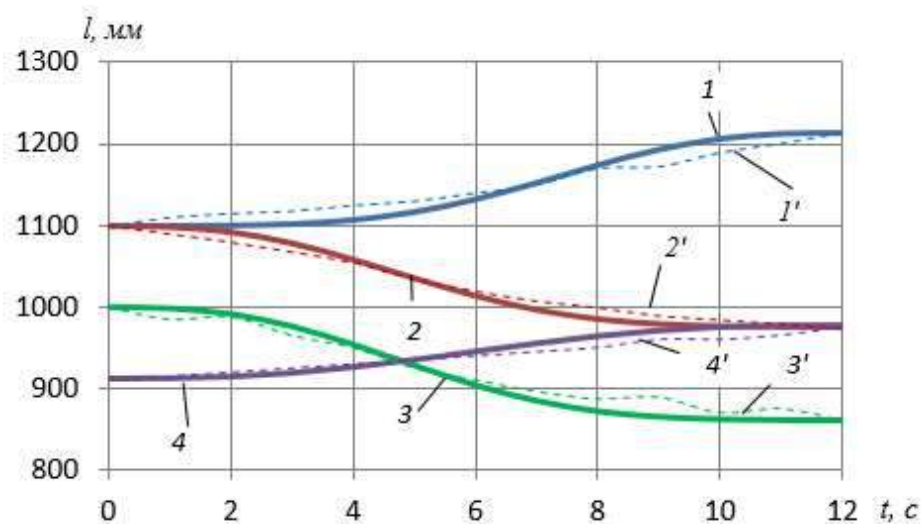


Рисунок 6.17 – Расчетные (кривые 1-4) и экспериментальные (кривые 1'-4') зависимости изменения длин звеньев 1 - 4 манипулятора от времени при вертикальном прямолинейном движении рабочего органа

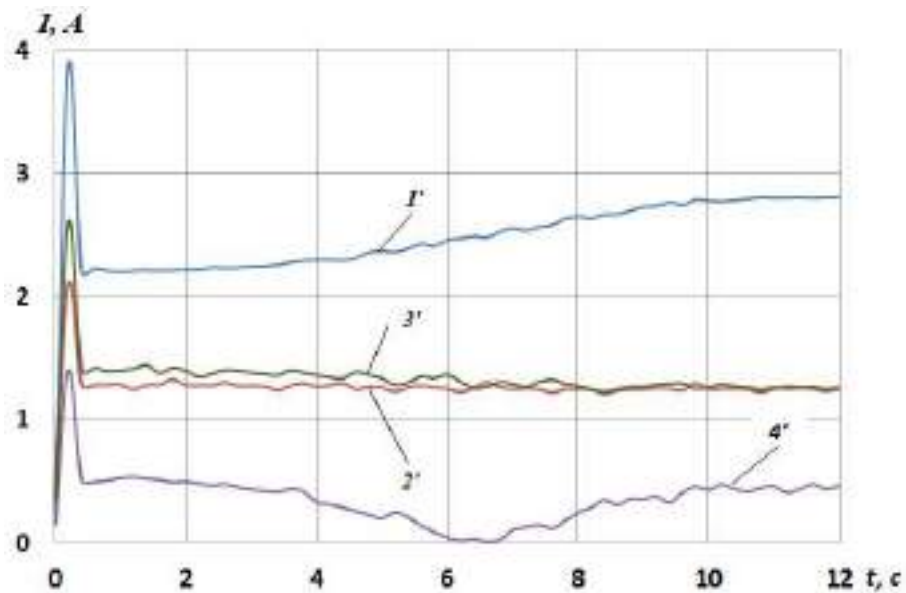


Рисунок 6.18 – Экспериментальные зависимости (кривые 1'-4') изменения токов звеньев 1 - 4 манипулятора от времени при движении захвата при горизонтальном поступательном прямолинейном движении

Прямолинейное движение рабочего органа под углом в пространстве (ПД) при изменении конфигурации манипулятора. При расчетах приняты следующие значения координат $x_{M_0} = -297$ мм, $y_{M_0} = 1130$ мм, $z_{M_0} = 740,5$ мм начальной точки M_0 и конечной точки M_k : $x_{M_k} = 74,5$ мм, $y_{M_k} = 1357,7$ мм, $z_{M_k} = -600$ мм.

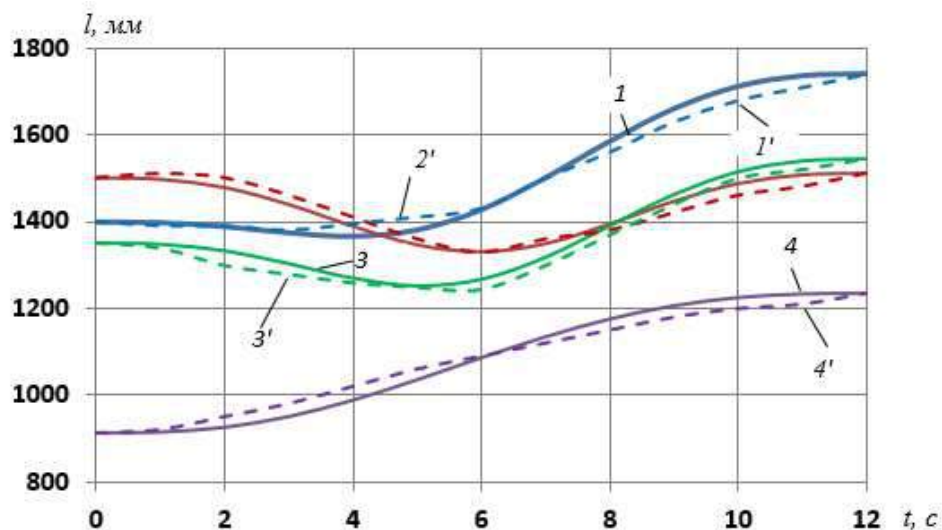


Рисунок 6.19 – Расчетные (кривые 1-4) и экспериментальные (кривые 1'-4') зависимости изменения длин звеньев 1 - 4 манипулятора от времени при движении захвата по произвольной траектории

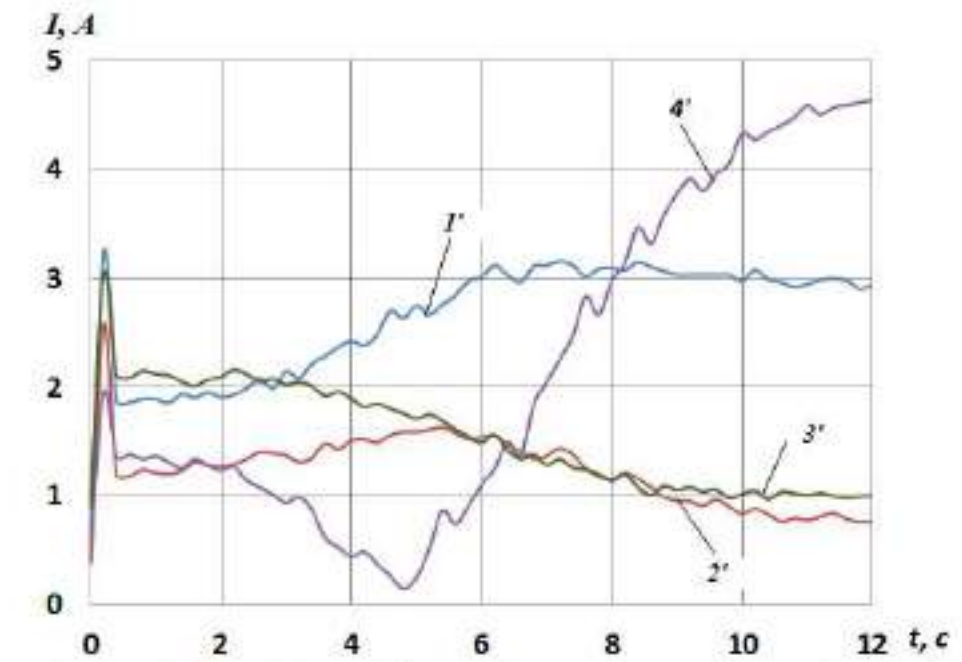


Рисунок 6.20 – Экспериментальные зависимости (кривые 1'-4') изменения токов звеньев 1 - 4 манипулятора от времени при движении захвата при горизонтальном поступательном прямолинейном движении

На рисунках (6.21-6.24) приведены теоретические зависимости усилий и экспериментальные зависимости токов для горизонтального поступательного прямолинейного движения, которые имеют одинаковый характер (для рисунков 6.21, 6.24- при инвертировании).

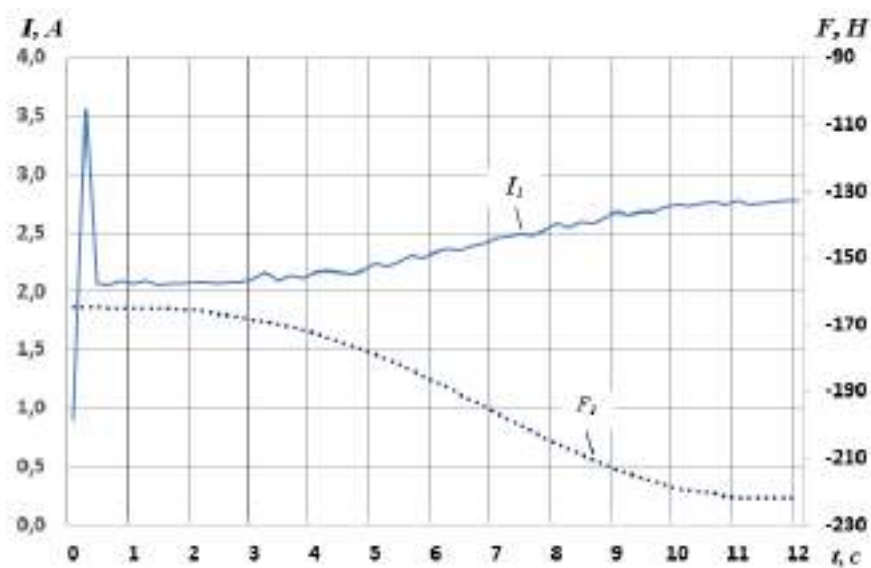


Рисунок 6.21 – Экспериментальные зависимости изменения тока (кривые I_1) и усилий (кривые F_1) звена 1 при движении захвата при горизонтальном поступательном прямолинейном движении

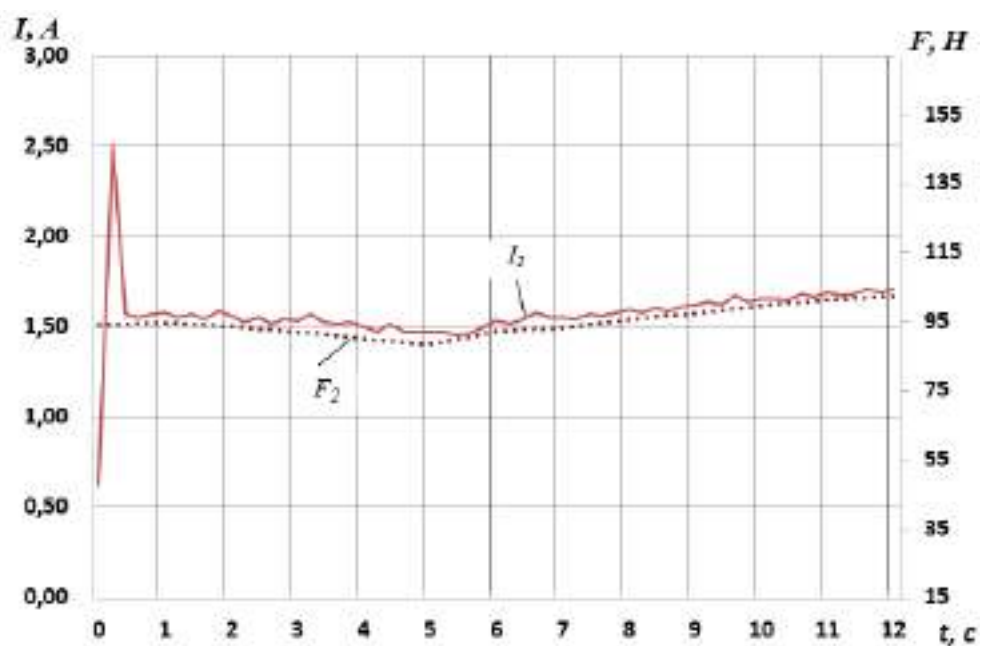


Рисунок 6.22 – Экспериментальные зависимости изменения тока (кривые I_2) и усилий (кривые F_2) звена 2 при движении захвата при горизонтальном поступательном прямолинейном движении

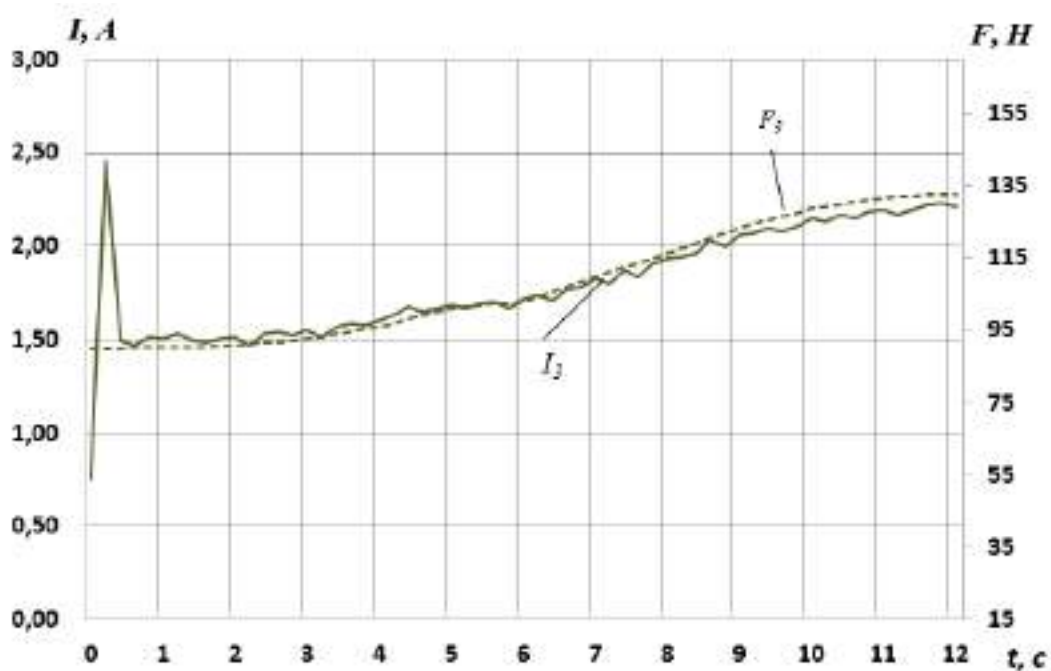


Рисунок 6.23 – Экспериментальные зависимости изменения тока (кривые I_3) и усилий (кривые F_3) звена 3 при движении захвата при горизонтальном поступательном прямолинейном движении

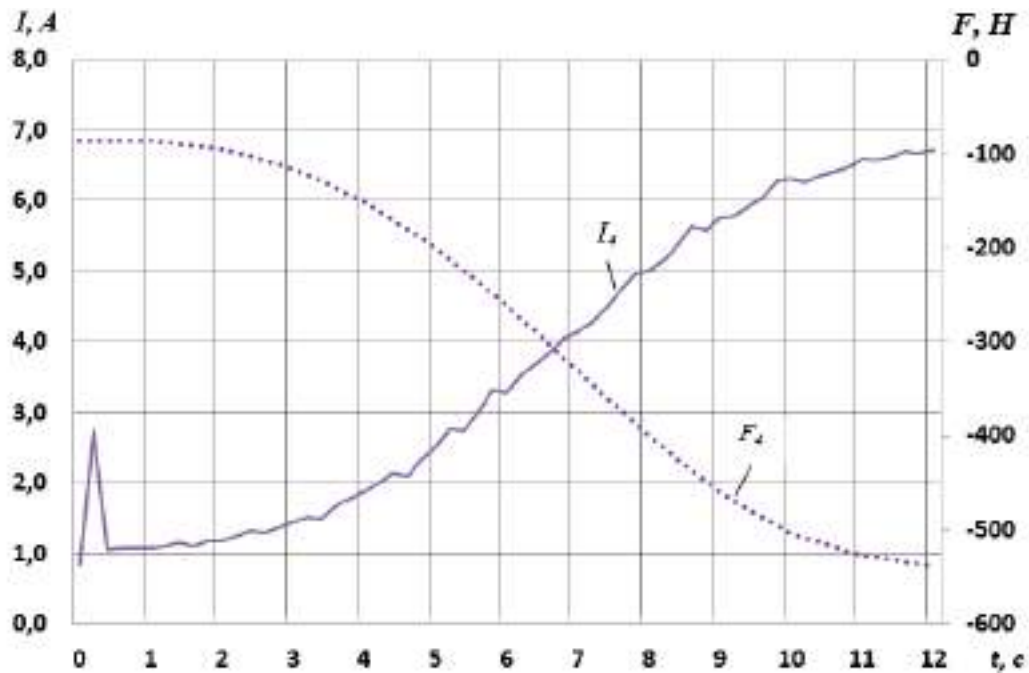


Рисунок 6.24 – Экспериментальные зависимости изменения тока (кривые I_4) и усилий (кривые F_4) звена 4 при движении захвата при горизонтальном поступательном прямолинейном движении

Критериями качества системы управления с обратными связями могут быть функционалы, отражающие в той или иной форме величину динамических ошибок при введении управления [28].

При решении задачи позиционирования для некоторой характерной точки М с декартовыми координатами x_M, y_M, z_M для системы с несколькими степенями свободы мера ошибки может быть выражена через ошибки обобщенных координат $l_1 \div l_4$.

$$\Delta = \sqrt{\sqrt{(l_1 - l_1^{pr})^2 + (l_2 - l_2^{pr})^2 + (l_3 - l_3^{pr})^2 + (l_4 - l_4^{pr})^2}}.$$

При контурном управлении критерием точности может служить интегральная квадратичная ошибка по положению.

$$\Phi = \frac{1}{T} \int_0^T \Delta^2(t) dt$$

Результаты расчетов по данным, представленным на графиках (рисунок 6.15-6.24), показали, что максимальное расхождение теоретических и экспериментальных результатов не превышает 10%.

Совпадения с учетом ошибок измерений, теоретических и экспериментальных результатов могут служить подтверждением практической реализуемости, исследованных аналитических алгоритмов управления.

6.5 Научно-технические решения для расширения функциональных возможностей реконфигурируемых манипуляторов

Приведены новые научно-технические решения на базе разработанных схем реконфигурируемых манипуляционных систем роботов и аналитических методов алгоритмов управления, расширяющих функциональные возможности манипуляторов.

Работа по созданию новых конструкций выполнена в рамках программы научных исследований ФГБОУ ВО Волгоградского ГАУ в 2016-2020 г., утвержденной Ученым советом ВолГАУ от 27.06.2016 № 8 по комплексной теме: «2.3. Погрузочные манипуляторы сельскохозяйственного назначения и повышение их технического уровня в условиях импортозамещения» и при финансовой поддержке РФФИ в рамках грантов:

1. РФФИ 19-48-340013 р_а Разработка методов аналитического синтеза алгоритмов управления манипуляторами параллельно-последовательной структуры. Создан экспериментальный образец манипулятора параллельно-последовательной структуры на базе трипода (рисунок 6. 1).

2. Грант РФФИ № 18-41-342002 Разработка методов адаптивного управления приводами рабочих органов мобильного робота-пропольщика в недетерминированной внешней среде.

Для решения проблемы полной прополки сорняков, как в междурядьях, так и в рядах разработана и изготовлена действующая полноразмерная модель робота пропольщика для точечного удаления сорняков и фертигации. (рисунок 6.25) [180-182]. Робот-пропольщик состоит из рамы 1, управляемых колес 2, системы управления и навигации с контрольно-измерительными приборами 3, системы питания 4, линейных приводов 5, 6 и датчика технического зрения 7. Для

перемещения рабочего органа 8 в горизонтальной плоскости используется три линейных привода 5, а в вертикальной - линейный привод 6. Вращение рабочего органа осуществляется с помощью двигателя 9. Механизм робота-пропольщика представляет собой плоский механизм параллельно-последовательной структуры и имеет пять степеней подвижности рабочего органа – фрезы. Рациональные геометрические размеры исполнительных звеньев и точек крепления их к основанию робота-пропольщика определены из условий реализации требуемого движения, необходимой зоны обслуживания и ограничений, накладываемых величиной расстояния междурядий растений и защитной зоны [93, 344].

Для проведения эксперимента разработана система управления роботизированного пропольщика [301] с тестовой системой технического зрения (рисунок 6.26). Система управления разделена на два уровня. Верхний уровень обеспечивает общее планирование движения, обработку показаний приемника GPS и навигацию, связь с пультом удаленного управления и телеметрии по протоколу Wi-Fi, реализует систему технического зрения. Нижний уровень системы управления обеспечивает непосредственное управление исполнительными механизмами роботизированного пропольщика.



Рисунок 6.25 – Опытный образец робота-пропольщика для механического удаления сорняков

Система управления работает с исполнительными механизмами системы, имеющей 4 актуатора и 4 сервомотора, и осуществляет текущий контроль состояния линейных приводов и сервомоторов, реализует программные законы перемещения выходного звена – фрезы пропольщика. Особенностью предложенной топологии локальных шин в системе управления является широкое применение беспроводных каналов связи для организации обмена данными между периферийными контроллерами и центральным процессором.

Предусмотрена возможность управления по беспроводному каналу связи от удаленного компьютера, при этом связь обеспечивается с помощью Wi Fi - модуля, подключенного к одному из USB портов бортового контроллера.

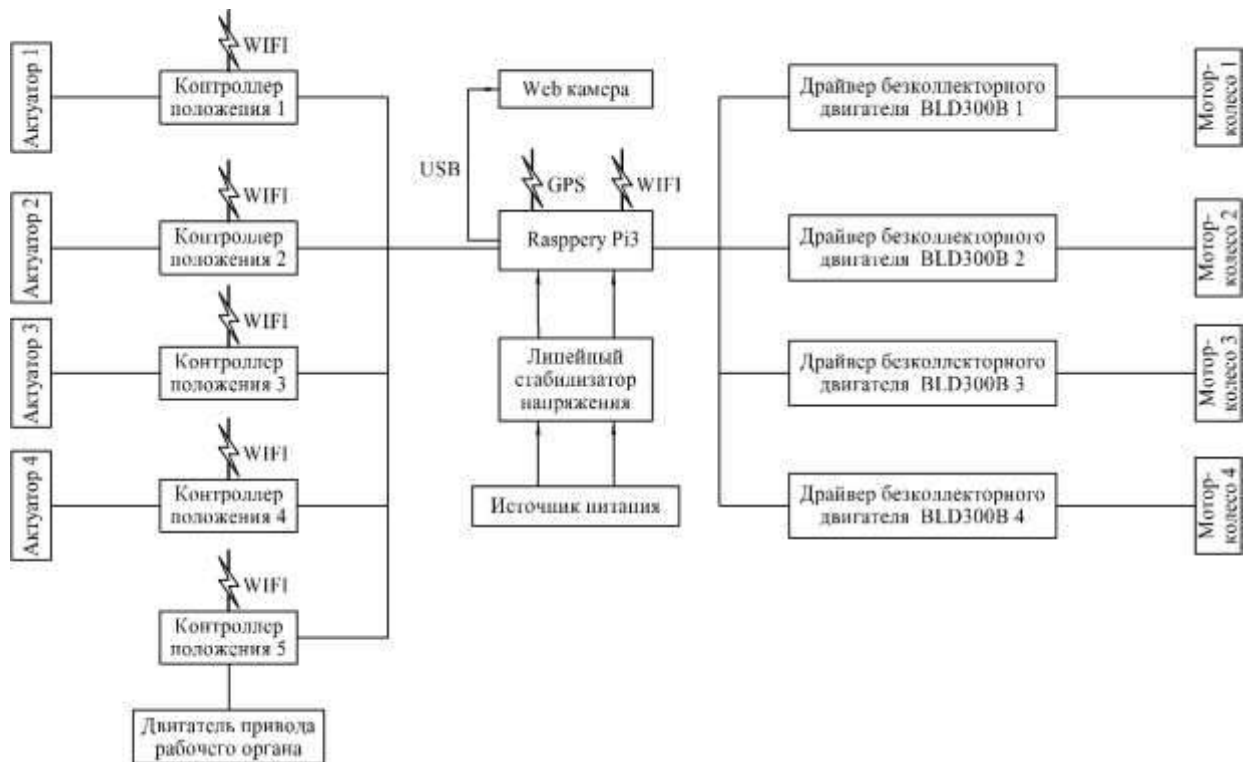


Рисунок 6.26 – Функциональная схема системы управления роботизированного пропольщика

Проведены полевые испытания технологического процесса механического удаления сорняков точечным способом на поле с перцем с учетом агротехнологических требований, нацеленные на: проверку работоспособности, разработанного роботизированного пропольщика, качества обработки почвы от

сорняков, исследования точности позиционирования, отработку программных движений, выявление особых положений (рисунок 6.27) [92,227,94]. С целью формирования рациональных алгоритмов построения множества состояний рабочего органа манипуляционного механизма, обеспечивающих выполнение конкретного технологического процесса, использовались теоретические методы кинематического и динамического синтеза [305], рассмотренные в предыдущих главах.



Рисунок 6.27 – Экспериментальные испытания робота-пропольщика

Проведение численных экспериментов и моделирование на опытном образце продемонстрировали эффективность разработанных алгоритмов управления приводными звеньями, а результаты полевых испытаний являются основанием для внедрения роботизированного пропольщика в сельскохозяйственное производство с целью снижения энергозатрат на борьбу с сорняками, высвобождения человека от ручного монотонного труда и получения экологически чистой продукции.

3. РФФИ № 16-48-340395 Исследования и разработка манипулятора параллельной структуры с управляемым захватным устройством для технологических операций сельскохозяйственного производства (рисунок 6.28).

В результате выполнения проекта проведены исследования и эксперименты, разработана конструкция и изготовлен опытный образец манипулятора-трипода

параллельной структуры с управляемым захватным устройством, который предназначен для технологических процессов сортировки и упаковки различных изделий в машиностроении и пищевой промышленности, а также в сельском хозяйстве [179].

Манипулятор-трипод параллельной структуры состоит из пространственного подвижного трехстержневого механизма в виде треугольной пирамиды со звеньями переменной длины, которые являются исполнительными звеньями. Механизм состоит из трех приводов, которые корпусами с одной стороны крепятся к горизонтальному основанию с помощью шарниров с двумя степенями свободы, а штоки приводов с другой стороны соединяются со сферическим пятиподвижным шарниром. Оси симметрии исполнительных звеньев пересекаются в одной точке. На сферическом шарнире смонтирован подвижный трехстепенной управляемый захват, представляющий собой три последовательно расположенных звена, соединенных между собой с помощью цилиндрических шарниров вращения [179, 184, 241].



Рисунок 6.28 – Опытный образец манипулятора-трипода с управляемым захватом

Исполнительными звеньями манипулятора являются электроцилиндры с двигателями постоянного тока – актуаторы. В разработанном устройстве применяются актуаторы LA36 series компании «LINAK». Двигатели этого типа не

имеют встроенной системы управления, но оснащены датчиком обратной связи для определения текущего состояния устройства. Обратная связь реализована в виде линейного потенциометра, отражающего абсолютное значение длины выдвинутого штока. Блок управления движением приводами, как основной структурный компонент системы управления, включает сенсорную систему, состоящую из энкодера, генерирующего сигнал следящей обратной связи углов поворота захватного устройства, датчика тока ACS 712, контролирующего ток через мостовой усилитель актуатора, ИК- и УЗ-дальномеров. Блок управления электроприводами дополнен тестовой системой технического зрения, позволяющей определить положение управляемого захвата в трехмерном пространстве. Измерительную информацию о положении платформы с манипулятором по отношению к горизонту дает система инерциальных датчиков на контроллере MPU-9255 со встроенными цифровыми акселерометром, гироскопом и магнитометром. Связь с удаленным компьютером оператора осуществляется с помощью Wi-Fi - модема на базе схемы ESP 8266-12F. Система управления систематизирует полученную измерительную информацию в общей базе и формирует связанную базу данных. Управляющая программа системы включает библиотеки функций для работы с модулями, управляющими исполнительными механизмами на нижнем уровне (цифровые фильтры, вычислители расстояния и скорости по данным от энкодера, ПИД-регуляторы, генераторы ШИМ-сигналов), и клиентские программы, реализующими заданные траектории перемещения штоков исполнительных звеньев, на верхнем уровне.

Разработаны структурные (рисунки 6.29, 6.30) и принципиальные схемы систем управления манипулятора с централизованной и распределенной структурами [5], алгоритмы, обеспечивающие управление электроприводами по положению и скорости. Реализованы макеты всех элементов системы управления, программные средства управления исполнительными механизмами и организации взаимодействия основных компонентов системы. Разработаны программный интерфейс, пульт управления - модуль расчета программного движения; методика экспериментальных исследований манипулятора. Разработан

модуль задания программного движения исполнительных механизмов манипулятора, реализующего различные типы движений рабочего органа манипулятора.

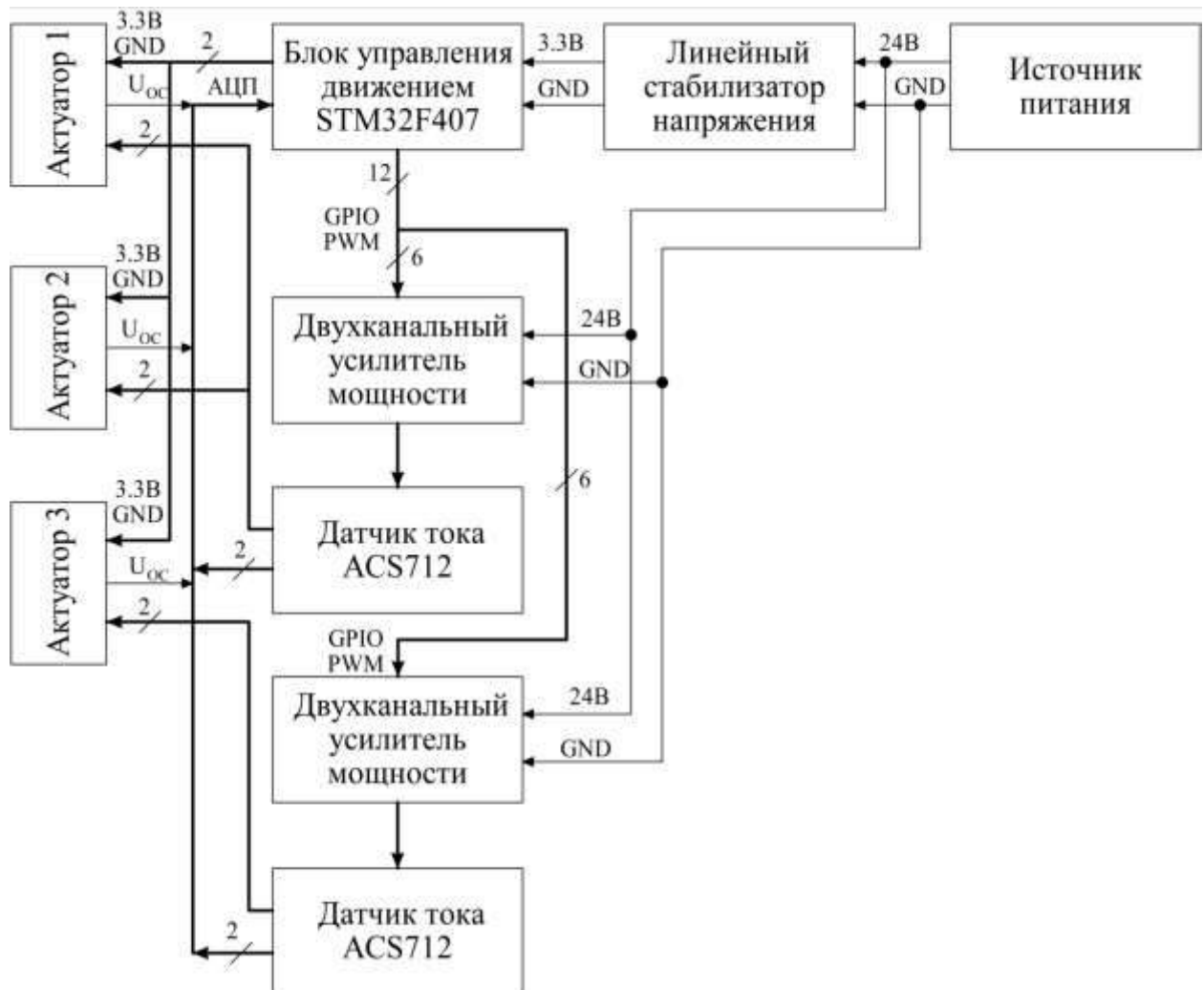


Рисунок 6.29 – Структурная схема однопроцессорной системы управления приводами манипулятора

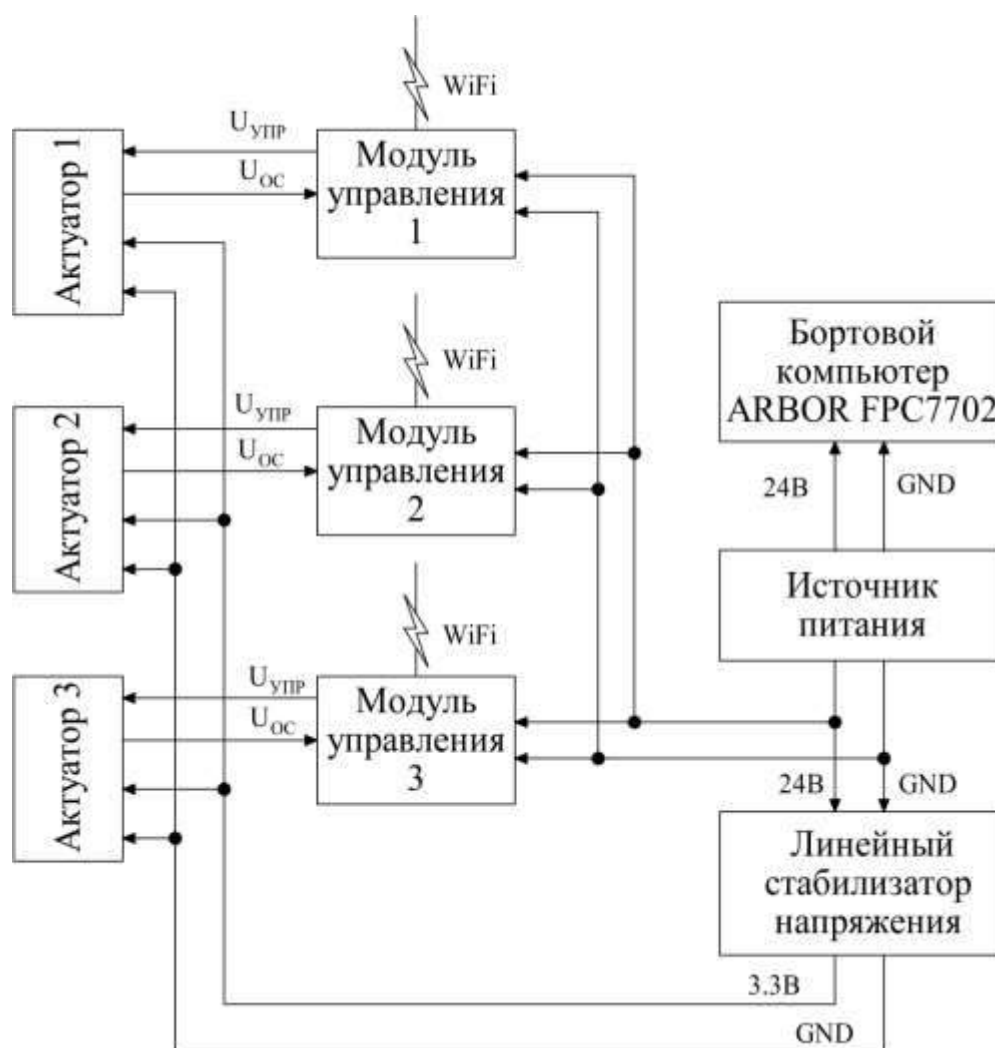


Рисунок 6.30 Структурная схема многопроцессорной системы управления приводами манипулятора

Проведены экспериментальные исследования манипулятора, согласно программе испытаний. Результаты моделирования на опытном образце продемонстрировали эффективность разработанных алгоритмов и методов управления приводными звеньями. Результаты экспериментов хорошо согласуются с результатами расчетов. Контуры управления приводами манипулятора, обеспечивают заданное качество воспроизведения программной траектории движения рабочего органа [302].

4. Комплексная тема: «2.3. Погрузочные манипуляторы сельскохозяйственного назначения и повышение их технического уровня в условиях импортозамещения». Для осуществления погрузки-разгрузки

плодоовощной продукции спроектирован и изготовлен прототип погрузочно-транспортного агрегата с захватом, на котором были проведены эксперименты (рисунок 6.31) [176]. Управляемый захват с двумя степенями подвижности 22, состоящий из двух независимых управляемых звена 26, 27 и грузозахватного органа 28, которые расположены последовательно друг за другом. Звенья 26 и 27 соединены между собой кинематической парой пятого класса, представленных в виде вращательных цилиндрических шарниров [149,152,153,176,183].

Исполнительный привод манипулятора является комбинированным. Манипуляционный робот на базе трипода состоит из трех линейных актуаторов марки SKF CABH-21 с питающим напряжением 24 В от постоянного тока.

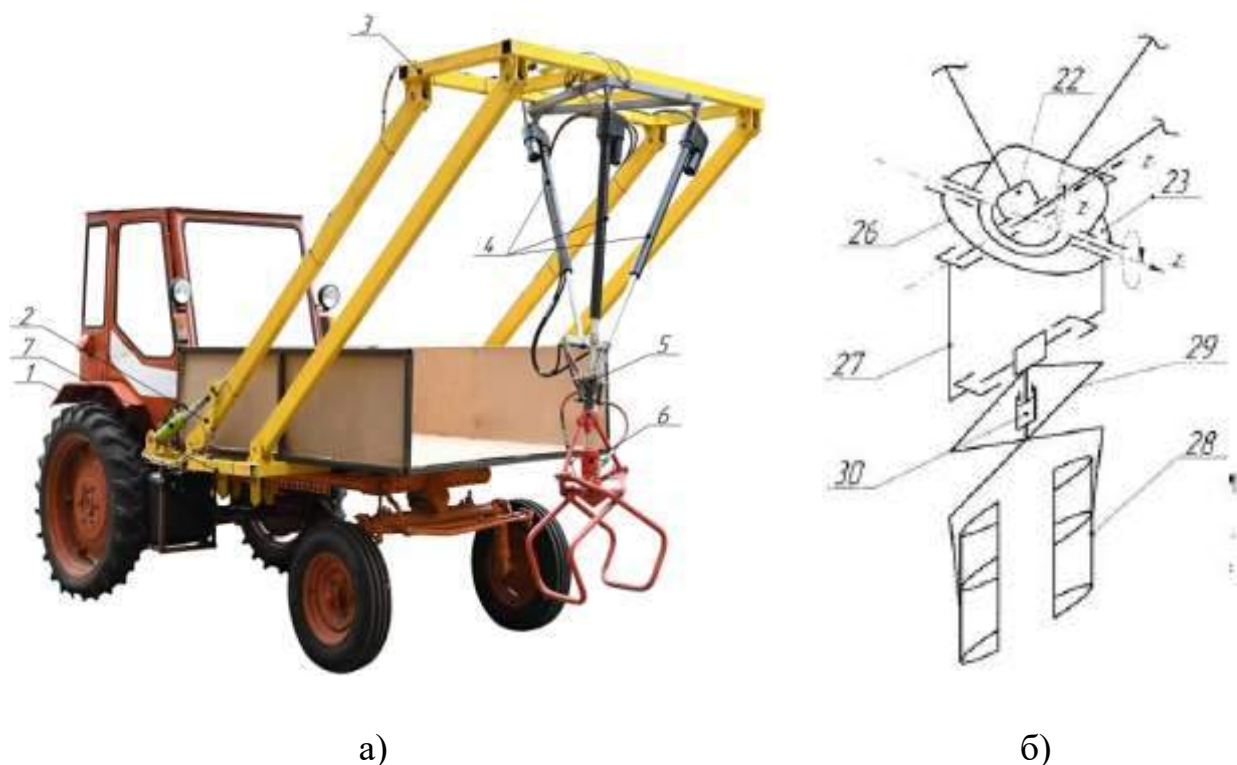


Рисунок 6.31 – Устройство погрузочно-транспортного агрегата: а) 1- основание; 2- рычаг; 3- платформа; 4 – манипулятор-трипод; 5-трехподвижный сферический шарнир; 6- клещевой захват; 7 – исполнительный привод, отвечающий за управление углом наклона пространственно-параллелограммного механизма; б) управляемый захват

Привод механизма в виде параллелограмма осуществляется от исполнительных звеньев, управление которыми может быть, как в ручном

режиме, так и в автоматическом, посредством электроуправляемых гидрораспределителей.

На рисунке 6.32 представлена схема системы управления приводами манипулятора-трипода. Данная система представляет централизованную однопроцессорную структуру, выполненная на базе микроконтроллера STM32F407 с архитектурой ARM Cortex-M4F с модулем управления актуаторами.

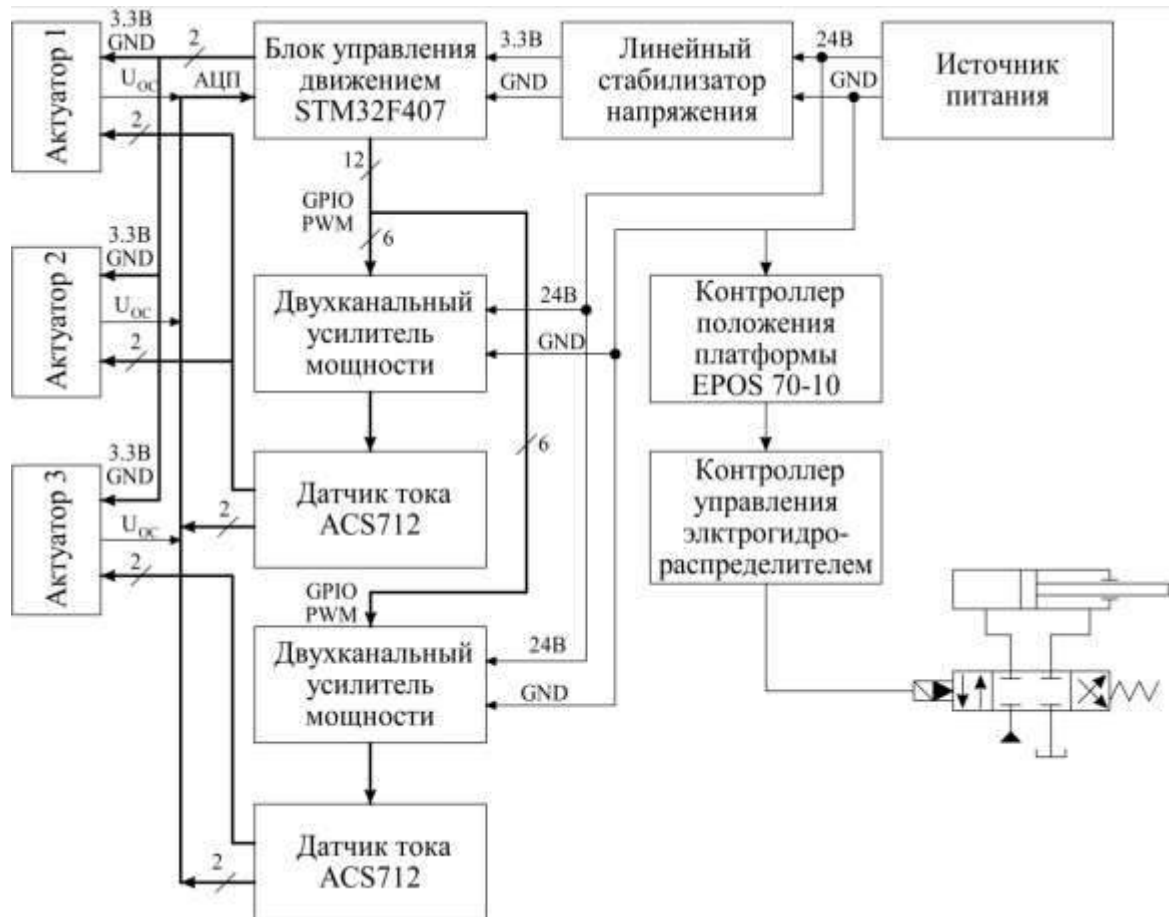


Рисунок 6.32 – Функциональная схема системы управления приводами манипулятора

Экспериментальная работа состояла из следующих этапов: испытание и проверка работоспособности погрузчика в целом и отдельных её узлов, адекватность работы управляющих алгоритмов системы управления при перемещении во время технологического процесса погрузки овощей в мягкой таре по основным траекториям движения захвата. Фактическая производительность погрузочно-транспортного агрегата составила $W_{фак}=1,7 \text{ т/ч}$. Результаты

использования погрузочно-транспортного агрегата на технологической операции погрузки с поля овощей в кузов самоходного шасси позволяют повысить уровень механизации работ до 80%.

Проведение теоретических расчетов и моделирование на опытном образце продемонстрировали эффективность разработанных алгоритмов и методов управления приводными звеньями манипуляционного робота параллельно-последовательной структуры.

Выводы по 6 главе

В главе 6 проанализированы особенности схемной реализации однопроцессорной и многопроцессорной системы управления на основе микроконтроллеров с ARM-архитектурой. Разработаны управляющие программы реализации алгоритмов перемещения приводов манипулятора и проведены испытания разработанных образцов информационно-измерительных и управляющих систем на экспериментальном образце манипулятора параллельно-последовательной структуры с управляемым захватным устройством. Объем разработанного программного обеспечения не превышает 20 Кб. Экспериментальные исследования показали, что за счет высокой производительности контроллеров корректировка параметров траектории при изменении законов движения могут выполняться в реальном времени, не вызывая приостановки работы приводов.

Предложенные методы и алгоритмы управления апробированы на экспериментальном образце манипулятора гибридной структуры, при этом ошибки позиционирования не превышали 2%, а отклонения фактических перемещений от задаваемых при наличии полезной нагрузки не превышали 10%. Совпадения теоретических и экспериментальных результатов могут служить подтверждением практической реализуемости исследованных аналитических алгоритмов управления.

Сформированы новые научно-технические решения для расширения функциональных возможностей реконфигурируемых манипуляторов в рамках программы научных исследований ФГБОУ ВО Волгоградского ГАУ в 2016-2020 г., утвержденной Ученым советом ВолГАУ от 27.06.2016 № 8 по комплексной теме: «2.3. Погрузочные манипуляторы сельскохозяйственного назначения и повышение их технического уровня в условиях импортозамещения» и при финансовой поддержке грантов РФФИ: №16-48-340395, 19-48-340013, 18-41-342002, 19-38-90067. В результате разработаны экспериментальные роботизированные образцы: манипуляторов для технологических процессов сортировки и упаковки различных изделий в машиностроении и пищевой промышленности, а также в сельском хозяйстве, пропольщика для механического удаления сорняков; погрузочно-транспортного агрегата для грузопереработки овощей в мягкой таре. В основе всех образцов реконфигурируемых роботов лежат манипуляционные механизмы параллельно-последовательной структуры на базе трипода.

Результаты исследования на базе новых аналитических методов алгоритмов управления и типов регуляторов переменной структуры контуров обратных связей подтверждают работоспособность и эффективность предложенных методов, могут быть использованы при построении манипуляционных механизмов параллельно – последовательной структуры и при создании высокоэффективных систем управления движением.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В работе созданы теоретические основы, направленные на расширение функциональных возможностей манипуляционных систем роботов параллельно-последовательной (гибридной) структуры, заключающиеся в разработке аналитических методов синтеза программных перемещений исполнительных приводов и динамических алгоритмов систем управления для новых схем реконфигурируемых манипуляторов.

При этом получены следующие результаты и выводы:

1. Проанализированы основные закономерности реализации технологических процессов, выполняемых манипуляционными роботами на погрузочно-разгрузочных и манипуляционных работах в сельском хозяйстве, перерабатывающем производстве и в машиностроении. Предложены семь элементарных базовых модулей с поступательными и вращательными кинематическими парами, на основе которых получены кинематические схемы реконфигурируемых манипуляционных роботов параллельно-последовательной структуры на базе трипода, имеющие от трех до шести степеней свободы.

2. Сформирована база знаний описания технологических операций, выполняемых манипуляционными роботами гибридной структуры, включающая десять элементарных траекторий (технологических движений) рабочего органа: прямолинейное вертикальное движение, прямолинейное горизонтальное движение, прямолинейное движение под углом в горизонтальной плоскости, прямолинейное движение под углом в вертикальной плоскости, движение по заданной траектории в плоскостях, движения по прямой и по заданной траектории в пространстве и др.

3. Для стабилизации рабочего органа в заданном положении предложено использовать кинематический метод слабого терминального управления с контролем отклонения обобщенных координат по ускорению. При этом

требования по точности управления предъявляются только к конечной точке, не накладывая ограничений на траекторию перемещения характерной точки.

4. Разработаны два метода кинематического синтеза программных ориентирующих перемещений исполнительных звеньев манипулятора с избыточными координатами, основанных на дискретизации траектории. При использовании первого метода кинематического синтеза проводится интерполяция программных перемещений исполнительных приводов конечным набором сплайнов третьего и четвертого порядка, при втором методе осуществляют замену программных перемещений исполнительных приводов сплайнами пятого порядка на первом и последнем участках траектории и квадратичную аппроксимацию промежуточных участков траектории, что позволяет решать задачи контурного управления. Предложенные методы дают возможность исключить трудоемкие вычислительные процессы: решение прямой задачи для манипулятора параллельной структуры и обратной задачи для рабочего органа последовательной структуры в режиме реального времени.

5. Синтезированы динамические алгоритмы стабилизации рабочего органа относительно заданного положения и реализации программных траекторий, основанные на решении обратной задачи динамики, описываемой нелинейными дифференциальными уравнениями. Алгоритмы управляющих сигналов формируются из условия, чтобы отклонения от заданного положения рабочего органа и текущих значений программных траекторий являлись решениями дифференциального уравнения второго порядка.

6. Сформирована база математических моделей динамики и алгоритмов управления манипуляционными системами в соответствии с технологическими движениями рабочего органа, записанными в базу знаний, обеспечивающих режимы управления регуляторами системы управления. Для технологических движений рабочего органа частные производные, формирующие символы Кристоффеля первого рода в уравнениях Лагранжа второго рода, вычисляются с помощью программы символьной математики. На основе моделей синтезируются алгоритмы управления и значения коэффициентов регулятора обратных связей в

соответствии с параметрами технологических движений и содержанием заданных технологических процессов.

7. Разработаны управляющие программы реализации алгоритмов перемещения приводов манипулятора и проведены испытания изготовленных образцов информационно-измерительных и управляющих систем на экспериментальном образце манипулятора параллельно-последовательной структуры на основе трипода с управляемым захватным устройством, при этом отклонения фактических перемещений от задаваемых при наличии полезной нагрузки не превышали 10%.

8. Предложены новые научно-технические решения для расширения функциональных возможностей реконфигурируемых манипуляторов параллельно-последовательной структуры, в результате разработаны экспериментальные образцы: манипуляторов для погрузочно-разгрузочных и манипуляционных работ в сельском хозяйстве, перерабатывающем производстве и машиностроении; автономного робота-пропольщика для механического удаления сорняков и фертигации; погрузочно-транспортного агрегата для грузопереработки овощей. В основе всех конструкций лежат манипуляционные механизмы параллельно-последовательной структуры, технические решения запатентованы. Результаты исследований, основанные на новых аналитических методах и алгоритмах управления, подтверждают работоспособность и эффективность предложенных методов и могут быть использованы при создании высокоэффективных систем управления манипуляционных систем роботов.

РЕКОМЕНДАЦИИ ПРОИЗВОДСТВУ

Результаты диссертации могут быть использованы на машиностроительных предприятиях и в организациях, занимающихся разработкой и применением манипуляционных робототехнических систем.

Применение разработанных методов расчета позволит обоснованно выбирать конструктивные параметры манипуляционных механизмов,

управляющих и информационных систем манипуляционных систем роботов на этапе проектирования.

ПЕРСПЕКТИВЫ ДАЛЬНЕЙШЕЙ РАЗРАБОТКИ ТЕМЫ

В дальнейшем разработанные базы математических моделей и алгоритмы управления послужат основой для формирования интеллектуальных систем управления на основе технологии ассоциативной памяти, обеспечивающих режимы адаптивного управления регуляторами манипуляционных систем роботов и снижение требований к вычислительным ресурсам встраиваемых систем

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Автоматизированный робот для сбора урожая яблок: [сайт] - <http://molotagro.ru/novosti/avtomatizirovannyj-robot-dlja-sbora-urozhaja-jablok> (дата обращения: 27.10.2020) – Текст: электронный.
2. Адаптивные захватные устройства в технологическом производстве упаковки/ П.Н. Харитонова, И.Г. Благовещенский, Е.А. Назойкин и др.– Текст: непосредственный. // В сборнике: Интеллектуальные системы и технологии в отраслях пищевой промышленности. Сборник материалов конференции, 2019 - С. 164-170.
3. Адаптивное управление нелинейным объектом типа конвертоплан в условиях неопределенностей/ С.Ф. Яцун, О.В. Емельянова, Л.А.С. Мартинез и др.– Текст: электронный. // Известия юго-западного государственного университета, Курск, 2020 - Том 24 - №3 - С. 35-50 https://www.elibrary.ru/download/elibrary_44400820_80324532.pdf (дата обращения: 12.11.2021). – Режим доступа: Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU
4. Актуальные проблемы и современные тенденции робототехники: тезисы докладов I Всероссийской Конференции, г. Москва, 22 сентября 2021 г., Москва: Российский Государственный Университет Нефти и Газа им. Губкина, 2021. – 64 с. ISBN: 978-5-91961-429-6 – Текст: непосредственный.
5. Алгоритм синтеза управляющих усилий приводов манипулятора-трипода./ В.В. Жога, В.В. Дяшкин-Титов, И.А. Несмиянов и др.– Текст: непосредственный. // Сборник докладов конференции Завалишинские чтения 19. -2019 - С. 60-65
6. Алгоритмы управления движением многозвенных мехатронно-модульных роботов с адаптивной кинематической структурой / И. М Макаров, В.М. Лохин, С.В. Манько и др.– Текст: непосредственный. // Мехатроника, автоматизация, управление. - 2008. - № 3. - С. 1-10.

7. Анализ возможности применения планетарно-цевочного редуктора для манипулятора сервисного робота Амур-307 и шагающего подводного аппарата / В.Е. Пряничников, М.Д. Соловьева, Р.Б. Тарасов и др. – Текст: электронный. // Экстремальная Робототехника. -2020. - Т.1 - №1-С. 100-103 –<https://www.elibrary.ru/item.asp?id=44406786> (дата обращения: 03.08.2021). – Режим доступа: Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU
8. **Ананьина, Л.И.** Робототехнические системы предприятий текстильной и лёгкой промышленности / Л. И Ананьина – Текст: электронный. // Молодежь и наука: сборник материалов X Юбилейной Всероссийской научно-технической конференции студентов, аспирантов и молодых ученых с международным участием, посвященной 80-летию образования Красноярского края.- 2014. URL: <http://conf.sfu-kras.ru/sites/mn2014/directions.html> (дата обращения: 12.11.2021)
9. **Анисимов, А.А.** Методы параметрической оптимизации полиномиальных регуляторов электромеханических систем / А.А. Анисимов, С.В. Тарарыкин – Текст: непосредственный. // Журнал: Электричество; Ивановский государственный энергетический университет - 2008 - №3- С. 52-58
10. **Анискин, В.И.** Перспективы технического обеспечения сельского хозяйства / В.И. Анискин – Текст: непосредственный. // Механизация и электрификация сельского хозяйства. - 1999 №12- С 2-7
11. **Артоболевский, И.И.** Теория механизмов и машин: учебник для студентов высших технических учебных заведений / И. И. Артоболевский. - Изд. 6-е, стер., перепеч. с 4-го изд. 1988 г. - Москва: Альянс, 2011. - 639 с. : ил., табл.; 22 см.; ISBN 978-5-91872-001-1 (в пер.) – Текст : непосредственный.
12. **Архипов, М.В.** Адаптивное и интеллектуальное управление роботами для восстановительной медицины/ М.В. Архипов, В.Ф. Головин, В.В. Журавлев – Текст: электронный. // Журавлев, МАУ-2009.-с.21-24. URL:

http://medicalrobot.narod.ru/articles/aic/adaptive_intel_control.html (дата обращения: 12.11.2021)

13. **Балабан, И.Ю.** Язык программирования правых частей уравнений движения сложных механических систем / И.Ю. Балабан, Г.К. Боровин, В.В. Сазонов. - Москва, 1998. - 22 с.; 21 см. - (Препринт / РАН. Ин-т прикл. математики им. М. В. Келдыша; № 62 за 1998 г.). – Текст: непосредственный.
14. **Белецкий, В.В.** Двухногая ходьба: Моделирование задачи динамики и управления / В. В. Белецкий. - Москва. : Наука, 1984. - 286 с. : ил.; 22 см. - (Научные основы робототехники); (В пер.) : 3 р. 30 к. – Текст: непосредственный.
15. **Белоусов, И.Р.** Формирование уравнений динамики роботов-манипуляторов / И. Р. Белоусов. - Москва.: Ин-т прикладной математики им. М. В. Келдыша РАН, 2002. - 31 с.: ил.; 21 см. - (Препринт / Рос. акад. наук. Ин-т прикладной математики им. М.В. Келдыша; № 45 за 2002 г.) – Текст: непосредственный.
16. **Белянин, П.Н.** Промышленные роботы и их применение: робототехника для машиностроения / П.Н. Белянин. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва: Машиностроение, 1983. - 311 с.: ил.; 22 см – Текст: непосредственный.
17. **Богачева, С.Ю.** Проблемы производства промышленных роботов в России. / С.Ю. Богачева – Текст: электронный. // Российский государственный университет имени им. А.Н. Косыгина - Москва, 2019 - С. 6-9. https://www.elibrary.ru/download/elibrary_41442667_76683938.pdf (дата обращения: 12.11.2021). – Режим доступа: Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU.
18. **Болотник, Н.Н.** Оптимизация управления манипуляционными роботами / Н.Н. Болотник, Ф.Л. Черноусько – Текст: непосредственный. // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. - 1990. - № 1. - С. 189-238.

19. **Борисенко, Л.А.** Теория механизмов, машин и манипуляторов: учебное пособие для студентов высших учебных заведений по машиностроительным специальностям / Л.А. Борисенко. – Минск: Новое знание; Москва: ИНФРА-М, 2011. – 284 с.: ил.; 22 см. – (Высшее образование).; ISBN 978-5-16-004690-7 – Текст: непосредственный.
20. **Бохонский, А.И.** Динамика манипуляторов с абсолютно твердыми телами и деформируемыми звеньями. / А.И. Бохонский, Л.В. Барашова. – Текст: электронный // Вестник СевНТУ. Вып. 97: Механика, энергетика, экология: сб.наук. пр.– Севастополь: СевНТУ, 2009. – С.23-27.URL: <https://lib.sevsu.ru/xmlui/bitstream/handle/123456789/2052/97-06.pdf?sequence=1&isAllowed=y> (дата обращения: 12.11.2021)
21. **Брайсон, А.Э.** Прикладная теория оптимального управления: Оптимизация, оценка и управление / А.Э. Брайсон, Хо Ю-ши ; Перевод с англ. Э.М. Макашова, Ю.П. Плотникова ; Под ред. А.М. Летова. - Москва : Мир, 1972. - 544 с. : черт.; 22 см. – Текст : непосредственный.
22. **Брио, С.** Условия передачи движения в плоских манипуляторах параллельной структуры. / С. Брио, В. Аракелян, В.А. Глазунов. – Текст : непосредственный. // Машиностроение и инженерное образование. – 2010. – Выпуск 3 – с.2-13 .
23. **Брискин, Е.С.** Самопланирование действий мобильным роботом как элемент его интеллектуальной системы управления/ Е.С. Брискин, Я.В. Калинин, А.В. Малолетов – Текст: электронный. // Десятая всероссийская мультikonференция по проблемам управления (МКПУ-2017) – Ростов-на-Дону, 2017 - с.62-64.
https://www.elibrary.ru/download/elibrary_29979698_63695351.pdf (дата обращения: 12.11.2021). – Режим доступа: Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU.
24. Будущее искусственного интеллекта: сборник / АН СССР; Ред.-сост. К. Е. Левитин, Д. А. Поспелов]. - Москва.: Наука, 1991. - 301,[1] с. : ил.; 22 см.; ISBN 5-02-006697-4 : 4 р. – Текст: непосредственный.

25. **Вальяников, В.Д.** Исследование подходов к формированию траектории для движения манипуляционных механизмов/ В.Д. Вальяников, А.Л. Лапиков. – Текст: электронный. //КФ МГТУ им. Н.Э. Баумана, г.Калуга. URL: https://view.officeapps.live.com/op/view.aspx?src=https%3A%2F%2Fconference.bmstu-kaluga.ru%2Fuploads%2Farticles%2F1146%2Farticle_3cea0150.docx&wdOrigin=BROWSELINK (дата обращения: 12.11.2021).
26. **Валюкевич, Ю.А.** Планирование траектории перемещения манипулятора с подвесом схвата на гибких звеньях (часть 2) / Ю.А. Валюкевич, А.В. Алепо - Текст: электронный // Известия высших учебных заведений. Северо-Кавказский регион. Серия: Технические науки. – 2012.-ISSN: 1560-3644 - №1. - 28-31 с.
https://www.elibrary.ru/download/elibrary_17319789_61344277.pdf (дата обращения: 12.11.2021). – Режим доступа: Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU. (4 глава)
27. **Варков, А.А.** Разработка и исследование системы управления манипуляционным промышленным роботом на базе контролера движения: специальность 05.09.03 «Электротехнические комплексы и системы» : автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук : / Варков Артем Александрович; Место защиты: Иван. гос. энергет. ун-т - Иваново, 2015. - 19 с. – Текст: непосредственный.
28. **Вейц, В.Л.** Динамика управляемых машинных агрегатов / В. Л. Вейц, М. З. Коловский, А. Е. Кочура. - Москва: Наука, 1984. - 351 с. : ил.; 22 см. – Текст: непосредственный.
29. **Велиев, Е.И.** Параллельные и последовательные структуры манипуляторов в роботехирургии / Е.И. Велиев, Р.Ф. Ганиев, В.А. Глазунов и др. – Текст: электронный. //Доклады Академии наук. Москва, 2019 - Т. 485 - №2 - С. 166-170.
https://www.elibrary.ru/download/elibrary_37576797_70491769.pdf (дата

обращения: 12.11.2021). – Режим доступа: Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU

30. **Виттенбург, Й.** Динамика систем твердых тел / Й. Виттенбург; Пер. с англ. В. Н. Рубановского и др. - Москва. : Мир, 1980. - 292 с. : ил.; 22 см.; ISBN В пер.: 2 р. . – Текст: непосредственный.
31. **Воробьев, Е.И.** Исследование динамики манипулятора с учетом упругости звеньев / Е.И. Воробьев, В.В. Ермаков, В.Г. Усольский – Текст: непосредственный. // Сборник «Проектирование 270 механизмов и динамика машин», ВЗМИ, вып. 16 - Москва, 1982 - С.112-119.
32. **Воробьев, Е.И.** Механика промышленных роботов: Учеб. пособие для вузов: В 3-х кн. / Е.И. Воробьев, О.Д. Егоров, С.А. Попов ; под ред. К.В. Фролова, Е.И. Воробьева. - Москва : Высш.шк.,1988. - 25 см. Кн. 2: Расчет и проектирование механизмов - 1988(Типография " Высш.шк."). – 307, [2] с. : ил.; ISBN 5-06-001134-8 – Текст : непосредственный.
33. **Воробьева, Н.С.** Динамический синтез алгоритмов управления манипулятором параллельно-последовательной структуры / Н.С. Воробьева, В.В. Жога, Л.В. Жога – Текст: непосредственный. // Мехатроника, автоматизация, управление. - 2020.- Т. 21 - № 12- С. 706-715
34. **Воробьева, Н.С.** Кинематическое исследование манипуляторов параллельно-последовательной структуры на основе трипода / Н.С. Воробьева – Текст: непосредственный. // Системы Методы Технологии. - 2021 - № 4 (52) - С. 21-26
35. **Воробьева Н.С.** Методы управления манипуляторами на базе трипода при выполнении технологических операций/ Н.С. Воробьева – Текст: непосредственный. // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. -2022-№ 3 - с. 3–14, doi: 10.18698/0536-1044-2022-3-3-14
36. **Воробьева, Н.С.** Отслеживание приводами манипулятора параллельно-последовательной структуры программных перемещений рабочего органа / Н.С Воробьева, В.В. Жога, И.А. Несмиянов – Текст: непосредственный.

- // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. - 2019 - № 2 - С. 154-165.
37. **Воробьева, Н.С.** Робот-манипулятор параллельной структуры для технологических операций сельскохозяйственного производства. / Н.С. Воробьева, В.В. Дяшкин-Титов, А.В. Дяшкин – Текст: непосредственный. // В сборнике: Стратегические ориентиры инновационного развития АПК в современных экономических условиях. Материалы международной научно-практической конференции: в 5 частях. - 2016. - С. 198-203.
 38. **Воробьева, Н.С.** Стабилизация пространственного положения манипулятора параллельно-последовательной структуры/ Н.С. Воробьева – Текст: непосредственный // Известия Волгоградского государственного технического университета. - 2021 - № 9 (256). - С. 17-21.
 39. **Вукобратович, М.** Неадаптивное и адаптивное управление манипуляционными работами / М. Вукобратович, Д. Стокич, Н. Кирчански ; пер. с англ. А. В. Назаровой, С. Л. ; под ред. Е. П. Попова, А. С. Ющенко. - Москва: Мир, 1989. - 376 с.: ил.; 22 см.; ISBN 5-03-000540-4 (в пер.) – Текст: непосредственный.
 40. **Вукобратович, М.** Управление манипуляционными работами: теория и прил. / М. Вукобратович, Д. Стокич ; перевод с сербско-хорватской с рукописи В.П. Морозова, А.А. Петрова ; под ред. Е.П. Попова. - Москва : Наука, 1985. - 383 с. : ил.; 21 см. – Текст: непосредственный.
 41. **Гайворонский, В.А.** Система управления работой погрузочных манипуляторов специальной конструкции/ В.А Гайворонский - Текст : непосредственный // Сб. науч. трудов Волгоградского СХИ. – 1984. - т.85. - 72-79 с.
 42. **Гайдук, А.Р.** Теория и методы аналитического синтеза систем автоматического управления (полиномиальный подход) / А.Р. Гайдук - Москва: Физматлит, 2012. - 360 с. : ил., табл.; 22 см.; ISBN 978-5-9221-1424-0 (в пер.) – Текст: непосредственный.

43. **Ганиев, Р.Ф.** Манипуляционные механизмы параллельной структуры и их приложения в современной технике/ Р.Ф. Ганиев, В.А. Глазунов – Текст: непосредственный. // Доклады академии наук. - 2014 - №4 -С.1-4
44. **Гапоненко, Е. В.** Динамика управляемого движения робота-трипода с шестью степенями подвижности: специальность 01.02.06 – «Динамика, прочность машин, приборов и аппаратуры»: автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук: / Гапоненко Елена Владимировна – Белгород, 2014. – Текст: непосредственный.
45. **Гапоненко, Е.В.** Моделирование динамики параллельного робота и оценка точности позиционирования / Е.В. Гапоненко, Л.А. Рыбак – Текст: непосредственный. // В сборнике: Вибрационные технологии, мехатроника и управляемые машины Сборник научных статей по материалам XI Международной научно-технической конференции: в 2 частях. Ответственный редактор С.Ф. Яцун. - 2014. - С. 288-293.
46. **Герасун, В.М.** Особенности сельскохозяйственных роботов и требования к ним / В.М Герасун, И.А. Несмиянов, В.В. Жога – Текст : непосредственный. // Робототехника и искусственный интеллект: матер. V всерос. науч.-техн. конф. с междунар. участием, г. Железногорск / под науч. ред. В.А. Углева ; Сибирский федеральный ун-т, Железногорский филиал СФУ. - Железногорск, 2013. - С. 26-28.
47. **Герасун, В.М.** Сельскохозяйственные грузы как основа создания навесных 127 грузоподъемных машин/ В.М. Герасун – Текст : непосредственный. // Сб. науч. тр./ Волгогр. с.-х. ин-т. – 1984. – Т.85.- С.15-25.
48. **Герасун, В.М.** Синтез манипулятора для информационного мобильного робота. / В.М. Герасун, И.А. Несмиянов, В.В. Дяшкин-Титов – Текст: непосредственный. // В сборнике: интеграционные процессы в науке, образовании и аграрном производстве - залог успешного развития АПК. материалы Международной научно-практической конференции: в 4-х томах. – 2011 - С. 17-20.

49. **Глазунов, В.А.** К анализу особых положений механизмов параллельной структуры. / В.А. Глазунов, Нгуен Нгок Хуэ, Нгуен Минь Тхань – Текст: непосредственный. // Машиностроение и инженерное образование. – Вып.4. – 2009. – с.11-16.
50. **Глазунов, В.А.** Пространственные механизмы параллельной структуры / В. А. Глазунов, А. Ш. Колискор, А. Ф. Крайнев; Отв. ред. П. И. Чинаев; АН СССР, Ин-т машиноведения им. А. А. Благонравова. - Москва. : Наука, 1991. - 94,[1] с. : ил.; 22 см.; ISBN 5-02-006759-8 : 2 р. 70 к. – Текст : непосредственный.
51. **Глазунов, В.А.** Решение обратной задачи о положении манипулятора с применением метода винтов. / В.А. Глазунов – Текст : непосредственный // Машиноведение. - №1. – 1986. – с. 36-40.
52. **Годжаев, З.А.** Перспективы развития роботизированных технологий в растениеводстве. / З.А. Годжаев, А.П. Гришин, А.А. Гришин. – Текст: непосредственный. //Тракторы и сельхозмашины. – 2015. - №12. – С.42-45
53. **Годжаев, З.А.** Развитие работ по созданию робототехники сельхозназначения. / З.А. Годжаев, А.П. Гришин – Текст: непосредственный. // Научный журнал КубГАУ - №119(05) - 2016.
54. **Горитов, А.Н.** Сглаживание траектории перемещения рабочего органа робота-манипулятора/ А.Н. Горитов, С.М. Алферов – Текст: электронный. // Известия томского политехнического университета. - 2006. - С 176-178.URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/sglazhivanie-traektorii-peremescheniya-rabochego-organa-robota-manipulyatora/viewer> (дата обращения: 12.11.2021).
55. **ГОСТ 25686-85.** Манипуляторы, автооператоры и промышленные роботы = Manipulators, autooperators and industrial robots. : национальный стандарт Российской Федерации : издание официальное : утвержден и введен в действие Постановлением Государственного комитета СССР по стандартам от 28 июня 1985 г. N 2077 срок действия установлен с 01.01.86 до 01.01.91 М.: Изд-во стандартов, 1985 – Текст : непосредственный.

56. **ГОСТ Р 60.0.0.4-2019/ИСО 8373:2012.** Роботы и робототехнические устройства: национальный стандарт Российской Федерации: официальное издание: утвержден и введен в действие Приказом Федерального агентства по техническому регулированию и метрологии от 14 февраля 2019 г. N 31-ст. – Текст: непосредственный
57. **Государственная регистрация программы для ЭВМ №202261137 Российская Федерация.** Программа для реализации алгоритма определения зоны обслуживания манипуляторов параллельно-последовательной структуры с захватом. № 2022611337 заяв. 29.11.2021, опубл. 24.01.2022/ Н.С. Воробьева.; заявитель ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ – 1 с. – Текст: непосредственный
58. **Государственная регистрация программы для ЭВМ №2021619639 Российская Федерация.** Программа для реализации алгоритма управления манипулятором-триподом компенсационного типа. № 2021618770 заяв. 02.06.2021, опубл. 15.06.2021/ В.В. Дяшкин-Титов, И.А. Несмиянов, Н.С. Воробьева, В.В. Жога, А.В. Дяшкин.; заявитель ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ – 1 с. – Текст: непосредственный.
59. **Государственная регистрация программы для ЭВМ №2021619638 Российская Федерация.** Динамическая модель управления манипулятором-триподом по задаваемой траектории. № 2021618754 заяв. 02.06.2021, опубл. 15.06.2021/ В.В. Дяшкин-Титов, И.А. Несмиянов, Н.С. Воробьева, В.В. Жога, А.В. Дяшкин.; заявитель ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ – 1 с. – Текст: непосредственный.
60. **Государственная регистрация программы для ЭВМ №2016615410 Российская Федерация.** Кинематика манипулятора – трипода. №2016612576 заяв. 24.03.2016, опубл. 20.06.2016 / Несмиянов И.А., Жога В.В., Воробьева Н.С., Дяшкин-Титов В.В.; заявитель ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ – 8 с. – Текст: непосредственный.
61. **Государственная регистрация программы для ЭВМ №2018662010 Российская Федерация.** Кинематический синтез программных движений

- приводов манипулятора-трипода на основе сплайн-функции. № 2018619653 заяв. 11.09.2018, опубл. 25.09.2018/ Н.С. Воробьева, И.А. Несмиянов, В.В. Жога, В.В. Дяшкин-Титов, А.В. Дяшкин.; заявитель ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ – 8 с. – Текст: непосредственный.
62. **Государственная регистрация программы для ЭВМ №2018662904 Российская Федерация.** Отслеживание траектории захватного устройства методом аппроксимации управляющих воздействий. №2018660573 заяв. 01.10.2018, опубл. 17.10.2018 / Н.С. Воробьева, И.А. Несмиянов, В.В. Жога, В.В. Дяшкин-Титов, А.В. Дяшкин.; заявитель ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ – 8 с. – Текст: непосредственный
63. **Государственная регистрация программы для ЭВМ №2020619898 Российская Федерация.** Программа для реализации алгоритма управляемых сигналов динамического синтеза робота-манипулятора. №2020615443 заяв. 01.06.2020, опубл. 25.08.2020/ Жога В.В., Дяшкин А.В., Дяшкин-Титов В.В., Воробьева Н.С., Несмиянов И.А. .; заявитель ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ – 8 с. – Текст: непосредственный
64. **Губернаторов, А.В.** Математическое моделирование манипуляторов робототехнических комплексов методом усреднения по множеству локальных линейных моделей. / А.В. Губернаторов, А.М. Казанцев. – Текст: электронный. // Экстремальная робототехника. Труды международной научно-практической конференции. – Санкт-Петербург: Изд-во «Политехникасервис», 2014. – С.187-191. https://www.elibrary.ru/download/elibrary_27012788_22047555.pdf (дата обращения: 12.11.2021). – Режим доступа: Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU
65. **Данилов, А.В.** Общий подход к решению обратной задачи кинематики для манипулятора последовательной структуры с помощью конечного поворота и смещения / А.В. Данилов, А.Н. Кропотов, О.В. Трифонов – Текст: электронный. // Препринты ИПМ им. М.В.Келдыша. - 2018.- № 81

- 15 с. doi:10.20948/prepr-2018-81 URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2018-81> (дата обращения: 12.11.2021).
- 66. Двенадцатый Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: сборник трудов в 4-х томах Том. 4. Материалы симпозиумов, Уфа, 19-24 августа 2019 г.- Уфа: БашГУ, 2019. -525 с.- ISBN: 978-5-7477-4954-2– Текст: непосредственный.
- 67. Двенадцатая всероссийская мультиконференция по проблемам управления (МКПУ-2017): Материалы 12-й Всероссийской мультиконференции в 4-х томах, Дивноморское, Геленджик 23 – 28 сентября 2019 г.: Геленджик: ЮФУ, 2019. -228 с.- ISBN: 978-5-9275-3190-5 – Текст: непосредственный.
- 68. **Деграве, В.С.** Особые положения плоских неассуровых структурных групп с внутренними входами. / В.С. Деграве – Текст: непосредственный. // Теория механизмов и машин. – 2006 -№2. – Том.4. – С.81-85.
- 69. Дельта роботы FANUC: [сайт] - <http://robomatic.ru/content/delta-roboty-fanuc> (дата обращения: 27.10.2020) – Текст: электронный.
- 70. **Демидович, Б.П.** Численные методы анализа: приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения / Б.П. Демидович, И.А. Марон, Э.З. Шувалова; под ред. Б. П. Демидовича. - Изд. 5-е стер. - Санкт-Петербург и др. : Лань, 2010. - 400 с. : ил.; 21 см. - (Классическая учебная литература по математике).; ISBN 978-5-8114-0799-6 – Текст непосредственный.
- 71. Десятая всероссийская мультиконференция по проблемам управления (МКПУ-2017): Материалы 10-й Всероссийской мультиконференции в 3-х томах. / Отв. редактор: И.А. Каляев. - Том. 2. Робототехника и мехатроника (РиМ-2017), Дивноморское, 11 – 16 сентября 2017 г.: Ростов-на-Дону: ЮФУ, 2017. -334 с.- ISBN: 978-5-9275-2429-7 – Текст: непосредственный.

72. Десять роботов для бережного сбора урожая: [сайт] - <https://iot.ru/selskoe-khozyaystvo/11-robotizirovannykh-resheniy-dlya-berezhnogo-sbora-urozhaya> (дата обращения: 27.10.2020) – Текст: электронный.
73. **Диментберг, Ф.М.** Об особенных положениях пространственных механизмов. / Ф.М. Диментберг – Текст: непосредственный. // Машиноведение. -1977- № 5 -С. 53 –58.
74. Динамика манипулятора параллельно- последовательной структуры на основе трипода / Н.С. Воробьева, В.В. Дяшкин-Титов, В.В. Жога и др. – Текст: непосредственный. // Машиностроение и инженерное образование.- 2017. - №3. - С.32-41
75. Динамика управления роботами / В. В. Козлов, В. П. Макарычев, А. В. Тимофеев и др. под ред. Е. И. Юревича. - Москва: Наука, 1984. - 334 с.: ил.; 21 см. - (Науч. основы робототехники).; ISBN В пер. (В пер.): 2 р. 30 к. – Текст: непосредственный.
76. Динамический синтез оптимальных программных движений манипулятора-трипода. / В.В. Жога, В.М. Герасун, Н.С. Воробьева и др.– Текст: непосредственный // Проблемы машиностроения и надежности машин, 2015. - №2. – С.85-92.
77. Дистанционно управляемые роботы и манипуляторы / В. С. Кулешов, Н. А. Лакота, В. В. Андрюнин и др. ; под ред. В. С. Кулешова, Н. А. Лакоты. - Москва: Машиностроение, 1986. - 327, [1] с.: ил.; 22 см. – Текст: непосредственный.
78. Дистанционные сенсоры в контуре управления сервисных и подводных роботов / В.Е. Пряничников, В.В. Чернышев, Д.А. Воркутов и др. – Текст: электронный // Экстремальная Робототехника. – 2021 - Т.1 - №1. <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=47078615> (дата обращения: 03.08.2021). – Режим доступа: Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU
79. **Добриборщ, Д.** Адаптивное управление роботом-манипулятором с параллельной кинематической схемой / Д. Добриборщ, С. А. Колюбин. – Текст: электронный // Изв. вузов. Приборостроение. -2017.- Т. 60 - № 9 -

- С. 850—857. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/adaptivnoe-upravlenie-robotom-manipulyatorom-s-parallelnoy-kinematicheskoy-shemoy/viewer>(дата обращения: 12.11.2021).
80. **Дяшкин-Титов, В.В.** Разработка методов расчёта манипулятора - трипода на поворотном основании: специальность 05.02.02 «Машиноведение, системы приводов и детали машин» : диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук: / Дяшкин-Титов Виктор Владимирович ; Волгоградский государственный технический университет .- Волгоград, 2014.- 20 с. – Текст : непосредственный
 81. **Егоров, И. Н.** Электроприводы манипуляционных роботов с силовой моментной обратной связью: учебное пособие / И. Н. Егоров; Владимирский политехн. ин-т. - Владимир: ВПИ, 1990. - 96 с.: ил.; 20 см.; ISBN 5-230-04714-3– Текст: непосредственный.
 82. **Есина, М.Г.** Кинематический и силовой анализ плоских механизмов параллельной структуры с учётом особых положений и алгоритмов управления: специальность 05.02.18 «Теория механизмов и машин»: автореферат диссертации соискатель ученой степени кандидата технических наук: Есина Марина Геннадьевна. – Москва – Текст: непосредственный.
 83. **Жавнер, В.Л.** Погрузочные манипуляторы / В.Л. Жавнер, Э.И. Крамской; под ред. проф. А.И. Колчина. - Ленинград: Машиностроение. Ленингр. отделение, 1975. - 159 с. : ил.; 22 см. – Текст : непосредственный.
 84. **Забихифар Сейедхассан** Адаптивное управление робототехническими системами с использованием нейронных сетей и скользящих режимов: специальность: 05.02.05 «Роботы, мехатроника и робототехнические системы» / автореферат диссертаций на соискание ученой степени кандидата технических наук: Забихифар Сейедхассан; [Место защиты: Моск. гос. техн. ун-т им. Н.Э. Баумана]. - Москва, 2018. - 17 с. – Текст: непосредственный.

85. Задача позиционирования манипулятора параллельно-последовательной структуры с управляемым захватным устройством / В.В. Жога, И.А. Несмиянов, Н. С. Воробьева и др. – Текст: непосредственный. // Мехатроника, автоматизация, управление. - 2016. № 8. - Том 17. - 525-530 с.
86. Завалишинские чтения 22: материалы XVII международной конференции по электромеханике и робототехнике, ЗЧ-2022, Санкт-Петербург, Россия 12-14 апреля, 2022 г.: Санкт-Петербург: СПГУАП, 2022. – 254 с. – Текст: непосредственный
87. **Заде, Л.** Нечеткая логика / Л. Заде– Текст: непосредственный. // Нечеткие системы и мягкие вычисления; Тверской государственный университет - 2009 - Т.4. - № 2 - С. 5-48.
88. **Захаров, Е.Н.** Разработка методов эргатического управления погрузочным манипулятором-триподом: специальность 05.02.05 «Роботы, мехатроника, робототехнические системы»: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук – Волгоград, 2019 – 167 с. – Текст: непосредственный.
89. **Зенкевич, С. Л.** Основы управления манипуляционными роботами: учеб. для студентов вузов, обучающихся по специальности "Роботы и робототехн. системы" / С. Л. Зенкевич, А. С. Ющенко. - Изд. 2-е, испр. и доп. - М.: Изд-во МГТУ, 2004. - 478, [1] с.: ил., табл.; 24 см. - (Робототехника).; ISBN 5-7038-2567-9 : 2000 – Текст: непосредственный.
90. **Зенкевич, С.Л.** Управление роботами: Основы упр. манипуляц. роботами: Учеб. для студентов вузов, обучающихся по специальности "Роботы и робототехн. системы" / С.Л. Зенкевич, А.С. Ющенко. - Москва.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2000. - 399 с.: ил.; 24 см.; ISBN 5-7038-1339-5 – Текст: непосредственный.
91. **Зубер, И.Е.** Терминальное управление по выходу для нелинейных нестационарных дискретных систем / И.Е. Зубер – Текст: электронный //

- Дифференциальные уравнения и процессы управления - №2 -2004. URL: <https://diffjournal.spbu.ru/pdf/zuber2.pdf> (дата обращения: 12.11.2021)
92. **Иванов, А.Г.** Кинематика движения манипуляционного механизма роботизированного пропольщика при выполнении технологического процесса прополки./ А.Г. Иванов, Н.С. Воробьева – Текст: непосредственный. //Известия Нижневолжского агроуниверситетского комплекса: Наука и высшее профессиональное образование. – 2021 - № 4 (64) - С. 452-463.
 93. **Иванов, А.Г.** Обоснование геометрических параметров робота-пропольщика / А.Г. Иванов, Н.С. Воробьева, А.В. Дяшкин – Текст: непосредственный. // Известия Волгоградского государственного технического университета. - 2019 -№ 3 (226) - С. 22-25.
 94. **Иванов, А.Г.** Совершенствование технологического процесса прополки сельскохозяйственных культур за счет использования роботизированной прополочной машины для точного земледелия / Иванов А.Г., Воробьева Н.С., Дяшкин-Титов В.В. // Инновационные технологии в агропромышленном комплексе в современных экономических условиях. Материалы Международной научно-практической конференции. Волгоград, 2021 - С. 186-191
 95. **Иванов, В.А.** Математические основы теории автоматического регулирования: учебное пособие для вузов / В.А. Иванов, Б.К. Чемоданов, В.С. Медведев; под ред. проф. Б. К. Чемоданова. - Москва: Высш. шк., 1971. - 807 с.: черт.; 22 см. – Текст: непосредственный.
 96. **Игнатова, Е.И.** Особенности математического моделирования робототехнических систем. / Е.И. Игнатова, Д.А Кочкарев – Текст: непосредственный. // Экстремальная робототехника. Нано- микро- и макророботы (ЭР-2009). Материалы XX Международной научно-технической конференции. – Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2009. - С.87-88.
 97. **Игнатьев, М. Б.** Алгоритмы управления роботами-манипуляторами / М.Б. Игнатьев, Ф.М. Кулаков, А.М. Покровский. - Ленинград:

- Машиностроение. [Ленингр. отд-ние], 1972. - 247 с. : ил.; 22 см. – Текст: непосредственный.
98. **Измайлов, А.Ю.** Перспективы роботизации агрохимических работ. / А.Ю. Измайлов, З.А. Годжаев, Р.А. Афанасьев – Текст: электронный. // ВНИИА, Москва, 2016. - С. 9-13. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/perspektivy-robotizatsii-agrohimicheskikh-rabot/viewer> (дата обращения: 12.11.2021)
 99. Интеллектуальное управление динамическими системами / С.Н. Васильев, А.К. Жарков, Е.А. Федосов и др. - Москва: Физматлит, 2000. – 352 с. – Текст: непосредственный.
 100. Интеллектуальные роботы: учеб. пособие для вузов / И.А. Каляев, В.М. Лохин, И.М. Макаров и др.; под общей ред. Е.И. Юревича. – Москва: Машиностроение, 2007. - 24 см. (Типография "Машиностроение"). – 360 с. ил., табл.; - ISBN 5-217-03339-8 – Текст: непосредственный
 101. **Иосилевич, Г. Б.** Прикладная механика: [Для втузов по курсам "Соппротивление материалов", "Теория механизмов и машин", "Детали машин"] / Г.Б. Иосилевич, П.А. Лебедев, В.С. Стреляев. - М.: Машиностроение, 1985. - 575 с.: ил.; 21 см.; – Текст: непосредственный.
 102. Исследование манипуляторов параллельно-последовательной структуры на базе трипода: монография / Н.С. Воробьева, И.А. Несмиянов, В.В. Жога и др. – Волгоград: ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ, 2022- 272 с. – Текст: непосредственный.
 103. Исследование оптимальных конфигураций манипулятора-трипода с поворотным основанием/ В.В. Жога, В.М. Герасун, Н.С. Воробьева и др. – Текст: электронный. // Мехатроника, автоматизация, управление. -2013- № 6 - С. 21-26.
 104. К анализу и классификации устройств относительного манипулирования / В.А. Глазунов, А.Б. Ласточкин, К.А. Шалюхин и др. – Текст: электронный. // Проблемы машиностроения и надежности машин, 2009 - №4. - С. 81-85. https://www.elibrary.ru/download/elibrary_12806990_24876534.pdf (дата

- обращения: 12.11.2021). – Режим доступа: Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU
105. К расчету механизмов типа Delta с линейными приводами и различным числом степеней свободы / П.А. Ларюшкин, К.Г. Эрастова., Г.С Филиппов и др.– Текст: электронный //Проблемы машиностроения и надежности машин -2019- №3 - с.37-44
 106. **Казаков, А.В.** Динамическая манипулятивность станочного оборудования на основе манипуляторов параллельной структуры/ А.В. Казаков – Текст: непосредственный. // Мехатроника, автоматизация, управление -№ 5 -2008 -С.15
 107. Какими бывают промышленные роботы? Шесть основных типов: [сайт] - <https://www.robotwizard.ru/blog/vidi-promishlennih-robotov#parallel> (дата обращения: 27.10.2020) – Текст: электронный
 108. Каталог автономных сельскохозяйственных роботов для работы в поле, в саду или теплице: [сайт] – robotrends.ru (дата обращения: 27.10.2020) – Текст: электронный.
 109. **Качанов, Ю.Т.** Многоагентный подход к управлению параллельными многосекционными манипуляторами / Ю.Т. Качанов, А.П. Карпенко – Текст: непосредственный. // Мехатроника, автоматизация, управление (МАУ-2009): Материалы Международной научно-технической конференции. – Таганрог. Изд-во ТОП. ЮФУ. - 2009. –с. 344-347.
 110. **Киреев, С.О.** Матричный метод оптимизации основной структурной схемы механизма. / С.О. Киреев, В.Н. Ковалёв– Текст: непосредственный. // Теория механизмов и машин. – 2004. - №2. – Том 2. – С.18-23
 111. Классификация систем управления роботами: [сайт] - <https://lektsii.net/3-172502.html> (дата обращения: 27.10.2020) – Текст: электронный.
 112. Ключевые технологии и прогноз развития сельскохозяйственной робототехники. / З.А. Годжаев, А.П. Гришин, А.А. Гришин и др.– Текст: электронный. // ФГБНУ ВИМ. - 2016. №6(21) - С.35-41 https://www.elibrary.ru/download/elibrary_26597043_80573098.pdf (дата

обращения: 12.11.2021). – Режим доступа: Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU

113. **Кобринский, А.А.** Алгоритм обхода препятствий для манипуляторов, управляемых от ЭЦВМ. / А.А. Кобринский, Л.А. Кобринский. – Текст: непосредственный // Сб. Алгоритмы анализа и синтеза механизмов. Москва.: Наука, 1977 - С.79-89
114. **Кобринский, А.А.** К задаче оптимального управления манипуляторами / А.А. Кобринский, Л.А. Кобринский– Текст: электронный. / Исследование задач машиноведения на ЭВМ; - Москва,1977.- С.26 –35 URL: <https://mash-hxl.info/page/194212186084140181139072048075009127123178095091/> (дата обращения: 27.10.2020)
115. **Кобринский, А.А.** Манипуляционные системы роботов: Основы устройства, элементы теории: [Пер. с рус.] / А.А. Кобринский, А.Е. Кобринский. - М. : Мир, Б. г. (1989). - 388 с. : ил.; 22 см. - (Кибернетика); ISBN 5-03-000716-4 (В пер.) : 3 р. 30 к. – Текст: непосредственный.
116. **Козырев, Ю.Г.** Промышленные роботы: Справочник. – 2-е изд., перераб. и доп. – Москва.: Машиностроение, 1988. – 392 с.: ил – Текст: непосредственный.
117. **Коловский, М.З.** Основы динамики промышленных роботов. / М.З. Коловский, А. В. :Слоущ – Москва.: Наука, 1988. – 240 с. – Текст: непосредственный.
118. **Коноплев, В.А.** Агрегативные модели механики систем твердых тел со структурой дерева. / В.А. Коноплев – Текст: непосредственный. // Изв. АН СССР, МТТ, N 6, 1989, с 46-54
119. **Корендясев, А.И.** Теоретические основы робототехники : в 2 кн. / А. И. Корендясев, Б.Л. Саламандра, Л.И. Тывес ; под ред. С. М. Каплунова ; Рос. акад. наук, Ин-т машиноведения им. А. А. Благодногова. - Москва : Наука, 2006 (СПб. : Типография "Наука"). - 25 см.; ISBN 5-02-033952-0 В пер. – Текст : непосредственный.

120. **Крайнев, А.Ф.** Новые механизмы относительного манипулирования / А.Ф. Крайнев, В.А. Глазунов – Текст: непосредственный. // Проблемы машиностроения и надежности машин. -1994.-№5 - С. 106–117.
121. **Крайнев, А.Ф.** Разработка механизмов параллельной структуры для малых перемещений с упругими изгибными кинематическими парами / В.А. Глазунов, В.И. Нагорных – Текст: непосредственный / Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1992 - № 4 - С. 79–86..
122. **Крайнев, А.Ф.** Словарь-справочник по механизмам / А. Ф. Крайнев. - Москва : Машиностроение, 1981. - 438 с. : ил.; 22 см.— Текст : непосредственный.
123. **Крайнев, А.Ф.** Функциональная классификация механизмов. / А.Ф. Крайнев – Текст: непосредственный. // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1993 - № 5 - С.10–20.
124. Критерии динамического и кинематического синтеза механизмов параллельной структуры / В.А. Глазунов, А.Ю. Досегаев, С.Д. Костерева и др.— Текст: электронный // Проблемы машиностроения и надежности машин. - 2009. - № 1. – с. 3-12.
125. **Крутько, П.Д.** Новые технологии аналитического проектирования алгоритмического обеспечения систем управления движением / П.Д. Крутько – Текст: непосредственный. // Управление, автоматизация и окружающая среда: Матер. Междунар. Научно-техн. конф. Севастополь: Изд-во СевНГУ, 2008 - С. 4-24
126. **Крутько, П. Д.** Обратные задачи динамики управляемых систем : Нелинейн. модели / П. Д. Крутько. - Москва. : Наука, 1988. - 326,[2] с. : ил.; 22 см.; ISBN 5-02-014100-3 (В пер.) : 4 р. 50 к. – Текст : непосредственный.
127. **Крутько, П.Д.** Управление движением манипулятора при выполнении погрузочных операций. / П.Д. Крутько, Д.В. Кузьмин. – Текст: непосредственный. // Проблемы машиностроения и надежности машин. - №3. – 2004. – С.91-98

128. **Кулешов, В.С.** Динамика систем управления манипуляторами / В.С. Кулешов, Н.А. Лакота. - Москва : Энергия, 1971. - 304 с. : ил.; 21 см. – Текст: непосредственный.
129. **Ларкин, Е.В.** К вопросу повышения точности промышленных манипуляторов/ Е.В. Ларкин, М.А. Антонов – Текст: непосредственный. // Известия Тульского государственного университета. Серия: Технические науки: научный журнал – Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2009. - С.87-88
130. **Ларюшкин, П.А.** Решение задачи о положениях параллельного манипулятора с тремя степенями свободы / П.А. Ларюшкин., В.А. Глазунов, С.В. Хейло. – Текст: непосредственный. // Справочник. Инженерный журнал с приложением.- 2012. №2 - с. 16-20.
131. **Лесков, А. Г.** Моделирование и анализ робототехнических систем / А. Г. Лесков, А. С. Ющенко. - Москва : Машиностроение, 1992. - 78 с. : ил.; 20 см. - (ПР и ГПС. Промышленные роботы и гибкие производственные системы).; ISBN 5-217-01280-3 : Б. ц. – Текст: непосредственный
132. **Лохин, В.М.** Интеллектуальные системы управления – перспективная платформа для создания техники нового поколения/В.М. Лохин, М.П. Романов – Текст: непосредственный. /ВЕСТНИК МГТУ МИРЭА, Москва, 2014 - С. 1-24.
133. **Лурье, А.И.** Аналитическая механика. Москва: Наука, Физматлит., 1961 - 824 с. – Текст: непосредственный.
134. **Макаров, И.М.** Искусственный интеллект и интеллектуальные системы управления. / И.М. Макаров, В.М. Лохин, С.В. Манько и др.– Москва.: Наука, 2006. – Текст: непосредственный.
135. **Мальчиков, А.В.** Математическое моделирование копирующего управления робототехническим устройством, оснащенным линейным электроприводом с упругим звеном / А.В. Мальчиков, С.Ф. Яцун, А.С. Яцун – Текст : электронный.//Проблемы машиностроения и надежности машин. Курск, 2019, №5. С. 34-42.
https://www.elibrary.ru/download/elibrary_39324341_57051370.pdf (дата

обращения: 12.11.2021). – Режим доступа: Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU

136. Манипуляторы для мобильных роботов. / В.М. Герасун, В.И. Пындак, И.А. Несмиянов и др.– Текст: непосредственный. // Концепции и принципы проектирования: Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша. 2012. №44.- С. 24
137. Манипуляционные системы роботов / [А. И. Корендясев, Б. Л. Саламандра, Л. И. Тывес [и др.] ; под ред. А. И. Корендясева. - Москва : Машиностроение, 1989. - 470, [1] с. : ил.; 22 см. - (АМ и РС. Автоматизированные манипуляторы и робототехнические системы / под общ. ред. Е. П. Попова).; ISBN 5-217-00461-4 (В пер.) – Текст: непосредственный.
138. **Медведев, В.И.** Синтез оптимального управления взаимосвязанными приводами манипулятора / В.И. Медведев – Текст: непосредственный. // Мехатроника, автоматизация, управление. – М.: Изд-во Новые технологии. - №9 - 2003 - С.5-10
139. **Медведев, В.С.** Системы управления манипуляционных роботов / В.С. Медведев, А.Г. Лесков, А.С. Ющенко; под ред. Е.П. Попова. - Москва: Наука, 1978. - 416 с. : ил.; 21 см – Текст: непосредственный.
140. Методы кинематического синтеза алгоритмов управления манипулятором-триподом / Н.С. Воробьева, А.В. Дяшкин, В.В. Дяшкин-Титов и др.– Текст непосредственный. // Известия Нижневолжского агроуниверситетского комплекса: Наука и высшее профессиональное образование – 2020 - №2 (58) - С. 384-396.
141. Механика промышленных роботов: учеб. пособие для вузов. Под ред. К.В. Фролов, Е.И. Воробьев: в 3 кн. – Кн. 1: Кинематика и динамика. – Москва.: Высш. шк., 1988. – 304 с – Текст: непосредственный.
142. Многопроцессорная система управления манипулятором параллельно-последовательной структуры / Н.С. Воробьева, В.В. Жога, И.А. Несмиянов [и др.]. – Текст: электронный // Известия Волгоградского Государственного Технического Университета. – 2022. – № 4 (263). –

URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=48268535> (дата обращения: 27.07.2022)

143. **Мохов, А.Д.** Разработка математического и программного обеспечения систем управления мобильными роботами произвольной структуры с избыточными связями: автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук, специальность 05.13.01 – «Системный анализ, управление и обработка информации (промышленность)» – Текст: непосредственный.
144. **Мубарак, П.** Глобально сходящийся алгоритм для адаптивного манипулирования и следования траектории для мобильных роботов с последовательными резервными руками /П. Мубарак – Текст: непосредственный. // Роботика – 2013 -31 (8) - 1299 – 1311
145. Мультиагентное управление механизмом параллельной структуры на основе декомпозирующего подхода / А.Р. Гайдук, С.Г. Капустян, Е.А. Плаксиенко и др.– Текст: электронный. // Научный вестник Новосибирского государственного технического университета. - 2018 - № 1 (70) - С. 51-66.
https://www.elibrary.ru/download/elibrary_35417135_23846566.pdf (дата обращения: 12.11.2021). – Режим доступа: Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU.
146. Наземный робот-фермер дешевле в работе и неприхотлив: [сайт] - <https://kas32.com/post/view/260> (дата обращения: 27.10.2020) – Текст: электронный.
147. **Накано, Э.** Введение в робототехнику / Э. Накано; Пер. с яп. под ред. А. М. Филатова. - Москва: Мир, 1988. - 335,[1] с. : ил.; 22 см.; ISBN 5-03-000396-7 (В пер.) : 1 р. 80 к. – Текст: непосредственный.
148. **Небылов, А.В.** Гарантирование точности управления. / А.В. Небылов.– Москва: Наука. Физматлит, 1998. - 22 см. – 1998 (Типография "Наука").– 304 с. : ил., – ISBN 5-02-015035-5034439 – Текст : непосредственный.

149. **Несмиянов, И.А.** Обоснование параметров манипулятора погрузочно-транспортного робота/ И.А. Несмиянов, М.Е. Николаев, Н.С. Воробьева – Текст: непосредственный. // Известия Волгоградского государственного технического университета. – 2020 - №9 (244) - С. 65-68.;
150. **Несмиянов, И.А.** О неустойчивых режимах работы электропривода манипулятора/ И.А. Несмиянов, В.В. Жога, Н.С. Воробьева– Текст: непосредственный. // Проблемы машиностроения и надёжности машин. – 2017 - № 3 - С. 18-25
151. **Несмиянов, И.А.** Особенности и проблемы разработки мобильных сельскохозяйственных роботов. / И.А. Несмиянов, Н.С. Воробьева, В.С. Бочарников – Текст: непосредственный. // В книге: Прогресс транспортных средств и систем - 2018. Материалы международной научно-практической конференции. Под редакцией И.А. Каляева, Ф.Л. Черноусько, В.М. Приходько. – 2018 - С. 125-126.
152. **Несмиянов, И.А.** Роботизированный погрузочно-транспортный агрегат для сбора с поля сеток с овощами/ И.А. Несмиянов, М.Е. Николаев, Н.С. Воробьева – Текст: непосредственный. // В сборнике: Состояние и перспективы развития агропромышленного комплекса. Юбилейный сборник научных трудов XIII международной научно-практической конференции, посвященной 90-летию Донского государственного технического университета (Ростовского-на-Дону института сельхозмашиностроения), в рамках XXIII Агропромышленного форума юга России и выставки "Интерагромаш". В 2-х томах – 2020 - С. 699-703
153. **Несмиянов, И.А.** Роботизированный погрузочно-транспортный агрегат для сбора сеток с луком-репкой / И. А. Несмиянов, Н. С. Воробьева, М. Е. Николаев. – Текст : электронный.// Материалы Международной научно-практической конференции – г. Орел, 2018 - С.445-450. – URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=35170012> (дата обращения: 01.08.2021)
154. **Несмиянов, И.А.** Система управления погрузочным манипулятором параллельной структуры / И.А. Несмиянов, Н.С. Воробьева, В.И. Токарев

- Текст: непосредственный. // Вестник Федерального государственного образовательного учреждения высшего профессионального образования "Московский государственный агроинженерный университет имени В.П. Горячкина". – 2012 - № 3(54) -С. 42-44
155. **Несмиянов, И.А.** Системы прямого и позиционного управления погрузочным манипулятором с пространственным исполнительным механизмом. / И.А. Несмиянов, Е.Н. Захаров, В.И. Токарев – Текст: непосредственный. // Робототехника в сельскохозяйственных технологиях: материалы Международной научно-практической конференции. – Мичуринск-Наукоград: Издательство Мичуринского госагроуниверситета, 2014. – С.239-245.
156. **Несмиянов, И. А.** Структурный и параметрический синтез и оптимизация программных движений манипуляторов на основе трипода: специальность 05.02.18 «Теория механизмов и машин» : диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук: / Несмиянов Иван Алексеевич ; Институт машиноведения им. А.А.Благонравова РАН - Учреждение Российской академии наук.- Волгоград, 2016.- 349 с. – Текст : непосредственный.
157. **Николаев, М.Е.** Погрузочно-транспортный робот для сбора упаковок с овощами. / М.Е. Николаев, И.А. Несмиянов, А.В. Дяшкин – Текст: непосредственный. // В книге: Прогресс транспортных средств и систем - 2018. Материалы международной научно-практической конференции. Под редакцией И.А. Каляева, Ф.Л. Черноусько, В.М. Приходько - 2018. С. 127-128.
158. **Николаев, М.Е.** Разработка и обоснование параметров погрузочно-транспортного агрегата для сбора мешков с овощами. / М.Е. Николаев, И.А. Несмиянов – Текст: непосредственный. // В сборнике: Научное обоснование стратегии развития АПК и сельских территорий в XXI веке. Материалы Национальной научно-практической конференции. Волгоград, 2021- С. 65-71.

159. **Николаев, М.Е.** Совершенствование технологии погрузки и транспортировки грузов в мягкой таре при уборке овощей за счет обоснования параметров погрузочно-транспортного агрегата: специальность 05.20.01 «Технологии и средства механизации сельского хозяйства»: диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук, Волгоград – 2021 -165 с. – Текст: непосредственный
160. Новые классы механизмов: параллельно-перекрёстная и параллельно-переменная структура. / В. Аракелян, С. Брио, В.А. Глазунов и др.– Текст: электронный. // Вестник научно-технического развития. - №3(19), - 2009 г. - с. 28-33. URL: Microsoft Word - Аракелян_Глазунов.doc (vntr.ru) (дата обращения: 12.11.2021)
161. Новые механизмы в современной робототехнике / Е. И. Воробьев, С. С. Гаврюшин, В. А. Глазунов и др.; под редакцией д.т.н., профессора В. А. Глазунова. /- Москва: Техносфера, 2018. - 315 с. : ил., табл., цв. ил.; 25 см. - (Мир робототехники и мехатроники).; ISBN 978-5-94836-537-4 : 1000 экз. – Текст : непосредственный.
162. О программных движениях манипулятора-трипода / В.В. Жога, В.М. Герасун, Н.С. Воробьева и др. – Текст: непосредственный // 6-я Всероссийская мультikonференция по проблемам управления. Материалы мультikonференции: Изд-во ЮФУ, 2013. - Т.2. - С.146-150.
163. Об оптимальной конфигурации манипулятора-трипода / Н.С. Воробьева, В.В. Дяшкин-Титов, А.В. Еременко и др.– Текст : электронный // Материалы XXV Международной научной конференции ММТТ-25, г.Волгоград, 28 -31 мая 2012г - Том 3. – Волгоград: ФГБОУ ВПО ВолгГТУ, 2012.
164. **Озол, О. Г.** Основы конструирования и расчета механизмов / Сост. У.Я. Дзинтарс. - Рига: Звайгзне, 1979. - 360 с.: ил.; 22 см. – Текст: непосредственный.

165. Определение зоны обслуживания мобильного манипулятора-трипода / В.М. Герасун, В.В. Жога, Н.С. Воробьева, и др. – Текст: непосредственный // Машиностроение и инженерное образование. 2013 - № 3 - с. 2–8.
166. Основные аспекты создания отечественных робототехнических комплексов лазерной сварки с адаптивной системой управления / Ю.В. Подураев, Ю.В. Илюхин, С.Ф. Яковлев и др.– Текст: непосредственный. // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2011 - № 11 - С. 18-22.
167. Основы робототехники: Учеб. пособие для машиностроительного и приборостроительного спец. вузов / Н. В. Василенко, К. Д. Никитин, В. П. Пономарев и др.; под общ. ред. К. Д. Никитина. - Томск: Малое гос. ред.-изд. предприятие "РАСКО", 1993. - 474, ISBN 5-88276-044-5 – Текст: непосредственный.
168. Особые положения (сингулярности) механизмов параллельной структуры. / В.А. Глазунов, А.Ф. Крайнев, Р.М. Грунтович и др. – Текст: непосредственный. // Сборник докладов международной конференции по ТМ и ММ – Краснодар: Издательство КГТУ, 2006. – с. 57-58.
169. **Охоцимский, Д. Е.** Механика и управление движением автоматического шагающего аппарата / Д. Е. Охоцимский, Ю. Ф. Голубев. - Москва: Наука, 1984. - 310 с.: ил.; 21 см. – Текст: непосредственный.
170. **Паршева, Е.А.** Децентрализованное робастное управление многозвенным манипулятором. / Е.А. Паршева - Текст: непосредственный // Экстремальная робототехника. Нано- микро- и макророботы (ЭР-2009). Материалы XX Международной научно-технической конференции. – Таганрог: Изд-во ТТИ ЮФУ, 2009. - С.268-270
171. **Паршин, Д.Я.** Квазиоптимальное управление робототехническим монтажным комплексом / Д.Я. Паршин, Д.Н. Огородний - Текст: непосредственный // 4-я Всероссийская мультиконференция по проблемам управления; Материалы 4-й Всероссийской мультиконференции. – Таганрог: Издательство ТТИ ЮФУ, 2011 – Т.2, С.444

172. **Паршин, Д.Я.** Структурно-параметрический синтез манипуляционных систем отделочных роботов. / Д.Я. Паршин, О.Л. Цветкова – Текст: непосредственный. // Материалы 2-й Российской мультikonференции по проблемам управления. Мехатроника, автоматизация, управление.-С.-Петербург: ГНЦ РФ ЦНИИ «Электроприборы», 2008. – С. 266-269
173. **Патент № 1583726 СССР, МПК: G01B 5/00.** L-координатный механизм: № 4402287 заявл. 12.04.1988: опубл. 07.08.1990 / Борозна А. Г., Глазунов В. А., Жук В. П., Колискор А. Ш., Модель Б. И. и др.; заявитель Институт Машиноведения им. А. А. Благоднравова – Текст: непосредственный.
174. **Патент №212315 Российская Федерация, МПК В66С 23/44.** Погрузочно-транспортный агрегат с увеличенной рабочей зоной : № 2022106288 : заявл. 09.03.2022 : опубл. 15.07.2022 / М.Е. Николаев, И.А. Несмиянов, В.В. Жога, Н.С. Воробьева; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Волгоградский государственный аграрный университет".– 7 с – Текст: непосредственный.
175. **Патент №213090 Российская Федерация, МПК В66С 23/44.** Погрузчик-штабелер с манипулятором-триподом : № 2022103483 : заявл. 10.02.2022 : опубл. 24.08.2022 / Несмиянов И.А., Николаев М.Е., Воробьева Н.С., Иванов А.Г.; заявитель федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Волгоградский государственный аграрный университет". – 6 с – Текст: непосредственный.
176. **Патент №183544 Российская Федерация, МПК В66С 23/44 (2006.01).** Манипулятор-трипод промышленного назначения. №201825787: заявл. 12.07.2018, опубл. 25.09.2018./ Несмиянов И. А., Николаев М.Е., Дяшкин-Титов В. В., Дяшкин А. В., Воробьева Н. С., Иванов А.Г. .; заявитель ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ – 8 с. – Текст: непосредственный.
177. **Патент №183553 Российская Федерация, МПК В66С 23/44(2006.01).** Кран-манипулятор. №2018124408: заявл. 03.07.2018, опубл. 25.09.2018./

Несмиянов И. А., Жога В. В., Воробьева Н. С., Дяшкин-Титов В. В. , Дяшкин А. В., Николаев М. Е.; заявитель ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ – 8 с. – Текст: непосредственный.

178. Патент №2616493 Российская Федерация, МПК В66С 23/44 (2006.01).

Манипулятор трипод параллельно-последовательной структуры. №2016110927: заявл.24.03.2016: опубл. 17.04.2017/ Жога В. В., Дяшкин-Титов В. В. , Дяшкин А. В. , Воробьева Н. С., Несмиянов И. А., Иванов А.Г. .; заявитель ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ – 9 с. – Текст: непосредственный.

179. Патент №2651781 Российская Федерация, МПК В66С 23/44 (2006.01).

Манипулятор-трипод промышленного назначения. № 2017112648: заявл. 12.04.2017: опубл. 23.04.2018/ Жога В. В., Дяшкин-Титов В. В. , Дяшкин А. В. , Воробьева Н. С., Несмиянов И. А., Николаев М. Е.; заявитель ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ – 8 с. – Текст: непосредственный.

180. Патент №2703092 Российская Федерация. В25J 5/00. Робот-

пропольщик: №2019102103 заяв. 25.01.2019, опубл. 15.10.2019./ Воробьева Н.С., Дяшкин А.В., Иванов А.Г., Несмиянов И.А., Жога В.В., Дяшкин-Титов В.В.; заявитель ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ – 8 с. – Текст: непосредственный.

181. Патент №2703775 Российская Федерация. В25J 5/00. Робот-

пропольщик: №2019102105 заяв. 25.01.2019, опубл. 22.10.2019./ Воробьева Н.С., Дяшкин А.В., Иванов А.Г., Несмиянов И.А., Жога В.В., Дяшкин-Титов В.В.; заявитель ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ – 8 с. – Текст: непосредственный.

182. Патент №2694588 Российская Федерация, МПК В66С 23/44 (2006.01).

Робот-пропольщик с функцией фертигации. № 2019102108, заявл. 25.01.2019. опубл. 16.07.2019/ Овчинников А.С., Бочарников В.С., Воробьева Н.С., Дяшкин А.В., Иванов А.Г., Несмиянов И.А., Жога В.В., Дяшкин-Титов В.В.; заявитель ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ – 8 с. – Текст: непосредственный.

183. **Патент №2700304 Российская Федерация, МПК В66С 23/44 (2006.01).**
Робот-манипулятор. №2018136528: заявл.16.10.2018. опубл. 16.09.2019 / Несмиянов И.А., Николаев М.Е., Дяшкин-Титов В. В., Дяшкин А. В., Воробьева Н. С., Иванов А.Г. .; заявитель ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ – 8 с. – Текст: непосредственный.
184. **Патент №2722960 Российская Федерация, МПК В66С 23/44, В25J 9/00.**
Автоматизированный сортировщик-подборщик манипулятора-трипода: заявл. №2019133732 22.10.2019 г.: опубл. 05.06.2020 г. / Жога В.В., Дяшкин А.В., Дяшкин-Титов В.В., Воробьева Н.С., Несмиянов И.А., Малолетов А.В.; заявитель ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ – 6 с. – Текст: непосредственный.
185. **Погорелов, Д.Ю.** Алгоритмы синтеза и численного интегрирования уравнений движения систем тел с большим числом степеней свободы / Д.Ю. Погорелов – Текст: электронный. // VIII Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике - Пермь, 2001 - с. 490
186. **Пол, Р.** Моделирование, планирование траекторий и управление движением робота-манипулятора / Р. Пол; Перевод с англ. А. Ф. Верещагина, В. Л. Генерозова; под ред. Е. П. Попова. - Москва: Наука, 1976. - 103 с. : ил.; 20 см. – Текст непосредственный.
187. **Попов, Е. П.** Манипуляционные роботы: динамика и алгоритмы / Е. П. Попов, А. Ф. Верещагин, С. Л. Зенкевич. - Москва: Наука, 1978. - 398 с. : ил.; 20 см. - (Научные основы робототехники) – Текст: непосредственный.
188. **Поспелов, Д.А.** Десять "горячих точек" в исследованиях по искусственному интеллекту / Поспелов Д.А. // Интеллектуальные системы. - 1996. - Т. 1. - С. 47-56. – Текст: непосредственный.
189. **Поспелов, Д. А.** Искусственный интеллект : В 3 кн. - М. : Радио и связь, 1990-. - 21 см. Кн. 2: Модели и методы / Д. А. Поспелов и др.; Под ред. Д. А. Поспелова. - М. : Радио и связь, 1990. - 303,[1] с. : ил.; ISBN 5-256-00368-2 (В пер.) : 1 р. 80 к. – Текст: непосредственный.

190. Прикладные нечеткие системы / Киедзи Асаи, Дзюндзо Ватада, Сокукэ Иваи и др.; Под ред. Т. Тэрано и др.; Перевод с яп. Ю. Н. Чернышова. - Москва : Мир, 1993. - 368 с. : ил.; 21 см.; ISBN 5-03-002326-7 : Б. ц. – Текст: непосредственный.
191. Принципы классификации и методы анализа пространственных механизмов с параллельной структурой. / В.А. Глазунов, А.Ш. Колискор, А.Ф. Крайнев и др.– Текст: непосредственный. // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1990. - №1. – с. 41-49.
192. Проблемы применения роботов в сельскохозяйственном производстве: [сайт] - http://www.cckrb.ru/news/Innovatsii-v-APK/Problemy-primeneniya-robotov-v-selskokhozyaystvennom-proizvodstve-/?sphrase_id=2302 (дата обращения: 02.11.2020) – Текст: электронный.
193. Программный комплекс для автоматизированного исследования и проектирования промышленных роботов / Е.А. Котов, А.И. Максимов, В. А. Польский, Л. М. Скворцов - Москва : Машиностроение, 1991. - 71 с. : ил.; 21 см. - (ПР и ГПС. Промышленные роботы и гибкие производственные системы).; ISBN 5-217-00998-5 : Б. ц.. – Текст: непосредственный
194. Прогресс транспортных средств и систем / Министерство образования и науки Российской Федерации, Волгоградский государственный технический университет, Российский фонд фундаментальных исследований ФНПЦ "Титан-Баррикады" ; [редакционная коллегия : И. А. Каляев и др.]. - Волгоград : ВолгГТУ, 2018. - 324, [1] с. : ил., табл.; 20 см.; ISBN 978-5-9948-1253-2 : 100 экз. – Текст: непосредственный.
195. Промышленные роботы, состав и системы управления / Л С. Прохоренко, И.А. Фролов, М.А. Соловьев [и др.]. – Текст: непосредственный. // Москва : Московский государственный технологический университет "СТАНКИН", 2020. – 68 с. – ISBN 978-5-7028-0639-6.

196. Приоритеты научно-технологического развития: [сайт] - <https://fcpir.ru/business/prioritety-nauchno-tekhnologicheskogo-razvitiya> (дата обращения: 02.11.2020) – Текст: электронный.
197. **Пшихопов, В.Х.** Алгоритмы терминального управления подвижными объектами мультикоптерного типа / В.Х. Пшихопов, М.Ю. Медведев, Б.В. Гуренко – Текст: непосредственный. // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2019 -Т.20. -№1. - С. 44-51.
198. **Пшихопов, В.Х.** Аналитическое конструирование нелинейных систем терминального управления/ В.Х. Пшихопов – Текст: непосредственный. // Сб. РАН «Новые концепции общей теории управления». – М.; Таганрог, 1995. – С. 125—141
199. **Пшихопов, В.Х.** Гибридная система управления движением безэкипажного судна в заданную точку / В.Х. Пшихопов, М.Ю. Медведев, В.В. Соловьев – Текст: непосредственный. // Известия ЮФУ. Технические науки. - 2019. -№1(203) - С. 163-176.
200. **Пындак, В.И.** Изыскания и исследования мобильных грузоподъемных устройств в виде треугольной пирамиды: автореферат диссертации на соискание ученой степени кандидата технических наук 05.410 – Механизация сельскохозяйственного производства. / Волгогр. с.-х. ин-т. - Волгоград : [б. и.], 1971. - 25 с. : ил. – Текст : непосредственный.
201. **Пындак, В.И.** Малогабаритный гидравлический погрузчик. / В.И. Пындак, А.Ф. Рогачёв, В.В. Гребенник. – Текст: непосредственный // Механизация и электрификация сельского хозяйства. - №8. - 1999. - с.30-31
202. **Пындак, В.И.** Теоремы аналитической геометрии и их приложение к исследованию шарнирно-стержневых механизмов и манипуляторов / В.И. Пындак – Текст : непосредственный // Известия Нижневолжского агроуниверситетского комплекса. - 2011. - №1(21). - С. 166-172.
203. **Пындак, В.И.** Теоремы аналитической геометрии и их приложение к исследованию шарнирно-стержневых механизмов и манипуляторов / В.И.

- Пындак – Текст : непосредственный // Известия Нижневолжского агроуниверситетского комплекса. - 2011. - №1(21). - С. 166-172.
204. Разработка базы моделей манипулятора параллельно-последовательной структуры / Н.С. Воробьева, В.В. Жога, В.В. Дяшкин-Титов и др.// Известия ЮФУ. Технические науки, 2017. - №9. – С. 143-152
205. Разработка манипуляционных механизмов параллельно-перекрёстной структуры. / В.А. Глазунов, С. Брио, В. Аракелян и др. – Текст: электронный // Проблемы машиностроения и надёжности машин. - №2, - 2008, - с. 100-110.
https://www.elibrary.ru/download/elibrary_10332772_95953957.pdf (дата обращения: 12.11.2021). – Режим доступа: Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU
206. Разработка новых механизмов для современных робототехнических систем, предназначенных для технологических, медицинских, аддитивных и диагностических устройств / В.А. Глазунов, Г.С. Филиппов, А.А. Петраков и др.– Текст: электронный // Новые механизмы в современной робототехнике / под ред. В.А. Глазунова –М.: ТЕХНОСФЕРА, 2018. -316 с. – с.131-143.
207. Разработка робота-манипулятора для проведения 3D контурной обрезки плодовых деревьев. / А.И. Завражнов, А.А. Завражнов, В.Ю. Ланцев и др.– Текст: электронный. // Робототехника в сельскохозяйственных технологиях: матер. Междунар. науч. практ. конф. 10–12 ноября 2014 года. – Мичуринск: Изд-во Мичуринского госагроуниверситета, 2014 - С.304-312. https://www.elibrary.ru/download/elibrary_35634856_39524056.pdf (дата обращения: 12.11.2021). – Режим доступа: Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU
208. **Рамеш Бабун.** Классификация и особенности робототехники в сельском хозяйстве / Рамеш Бабун., В.И. Набоков, Е.А. Скворцов – Текст: электронный.// Аграрный Вестник Урала - 2017 - с.14.
https://www.elibrary.ru/download/elibrary_29027544_88940560.pdf (дата

- обращения: 12.11.2021). – Режим доступа: Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU
209. Робот для сбора огурцов : [сайт] - <https://robroy.ru/robot-dlya-sbora-ogkrczov.html> (дата обращения: 27.10.2020) – Текст: электронный.
 210. Робототехника и искусственный интеллект: материалы XII Всероссийской научно-технической конференции с международным участием / научный редактор В.А. Углев, Москва, 28 ноября 2020 г.: г. Красноярск: СФУ, 2020 – 263 с. - ISBN: 978-5-907232-67-9 – Текст: непосредственный.
 211. Робот-манипулятор компании Festo : [сайт] - https://www.festo.com/cat/ru-uk_ua/products_EXPT (дата обращения: 27.10.2020) – Текст: электронный.
 212. Робот-манипулятор FlexPicker IRB 360 компании AAB : [сайт] - www.abb.com/robotics (дата обращения: 27.10.2020) – Текст: электронный.
 213. Робот на пищевом производстве: возможности и перспективы : [сайт] controleng.ru (дата обращения: 27.10.2020) – Текст: электронный.
 214. Робот работает в парнике : [сайт] - <http://roboting.ru/624-robot-rabotaet-v-parnike.html> (дата обращения: 27.10.2020) – Текст: электронный.
 215. Роботизация животноводства: [сайт] agro-smart.com.ua (дата обращения: 27.10.2020) – Текст: электронный.
 216. Роботизация упаковочных линий: пришло время роботов Delta : [сайт] - sfera.fm (дата обращения: 27.10.2020) – Текст: электронный.
 217. Роботизированные системы в молочном животноводстве: [сайт] <https://agrarnyisector.ru/zhivotnovodstvo/robotizirovannye-sistemy-v-molochnom-zhivotnovodstve.html> (дата обращения: 27.10.2020) – Текст: электронный.
 218. Робототехника в современном машиностроении: [сайт] Рынок микроэлектроники.– URL: <http://www.gaw.ru/html.cgi/txt/gl/proizv/robototjekhnika-v-sovrjemjenom-mashinostrojenii.htm>. (дата обращения: 27.10.2020) – Текст: электронный.
 219. Робототехника и агрохимическое обеспечение растениеводства. / В.Г. Сычев , Р.А. Афанасьев , З.А. Годжаев и др.– Текст: электронный. //

- Robotics technology and agrochemical support of plant cultivation, Всероссийский научно-исследовательский институт механизации сельского хозяйства, Москва, Россия.
https://www.elibrary.ru/download/elibrary_26602704_64486367.pdf (дата обращения: 12.11.2021). – Режим доступа: Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU
220. Роботы для полей: обзор интеллектуальной сельхозтехники: [сайт] agbztech.ru (дата обращения: 27.10.2020) – Текст: электронный. (1.3)
 221. Роботы-фермеры стали реальностью – Hi-Tech – Коммерсантъ : [сайт] – kommersant.ru (дата обращения: 27.10.2020) – Текст: электронный.
 222. **Рогачёв, А.Ф.** Обоснование схемы и конструктивных параметров гидроманипулятора для агрегата технического обслуживания. / А.Ф. Рогачёв – Текст : непосредственный. // Ресурсосберегающие технологии и конструкторские решения для машинно-тракторных агрегатов. Сб. научных трудов, т.91 – Волгоград, СХИ, 1985 - с.67-72
 223. **Саркисян, Ю. Л.** Аппроксимационный синтез механизмов / Ю. Л. Саркисян. - Москва. : Наука, 1982. - 304 с. : ил.; 20 см.; ISBN В пер. (В пер.) – Текст : непосредственный.
 224. **Саркисян, Ю.Л.** Принципы построения пространственных поступательно-направляющих механизмов/ Ю.Л. Саркисян, Т.Ф. Парикян – Текст : непосредственный. // Машиноведение. 1988. №4. с.12–20.
 225. Сбалансированные манипуляторы / И.Л. Владов, В.Н. Данилевский, П.Б. Ионов [и др.] ; Под Ред. П. Н. Беянина. - Москва : Машиностроение, 1988. - 263 С. : Ил.; 20 См.; ISBN 5-217-00167-4 (В Пер.) – Текст: непосредственный.
 226. Синтез манипулятора для мобильного робота на гусеничном шасси. / В.М. Герасун, А.Ф. Рогачёв, И.А. Несмиянов и др.– Текст: непосредственный. // Мехатроника, автоматизация, управление. - 2011. № 5 - С. 51-54.
 227. Синтез алгоритма управления приводами манипулятора параллельно-последовательной структуры мобильного робота-пропольщика / А.Г.

- Иванов, Н.С. Воробьева, В.Е. Павловский и др. – Текст: непосредственный. // Известия Нижневолжского агроуниверситетского комплекса: наука и высшее профессиональное образование. – 2020, №4(60) - С.449-459.
228. Система управления манипулятора сельскохозяйственного робота/ И.А. Несмиянов, В.В. Жога, Н.С. Воробьева и др. – Текст: непосредственный. // Известия Нижневолжского агроуниверситетского комплекса: Наука и высшее профессиональное образование. – 2014 - № 3 (35) - С. 226-231.
229. Система управления манипулятора-трипода / В.В. Жога, И.А. Несмиянов, В.В. Жога, Н.С. Воробьева и др. – Текст: непосредственный. // Робототехника и техническая кибернетика - 2014. - №4(5). – С. 58-62.
230. Системы машинного зрения мобильных роботов / В. А. Беликов, В. В. Жога, В. Н. Скакунов [и др.]. – Текст : электронный // Известия Волгоградского Государственного Технического Университета. – 2014. – №25(152). – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=22700739> (дата обращения: 27.07.2022).
231. **Соболь, И.М.** Выбор оптимальных параметров в задачах со многими критериями. / И.М. Соболь, Р.Б. Статников – Москва.: Наука, 1981. – 110 с. – Текст : непосредственный.
232. Современное машиностроение: Наука и образование: 6-я Международная научно-практическая конференция, г. Санкт-Петербург, 22 – 23 июня 2017 г. - Санкт-Петербург: СПбПУ, 2017 - 840 с. – Текст: непосредственный.
233. Современное машиностроение: наука и образование: материалы 7-й Международной научно-практической конференции, 29-30 мая 2018 года / Министерство образования и науки РФ, Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого ; [научные редакторы А. Евграфов, А. Попович]. - Санкт-Петербург : Изд-во Политехнического университета, 2018. - 771 с. : ил., портр., табл.; 23 см.; ISSN 2223-0807 – Текст: непосредственный.

234. Создание интеллектуальных систем автоматизации и управления на основе современных информационных технологий / И.М. Макаров, В.М. Лохин, С.В. Манько и др. – Текст: непосредственный. // М.П.Мехатроника, автоматизация, управление. 2007. - № 4. - С. 13-20.
235. **Сомов, П. В.** О степенях свободы кинематической цепи / П.О. Сомова. - Санкт-Петербург : тип. В. Демакова, 1887 - 34 с. : черт.; 24. – Текст : непосредственный.
236. Сравнительный анализ колесных, гусеничных и шагающих машин / Е.С. Брискин, В.В. Чернышев А.В. Малолетов и др. – Текст: непосредственный // Робототехника и техническая кибернетика. –2013. –№1.-С.6-14.
237. **Стечкин, С.Б.** Сплайны в вычислительной математике / С. Б. Стечкин, Ю.Н. Субботин. - Москва : Наука, 1976. - 248 с.; 20 см. – Текст: непосредственный.
238. Теория механизмов и механика машин: Учеб. для втузов / К.В. Фролов, С.А. Попов, А.К. Мусатов и др.; под ред. К. В. Фролова. - 2-е изд., перераб. и доп. - Москва. : Высш. шк., 1998. - 495,[1] с. : ил.; 21 см.; ISBN 5-06-003118-7 (В пер.) – Текст : непосредственный.
239. Теория механизмов и машин: учеб. пособие для студ. высш. учеб. заведений / М.З. Коловский, А.Н. Евграфов, Ю.А. Семёнов и др. – Москва.: Издательский центр «Академия», 2006. – 560 с. – Текст: непосредственный.
240. Термическая обработка стали: [сайт] -<https://svarkalegko.com> (дата обращения: 02.11.2020) – Текст: электронный.
241. Технологические операции манипуляционных роботов параллельно-последовательной структуры / В.В. Дяшкин-Титов, В.В. Жога, Н.С. Воробьева и др. – Текст: электронный. // Материалы XII Всероссийской научно-технической конференции. Литера-Принт, 2020. С. 17-21. – URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=44552343> (дата обращения: 01.08.2021)

242. **Тимофеев, А.В.** Адаптивные робототехнические комплексы / А.В. Тимофеев. - Ленинград. : Машиностроение : Ленингр. отд-ние, 1988. - 332 с. : ил.; 22 см.; ISBN 5-217-00172-0 (В пер.) – Текст: непосредственный.
243. **Тимофеев, А.В.** Нейросетевые и мультиагентные технологии в робототехнике / А.В. Тимофеев – Текст: непосредственный. // Экстремальная робототехника. Труды международной конференции с элементами научной школы для молодежи. – Санкт – Петербург: Изд-во «Политехника - сервис» - 2010. – с. 64-67
244. **Тимофеев, А.В.** Управление роботами : Учеб. пособие для вузов по спец. "Робототехн. системы"/ А. В. Тимофеев; ЛГУ им. А. А. Жданова. - Л. : Изд-во ЛГУ, 1986. - 239,[1] с. : ил.; 21 см. – Текст: непосредственный.
245. Тридцать Первая Международная инновационная конференция молодых ученых и студентов по проблемам машиноведения (МИКМУС - 2019), Москва, 04-06 декабря 2019 г.: Москва: Институт машиноведения им. А.А. Благонравова РАН, 2020-911 с. - ISBN: 978-5-904282-09-7 – Текст: непосредственный.
246. Трипод EXPT от Festo – манипулятор высшей категории: [сайт] <https://agroprod mash.unipack.ru/publication/52559> (дата обращения: 27.10.2020) – Текст: электронный.
247. **Трипольский, П.Э.** Модели и алгоритмы планирования движений интеллектуальных агентов с целью поддержания связи в мультиагентной робототехнической системе / П.Э. Трипольский, С.А. Карпов – Текст: непосредственный. // Успехи современной радиоэлектроники. - 2016. - № 2. - С. 160-165.
248. **Троицкий, В.А.** Некоторые задачи оптимизации движения манипуляторов. / В.А. Троицкий – Текст: непосредственный. // Машиноведение. - №6. – 1988. – с.31-38
249. Устойчивость интеллектуальных систем автоматического управления / И.М. Макаров, В.М. Лохин, С.В., Манько и др.– Текст: непосредственный. // Информационные технологии. Приложение. 2013 - № 2

250. **Фельдбаум, А.А.** О распределении корней характеристического уравнения системы регулирования. / А.А. Фельдбаум – Текст: электронный. // Автоматика и телемех., 1948 - № 4 - С.253-279. URL: <http://mi.mathnet.ru/rus/at/v9/i4/p253> (дата обращения: 12.11.2021).
251. **Филиппов, Г.С.** Кинематический анализ механизма параллельно-последовательной структуры с пятью степенями свободы/ Г.С. Филиппов – Текст : непосредственный.// Известия высших учебных заведений: Машиностроение, Москва, 2019 - №8(713) - С. 18-24.
252. **Филиппов, Г.С.** Научное обоснование и разработка механизмов параллельно-последовательной структуры для многокоординатных манипуляционных систем: специальность 05.02.18 «Теория механизмов и машин»: диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук -Москва, 2019- 324 с. – Текст: непосредственный
253. **Филиппов, Г.С.** Синтез и анализ механизма параллельно-последовательной структуры с пятью степенями свободы для аддитивных технологий / Г.С. Филиппов – Текст : непосредственный // Проблемы машиностроения и автоматизации. - Москва, 2019 - №2 - С. 126-131
254. **Фу, К.** Робототехника / К. Фу, Р. Гонсалес, К. Ли; Перевод с англ. А. А. Сорокина и др.; Под ред. В. Г. Градецкого. - М. : Мир, 1989. - 620,[1] с. : ил.; 22 см.; ISBN 5-03-000805-5 (В пер.) : 3 р. 10 к. – Текст: непосредственный.
255. **Хант, К.Х.** Кинематические структуры манипуляторов с параллельным приводом / К.Х. Хант – Текст : непосредственный. // Тр. Амер. о-ва инженеров-механиков. Конструирование и технология машиностроения. – 1983. – № 4. – с. 201–210.
256. **Хапкина, И.К.** Алгоритм управления манипуляционными роботами, построенный на уравнениях динамики / Хапкина И.К. – Текст: электронный. // Известия ТулГУ. Технические науки 2016. Вып. 2 URL:<https://cyberleninka.ru/article/n/algoritm-upravleniya->

manipulyatsionnymi-robotami-postroenny-na-uravneniyah-dinamiki/viewer
(дата обращения: 12.11.2021)

257. **Хейло, С. В.** Манипуляционные механизмы параллельной структуры : динамический анализ и управление / С.В. Хейло, В.А. Глазунов, С. В. Палочкин - Москва : МГУДТ, 2014. - 86 с. : ил.; 21 см.; ISBN 978-5-87055-227-9 : 500 экз – Текст : непосредственный.
258. **Хейло, С.В.** Разработка научных основ создания манипуляционных механизмов параллельной структуры для робототехнических систем предприятий текстильной и легкой промышленности: специальность 05.02.13. «Машины, агрегаты и процессы»: диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук.- Москва, 2014 - 292 с. – Текст : непосредственный.
259. **Хейло, С.В.** Решение задачи о скоростях манипулятора с тремя степенями свободы с применением теории винтов / С. В. Хейло – Текст: электронный // Проблемы машиностроения и автоматизации. –2011. – №1 – С. 77–81. https://www.elibrary.ru/download/elibrary_16252558_33209664.pdf (дата обращения: 12.11.2021). – Режим доступа: Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU
260. **Хейло, С.В.** Решение задачи об управлении с поступательно-направляющим механизмом параллельной структуры. / С.В. Хейло, В.А. Глазунов – Текст: непосредственный // Справочник. Инженерный журнал. –2013. –№ 10. – С. 17–24.
261. **Хейло, С.В.** Синтез сферических манипуляторов параллельной структуры /С.В. Хейло – Текст: непосредственный. // Справочник. Инженерный журнал. –2012. –№ 6. – С. 23–28.
262. **Хейло, С.В.** Структурно-геометрический анализ сферического манипулятора параллельной структуры / С.В. Хейло – Текст: непосредственный. // Справочник. Инженерный журнал. –2012. –№ 12. – С. 9–14.

263. **Хейло, С.В.** Частотный критерий особых положений манипулятора параллельной структуры / С.В. Хейло – Текст: электронный. // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2013. – № 1. – С. 65–72. https://www.elibrary.ru/download/elibrary_18883907_25399758.pdf (дата обращения: 12.11.2021). – Режим доступа: Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU
264. **Хомченко, В.Г.** Планирование траектории методами сплайн-интерполяции на сетке с неограниченным числом опорных точек/ В.Г. Хомченко, А.С. Горбрых – Текст: электронный. //Механика и машиностроение. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/planirovanie-traektorii-metodami-splayn-interpolyatsii-na-setke-s-neogranichennym-chislom-opornyh-tochek/viewer> (дата обращения: 12.11.2021).
265. **Челпанов, И.Б.** Автоматические технологические машины и оборудование. Испытания машин: учебное пособие для студентов вузов, обучающихся по направлениям подготовки и специальностям техники и технологий / И. Б. Челпанов; Федеральное агентство по образованию, Санкт-Петербургский гос. политехнический ун-т. - Санкт-Петербург: Изд-во Политехнического ун-та, 2008. - 296 с.: ил.; 20 см.; ISBN 978-5-7422-1884 – Текст: непосредственный.
266. **Челпанов. И.Б.** Испытательные многостепенные стенды-роботы с механизмами последовательной и параллельной структуры. / И. Б. Челпанов, А. В. Кочетков – Текст: электронный. // Институт Государственного Управления, Права и Инновационных Технологий (ИГУПИТ) Интернет-журнал «НАУКОВЕДЕНИЕ» - №3 - 2012. URL: Испытательные многостепенные стенды-роботы с механизмами последовательной и параллельной структуры (cyberleninka.ru) (дата обращения: 12.11.2021).
267. **Черноусько, Ф.Л.** Динамика и управление локомоциями мобильных роботов / Ф.Л. Черноусько, Н.Н. Болотник, В.Г. Градецкий – Текст: электронный. // В сборнике: XI Всероссийский съезд по

- фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики сборник докладов. – Текст: непосредственный. //Составители: Д.Ю. Ахметов, А.Н. Герасимов, Ш.М. Хайдаров; ответственные редакторы: Д.А. Губайдуллин, А.И. Елизаров, Е.К. Липачев. 2015. - С. 4061-4063.
268. **Черноусько, Ф. Л.** Манипуляционные роботы. Динамика, управление, оптимизация / Ф. Л. Черноусько, Н. Н. Болотник, В. Г. Градецкий. - Москва : Наука, 1989. - 363 с. : ил.; 22 см.; ISBN 5-02-014107-0 (В пер.) – Текст: непосредственный.
269. Четырнадцатая всероссийская мультиконференция по проблемам управления МКПУ-2021: Материалы 14-й Всероссийской мультиконференции в 4-х томах, Том 2, Геленджик 27 сентября– 02 октября 2021 г.: Геленджик: ЮФУ, 2021. -284 с.- ISBN: 978-5-9275-3851-5 – Текст: непосредственный.
270. **Шахинпур, М.** Курс робототехники / М. Шахинпур; [Перевод с англ. С. С. Дмитриева; под ред. С. Л. Зенкевича]. - Москва. : Мир, 1990. - 526,[1] с. : ил.; 22 см.; ISBN 5-03-001375-X (В пер.) : 2 р. 50 к. – Текст: непосредственный
271. **Шипилевский, Г.Б.** Автоматизация мобильных сельскохозяйственных агрегатов / Шипилевский Г.Б., Викторов А.И. – Текст непосредственный. // Механизация и электрификация сельского хозяйства. – 2001 - №3 - С. 28-29.
272. **Ширинкин, М.А** Разработка манипуляционного механизма параллельной структуры с четырьмя степенями свободы / М.А.Ширинкин, В.А. Глазунов, С.В. Палочкин – Текст: непосредственный // Известия высших учебных заведений. Технология текстильной промышленности. – 2010 - № 1 (322) - с. 102-107
273. **Щербаков, В. С.** Автоматизация моделирования оптимальной траектории движения рабочего органа строительного манипулятора: монография / В.С. Щербаков, И.А. Реброва, М.С. Корытов; Федеральное агентство по образованию, ГОУ ВПО "Сибирская гос. автомобильно-дорожная акад.

- (СибАДИ)". - Омск : СибАДИ, 2009. - 103, [1] с. : ил., табл.; 20 см.; ISBN 978-5-93204-477-3 : 100 – Текст: непосредственный.
274. **Юревич, Е. И.** Основы робототехники: учебное пособие для студентов высших учебных заведений, обучающихся по направлению подготовки дипломированных специалистов 652000 «Мехатроника и робототехника» (специальность 210300 «Роботы и робототехнические системы») / Е. И. Юревич. – 3-е изд. – Санкт-Петербург: БХВ-Петербург, 2010. – 359 с. : ил., табл. – (Учебная литература для вузов).; ISBN 978-5-94157-942-6 – Текст : непосредственный.
275. **Юревич, Е. И.** Теория автоматического управления: учебник для студентов вузов, обучающихся по направлению подгот. "Системный анализ и упр." / Е.И. Юревич. - 3-е изд. - Санкт-Петербург : БХВ-Петербург, 2007. - 560 с. : ил.; 24 см.; ISBN 978-5-94157-809-2 (В пер.) – Текст: непосредственный.
276. **Юревич, Е. И.** Управление роботами и робототехническими системами : Учеб. пособие / Е.И. Юревич; М-во образования Рос. Федерации. С.-Петерб. гос. техн. ун-т, Центр. науч.-исслед. и опытно-конструкт. ин-т робототехники и техн. кибернетики. - СПб. : Изд-во СПбГТУ, 2001. - 167, [1] с. : ил., табл.; 20 см.– Текст: непосредственный.
277. **Юсупова, Н.И.** Поиск траекторий движения многозвенного манипулятора в сложном трехмерном пространстве. / Н.И. Юсупова, Г.Р. Шахмаметова, А.Р. Камильянов. – Текст: электронный // Уфа: УГАТУ, 2007 Вестник УГАТУ _ Управление, втии - Т. 9 - №2 (20) - С. 71–75; ISSN 1992-6502 https://elibrary.ru/download/elibrary_9567467_18108956.pdf (дата обращения: 12.11.2021). – Режим доступа: Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU
278. **Ющенко, А.С.** Алгоритм управления движением манипулятора вдоль заданной траектории с учетом динамики звеньев. / А.С. Ющенко, А.Б. Малышев – Текст: непосредственный. // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. - 1984. - № 5. - С. 41

279. **Я. Аустен, К. Ш.** Виртуальный четырёхногий робот: конструкция, управление, моделирование, эксперименты / Я Аустен К. Ш., А.М. Формальский – Текст: электронный. //Фундаментальная и прикладная математика. - 2005 - Т.8. - С. 1–28 https://elibrary.ru/download/elibrary_9160765_45227334.pdf (дата обращения: 12.11.2021). – Режим доступа: Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU
280. A fully decoupled 3-dof translational parallel mechanism. / Gosselin C.M., Kong X X., Foucault S и др. – Текст: непосредственный // Parallel Kinematic Machines International Conference. Chemnitz. Germany. – 2004. – P. 595–610.
281. **Arakelian, V.** Singular Positions of a Paminsa Parallel Manipulator / V.Arakelian, S.Briot, V Glazuinov. – Текст: электронный. // Journal of Machinery Manufacture and Reliability. - No 1. - pp.62-69. Allerion Press. Inc., 2006 URL: (PDF) Singular Position of a PAMINSA Parallel manipulator (researchgate.net) (дата обращения: 12.11.2021).
282. **Armstrong, W.W.** Recursive solution to the equations of motion of an n-link manipulator. / W.W. Armstrong – Текст: непосредственный. // Proc of the 5th World Congress on Theory of Mach. and Mech, Montreal, 1979 - с. 1343-1346
283. **Bin Zi.** Design and development of a reconfigurable parallel robot with a cable. / B Zi, S Qian, A Kecskemeti – Текст : электронный. // Proceedings of the 14th IFToMM World Congress - P. 438-443. URL: [PDF] Design and Development of a Reconfigurable Cable Parallel Robot | Semantic Scholar (дата обращения: 12.11.2021).
284. **Balafoutis, C.** Efficient modeling and computation of manipulator dynamics using orthogonal cartesian tensors. / C. Balafoutis, R. Patel, P. Misra – Текст: электронный. // IEEE J. of Rob. and Autom. -1988 – 4 – № 6 - с.665-676.
285. **Briot, S.** Dynamics of Parallel Robots / S. Briot, W. Khalil – Текст: непосредственный. // From Rigid Bodies to Flexible Elements. Mechanisms and Machine Science, vol. 35. Springer, Switzerland, 2015.

286. **Brinker, J.** Lagrangian Based Dynamic Analyses of Delta Robots with Serial-Parallel Architecture / J. Brinker, B. Corves – Текст: электронный. // Department of Mechanism Theory and Dynamics of Machines, RWTH Aachen University, Germany / In book: ROMANSY 21 - Robot Design, Dynamics and Control p.133-141 URL: <https://www.semanticscholar.org/paper/Lagrangian-Based-Dynamic-Analyses-of-Delta-Robots-Brinker-Corves/4637227f0c8da4af44954d4d53665dd18c6eeb98> (дата обращения: 12.11.2021)
287. Cable-Driven Parallel Robot simulation using Gazebo and ROS / Franklin Okoli, Yuchuan Lang, Olivier Kermorgant и др. – Текст: электронный. // In book: ROMANSY 22 – Robot Design, Dynamics and Control / Project: Cable-driven parallel robots, parallel robots, design, modeling, singularity analysis - pp.288-295/ URL: https://www.researchgate.net/publication/325260165_Cable-Driven_Parallel_Robot_Simulation_Using_Gazebo_and_ROS (дата обращения: 12.11.2021)
288. **Carricato, M.** On the topological and geometrical synthesis and classification of translational parallel mechanisms. / M. Carricato, V. Parenti-Castelli // Pr. of the XI World Congress in Mechanism and Machine Science. Tianjin - China, 2004 - P. 1624–1628. – Текст: непосредственный
289. **Ceccarelli, M.** A study of feasibility for a new wrist./ M. Ceccarelli – Текст: непосредственный. // Proceedings of the World Automation Congress. Montpellier, France, May 28-30. – 1996. – p. 1-105.
290. **Ceccarelli, M.** Fundamentals of mechanics of robotic manipulations. / M. Ceccarelli – Текст: непосредственный. // Kluwer Academic Publishers - 2004 – p. 412.
291. **Chablat, D.** Architecture optimization of a 3-dof parallel mechanism for machining applications the ortoglide./ D. Chablat, P. Wenger. – Текст : непосредственный. // IEEE Trans. On Robotics and automation 19. – 2003. – P.403–410

292. **Chen Chi-Tsong.** Introduction to linear system theory / Chen Chi-Tsong – Текст: непосредственный. // N.Y.: Holt, Rinehart and Winston Inc, 1970 – p. 417-423
293. **Chen, I.M.** Determination of optimal modular robot assembly configurations. / I.M. Chen, J. V. Burdick – Текст: электронный. // Proceedings of the IEEE International Conference on Robotics and Automation, URL: https://www.researchgate.net/publication/3655540_Determining_task_optimal_modular_robot_assembly_configurations (дата обращения: 12.11.2021).
294. **Cheng, H.H.** Kinematic analysis of a hybrid serial-and-parallel-driven redundant industrial manipulator. / H. H Cheng, J. J Lee, R Penkar– Текст: непосредственный. // Int. J. Robot. Autom, 1995 - 10(4), P. 159–166.
295. **Chernyshev, V. V.** Algorithms of Self-control of the Underwater Walking Device According to Information on a Collision of Feet with an Unorganized Support Surface / V. V. Chernyshev, V. V. Arykantsev, V. E. Pryanichnikov – Текст: электронный. // Communications in Computer and Information Science . – 2021. – Vol. 1426 CCIS. – P. 177-191. – DOI 10.1007/978-3-030-88458-1_14. – EDN QWTTFQ. - <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=47520965> (дата обращения: 12.11.2021). – Режим доступа: Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU
296. **Clavel, R.** Conception d'un robot parallèle rapide à 4 degrés de liberté. / R. Clavel – Текст: непосредственный. // Ph.D. Thesis. EPFL. Lausanne. Switzerland. 1991
297. Comparative Study of Serial-Parallel Delta Robots with Full Orientation Capabilities / J Brinker, N Funk и др.– Текст: электронный. // IEEE Robotics and Automation Letters 2(2), 2017, 920-926, URL: <https://ieeexplore.ieee.org/document/7820045> (дата обращения: 12.11.2021)
298. **Da-quan, Li.** Dynamics Modeling, Control System Design and Simulation of Manipulator Based on Lagrange Equation / Da-quan Li, Hua-jie Hong and Xian-liang Jiang – Текст: электронный. // Mechanism and Machine Science. – 2016. – P. 1129–1141. URL:

- https://www.researchgate.net/publication/310396742_Dynamics_Modeling_Control_System_Design_and_Simulation_of_Manipulator_Based_on_Lagrange_Equation (дата обращения: 12.11.2021)
299. **Denavit, J** A kinematic notation for lower-pair mechanisms based on matrices /J. Denavit, R. Hartenberg. – Текст: электронный // Appl. Mech., 77 - 1955 - pp.215-221 URL: DHpaper.pdf (konkuk.ac.kr) (дата обращения: 12.11.2021)
 300. Development of a new Autonomous-Mobile Reconfigurable Modular Robot. / M. Kutzer, M. Moses, C.Y. Brown и др.– Текст: непосредственный. //Conference Document, May 2010.
 301. Development of methods for automatic control of manipulator drives of mobile weeding robot with parallel-serial structure. / A.G. Ivanov, N.S. Vorob'yeva, V.V. Zhoga и др.– Текст: непосредственный. // Robots in Human Life- Proceedings of the 23rd International Conference on Climbing and Walking Robots and the Support Technologies for Mobile Machines, CLAWAR 2020. - 2020.- pp. 271-278.
 302. **Dyashkin-Titov, V.V.** Control Algorithm for Compensated Tripod-Based Manipulators / V.V. Dyashkin-Titov, V.V. Zhoga, N.S. Vorob'eva – Текст: непосредственный. // Proceedings of the 6th International Conference on Industrial Engineering (ICIE 2020). Lecture Notes in Mechanical Engineering. Springer- 2020
 303. Dynamic Creation of the Optimum Program Motion of a Manipulator-Tripod / V.V. Zhoga, I.A. Nesmiyanov, N.S. Vorob'eva и др. – Текст: непосредственный. // Journal of Machinery Manufacture and Reability, 2015, Vol. 44 - No. 2 - pp. 181-186. DOI: 10.3103/S1052618815020168.
 304. Dynamic decoupling of robot arms: an overview with new examples, february / V. Arakelyan, J. Xu, J. P. Le Baron и др. – Текст: электронный. //In the book: Dynamic Decoupling of Robot Arms- 2018 - pp. 1-23 DOI:10.1007/978-3-319-74363-9_1 URL: Dynamic Decoupling of Robot Manipulators: A Review with New Examples | SpringerLink (дата обращения: 12.11.2021)

305. Dynamic model of end-effector actuator used for mobile robotic weeder/ A.G. Ivanov, N.S. Vorob'yeva, V.V. Zhoga и др.— Текст: непосредственный. // IOP Conference Series: Materials Science and Engineering. International Conference of Young Scientists and Students "Topical Problems of Mechanical Engineering", ToPME 2019. 2020. С. 012084;
306. Dynamic Modeling of Functionally Extended Delta-Like Parallel Robots with Virtual Tree Structures / J. Brinker, M. Schmitz, Y. Takeda и др. – Текст: электронный. // In book: ROMANSY 22 – Robot Design, Dynamics and Control - p.171-179. URL:
https://www.researchgate.net/publication/325260327_Dynamic_Modeling_of_Functionally_Extended_Delta-Like_Parallel_Robots_with_Virtual_Tree_Structures (дата обращения: 12.11.2021)
307. Dynamics of a parallel - sequential structure manipulator based on a tripod/ N.S. Vorob'eva, V.V. Dyashkin-Titov, V.V. Zhoga и др. – Текст: непосредственный. // Mashinostroenie i inzhenerное образование, - 2017 - no 3 - pp.32-41.
308. Dynamics of the Manipulator Parallel-Serial Structure. Advances in Mechanical Engineering. Lecture Notes in Mechanical Engineering / V.V. Dyashkin-Titov, V.V. Zhoga, N.S. Vorob'eva и др. – Текст: непосредственный. // In book: Advances in Mechanical Engineering - 2018 - pp.33-43
309. Dynamics of tripod drive with elastic self-sustaining transmission / I.A. Nesmiyanov, V.V. Zhoga, N.S. Vorobieva и др. – Текст: непосредственный.// VP Vibroengineering PROCEDIA, Vol. 8, 2016, pp. 512-516.
310. **Emami, M.** Fuzzy-Logic Dynamics Modeling of Robot Manipulators / M. Emami, A. Goldenberg, I. Turksen M – Текст: электронный. // Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Robotics & Automation, Leuven, Belgium, May 1998 URL:
https://www.researchgate.net/publication/228939678_Fuzzy_logic-

- based_inverse_dynamic_modelling_of_robot_manipulators (дата обращения: 12.11.2021)
311. **Featherstone, R.** Robot Dynamics: Equations and Algorithms / R. Featherstone, D. Orin – Текст: электронный. // Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Robotics & Automation, San Francisco, CA, April 2000 URL: [PDF] Robot dynamics: equations and algorithms | Semantic Scholar (дата обращения: 12.11.2021)
 312. **Filaretov, V.F.** Adaptive Force/Position Control of Robot Manipulators/ V.F. Filaretov, A.V. Zuev – Текст: электронный. // Proc. of the 2008 IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics, July 2-5, 2008, Xi'an, China, pp. 96-101. URL: Adaptive force/position control of robot manipulators | Semantic Scholar (дата обращения: 12.11.2021)
 313. **Filippov, G.S.** Kinematic analysis of a parallel-sequential structure mechanism with five degrees of freedom. / G.S Filippov – Текст : непосредственный. // BMSTU Journal of Mechanical Engineering - 2019, vol. 8 - pp. -18–24, URL: doi: <http://dx.doi.org/10.18698/0536-1044-2019-8-18-24> (in Russ.). (дата обращения: 12.11.2021)
 314. Fuzzy navigation for robotic manipulators / K. Althoefer, L.D. Seneviratne, P. Zavlangas, B. Krekelberg – Текст: электронный. // International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems. - 1998. - vol. 6. - № 2. - pp. 179-188. URL: Fuzzy Navigation for Robotic Manipulators | International Journal of Uncertainty, Fuzziness and Knowledge-Based Systems (worldscientific.com) (дата обращения: 12.11.2021).
 315. Geometric based approach for workspace analysis of translational parallel robots / Ines Ben Hamida, Med Amine Laribi, Abdelfattah Mlika и др.– Текст: электронный. // In book: ROMANSY 22 – Robot Design, Dynamics and Control p.180-188 URL: https://www.researchgate.net/publication/325260224_Geometric_Based_Approach_for_Workspace_Analysis_of_Translational_Parallel_Robots (дата обращения: 12.11.2021)

316. **Glazunov, V.A.** Analysis of mechanisms with parallel-serial structure 5-dof and extended working area. / V.A Glazunov, G. Filippov, G. Rashoyan и др. – Текст: электронный // Smart Innovation, Systems and Technologies, 2022, Vol. 232, pp. 3-12, URL: doi:https://doi.org/10.1007/978-981-16-2814-6_1 (дата обращения: 12.11.2021)
317. **Glazunov, V.A.** 3-DOF Translational and Rotational Parallel Manipulators. / V. Glazunov, P. Laryushkin, S. Kheylo – Текст: электронный. // New Trends in Mechanism and Machine Science: Theory and Applications in Engineering. –2013. – P. 199–207. URL:3-DOF Translational and Rotational Parallel Manipulators | SpringerLink (дата обращения: 12.11.2021)
318. **Gosselin, C.** The optimum kinematic design of a spherical three degree-of-freedom parallel manipulator. / C. Gosselin, J. Angeles – Текст: непосредственный // Trans. ASME. J. Mech., Trans., and Automat. Design. – 1989. –N 2. – P. 202–207
319. **Gosselin, C.** Type synthesis of three-degree-of-freedom spherical parallel manipulator. / C. Gosselin, X. Kong – Текст: непосредственный. // Int. J. of Robotics Research, 2004. Vol. 23(3). – P.237–245
320. **Gough, V.E.** Universal tyre test machine / V.E. Gough, S.G. Whitehall – Текст: непосредственный. // Proceedings of the FISITA Nine International Technical Congress - pp. 117-137 - May, 1962
321. **Gradetsky, V.** Wall climbing Robot: Evolution to Intelligent Autonomous vehicle / V. Gradetsky – Текст: непосредственный. // Proc. of the First Int. Symp. on Mobile, Climbing walking Robots, CLAWAR'98, Brussels, Belgian, 1998., pp. 53-60.
322. **Guilbert, M.** Optimal Trajectory Generation for Manipulator Robots under Thermal Constraints. / M. Guilbert, P. Wieber, L. Joly – Текст: электронный. //IEEE-RSJ International Conference on Intelligent Robots & Systems – 2006 - pp.1-6. URL: <https://hal.inria.fr/inria-00390454/file/Thermal.pdf> (дата обращения: 12.11.2021)

323. **Han-Pang Huang.** Time-Optimal Control for a Robotic Contour Following Problem. / Han-Pang Huang and N. Harris Mc Clamrochb – Текст: электронный. // IEEE Journal of robotics and automation, Michigan 48109-1109. Oktober - 1986.- P.37. URL: <http://ntur.lib.ntu.edu.tw/bitstream/246246/86199/1/02.pdf> (дата обращения: 12.11.2021)
324. **Hara, A.** Synthesis of Parallel Micromanipulators. / A. Hara, K. Sugimoto – Текст: электронный // Transactions of ASME Journal of Mechanisms, Transmissions and Automation in Design, –1989. – №1.– P. 34–39. URL: Synthesis of Parallel Micromanipulators | J. Mech. Des. | ASME Digital Collection (дата обращения: 12.11.2021)
325. **Herve, J.M** The Lie group of rigid body displacements, a fundamental tool for mechanism design. / J.M Herve – Текст : электронный // Mechanism and Machine Theory. – 1991 - V.34 - N8 - P. 719–730. URL: https://www.researchgate.net/publication/312617031_The_Lie_group_of_rigid_body_displacements_a_fundamental_tool_for_mechanism_design (дата обращения: 12.11.2021)
326. Hexapod Robot Control Trends: An Overview. / J. Coelho, F. Ribeiro, B. Dias и др.– Текст: электронный. // Robotics 10(3):100, Project: Intelligent gait for multi-legged all-terrain robots, DOI:10.3390/robotics10030100, August 2021 URL: <https://www.mdpi.com/2218-6581/10/3/100> (дата обращения: 12.11.2021)
327. **Hollerbach, J.** A recursive Lagrangian formulation of manipulator dynamics and comparative study of dynamic complication complexity. / J. Hollerbach – Текст: электронный. // IEEE Trans. on SMC, SMC-10, No 11, 1980, с.730-736 URL: A Recursive Lagrangian Formulation of Maniputator Dynamics and a Comparative Study of Dynamics Formulation Complexity | IEEE Journals & Magazine | IEEE Xplore(дата обращения: 12.11.2021)

328. **Hollerbach, J.M.** Dynamic Scalling of Manipulator Trajectories: Trans. ASME / J.M. Hollerbach – Текст: непосредственный. // J. Dyn. Syst., Meas. and Con. -1984 - 106. - P. 102-106
329. **Huda, S.** Dimension Syntesis of 3-URU Pure Rotation Parallel Mechanism with Respect to Singularity and Workspace. / S. Huda, Y. Takeda – Текст : электронный // 12th IFToMM World Congress, Becasson. – 2007. – P. 235–242. URL: Dimensional Synthesis of 3-URU Pure Rotational Parallel Mechanism with Respect to Singularity and Workspace | Request PDF (researchgate.net) (дата обращения: 12.11.2021)
330. **Huston, R.L.** The use of Kane's metod in the modeling and simulation of robotic systems. / R.L. Huston – Текст: непосредственный. // Proc. IMACS Symp. Syst. Modeling and Simul. - Cetraro, 18-21 sept, 1988.
331. **Ibrahim, O.** Inverse and direct dynamic models of hybrid robots/ O. Ibrahim, W. Khalil – Текст: электронный. // Mech. Mach. Theory. - 2010 - 45(4) - P. 627–640 URL: Inverse and direct dynamic models of hybrid robots - ScienceDirect (дата обращения: 12.11.2021)
332. Inverse and forward kinematics and workspace analysis of a novel 5-dof (3t2r) parallel–serial (hybrid) manipulator. / A. Antonov, A. Fomin, V. Glazunov и др.– Текст: электронный // International Journal of Advanced Robotic Systems, 2021 - Vol. 18 - no. 2.0, URL: <https://doi.org/10.1177/1729881421992963> (дата обращения: 12.11.2021).
333. **Ishikawa, T.** Analogy by abstraction: case retrieval and adaptation for inventive design expert systems / T. Ishikawa, T. Terano – Текст: электронный. / Expert Systems with Applications. - 1996. - Vol. 10 -No. 3-4 - pp. 351-356. 0 URL: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/0957417496000139?via%3Dihub> (дата обращения: 12.11.2021)
334. Iterative learning management Based on the sliding mode method for hybrid force/ D. Huafeng, A. Kecskeméthy, Z. Xinxin, M. Li – Текст:

- непосредственный. // position control of robot manipulators, Preprint, June 2021, DOI: 10.21203/rs.3.rs-642249/v1
335. **Jain, A.** Computational Robot Dynamics Using Spatial Operators / A. Jain, G. Rodriguez – Текст: электронный. // Proceedings of the 2000 IEEE International Conference on Robotics & Automation, San Francisco, CA, April 2000 URL: Computational robot dynamics using spatial operators | IEEE Conference Publication | IEEE Xplore (дата обращения: 12.11.2021)
 336. **Jung, S.** Experimental Studies of Neural Network Impedance Force Control for Robot Manipulators / S. Jung, S. B. Yim, T. C. Hsia – Текст: непосредственный. // Proceedings of the 2001 IEEE International Conference on Robotics & Automation, Seoul, Korea, May 2001.
 337. **Kahn, M.E.** The near-minimum-time control of open -loop articulated kinematic chains/ M.E. Kahn, B. Roth – Текст: электронный. // ASME J. of Dynam Syst, Measur.and Countr. - vol. 93 – 1971 - p.164-172 URL: The Near-Minimum-Time Control Of Open-Loop Articulated Kinematic Chains | J. Dyn. Sys., Meas., Control. | ASME Digital Collection (дата обращения: 12.11.2021)
 338. **Karouia, M.A** Asymmetrical 3-dof spherical parallel mechanism. / M. Karouia, J.M. Herve – Текст: электронный // European journal of mechanic A/solid. – 2005 - P. 57–67. URL: Asymmetrical 3-dof spherical parallel mechanisms - ScienceDirect (дата обращения: 12.11.2021)
 339. **Khalil, W.** General solution for the dynamic modeling of parallel robots / W. Khalil, O. Ibrahim – Текст: непосредственный. // Journal of Intelligent and Robotic Systems. 2007 - no.49 - pp.19–37.
 340. **Khatib, O.** A unified approach for motion and force control of robot manipulators: The operational space formulation / O. Khatib – Текст: электронный. // IEEE Journal on Robotics and Automation 3 (1), 43-53,1987. URL: khatib-1987.pdf (mit.edu) (дата обращения: 12.11.2021)
 341. **Khelemendik, R.** Contradictory reasoning connecting with the problems of intelligent robotronics / R. Khelemendik, V. Pryanichnikov – Текст:

- непосредственный. // Annals of DAAAM and Proceedings of the International DAAAM Symposium. 31, 2020, P. 276-281.
342. Kinematic Synthesis of Programmed Motions of Drivers of a Manipulator-Tripod with a Three-Degree Gripper/ N.S. Vorob'yeva, I.A. Nesmiyanov, V.V. Zhoga и др.— Текст непосредственный. // Springer Nature Switzerland AG 2019 A. N. Evgrafov (ed.), Advances in Mechanical Engineering, Lecture Notes in Mechanical Engineering, <https://doi.org/10.1007/978-3-030-11981-2>
343. Kinematics loading manipulators of the parallel-to-serial structure based on a tripod./ N.S. Vorob'yeva, V.V. Zhoga, V.V. Dyashkin-Titov и др. – Текст: непосредственный. // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, 2021, 659(1), 012033
344. Kinematic study of the weeding robot / A. S. Ovchinnikov, N.S. Vorob'yeva, A.G. Ivanov и др – Текст: электронный/ // Institute of Physics Publishing, 2019 – URL: <https://elibrary.ru/item.asp?id=38662702> (дата обращения: 01.08.2021)
345. **Klimchik, A.** Advancement of MSA-technique for stiffness modeling of serial and parallel robotic manipulators / A. Klimchik, D. Chablat, A. Pashkevich – Текст: электронный. // In book: ROMANSY 22 – Robot Design, Dynamics and Control/ - pp.355-362. URL: https://www.researchgate.net/publication/325260108_Advancement_of_MSA-Technique_for_Stiffness_Modeling_of_Serial_and_Parallel_Robotic_Manipulators (дата обращения: 12.11.2021).
346. **Kong, X.** Type Synthesis of Parallel Mechanisms. В.: Springer / Kong X., Gosselin C. – 2007 - 275 p. – Текст: непосредственный.
347. **Kutzer, M.** Reconfigurable Robotic System with Independent Mobile Modules. / M. Kutzer , D. Brown , G. Scheidt, S. Chirikdzhyan – Текст : непосредственный. // Johns Hopkins Apl Technical Digest, Article: January 2010.
348. **Kwon, J.** Visual tracking via geometric particle filtering on the affine group with optimal importance functions/ J Kwon, K.M. Lee, F.C. Park – Текст: электронный. // Computer Vision and Pattern Recognition, 2009. CVPR 2009.

- IEEE Conference on. URL: Visual tracking via geometric particle filtering on the affine group with optimal importance functions | IEEE Conference Publication | IEEE Xplore(дата обращения: 12.11.2021)
349. **Li, C.G.** A new method for dynamic analysis of robot manipulators. / Li C.G. – Текст: электронный. //IEEE Trans. on Syst., Man and Cybern., 1988 – 18 - № 1 - с.105-114. URL: A new method of dynamics for robot manipulators | IEEE Journals & Magazine | IEEE Xplore(дата обращения: 12.11.2021)
350. **Li, Y.** Kinematics and Inverse Dynamics Analysis for a General 3-PRS Spatial Parallel Mechanism. / Y. Li., Q. Xu – Текст: непосредственный // Robotica 23. 2005. P. 219–229.
351. Linear Adaptive Computed Torque Control for Singularity Crossing of Parallel Robots/ Adrien Koessler, Nicolas Bouton, Sébastien Briot и др.– Текст: электронный. // In book: ROMANSY 22 – Robot Design, Dynamics and Control (pp.222-229)/ Project: Singularity crossing of parallel robot. URL: https://www.researchgate.net/publication/325260323_Linear_Adaptive_Computed_Torque_Control_for_Singularity_Crossing_of_Parallel_Robots (дата обращения: 12.11.2021).
352. **Liu, N.** Kinematics and application of a hybrid industrial robot Delta-RST./ Wu J., Liu N. – Текст : непосредственный. //Sens. Transducers, 2014, vol. 169, no. 4, pp. 186–192.
353. **Lotfi A. Zadeh** Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes / Lotfi A. Zadeh – Текст: электронный. // IEEE Transactions on systems, man, and cybernetics, VOL. SMC-3, NO. 1, January 1973 URL: Outline of a New Approach to the Analysis of Complex Systems and Decision Processes | IEEE Journals & Magazine | IEEE Xplore (дата обращения: 12.11.2021)
354. **Luh, J.** Approximate Joint Trajectories for Control of Industrial Robots Along Cartesian Path / J. Luh, C. Lin – Текст: непосредственный. // IEEE Trans. Sys. Man and Cyber. SMC-14 -1984 - No 3 - P. 444-450

355. **Luh, J.** Resolved Acceleration Control of Manipulators / J. Luh , M. W. Walker, R. P Paul – Текст: непосредственный. // IEEE Trans. Aut. Control, AC-25 - 1980 - No 3 - P. 486-474
356. **Ma, X.** A futher study of Kane's equations. / X. Ma, X. Xu – Текст: непосредственный. //Proc IEEE Int Conf Syst, Man and Cybern, Beijing, Aug. 8-12, 1988, p.107-112.
357. **Mahil, S.** On the application of Lagrange's method to the description of dynamic systems/S. Mahil – Текст: электронный // IEEE Trans. on SMC, vol SMC-12, N 6, 1982. URL: On the Application of Lagrange's Method to the Description of Dynamic Systems | IEEE Journals & Magazine | IEEE Xplore (дата обращения: 12.11.2021)
358. **Mendoza-Vázquez, J.R.** Simulation of a Parallel Mechanical Elbow with 3 DOF / J.R. Mendoza-Vázquez – Текст : электронный // Journal of Applied Research and Technology. –2009. –Vol. 7, No. 2. –P. 113-123 URL: Microsoft Word - simulation of _1.doc (scielo.org.mx). (дата обращения: 12.11.2021)
359. **Merlet, J.P.** Parallel Robots. L.: Kluwer Acad. Publ., 2000. 372 p., 122. Kong X., Gosselin C. Type Synthesis of Parallel Mechanisms. B.: Springer, 2007 - 275 p. – Текст : непосредственный.
360. **Merlet, J. P.** Parallel robots / By Jean-Pierre Merlet. - Dordrecht [etc.] : Kluwer acad. publ., Cop. 2000. - XIV, 355 с. : ил.; 24 см. - (Solid mechanics and its applications : SMIA; Vol. 74).; ISBN 0-7923-6308-6 – Текст : непосредственный.
361. Methods of engineering and experimental tests of walking crawlers moving on the seafloor / V. V. Chernyshev, V. V. Arykantsev, V.E Pryanichnikov [et al.] – Текст: электронный. // Oceans Conference Record (IEEE), San Diego, CA, 20–23 сентября 2021 года. – San Diego, CA, 2021. – DOI 10.23919/OCEANS44145.2021.9706092. – <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=48153019> (дата обращения: 12.11.2021). – Режим доступа: Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU

362. Modeling and simulation of mobile robots and large manipulators/ M. Hiller, A Kecskemethy, T. Schmitz и др.– Текст: непосредственный. // Third International Seminar on Advances in Robot Kinematics, Ferrara, Italy, 1992 September 7–9.
363. Modelling and Workspace Analysis of Parallel-Serial Hybrid Manipulator / Abhishek, S. Bellary, Monika Keerthana, M. Srinivasan и др.– Текст: электронный. // Applied Mechanics and Materials. - 2015 -P. 1028-1031. URL: Modelling and Workspace Analysis of Parallel-Serial Hybrid Manipulator | Scientific.Net (дата обращения: 12.11.2021).
364. Modeling dynamic of tripod manipulator considering mass of actuating links. / V.V. Zhoga, V.V. Dyashkin-Titov, N.S. Vorob'eva и др. – Текст: непосредственный. //International Conference Nonlinearity, Information and Robotics, NIR 2020 -2020.
365. **Mustafa, M.** Forward Kinematics of 3 Degree of Freedom Delta Robot / M. Mustafa, R. Misuari, H. Daniyal – Текст: электронный // Proceedings of 5th Student Conference on Research and Development (SCORED). Selangor, Malaysia, – 2007. –P.321–330 URL: Forward Kinematics of 3 Degree of Freedom Delta Robot | IEEE Conference Publication | IEEE Xplore (дата обращения: 12.11.2021)
366. Neural Force Control (NFC) Applied to Industrial Manipulators in Interaction with Moving Rigid Objects / Dapper M., Maaf R., Zahn V. и др.– Текст: электронный. // Proceedings of the 1998 IEEE International Conference on Robotics & Automation, Leuven, Belgium, May 1998 URL: Neural force control (NFC) applied to industrial manipulators in interaction with moving rigid objects | IEEE Conference Publication | IEEE Xplore (дата обращения: 12.11.2021).
367. New Reconfigurable Parallel Arm with 5 Axis Capability. / Yan Jin, Bingbing, Lian Brand Price и др.– Текст: непосредственный., Chapter, November 2016
368. On the unstable operating modes of manipulator electric drives / I.A. Nesmiyanov, V.V. Zhoga, N.S. Vorob'eva и др.– Текст: непосредственный.

- // Journal of Machinery Manufacture and Reability, 2017 - Vol. 46 - No. 3 - pp. 232-239. DOI: 10.3103/S1052618817030098.
369. **Park, F.C.** A Li Group Formulation of Robot Dynamics / F.C. Park, J. Choi, and S.R. Ploen – Текст: непосредственный. //The Int. J. of Robotics Research, Vol.14- No.6 -Dec.1995
 370. **Patent WO/1987/003528 France, B25J 9/10 2006. 1.** Device for displacing and positioning an element in space. International Filing Date 10.12.1986, Publication Date 18.06.1987 / Clavel R – Текст: непосредственный.
 371. **Patent No. 4976582A US.** Device for the Movement and Positioning of an Element in Space. December 11. 1990. Filed: Sep. 6, 1989// Clavel R – Текст: непосредственный.
 372. Performance Analysis of 3 DOF Delta Parallel Robot / S. Stan, M. Manic, C. Szer и др.– Текст: электронный //Proceedings of the 4th International Conference on Human System Interactions (HSI), Yokohama, Japan, May 19-21. – 2011. –P.212-218. URL: Microsoft Word - HSI11_Stan.doc (vcu.edu) (дата обращения: 12.11.2021)
 373. PrimeSense sensors as a low-cost method for motion capture on clinical tests/ G. Sanmartín, J. Flores, P. Arias и др. – Текст: непосредственный. //Spanish Computer Graphics Conference. – The Eurographics Association, 2012. – p. 133-136.
 374. Reinforcement learning in a rule-based navigator for robotic manipulators / K. Althoefer, B. Krekelberg, D. Husmeier и др.– Текст: непосредственный. // Neurocomputing. - 2001. - vol. 37. - № 1-4. - p. 51-70.
 375. **Renaud, N.** An efficient iterative analytical procedure for obtaining a robot manipulator dynamic model / N. Renaud – Текст: непосредственный. //. Proc. of FirstInt. Symp. of Rob. Research, Bretton Woods, New Hampshire, USA, 1983
 376. Robot control systems with variable structure: RAPP approach / Caesarius Zielinski, Maciej Stefanchik, Tomas Cornuta и др.– Текст: электронный. // Robotics and Autonomous Systems 94, DOI: 10.1016/j.robot.2017.05.002; May

2017. URL: [PDF] Variable structure robot control systems: The RAPP approach | Semantic Scholar (дата обращения: 12.11.2021).
377. Robotariums implementations with the elements of artificial intelligence control / A.A. Aryskin, O.I. Davydov, S.R. Eprikov – Текст: непосредственный. // Annals of DAAAM and Proceedings of the International DAAAM Symposium. 31 - 2020, - P. 973-985.
378. **Rodriguez, G.** A Spatial Operator Algebra for Manipulator Modelling and Control / G. Rodriguez, A. Jain and K. Kreutz-Delgado – Текст: непосредственный. // Int. J. Robotics Research, vol. 10, no. 4, pp. 371-381, 1991
379. **Sana Baklouti.** Elasto-Dynamic Model-Based Control of Non-Redundant Cable-Driven Parallel Robots/ Sana Baklouti, Stéphane Caro and Eric Courteille Germany – Текст: электронный. // In book: ROMANSY 22--Robot Design, Dynamics and Control - pp.238—246. URL https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02405573/file/ROMANSY_2018_Baklouti_Caro_Courteille.pdf (дата обращения: 12.11.2021)
380. Self-control of the underwater walking device with cyclic movers / V.V. Arykantsev, V.V. Chernyshev, V.E. Pryanichnikov [et al.] – Текст: электронный. // In book: Oceans Conference Record (IEEE). Сер. "OCEANS 2021: San Diego, CA, 20–23 сентября 2021 года. – San Diego, CA, 2021. – DOI 10.23919/OCEANS44145.2021.9705720. <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=48153557> (дата обращения: 12.11.2021). – Режим доступа: Научная электронная библиотека eLIBRARY.RU
381. **Shaoping, B.** Optimum design of spherical parallel manipulators for a prescribed workspace / B. Shaoping – Текст : электронный // Mechanism and Machine Theory. - 2010 - V.45 - №2 - P.200– 211 URL: <https://homes.m-tech.aau.dk/shb/papers/MMT10-WSoptimization.pdf> (дата обращения: 12.11.2021)

382. **Staicu, S.** Dynamics modelling of a Stewart-based hybrid parallel robot / S. Staicu – Текст: электронный. // Adv. Robot. - 2015. - 29(14) - P. 929–938. URL: <https://www.tandfonline.com/doi/full/10.1080/01691864.2015.1023219> (дата обращения: 12.11.2021)
383. **Stamper, R.E.** A Three degree of freedom parallel manipulators with only translational degrees of freedom. / R.E. Stamper – Текст : непосредственный // Ph.D. Thesis, University of Maryland, MD, USA. -1997. – 192 p..
384. **Stewart, D.A.** Platform with Six Degrees of Freedom / D.A Stewart – Текст : непосредственный. // UK Institution of Mechanical Engineers Proceedings 1965–1966. - V.180.- Pt 1.- № 15.
385. Stiffness Analysis of Delta Parallel Robots Combining the Virtual Joint Method with an FEA Stiffness Model / Burkhard Corves, Christian Mirz, Jan Brinker и др.– Текст: электронный. // In book: ROMANSY 22 – Robot Design, Dynamics and Control p.347-354 URL: https://www.researchgate.net/publication/325260164_Stiffness_Analysis_of_Delta_Parallel_Robots_Combining_the_Virtual_Joint_Method_with_an_FEA_Stiffness_Model (дата обращения: 12.11.2021).
386. **Sung-Hee Lee.** Newton-type algorithms for dynamics-based robot movement optimization / Sung-Hee Lee, Junggon Kim, J. Bobrow – Текст: электронный. // Mathematics, Computer Science/ IEEE Transactions on Robotics/ Published 2005 (IEEE Transactions on robotics. - no. 21 (4) - pp. 657-667. URL: [2005_IEEE_TRO_newton-type_algorithms.pdf](#) (дата обращения: 12.11.2021)
387. Synthesis of Control Algorithm and Computer Simulation of Robotic Manipulator-Tripod / I. Nesmiyanov, V. Zhoga, N. Vorob'eva и др.– Текст : непосредственный // Communications in Computer and Information Science.- Springer International Publishing Switzerland 2015: CIT&DS 2015, CCIS 535 - p. 392-404.
388. Synthesis of Optimal Control Force for Tripod-Based Manipulator Drivers. / V.V. Dyashkin-Titov, V.S Bocharnikov, N.S. Vorob'eva и др. – Текст:

- непосредственный. // IOP Conference Series: Earth and Environmental Science, 2020 -577(1)
389. **Takadama, K.** Learning classifier systems meet multiagent environments/ K. Takadama, T. Terano, K. Shimohara – Текст: электронный. // Lecture Notes in Computer Science. 2001. Т. - 1996. URL: Learning Classifier Systems Meet Multiagent Environments | SpringerLink (дата обращения: 12.11.2021)
 390. The Control System of the Eight-Legged Mobile Walking Robot / A. Andreev, V. Zhoga, V. Skakunov, V. Serov. – Текст: электронный // Communications in Computer and Information Science (см. В Книгах). – 2014. – Vol.466 CCIS. – URL: <https://www.elibrary.ru/item.asp?id=23990336> (дата обращения: 27.07.2022)
 391. The control system of the manipulator agricultural robot/ I.A. Nesmiyanov, V.V. Zoga, N.S. Vorobyeva и др. – Текст: непосредственный. // Proceedings of lower volga agro-university complex: science and higher education.- 2014. - №3(35) - pp. 232-237.
 392. **Thomas, M.** Dynamic modeling of serial manipulator arms / M. Thomas, D. Tesar – Текст: непосредственный. // Trans. of ASME, vol. 104 - Sept, 1982 - p.218-228
 393. **Tsai, L.-W.** Kinematics of a three-dof platform with three extensible limbs. / L.-W Tsai – Текст: электронный. // ARK, Portoroz-Bernadin. – 1996. – P. 401–410. URL: Kinematics of A Three-Dof Platform with Three Extensible Limbs | SpringerLink (дата обращения: 12.11.2021)
 394. **Tzafestas, S.G.** Handbook of industrial robotics, shimon y. nof (ed.)/ Tzafestas S.G. – Текст: электронный. // Journal of Intelligent and Robotic Systems. - 2000. - Т. 28. - № 3. - С. 295-296. URL: <https://link.springer.com/article/10.1023/A:1008179605386> (дата обращения: 12.11.2021)
 395. **Tzafestas, S.G.** Robot adaptive and robust control / S.G. Tzafestas– Текст: электронный. // Journal of Intelligent and Robotic Systems. - 1997. - vol. 20. - № 2-4. - p. 87-91.

396. **Uicer, J.J.** Dynamic force analysis of spatial linkages / J.J Uicer – Текст: электронный. // ASME J. of appl. mech., June, 1967 - pp.418-424
397. Unmanned powerboat motion terminal control in an environment with moving obstacles / V.I. Finaev, M.Yu. Medvedev и др.– Текст: непосредственный. // Mechatronics, Automation, Control. 2021. - vol. 22. -№ 3. - p. 145-154.
398. **Vischer, P.** Argos A Novel 3-DOF Parallel Wrist Mechanism / P. Vischer, R. Clavel – Текст: непосредственный // International Journal of Robotics Research, –2000. – Vol. 19, №1. – P. 5–11.
399. **Vorob'eva, N.S.** Program displacement tracing of executive devices by the manipulator drives of parallel-sequential structures/ N.S.Vorob'eva, I.A.Nesmiyanov, V.V. Zhoga – Текст непосредственный. // Journal of Computer and Systems Sciences International. – 2019- vol. 58.-№ 2- P. 305-316.
400. **Vukobratovic, M.** Contribution to automatic forming of active chain models via Lagrangian form / M. Vukobratovic, V. Potkonjak – Текст: непосредственный. // J of Appl. Mech., N 1, 1979.
401. **Vukobratovic, M.** Mathematical model of general anthropomorphic systems. / M. Vukobratovic, Y. Stepanenko – Текст: электронный. // Math Biosciences - Vol.17 – 1973 - p.191-242. URL: Mathematical models of general anthropomorphic systems - ScienceDirect (дата обращения: 12.11.2021)
402. **Vukobratovic, M** Real-time dynamics of manipulation robots / M. Vukobratovic, N. Kircanski – Текст: электронный. // Springer-Verlag, 1985 URL: Real-Time Dynamics of Manipulation Robots | SpringerLink (дата обращения: 12.11.2021)
403. **Walker, M.W.** Efficient dynamic computer simulation of robotic mechanisms. / M.W. Walker, D.E. Orin – Текст: электронный. // ASME J. of Dyn. Syst., Meas. and Contr., vol. 104, Sept. 1982 - p.205-211 URL: Efficient Dynamic Computer Simulation of Robotic Mechanisms | J. Dyn. Sys., Meas., Control. | ASME Digital Collection (дата обращения: 12.11.2021)

404. Walking Mobile Robot with Manipulator-Tripod / V. Zhoga, A. Gavrilov, N. Vorob'eva и др. – Текст : непосредственный. // Proc. Romansy 2014 XX CISM-IFTOMM Sympos. on Theory and Practice of Robots and Manipulators - Series: Mechanisms and Machine Science. V. 22. Springer International Publishing Switzerland, 2014 - P. 463-471
405. **Wang, L.T.** Recursive computations of kinematic and dynamic equations for mechanical manipulators / L.T. Wang, B. Ravani – Текст: электронный. // IEEE J. of Rob. and Autom., vol. RA-1, N 3 - Sept. 1985 - p.124-131. URL: Recursive computations of kinematic and dynamic equations for mechanical manipulators | IEEE Journals & Magazine | IEEE Xplore (дата обращения: 12.11.2021)
406. **Wenger, P.** Kinematic analysis of a new parallel machine tool: The orthoglide / P. Wenger, D. Chablat – Текст : электронный // Proceedings 7th International Symposium on Advances in Robot Kinematics. Portoroz, Slovenia – 2000 – P.275-284. URL: Microsoft Word - ARK2000_7.doc (arxiv.org) (дата обращения: 12.11.2021)
407. **Wittenberg, J.** Dynamics of System of Rigid Bodies. / J. Wittenberg, P. Links – Текст: непосредственный. //Dynamics (Mechanics).1978-Vol.45-P.458
408. Workspace Analysis of a 4 Cable-Driven Spatial Parallel Robot /Atal Anil Kumar, Jean-Francois Antoine, Patrick Zattarin и др. – Текст: электронный. // (In book: ROMANSY 22 – Robot Design, Dynamics and Control.pp.204-212 Projects: Cable RobotsRobotix Academy / URL: https://www.researchgate.net/publication/325260162_Workspace_Analysis_of_a_4_Cable-Driven_Spatial_Parallel_Robot (дата обращения: 12.11.2021).
409. **X.-J. Liu.** Kinematics, Dynamics and Dimensional Synthesis of a Novel 2-DoF Translational Manipulator / X.-J. Liu, Q.-M. Wang, J. Wang – Текст: электронный. // Journal of Intelligent and Robotic Systems. – 2004. – Vol. 41, No. 4. – P. 205–224. URL: Kinematics, dynamics and dimensional synthesis of a novel 2-DoF translational manipulator | Semantic Scholar(дата обращения: 12.11.2021)

410. **Yan, J.** Structure Synthesis and Singularity Analysis of a Parallel Manipulator Based on Selective Actuation / J. Yan , C. I-Ming, Y. Guilin – Текст : электронный // Proceedings of 324 the 2004 IEEE International Conference on Robotics and Automation, New Orleans. – 2004. – P. 433–453 URL: Structure-synthesis-and-singularity-analysis-of-a-parallel-manipulator-based-on-selective-actuation.pdf (researchgate.net) (дата обращения: 12.11.2021)
411. **Yang, G.** Task-based optimization of modular robot configurations: a minimal degree of freedom approach. / G Yang, I.M. Chen – Текст : электронный. // Theory of mechanisms and machines, 35 (4), 517-540, 2000. URL: Task-based optimization of modular robot configurations: minimized degree-of-freedom approach - ScienceDirect (дата обращения: 12.11.2021)
412. **Zavlangas, P.G.** Industrial robot navigation and obstacle avoidance employing fuzzy logic / Zavlangas P.G., Tzafestas S.G. – Текст: электронный. // Journal of Intelligent and Robotic Systems. - 2000. - vol. 27. - № 1-2. - p. 85-97.
413. **Zelinskaya, T.** Reconfigurable architecture for robots performing research tasks, Conference Report / T. Zelinskaya– Текст : электронный. // July 2015. URL: Industrial Robot Navigation and Obstacle Avoidance Employing Fuzzy Logic | SpringerLink (дата обращения: 12.11.2021)
414. **Zhang, C.-D.** Geometry and position analysis of a novel class of hybrid manipulators. / C.-D. Zhang, S. M. Song – Текст: непосредственный. //In: Proceedings of ASME Design Technical Conference, Minneapolis, DE -1994 - vol. 72 -pp. 1–9.
415. **Zhen, H.** The Kinematics and Type Synthesis of Lower-Mobility Parallel Robot Manipulators / H. Zhen – Текст : непосредственный // Pr. of the XI World Congress in Mechanism and Machine Science. Tianjin, China. – 2004. –P. 65-70

ПРИЛОЖЕНИЯ

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

ПАТЕНТЫ И СВИДЕТЕЛЬСТВА О ГОСУДАРСТВЕННОЙ
РЕГИСТРАЦИИ ПРОГРАММ НА ЭВМ

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

**ПАТЕНТ**

НА ПОЛЕЗНУЮ МОДЕЛЬ

№ 173556

**УСТРОЙСТВО РУЧНОГО УПРАВЛЕНИЯ
МАНИПУЛЯТОРОМ-ТРИПОДОМ**

Патентообладатель: *федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Волгоградский государственный аграрный университет" (ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ) (RU)*

Авторы: *Захаров Евгений Николаевич (RU), Несмиянов Иван Алексеевич (RU), Иванов Алексей Геннадьевич (RU), Дяшкин-Титов Виктор Владимирович (RU), Дяшкин Андрей Владимирович (RU)*

Заявка № 2017107639

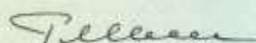
Приоритет полезной модели 07 марта 2017 г.

Дата государственной регистрации в
Государственном реестре полезных
моделей Российской Федерации 30 августа 2017 г.

Срок действия исключительного права
на полезную модель истекает 07 марта 2027 г.



Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

 Г.П. Изrael

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

**ПАТЕНТ**

НА ИЗОБРЕТЕНИЕ

№ 2651781

Манипулятор-трипод промышленного назначения

Патентообладатель: *федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Волгоградский государственный аграрный университет" (ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ) (RU)*

Авторы: *Жога Виктор Викторович (RU), Дяшкин-Титов Виктор Владимирович (RU), Дяшкин Андрей Владимирович (RU), Воробьева Наталья Сергеевна (RU), Несмилов Иван Алексеевич (RU), Николаев Максим Евгеньевич (RU)*

Заявка № 2017112648

Приоритет изобретения 12 апреля 2017 г.

Дата государственной регистрации в

Государственном реестре изобретений

Российской Федерации 23 апреля 2018 г.

Срок действия исключительного права

на изобретение истекает 12 апреля 2037 г.



Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Г.П. Иллеев Г.П. Иллеев

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

**ПАТЕНТ**

НА ПОЛЕЗНУЮ МОДЕЛЬ

№ 183553

КРАН-МАНИПУЛЯТОР

Патентообладатель: *федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Волгоградский государственный аграрный университет" (ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ) (RU)*

Авторы: *Несмиянов Иван Алексеевич (RU), Жога Виктор Викторович (RU), Воробьева Наталья Сергеевна (RU), Дяшкин-Титов Виктор Владимирович (RU), Дяшкин Андрей Владимирович (RU), Николаев Максим Евгеньевич (RU)*

Заявка № 2018124408

Приоритет полезной модели 03 июля 2018 г.

Дата государственной регистрации в

Государственном реестре полезных

моделей Российской Федерации 25 сентября 2018 г.

Срок действия исключительного права

на полезную модель истекает 03 июля 2028 г.



Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Г.П. Назаров

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ

**ПАТЕНТ**

НА ПОЛЕЗНУЮ МОДЕЛЬ

№ 183544

**МАНИПУЛЯТОР-ТРИПОД ПРОМЫШЛЕННОГО
НАЗНАЧЕНИЯ**

Патентообладатель: *федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
"Волгоградский государственный аграрный университет"*
(ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ) (RU)

Авторы: *Несмиянов Иван Алексеевич (RU), Николаев Максим
Евгеньевич (RU), Воробьева Наталья Сергеевна (RU), Дяшкин
Андрей Владимирович (RU), Дяшкин-Титов Виктор
Владимирович (RU), Иванов Алексей Геннадьевич (RU)*

Заявка № 2018125787

Приоритет полезной модели 12 июля 2018 г.

Дата государственной регистрации в

Государственном реестре полезных

моделей Российской Федерации 25 сентября 2018 г.

Срок действия исключительного права

на полезную модель истекает 12 июля 2028 г.



Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Г.П. Ивашин

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



ПАТЕНТ

НА ИЗОБРЕТЕНИЕ

№ 2700304

Робот-манипулятор

Патентообладатель: *федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Волгоградский государственный аграрный университет" (ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ) (RU)*

Авторы: *Несмиянов Иван Алексеевич (RU), Николаев Максим Евгеньевич (RU), Воробьева Наталья Сергеевна (RU), Дяшкин Андрей Владимирович (RU), Дяшкин-Титов Виктор Владимирович (RU), Иванов Алексей Геннадьевич (RU)*

Заявка № 2018136528

Приоритет изобретения 16 октября 2018 г.

Дата государственной регистрации в

Государственном реестре изобретений

Российской Федерации 16 сентября 2019 г.

Срок действия исключительного права

на изобретение истекает 16 октября 2038 г.



Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Г.П. Ивлиев Г.П. Ивлиев

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



ПАТЕНТ

НА ИЗОБРЕТЕНИЕ

№ 2703092

Робот-пропольщик

Патентообладатель: *федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Волгоградский государственный аграрный университет" (ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ) (RU)*

Авторы: *Воробьева Наталья Сергеевна (RU), Дяшкин Андрей Владимирович (RU), Иванов Алексей Геннадьевич (RU), Несмиянов Иван Алексеевич (RU), Жога Виктор Викторович (RU), Дяшкин-Титов Виктор Владимирович (RU)*

Заявка № 2019102103

Приоритет изобретения 25 января 2019 г.

Дата государственной регистрации в

Государственном реестре изобретений

Российской Федерации 15 октября 2019 г.

Срок действия исключительного права

на изобретение истекает 25 января 2039 г.

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Г.П. Изrael



РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



ПАТЕНТ

НА ИЗОБРЕТЕНИЕ

№ 2703775

Робот-пропольщик

Патентообладатель: *федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Волгоградский государственный аграрный университет" (ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ) (RU)*

Авторы: *Воробьева Наталья Сергеевна (RU), Дяшкин Андрей Владимирович (RU), Иванов Алексей Геннадьевич (RU), Несмиянов Иван Алексеевич (RU), Жога Виктор Викторович (RU), Дяшкин-Титов Виктор Владимирович (RU)*

Заявка № 2019102105

Приоритет изобретения 25 января 2019 г.

Дата государственной регистрации в

Государственном реестре изобретений

Российской Федерации 22 октября 2019 г.

Срок действия исключительного права

на изобретение истекает 25 января 2039 г.

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Г.П. Исаев Г.П. Исаев



РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



ПАТЕНТ

НА ИЗОБРЕТЕНИЕ

№ 2722960

Автоматизированный сортировщик-подборщик
манипулятора-грипода

Патентообладатель: *федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Волгоградский государственный аграрный университет" (ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ) (RU)*

Авторы: *Жога Виктор Викторович (RU), Дяшкин Андрей Владимирович (RU), Дяшкин-Титов Виктор Владимирович (RU), Воробьева Наталья Сергеевна (RU), Несмиянов Иван Алексеевич (RU), Малолетов Александр Васильевич (RU)*

Заявка № 2019133732

Приоритет изобретения 22 октября 2019 г.

Дата государственной регистрации в

Государственном реестре изобретений

Российской Федерации 05 июня 2020 г.

Срок действия исключительного права

на изобретение истекает 22 октября 2039 г.



Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Г.П. Ивлиев

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2016615410

Кинематика манипулятора-трипода

Правообладатель: *федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Волгоградский государственный аграрный университет» (RU)*

Авторы: *Несмиянов Иван Алексеевич (RU), Жога Виктор Викторович (RU), Воробьева Наталья Сергеевна (RU), Дяшкин-Титов Виктор Владимирович (RU)*

Заявка № 2016612576

Дата поступления 24 марта 2016 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 23 мая 2016 г.



Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Г.П. Налиев

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2018662010

Кинематический синтез программных движений приводов
манипулятора-трипода на основе сплайн-функции.

Правообладатель: *федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Волгоградский государственный аграрный университет»
(ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ) (RU)*

Авторы: *Воробьева Наталья Сергеевна (RU), Несмиянов Иван
Алексеевич (RU), Жога Виктор Викторович (RU), Дяшкин-Титов
Виктор Владимирович (RU), Дяшкин Андрей Владимирович (RU)*

Заявка № 2018619653

Дата поступления 11 сентября 2018 г.

Дата государственной регистрации:

в Реестре программ для ЭВМ 25 сентября 2018 г.



Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Г.П. Илизов Г.П. Илизов

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2018662904

Отслеживание траектории захватного устройства методом
аппроксимации управляющих воздействий.

Правообладатель: *федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Волгоградский государственный аграрный университет»
(ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ) (RU)*

Авторы: *Воробьева Наталья Сергеевна (RU), Несмиянов Иван
Алексеевич (RU), Жога Виктор Викторович (RU), Дяшкин-Титов
Виктор Владимирович (RU), Дяшкин Андрей Владимирович (RU)*

Заявка № 2018660573

Дата поступления 01 октября 2018 г.

Дата государственной регистрации
в Реестре программ для ЭВМ 17 октября 2018 г.



Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Г.П. Илизов Г.П. Илизов

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2020619898

Программа для реализации алгоритма управляемых
сигналов динамического синтеза робота-манипулятора

Правообладатель: *федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Волгоградский государственный аграрный университет»
(ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ) (RU)*

Авторы: *Воробьева Наталья Сергеевна (RU), Несмиянов Иван
Алексеевич (RU), Жога Виктор Викторович (RU), Дяшкин-Титов
Виктор Владимирович (RU), Дяшкин Андрей Владимирович (RU)*

Заявка № 2020615443

Дата поступления 01 июня 2020 г.

Дата государственной регистрации
в Реестре программ для ЭВМ 25 августа 2020 г.

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Г.П. Налиев

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2021619638

Динамическая модель управления манипулятором-триподом по задаваемой траектории

Правообладатель: *Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Волгоградский государственный аграрный университет» (ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ) (RU)*

Авторы: *Дяшкин-Титов Виктор Владимирович (RU), Несмиянов Иван Алексеевич (RU), Жога Виктор Викторович (RU), Воробьева Наталья Сергеевна (RU), Дяшкин Андрей Владимирович (RU)*

Заявка № 2021618754

Дата поступления 02 июня 2021 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 15 июня 2021 г.



Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Г.П. Ильяев

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2021619638

Динамическая модель управления манипулятором-триподом по задаваемой траектории

Правообладатель: *Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Волгоградский государственный аграрный университет» (ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ) (RU)*

Авторы: *Дяшкин-Титов Виктор Владимирович (RU), Несмиянов Иван Алексеевич (RU), Жога Виктор Викторович (RU), Воробьева Наталья Сергеевна (RU), Дяшкин Андрей Владимирович (RU)*

Заявка № 2021618754

Дата поступления 02 июня 2021 г.

Дата государственной регистрации

в Реестре программ для ЭВМ 15 июня 2021 г.



Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Г.П. Ильин

РОССИЙСКАЯ ФЕДЕРАЦИЯ



СВИДЕТЕЛЬСТВО

о государственной регистрации программы для ЭВМ

№ 2021619639

**Программа для реализации алгоритма управления
манипулятором-триподом компенсационного типа**

Правообладатель: *Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Волгоградский государственный аграрный университет»
(ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ) (RU)*

Авторы: *Дяшкин-Титов Виктор Владимирович (RU), Жога
Виктор Викторович (RU), Воробьева Наталья Сергеевна
(RU), Дяшкин Андрей Владимирович (RU), Несмиянов Иван
Алексеевич (RU)*

Заявка № 2021618770

Дата поступления 02 июня 2021 г.

Дата государственной регистрации
в Реестре программ для ЭВМ 15 июня 2021 г.

Руководитель Федеральной службы
по интеллектуальной собственности

Г.П. Ивлев

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

ПРОГРАММЫ НА ЭВМ

2.1. Программа для реализации алгоритма определения зоны обслуживания манипуляторов параллельно-последовательной структуры с захватом

```

ORIGIN := 1
zona :=
  for α ∈ (-100·deg, -60·deg, 100·deg)
  for ψ ∈ (-80·deg, -50·deg, 80·deg)
  for φ ∈ (-30.5·deg, -26.5·deg, 18.5·deg)
  for l1 ∈ {1160, 1221, 1770}
  for l2 ∈ {1140, 1202, 1750}
  for l3 ∈ {1140, 1202, 1750}
  A ← -l12 + 0.5·l22 + 0.5·l32
  xei ←  $\frac{(l3^2 - l2^2)}{4 \cdot OB} - b \cdot \sin(\psi) \cdot \cos(\alpha) \cdot \sqrt{\frac{1}{l1^2 - \frac{(l3^2 - l2^2)^2}{16 \cdot OB^2} - \frac{(A - OB^2 - OA^2)}{4 \cdot OA^2}}}$ 
  yei ←  $\left[ l1^2 - \frac{(l3^2 - l2^2)^2}{16 \cdot OB^2} - \frac{(A - OB^2 - OA^2)}{4 \cdot OA^2} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \cos(\phi) - \frac{(A - OB^2 + OA^2)}{2 \cdot OA} \cdot \sin(\phi)$ 
  zei ←  $\left[ l1^2 - \frac{(l3^2 - l2^2)^2}{16 \cdot OB^2} - \frac{(A - OB^2 - OA^2)}{4 \cdot OA^2} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \sin(\phi) + \frac{(A - OB^2 + OA^2)}{2 \cdot OA} \cdot \cos(\phi)$ 
  n1i ← l1
  n2i ← l2
  n3i ← l3
  i ← i + 1
  j ← j + 1
  (n1 n2 n3 xe ye ze)

```


zona = #

11 := (zona⁽¹⁾)₁ 12 := (zona⁽²⁾)₁ 13 := (zona⁽³⁾)₁

xe := (zona⁽⁴⁾)₁ ye := (zona⁽⁵⁾)₁ ze := (zona⁽⁶⁾)₁

min(xe) = -1.22×10^3

min(ye) = 155.201

min(ze) = -1.897×10^3

max(xe) = 1.223×10^3

max(ye) = 2.155×10^3

max(ze) = 1784.261

xe =

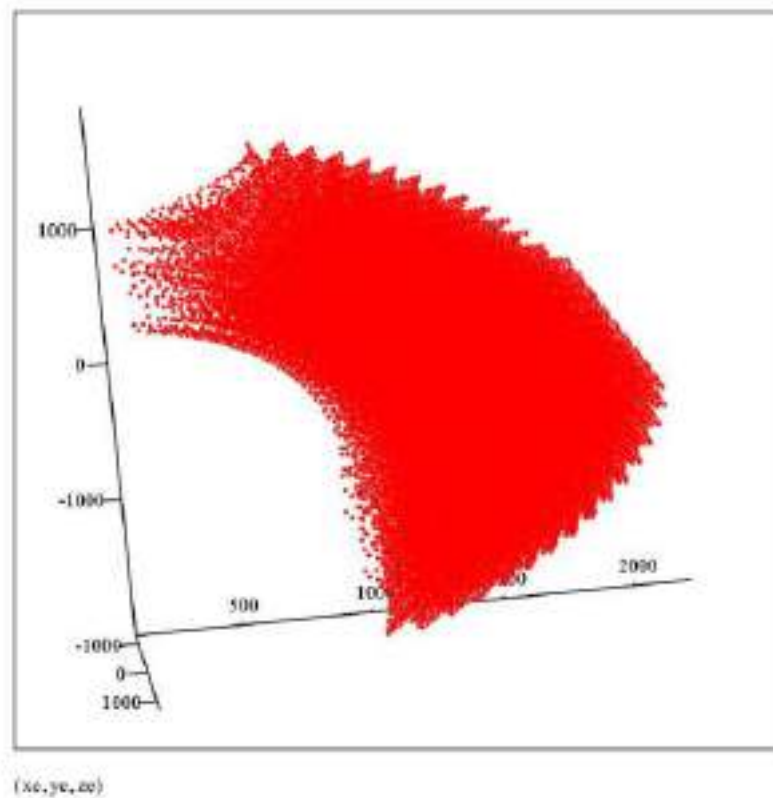
	1
1	98.481
2	190.725
3	286.649
4	386.407
5	490.127
6	597.868
7	709.566
8	824.943
9	943.254
10	$1.062 \cdot 10^3$
11	4.718
12	98.481
13	195.828
14	296.885
15	401.787
16	...

ye =

	1
1	$1.107 \cdot 10^3$
2	$1.116 \cdot 10^3$
3	$1.119 \cdot 10^3$
4	$1.115 \cdot 10^3$
5	$1.103 \cdot 10^3$
6	$1.08 \cdot 10^3$
7	$1.041 \cdot 10^3$
8	982.06
9	889.973
10	734.73
11	$1.14 \cdot 10^3$
12	$1.156 \cdot 10^3$
13	$1.166 \cdot 10^3$
14	$1.169 \cdot 10^3$
15	$1.165 \cdot 10^3$
16	...

ze =

	1
1	-487.707
2	-444.279
3	-394.182
4	-336.573
5	-270.36
6	-194.05
7	-105.455
8	-1.008
9	126.12
10	293.978
11	-444.279
12	-404.851
13	-359.012
14	-306.036
15	-245.006
16	...



2.2 Программа для реализации алгоритма управления манипулятором-триподом компенсационного типа

Координаты крепления актуаторов на раме

$$OB := 262 \quad OA := 454 \quad OC := -OB$$

Начальные длины актуаторов

$$l_{10} := 850 \quad l_{20} := 900 \quad l_{30} := 800$$

Определение координат точки М в начальном положении

$$A := -l_{10}^2 + 0.5l_{20}^2 + 0.5l_{30}^2$$

$$x_{m0pr} := \frac{l_{30}^2 - l_{20}^2}{4OB} \quad x_{m0pr} = -162.214$$

$$y_{m0pr} := \left(\frac{A - OB^2 + OA^2}{2 \cdot OA} \right) \quad y_{m0pr} = 154.154$$

$$z_{m0pr} := \left[l_{10}^2 - \frac{(l_{30}^2 - l_{20}^2)^2}{16 \cdot OB^2} - \left[\frac{(A - OB^2 - OA^2)^2}{4 \cdot OA^2} \right]^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad z_{m0pr} = 778.639$$

$$\gamma_0 := \operatorname{atan}\left(\frac{x_{m0pr}}{z_{m0pr}}\right) \quad \gamma_0 = -0.205$$

Задаемся значением отклонений (погрешностей) координат в начальном положении

$$x_{m0} := -170 \quad y_{m0} := 160 \quad z_{m0} := 770$$

Задаемся значением конечных координат захвата (координаты объекта)

$$x_{mk} := 200 \quad y_{mk} := 50 \quad z_{mk} := 970$$

$$\gamma_k := \operatorname{atan}\left(\frac{x_{mk}}{z_{mk}}\right) \quad \gamma_k = 0.203$$

Определяем длину актуаторов в конечном положении

$$l_{1k} := \sqrt{x_{mk}^2 + (y_{mk} - OA)^2 + z_{mk}^2} \quad l_{1k} = 1069.634$$

$$l_{2k} := \sqrt{(x_{mk} - OB)^2 + y_{mk}^2 + z_{mk}^2} \quad l_{2k} = 973.265$$

$$l_{3k} := \sqrt{(x_{mk} + OB)^2 + y_{mk}^2 + z_{mk}^2} \quad l_{3k} = 1.076 \times 10^3$$

Определение времени движения актуаторов

Максимальная скорость

$$V_{\max} := 68.5$$

$$T1 := \frac{|11k - 110|}{V_{\max}}$$

$$T1 = 3.206$$

$$T2 := \frac{|12k - 120|}{V_{\max}}$$

$$T2 = 1.07$$

$$T3 := \frac{|13k - 130|}{V_{\max}}$$

$$T3 = 4.023$$

$$T := \max(T1, T2, T3)$$

$$t := 0, 0.1..T$$

$$T = 4.023$$

Движение по прямолинейной траектории

$$t := 0, 0.1..T$$

$$dx := xmk - xm0pr$$

$$dx = 362.214$$

$$k1 := \frac{dy}{dx}$$

$$k1 = -0.288$$

$$dy := ymk - ym0pr$$

$$dy = -104.154$$

$$k2 := \frac{dz}{dx}$$

$$k2 = 0.528$$

$$dz := zmk - zm0pr$$

$$dz = 191.361$$

$$k3 := \frac{dz}{dy}$$

$$k3 = -1.837$$

$$kx := \sqrt{1 + k1^2 + k2^2}$$

$$ky := \sqrt{1 + \left(\frac{1}{k1}\right)^2 + k3^2}$$

$$kz := \sqrt{1 + \left(\frac{1}{k2}\right)^2 + \left(\frac{1}{k3}\right)^2}$$

$$Sk := kx \cdot dx$$

$$Sk = 422.689$$

$$S1k := ky \cdot dy$$

$$S1k = -422.689$$

$$S2k := kz \cdot dz$$

$$S2k = 422.689$$

$$D := \frac{1}{kx^2} + \frac{1}{ky^2} + \frac{1}{kz^2}$$

$$D = 1$$

$$Skx := \sqrt{1 + k1^2 + k2^2} \cdot (xmk - xm0pr)$$

$$Skx = 422.689$$

$$Sky := \sqrt{1 + \left(\frac{1}{k1^2} + \frac{1}{k3^2}\right)} \cdot (ymk - ym0pr)$$

$$Sky = -422.689$$

$$Skz := \sqrt{1 + \left(\frac{1}{k2^2} + \frac{1}{k3^2}\right)} \cdot (zmk - zm0pr)$$

$$Skz = 422.689$$

$$Se := \sqrt{(xmk - xm0pr)^2 + (ymk - ym0pr)^2 + (zmk - zm0pr)^2}$$

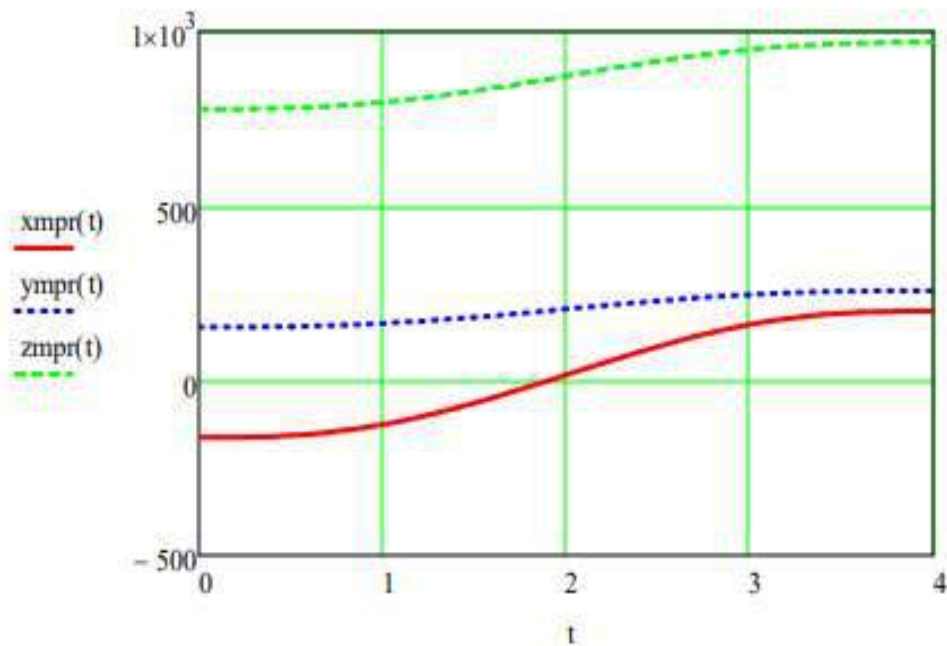
$$S(t) := Se \left(10 - \frac{15 \cdot t}{T} + 6 \cdot \frac{t^2}{T^2} \right) \cdot \frac{t^3}{T^3}$$

Закон движения по прямолинейной траектории

$$x_{mpr}(t) := \frac{S(t) + x_{m0pr} \cdot k_x}{k_x}$$

$$y_{mpr}(t) := \frac{S(t) + y_{m0pr} \cdot k_y}{k_y}$$

$$z_{mpr}(t) := \frac{S(t) + z_{m0pr} \cdot k_z}{k_z}$$



Программные законы изменения длин исполнительных звеньев

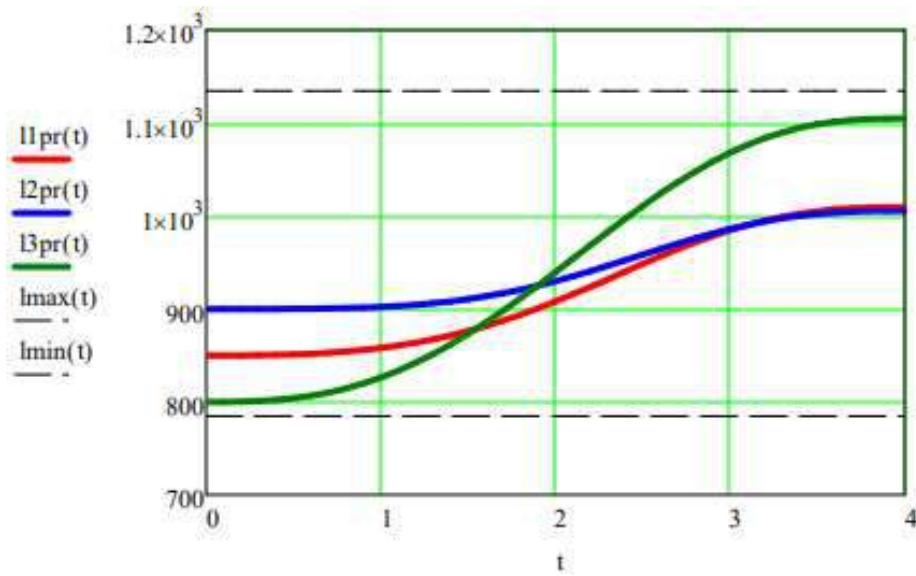
$$l_{1pr}(t) := \sqrt{x_{mpr}(t)^2 + (y_{mpr}(t) - OA)^2 + z_{mpr}(t)^2}$$

$$l_{2pr}(t) := \sqrt{(x_{mpr}(t) - OB)^2 + y_{mpr}(t)^2 + z_{mpr}(t)^2}$$

$$l_{3pr}(t) := \sqrt{(x_{mpr}(t) + OB)^2 + y_{mpr}(t)^2 + z_{mpr}(t)^2}$$

$$l_{max}(t) := 1135$$

$$l_{min}(t) := 785$$

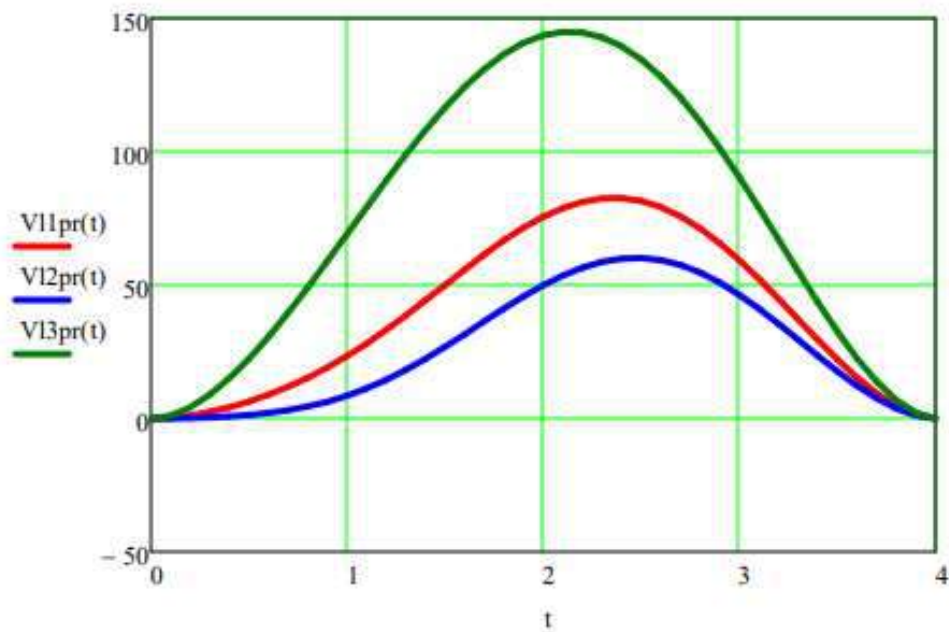


Программные законы изменения скоростей исполнительных звеньев

$$V_{l1pr}(t) := \frac{d}{dt} \sqrt{x_{mpr}(t)^2 + (y_{mpr}(t) - OA)^2 + z_{mpr}(t)^2}$$

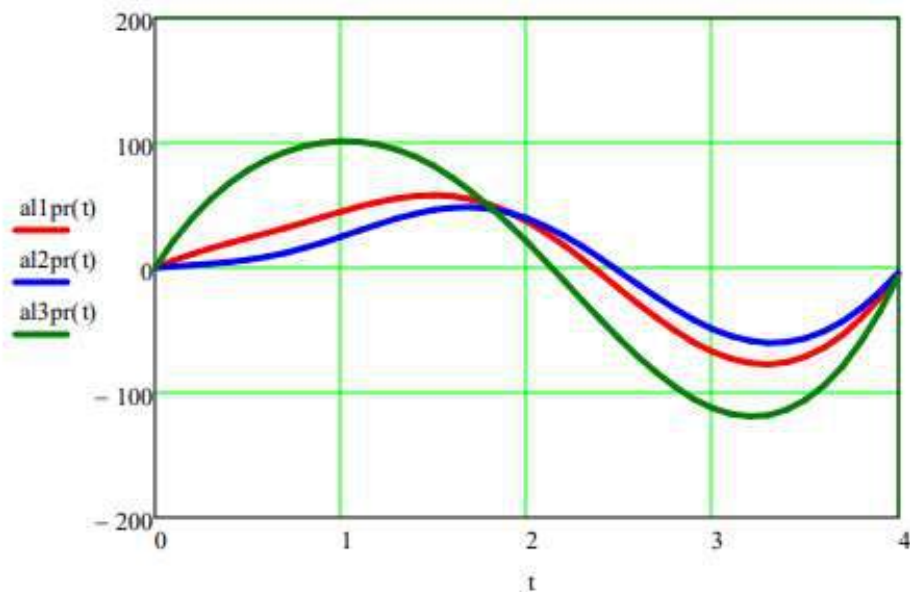
$$V_{l2pr}(t) := \frac{d}{dt} \sqrt{(x_{mpr}(t) - OB)^2 + y_{mpr}(t)^2 + z_{mpr}(t)^2}$$

$$V_{l3pr}(t) := \frac{d}{dt} \sqrt{(x_{mpr}(t) + OB)^2 + y_{mpr}(t)^2 + z_{mpr}(t)^2}$$



Программные законы изменения ускорений исполнительных звеньев

$$a1pr(t) := \frac{d}{dt} V1pr(t) \quad a2pr(t) := \frac{d}{dt} V2pr(t) \quad a3pr(t) := \frac{d}{dt} V3pr(t)$$



Задаемся постоянными коэффициентами, определяющие характер переходного процесса

$$\alpha1x := 10 \quad \alpha1y := 10 \quad \alpha1z := 10$$

$$\alpha2x := 30 \quad \alpha2y := 30 \quad \alpha2z := 30$$

Определяем корни характеристического уравнения

$$\beta1x := \frac{-\alpha1x}{2} + \sqrt{\frac{\alpha1x^2}{4} - \alpha2x} \quad \beta1x = -5 + 2.236i \quad \beta1y := \frac{-\alpha1y}{2} + \sqrt{\frac{\alpha1y^2}{4} - \alpha2y} \quad \beta1y = -5 + 2.236i$$

$$\beta2x := \frac{-\alpha1x}{2} - \sqrt{\frac{\alpha1x^2}{4} - \alpha2x} \quad \beta2x = -5 - 2.236i \quad \beta2y := \frac{-\alpha1y}{2} - \sqrt{\frac{\alpha1y^2}{4} - \alpha2y} \quad \beta2y = -5 - 2.236i$$

$$\beta1z := \frac{-\alpha1z}{2} + \sqrt{\frac{\alpha1z^2}{4} - \alpha2z} \quad \beta1z = -5 + 2.236i$$

$$\beta2z := \frac{-\alpha1z}{2} - \sqrt{\frac{\alpha1z^2}{4} - \alpha2z} \quad \beta2z = -5 - 2.236i$$

Определяем постоянные, определяемые начальными условиями

$$C2x := \frac{xmpr(0) - xm0}{\frac{\beta2x}{\beta1x} - 1}$$

$$C2x = -3.893 - 8.705i$$

$$C2y := \frac{ympr(0) - ym0}{\frac{\beta2y}{\beta1y} - 1}$$

$$C1x := -\beta2x \cdot \frac{C2x}{\beta1x}$$

$$C1x = -3.893 + 8.705i$$

$$C2y = 2.923 + 6.536i$$

$$C2z := \frac{zmpr(0) - zm0}{\frac{\beta2z}{\beta1z} - 1}$$

$$C2z = -4.32 - 9.659i$$

$$C1y := -\beta2y \cdot \frac{C2y}{\beta1y}$$

$$C1z := -\beta2z \cdot \frac{C2z}{\beta1z}$$

$$C1z = -4.32 + 9.659i$$

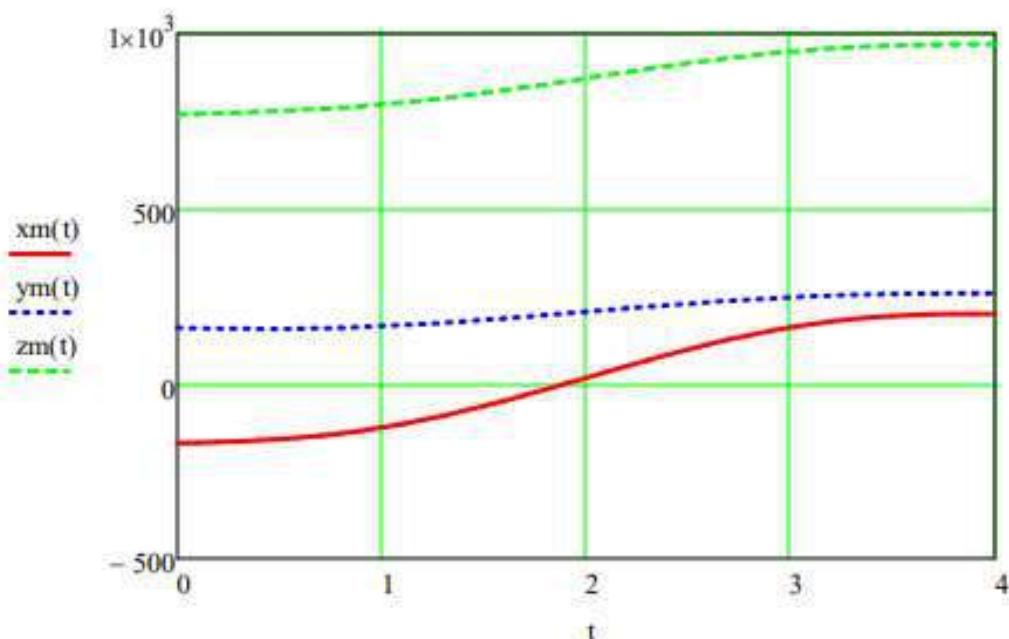
$$C1y = 2.923 - 6.536i$$

Законы изменения координат точки М имеют вид

$$xm(t) := xmpr(t) + C1x \cdot e^{\beta1x \cdot t} + C2x \cdot e^{\beta2x \cdot t}$$

$$ym(t) := ympr(t) + C1y \cdot e^{\beta1y \cdot t} + C2y \cdot e^{\beta2y \cdot t}$$

$$zm(t) := zmpr(t) + C1z \cdot e^{\beta1z \cdot t} + C2z \cdot e^{\beta2z \cdot t}$$

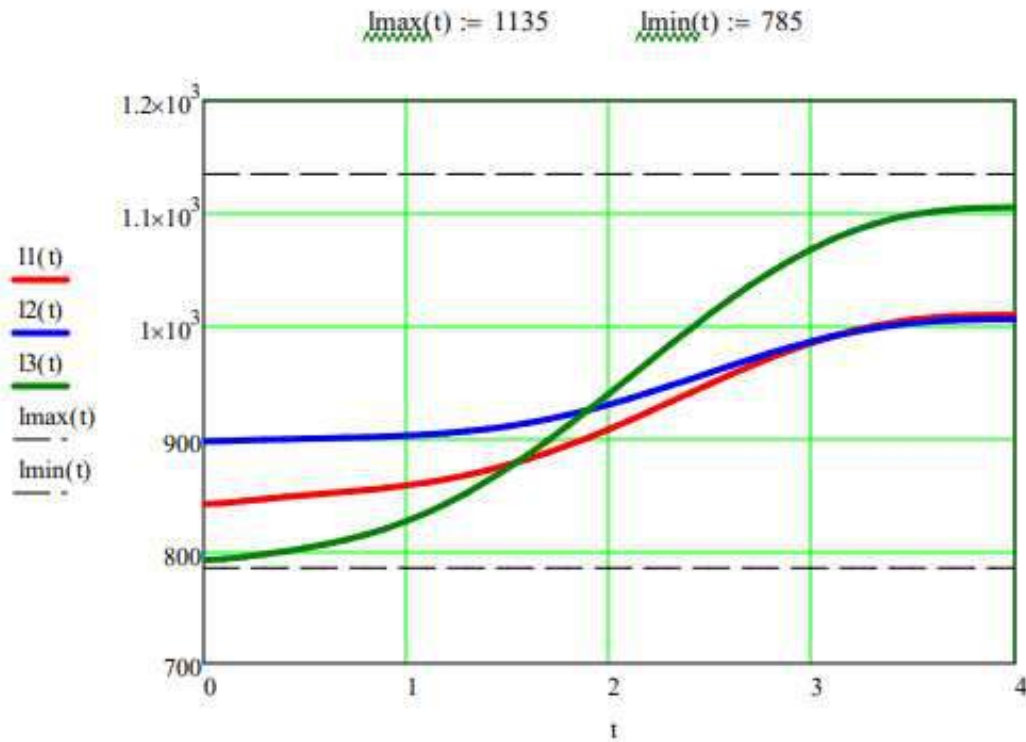


Определяется закон движения актуаторов

$$l1(t) := \sqrt{xm(t)^2 + (ym(t) - OA)^2 + zm(t)^2}$$

$$l2(t) := \sqrt{(xm(t) - OB)^2 + ym(t)^2 + zm(t)^2}$$

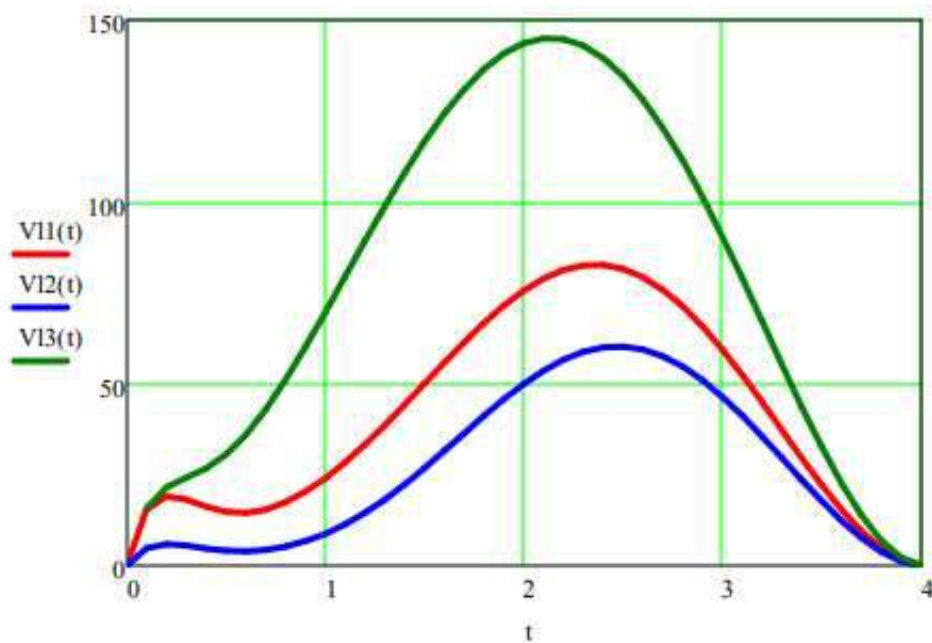
$$l3(t) := \sqrt{(xm(t) + OB)^2 + ym(t)^2 + zm(t)^2}$$



Определяется закон изменения скорости актуаторов

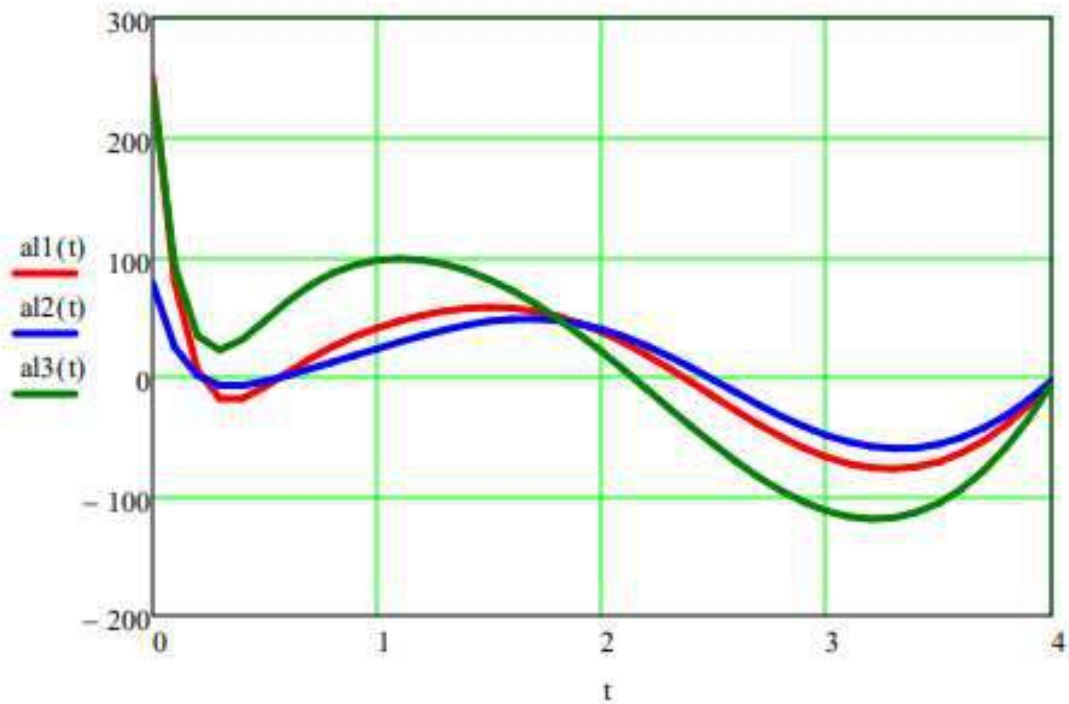
$$V_{l1}(t) := \frac{d}{dt} \sqrt{x_m(t)^2 + (y_m(t) - OA)^2 + z_m(t)^2} \quad V_{l2}(t) := \frac{d}{dt} \sqrt{(x_m(t) - OB)^2 + y_m(t)^2 + z_m(t)^2}$$

$$V_{l3}(t) := \frac{d}{dt} \sqrt{(x_m(t) + OB)^2 + y_m(t)^2 + z_m(t)^2}$$



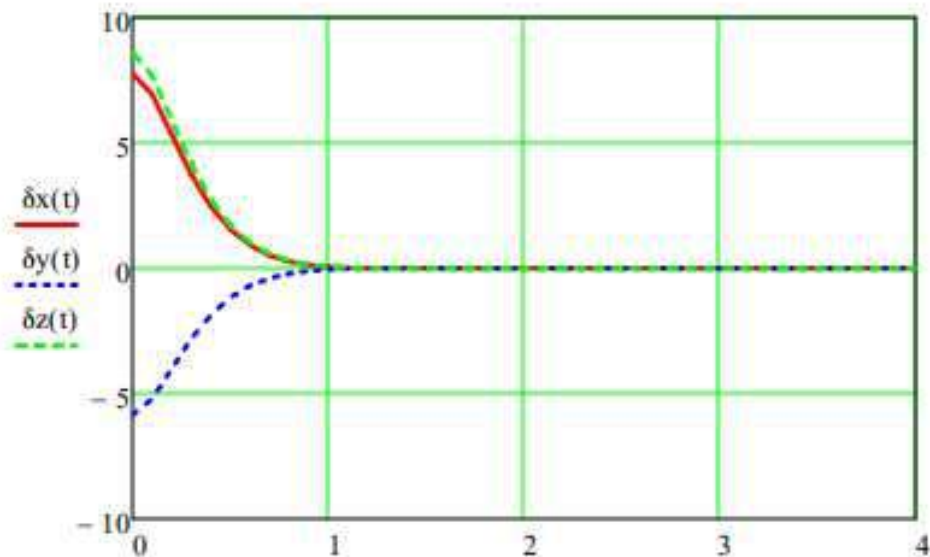
Определяется закон изменения ускорения актуаторов

$$a11(t) := \frac{d}{dt} V11(t) \quad a12(t) := \frac{d}{dt} V12(t) \quad a13(t) := \frac{d}{dt} V13(t)$$



Рассчитываем отклонения по координатам

$$\delta x(t) := x_{mpr}(t) - x_m(t) \quad \delta y(t) := y_{mpr}(t) - y_m(t) \quad \delta z(t) := z_{mpr}(t) - z_m(t)$$



Задаемся коэффициентами r, s , зависящими от параметров двигателя и механической передачи

$$r := 133.333 \quad s := 20000$$

Определяем управляющие напряжения актуаторов

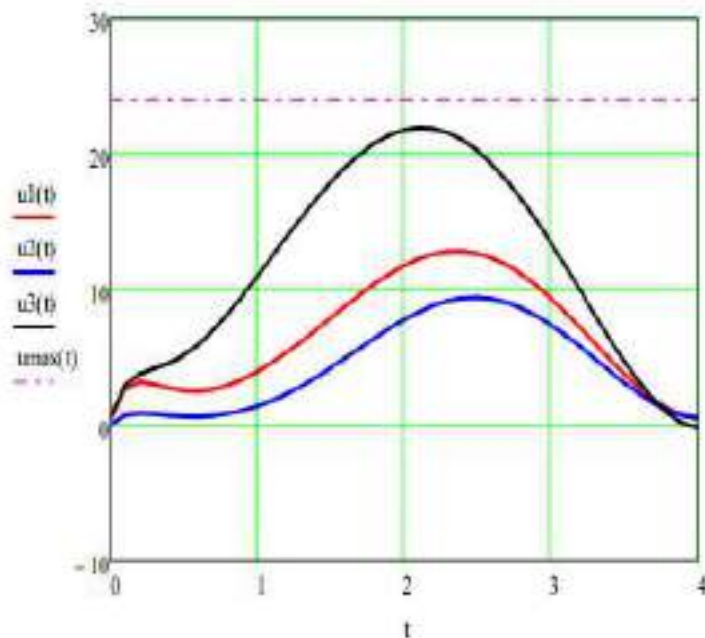
$$m4 := 12 \quad g := 9.81$$

$$u1(t) := \frac{\left(\frac{m4 \cdot l1(t)}{OA} \right) \left[\frac{d^2}{dt^2} ym(t) - \alpha1 y \left(\frac{d}{dt} \delta y(t) \right) - \alpha2 y \cdot \delta y(t) + \frac{ym(t)}{zm(t)} \left[\frac{d^2}{dt^2} zm(t) + \alpha1 z \left(\frac{d}{dt} \delta z(t) \right) + \alpha2 z \cdot \delta z(t) - g \cdot 1000 \right] + z \left(\frac{d}{dt} l1(t) \right)}{r \cdot 1000}$$

$$u2(t) := \frac{\left(\frac{m4 \cdot l2(t)}{2OA} \right) \left[\left[\frac{d^2}{dt^2} xmp(t) + \alpha1 x \left(\frac{d}{dt} \delta x(t) \right) + \alpha2 x \cdot \delta x(t) \right] \cdot \frac{OA}{OB} + \frac{d^2}{dt^2} ym(t) + \alpha1 y \left(\frac{d}{dt} \delta y(t) \right) + \alpha2 y \cdot \delta y(t) + \left[\frac{d^2}{dt^2} zm(t) + \alpha1 z \left(\frac{d}{dt} \delta z(t) \right) + \alpha2 z \cdot \delta z(t) - g \cdot 1000 \right] \right]}{r \cdot 1000}$$

$$u3(t) := \frac{\left(\frac{m4 \cdot l3(t)}{2OB} \right) \left[\frac{d^2}{dt^2} xmp(t) + \alpha1 x \left(\frac{d}{dt} \delta x(t) \right) + \alpha2 x \cdot \delta x(t) + \left[\frac{d^2}{dt^2} ym(t) + \alpha1 y \left(\frac{d}{dt} \delta y(t) \right) + \alpha2 y \cdot \delta y(t) \right] \cdot \frac{OB}{OA} + \left[\frac{d^2}{dt^2} zm(t) + \alpha1 z \left(\frac{d}{dt} \delta z(t) \right) + \alpha2 z \cdot \delta z(t) - g \cdot 1000 \right] \right]}{r \cdot 1000}$$

$$umax(t) := 24$$

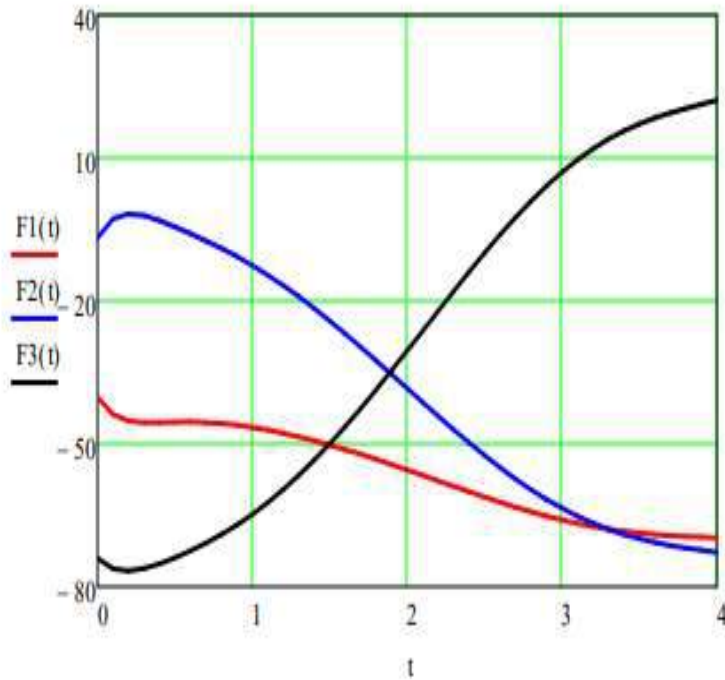


Определяем управляющие усилия актуаторов

$$F1(t) := \frac{\frac{m4 \cdot l1(t)}{OA} \left[\frac{d^2}{dt^2} ym(t) + \frac{ym(t)}{zm(t)} \left(\frac{d^2}{dt^2} zm(t) - g \cdot 1000 \right) \right]}{1000}$$

$$F2(t) := \frac{\frac{m4 \cdot l2(t)}{2OA} \left[\frac{d^2}{dt^2} xmp(t) \cdot \frac{OA}{OB} + \frac{d^2}{dt^2} ym(t) + \left(\frac{d^2}{dt^2} zm(t) - g \cdot 1000 \right) \cdot \frac{OA \cdot OB + OA \cdot xm(t) - OB \cdot ym(t)}{OB \cdot zm(t)} \right]}{1000}$$

$$F3(t) := \frac{\frac{m4 \cdot l3(t)}{2OB} \cdot \left[\frac{d^2}{dt^2} x_m(t) + \frac{d^2}{dt^2} y_m(t) \cdot \frac{OB}{OA} + \left(\frac{d^2}{dt^2} z_m(t) - g \cdot 1000 \right) \cdot \frac{OA \cdot OB - OA \cdot x_m(t) - OB \cdot y_m(t)}{OA \cdot z_m(t)} \right]}{1000}$$

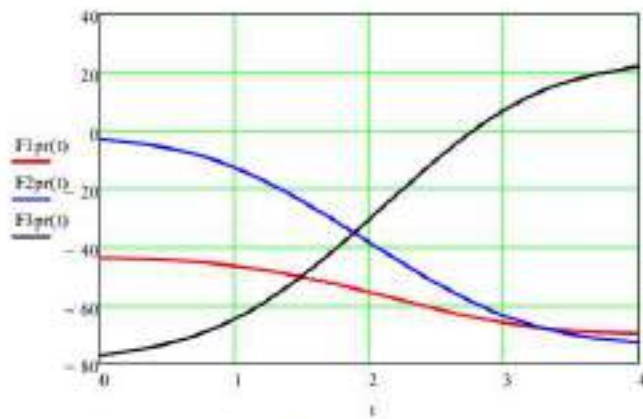


Определяем программные усилия актуаторов

$$F1pr(t) := \frac{\frac{m4 \cdot l1pr(t)}{OA} \cdot \left[\frac{d^2}{dt^2} ympr(t) + \frac{ympr(t)}{zmpr(t)} \cdot \left(\frac{d^2}{dt^2} zmpr(t) - g \cdot 1000 \right) \right]}{1000}$$

$$F2pr(t) := \frac{\frac{m4 \cdot l2pr(t)}{2OA} \cdot \left[\frac{d^2}{dt^2} xmpr(t) \cdot \frac{OA}{OB} + \frac{d^2}{dt^2} ympr(t) + \left(\frac{d^2}{dt^2} zmpr(t) - g \cdot 1000 \right) \cdot \frac{OA \cdot OB + OA \cdot xmpr(t) - OB \cdot ympr(t)}{OB \cdot zmpr(t)} \right]}{1000}$$

$$F3pr(t) := \frac{\frac{m4 \cdot l3pr(t)}{2OB} \cdot \left[\frac{d^2}{dt^2} xmpr(t) + \frac{d^2}{dt^2} ympr(t) \cdot \frac{OB}{OA} + \left(\frac{d^2}{dt^2} zmpr(t) - g \cdot 1000 \right) \cdot \frac{OA \cdot OB - OA \cdot xmpr(t) - OB \cdot ympr(t)}{OA \cdot zmpr(t)} \right]}{1000}$$



Определяем программные напряжения актуаторов

$$u1pr(t) := \frac{-m4 \cdot l1pr(t)}{OA} \left[\frac{d^2}{dt^2} ympr(t) + \frac{ympr(t)}{zmpo(t)} \left(\frac{d^2}{dt^2} zmpo(t) - g \cdot 1000 \right) \right] + s \left(\frac{d}{dt} l1pr(t) \right)$$

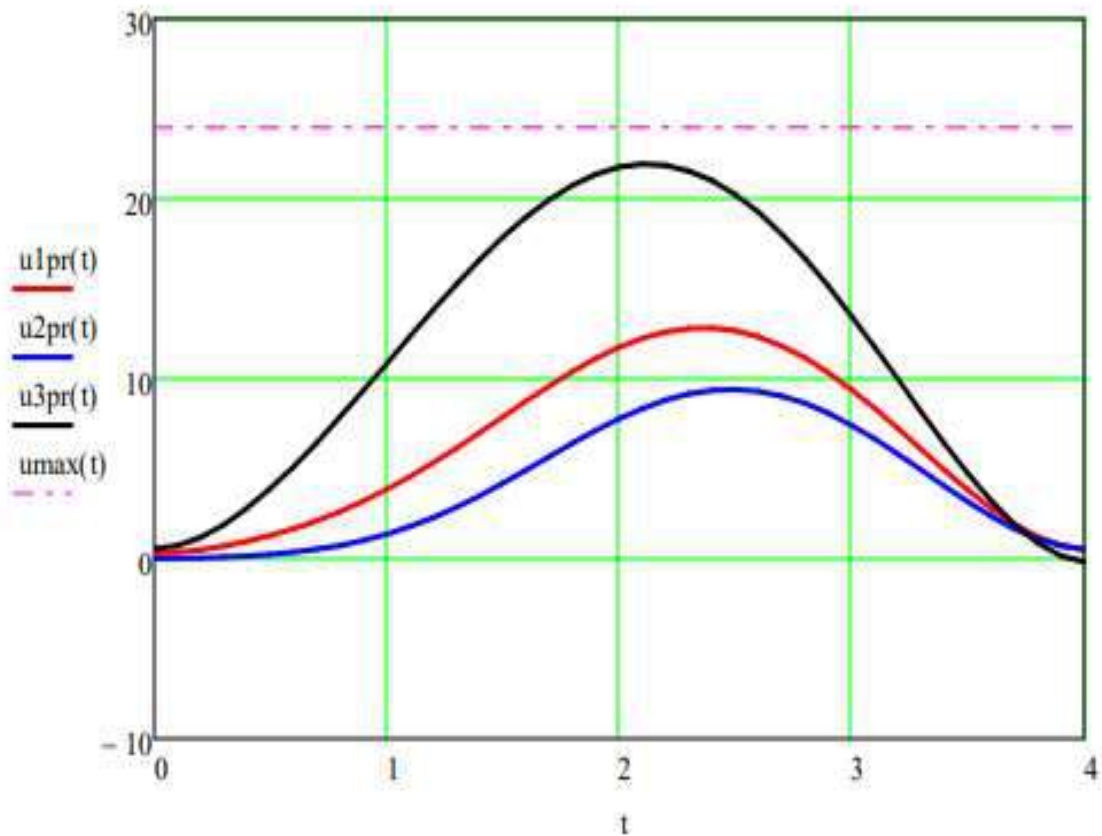
$r \cdot 1000$

$$u2pr(t) := \frac{-m4 \cdot l2pr(t)}{2OA} \left[\frac{d^2}{dt^2} zmpo(t) \cdot \frac{OA}{OB} + \frac{d^2}{dt^2} ympr(t) + \left(\frac{d^2}{dt^2} zmpo(t) - g \cdot 1000 \right) \frac{OA \cdot OB + OA \cdot zmpo(t) - OB \cdot ympr(t)}{OB \cdot zmpo(t)} \right] + s \left(\frac{d}{dt} l2pr(t) \right)$$

$r \cdot 1000$

$$u3pr(t) := \frac{-m4 \cdot l3pr(t)}{2OB} \left[\frac{d^2}{dt^2} zmpo(t) + \frac{d^2}{dt^2} ympr(t) \cdot \frac{OB}{OA} + \left(\frac{d^2}{dt^2} zmpo(t) - g \cdot 1000 \right) \frac{OA \cdot OB - OA \cdot zmpo(t) - OB \cdot ympr(t)}{OA \cdot zmpo(t)} \right] + s \left(\frac{d}{dt} l3pr(t) \right)$$

$r \cdot 1000$



2.3 Динамическая модель управления манипулятором-триподом по заданной траектории

Динамика манипулятора параллельно-последовательной структуры

Обобщенные координаты частного вида движения

$$\begin{array}{lll} \psi := -\gamma 1 & \alpha := 0 & \beta := 0 \\ ym' := 0 & \psi' := -\gamma 1' & \alpha' := 0 \quad \beta' := 0 \\ ym'' := 0 & \psi'' := -\gamma 1'' & \alpha'' := 0 \quad \beta'' := 0 \end{array}$$

Уравнения голономных связей

$$\begin{aligned} f1 &:= \varphi 2 - \varphi 3 \\ f2 &:= l3 \cdot \cos(\delta 3) - l2 \cdot \cos(\delta 2) \\ f3 &:= l1 \cdot \cos(\delta 1) \cdot \cos(\varphi 1) - l2 \cdot \cos(\delta 2) \cdot \cos(\varphi 2) \\ f4 &:= l3 \cdot \sin(\delta 3) - l2 \cdot \sin(\delta 2) - 2 \cdot OB \\ f5 &:= l1 \cdot \sin(\delta 1) - l2 \cdot \sin(\delta 2) - OB \\ f6 &:= l1 \cdot \cos(\delta 1) \cdot \sin(\varphi 1) - l2 \cdot \cos(\delta 2) \cdot \sin(\varphi 2) - OA \\ f7 &:= \sqrt{xm^2 + (ym - OA)^2 + zm^2} - l1 \\ f8 &:= \sqrt{(xm - OB)^2 + ym^2 + zm^2} - l2 \\ f9 &:= \sqrt{(xm + OB)^2 + ym^2 + zm^2} - l3 \\ f10 &:= \gamma 1 - \arctan\left(\frac{xm}{zm}\right) \end{aligned}$$

Потенциальная энергия манипулятора

$$\begin{aligned} M\Sigma &:= m4 + m5 + m6 + m7 + mw \\ xc1 &:= l1 - 0.5 \cdot l10 \quad xc2 := l2 - 0.5 \cdot l20 \quad xc3 := l3 - 0.5 \cdot l30 \\ \Pi &:= (m6 \cdot lc6 + m7 \cdot lc7 + mw \cdot lcw) \cdot (\sin(\psi) \cdot \sin(\gamma 1) - \cos(\psi) \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\gamma 1)) \cdot g - M\Sigma \cdot g \cdot zm - (0.5 \cdot m11 \cdot l10 + m12 \cdot xc1) \cdot g \cdot \cos(\delta 1) \cdot \cos(\varphi 1) - (l \end{aligned}$$

Приведенные моменты инерции

$$\begin{aligned} J\psi &:= J6z + m6 \cdot lc6^2 + m7 \cdot lc7^2 + mw \cdot lcw^2 + (J7x + Jwx) \cdot \sin(\beta)^2 + (J7y + Jwy) \cdot \cos(\beta)^2 \\ J\gamma 1 &:= J4z + (m6 \cdot lc6^2 + m7 \cdot lc7^2 + mw \cdot lcw^2) \cdot (\cos(\psi)^2 \cdot \cos(\alpha)^2 + \sin(\psi)^2) + \\ &\quad + [(J6x + J7z + Jwz) \cdot \cos(\psi)^2 + J6y \cdot \sin(\psi)^2 + J5y] \cdot \sin(\alpha)^2 + (J6z + J5x) \cdot \cos(\alpha)^2 + \\ &\quad + [(J7x + Jwx) \cdot \sin(\alpha)^2 \cdot \sin(\psi)^2 + (J7y + Jwy) \cdot \cos(\alpha)^2] \cdot \cos(\beta)^2 \\ J\alpha &:= J5x + (J6x + J7z + Jwz) \cdot \sin(\psi)^2 + [m6 \cdot lc6^2 + m7 \cdot lc7^2 + mw \cdot lcw^2 + J6y + (J7y + Jwy) \cdot \sin(\beta)^2 + (J7x + Jwx) \cdot \cos(\beta)^2] \cdot \cos(\psi)^2 \\ J\beta &:= J7x + Jwx \end{aligned}$$

Полная кинетическая энергия манипулятора в общем виде

$$T := \frac{1}{2} \left[m12 \cdot \dot{\delta 1}^2 + m22 \cdot \dot{\delta 2}^2 + m32 \cdot \dot{\delta 3}^2 + \left[Jk + Jr + m12 \left(11 - \frac{1}{2} \cdot 110 \right) \right]^2 \cdot \left(\dot{\delta 1}^2 + \varphi 1^2 \cdot \cos(\delta 1)^2 \right) \dots \right. \\ \left. + \left[Jk + Jr + m22 \left(12 - \frac{1}{2} \cdot 120 \right) \right]^2 \cdot \left(\dot{\delta 2}^2 + \varphi 2^2 \cdot \cos(\delta 2)^2 \right) + \left[Jk + Jr + m32 \left(13 - \frac{1}{2} \cdot 130 \right) \right]^2 \cdot \left(\dot{\delta 3}^2 + \varphi 3^2 \cdot \cos(\delta 3)^2 \right) \right] \dots \\ + \frac{1}{2} \cdot J\gamma 1 \cdot \gamma 1^2 + \frac{1}{2} \cdot J\alpha \cdot \alpha^2 + \frac{1}{2} \cdot J\psi \cdot \psi^2 + \frac{1}{2} \cdot J\beta \cdot \beta^2 + \frac{1}{2} \cdot M\Sigma \cdot \left(x m^2 + y m^2 + z m^2 \right) \dots \\ + [(x m' \cdot \cos(\gamma 1) - z m' \cdot \sin(\gamma 1)) \cdot \cos(\psi) \cdot \cos(\alpha) - (x m' \cdot \sin(\gamma 1) + z m' \cdot \cos(\gamma 1)) \cdot \sin(\psi) \cdot \cos(\alpha)] \cdot (m6 \cdot k6 + m7 \cdot k7 + m w \cdot k w) \cdot \gamma 1' \dots \\ + [-(x m' \cdot \sin(\gamma 1) + z m' \cdot \cos(\gamma 1)) \cdot \sin(\alpha) + \cos(\alpha) \cdot y m'] \cdot (m6 \cdot k6 + m7 \cdot k7 + m w \cdot k w) \cdot \cos(\psi) \cdot \alpha' \dots \\ + [(x m' \cdot \cos(\gamma 1) - z m' \cdot \sin(\gamma 1)) \cdot \cos(\psi) - (x m' \cdot \sin(\gamma 1) + z m' \cdot \cos(\gamma 1)) \cdot \sin(\psi) \cdot \cos(\alpha) + \sin(\psi) \cdot \sin(\alpha) \cdot y m'] \cdot (m6 \cdot k6 + m7 \cdot k7 + m w \cdot k w) \cdot \psi' \\ + [(m6 \cdot k6^2 + m7 \cdot k7^2 + m w \cdot k w^2 + J6x - J6y + (J7x + J7y) \cdot \cos(\beta)^2 - J7x - J7y) \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\psi) - (J7y + J7y) \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) \cdot \sin(\beta)] \cdot \alpha' \\ + [(m6 \cdot k6^2 + m7 \cdot k7^2 + m w \cdot k w^2 + J6x) \cdot \cos(\alpha) + (J7x + J7y) \cdot \sin(\psi) \cdot \sin(\alpha) \cdot \sin(\beta) + (J7y + J7y) \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\beta) \cdot \cos(\beta)] \cdot \gamma 1' \cdot \psi' \dots \\ + (J7x - J7y + J7x - J7y) \cdot \cos(\psi) \cdot \cos(\beta) \cdot \sin(\beta) \cdot \psi' \cdot \alpha' - (J7x + J7y) \cdot \cos(\psi) \cdot \sin(\alpha) \cdot \gamma 1' \cdot \beta' + (J7x + J7y) \cdot \sin(\psi) \cdot \alpha' \cdot \beta'$$

Кинетическая энергия манипулятора второго звена

$$T \rightarrow (x m^2 + z m^2) \cdot \left(\frac{m4}{2} + \frac{m5}{2} + \frac{m6}{2} + \frac{m7}{2} + \frac{m w}{2} \right) + \frac{11^2 \cdot m12}{2} + \frac{12^2 \cdot m22}{2} + \frac{13^2 \cdot m32}{2} - \gamma 1^2 \cdot (m6 \cdot k6^2 + m7 \cdot k7^2 + m w \cdot k w^2 + J6x + J6y)$$

Уравнение Лагранжа второго рода с дополнительными голономными связями

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_j} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_j} = Q_j - \frac{\partial \Pi}{\partial q_j} + \sum_{i=1}^{16} \lambda_j \cdot \frac{\partial f_i}{\partial q_j}, \quad j = 1 \div 16$$

Производные от уравнений голономных связей

$\frac{d}{d\delta 1}(\Pi) \rightarrow 0$	$\frac{d}{d\delta 2}(\Pi) \rightarrow 0$	$\frac{d}{d\delta 3}(\Pi) \rightarrow 0$	$\frac{d}{d\varphi 1}(\Pi) \rightarrow 0$
$\frac{d}{d\delta 1}(\Pi) \rightarrow 0$	$\frac{d}{d\delta 2}(\Pi) \rightarrow 12 \cdot \sin(\delta 2)$	$\frac{d}{d\delta 3}(\Pi) \rightarrow -13 \cdot \sin(\delta 3)$	$\frac{d}{d\varphi 1}(\Pi) \rightarrow 0$
$\frac{d}{d\delta 1}(\Pi) \rightarrow -11 \cdot \cos(\varphi 1) \cdot \sin(\delta 1)$	$\frac{d}{d\delta 2}(\Pi) \rightarrow 12 \cdot \cos(\varphi 2) \cdot \sin(\delta 2)$	$\frac{d}{d\delta 3}(\Pi) \rightarrow 0$	$\frac{d}{d\varphi 1}(\Pi) \rightarrow -11 \cdot \cos(\delta 1) \cdot \sin(\varphi 1)$
$\frac{d}{d\delta 1}(\Pi) \rightarrow 0$	$\frac{d}{d\delta 2}(\Pi) \rightarrow -12 \cdot \cos(\delta 2)$	$\frac{d}{d\delta 3}(\Pi) \rightarrow 13 \cdot \cos(\delta 3)$	$\frac{d}{d\varphi 1}(\Pi) \rightarrow 0$
$\frac{d}{d\delta 1}(\Pi) \rightarrow 11 \cdot \cos(\delta 1)$	$\frac{d}{d\delta 2}(\Pi) \rightarrow -12 \cdot \cos(\delta 2)$	$\frac{d}{d\delta 3}(\Pi) \rightarrow 0$	$\frac{d}{d\varphi 1}(\Pi) \rightarrow 0$
$\frac{d}{d\delta 1}(\Pi) \rightarrow -11 \cdot \sin(\varphi 1) \cdot \sin(\delta 1)$	$\frac{d}{d\delta 2}(\Pi) \rightarrow 12 \cdot \sin(\varphi 2) \cdot \sin(\delta 2)$	$\frac{d}{d\delta 3}(\Pi) \rightarrow 0$	$\frac{d}{d\varphi 1}(\Pi) \rightarrow 11 \cdot \cos(\varphi 1) \cdot \cos(\delta 1)$
$\frac{d}{d\delta 1}(\Pi) \rightarrow 0$	$\frac{d}{d\delta 2}(\Pi) \rightarrow 0$	$\frac{d}{d\delta 3}(\Pi) \rightarrow 0$	$\frac{d}{d\varphi 1}(\Pi) \rightarrow 0$
$\frac{d}{d\delta 1}(\Pi) \rightarrow 0$	$\frac{d}{d\delta 2}(\Pi) \rightarrow 0$	$\frac{d}{d\delta 3}(\Pi) \rightarrow 0$	$\frac{d}{d\varphi 1}(\Pi) \rightarrow 0$
$\frac{d}{d\delta 1}(\Pi) \rightarrow 0$	$\frac{d}{d\delta 2}(\Pi) \rightarrow 0$	$\frac{d}{d\delta 3}(\Pi) \rightarrow 0$	$\frac{d}{d\varphi 1}(\Pi) \rightarrow 0$
$\frac{d}{d\delta 1}(\Pi) \rightarrow 0$	$\frac{d}{d\delta 2}(\Pi) \rightarrow 0$	$\frac{d}{d\delta 3}(\Pi) \rightarrow 0$	$\frac{d}{d\varphi 1}(\Pi) \rightarrow 0$
$\frac{d}{d\delta 1}(\Pi) \rightarrow 0$	$\frac{d}{d\delta 2}(\Pi) \rightarrow 0$	$\frac{d}{d\delta 3}(\Pi) \rightarrow 0$	$\frac{d}{d\varphi 1}(\Pi) \rightarrow 0$
$\frac{d}{d\delta 1}(\Pi) \rightarrow 0$	$\frac{d}{d\delta 2}(\Pi) \rightarrow 0$	$\frac{d}{d\delta 3}(\Pi) \rightarrow 0$	$\frac{d}{d\varphi 1}(\Pi) \rightarrow 0$

Вычисление производных от кинетической и потенциальной энергий

1. По обобщенной координате $\delta 1$

$$\frac{d}{d\delta 1}(T) \rightarrow -\varphi 1^2 \cdot \cos(\delta 1) \cdot \sin(\delta 1) \cdot \left[Jk + Jr + m12 \cdot \left(11 - \frac{110}{2} \right) \right]^2$$

$$\frac{d}{d\delta 1}(T) \rightarrow 81 \cdot \left[Jk + Jr + m12 \cdot \left(11 - \frac{110}{2} \right) \right]^2$$

$$\frac{d}{d\delta 1} \left(\left(\frac{d}{d\delta 1} \delta 1(t) \right) \cdot \left[Jk + Jr + m12 \cdot \left(11(t) - \frac{110}{2} \right) \right]^2 \right) \rightarrow \frac{d^2}{d\delta 1^2} \delta 1(t) \cdot \left[Jk + Jr + m12 \cdot \left(11(t) - \frac{110}{2} \right) \right]^2 + 2 \cdot m12 \cdot \frac{d}{d\delta 1} 11(t) \cdot \frac{d}{d\delta 1} \delta 1(t) \cdot \left(11(t) - \frac{110}{2} \right)$$

$$\frac{d}{d\delta 1}(\Pi) \rightarrow g \cdot \cos(\varphi 1) \cdot \sin(\delta 1) \cdot [m12 \cdot (11 + -0.5 \cdot 110) + 0.5 \cdot 110 \cdot m11]$$

2. По обобщенной координате $\delta 2$

$$\frac{d}{d\delta 2}(T) \rightarrow -\varphi 2^2 \cdot \cos(\delta 2) \cdot \sin(\delta 2) \cdot \left[Jk + Jr + m22 \cdot \left(12 - \frac{120}{2} \right) \right]^2$$

$$\frac{d}{d\delta_2}(T) \rightarrow \delta_2^2 \cdot \left[J_k + J_r + m_{22} \cdot \left(l_2 - \frac{l_{20}}{2} \right)^2 \right]$$

$$\frac{d}{dt} \left[\left(\frac{d}{dt} \delta_2(t) \right) \cdot \left[J_k + J_r + m_{22} \cdot \left(l_2(t) - \frac{l_{20}}{2} \right)^2 \right] \right] \rightarrow \frac{d^2}{dt^2} \delta_2(t) \cdot \left[J_k + J_r + m_{22} \cdot \left(l_2(t) - \frac{l_{20}}{2} \right)^2 \right] + 2 \cdot m_{22} \cdot \frac{d}{dt} l_2(t) \cdot \frac{d}{dt} \delta_2(t) \cdot \left(l_2(t) - \frac{l_{20}}{2} \right)$$

$$\frac{d}{d\delta_2}(\Pi) \rightarrow g \cdot \cos(\varphi_2) \cdot \sin(\delta_2) \cdot [m_{22} \cdot (l_2 + -0.5 \cdot l_{20}) + 0.5 \cdot l_{20} \cdot m_{21}]$$

3. По обобщенной координате δ_3

$$\frac{d}{d\delta_3}(T) \rightarrow -\varphi_3^2 \cdot \cos(\delta_3) \cdot \sin(\delta_3) \cdot \left[J_k + J_r + m_{32} \cdot \left(l_3 - \frac{l_{30}}{2} \right)^2 \right]$$

$$\frac{d}{d\delta_3}(T) \rightarrow \delta_3^2 \cdot \left[J_k + J_r + m_{32} \cdot \left(l_3 - \frac{l_{30}}{2} \right)^2 \right]$$

$$\frac{d}{dt} \left[\left(\frac{d}{dt} \delta_3(t) \right) \cdot \left[J_k + J_r + m_{32} \cdot \left(l_3(t) - \frac{l_{30}}{2} \right)^2 \right] \right] \rightarrow \frac{d^2}{dt^2} \delta_3(t) \cdot \left[J_k + J_r + m_{32} \cdot \left(l_3(t) - \frac{l_{30}}{2} \right)^2 \right] + 2 \cdot m_{32} \cdot \frac{d}{dt} l_3(t) \cdot \frac{d}{dt} \delta_3(t) \cdot \left(l_3(t) - \frac{l_{30}}{2} \right)$$

$$\frac{d}{d\delta_3}(\Pi) \rightarrow g \cdot \cos(\varphi_3) \cdot \sin(\delta_3) \cdot [m_{32} \cdot (l_3 + -0.5 \cdot l_{30}) + 0.5 \cdot l_{30} \cdot m_{31}]$$

4. По обобщенной координате φ_1

$$\frac{d}{d\varphi_1}(T) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{d\varphi_1}(T) \rightarrow \varphi_1^2 \cdot \cos(\delta_1)^2 \cdot \left[J_k + J_r + m_{12} \cdot \left(l_1 - \frac{l_{10}}{2} \right)^2 \right]$$

$$\frac{d}{dt} \left[\left(\frac{d}{dt} \varphi_1(t) \right) \cdot \cos(\delta_1(t))^2 \cdot \left[J_k + J_r + m_{12} \cdot \left(l_1(t) - \frac{l_{10}}{2} \right)^2 \right] \right] \rightarrow \cos(\delta_1(t))^2 \cdot \frac{d^2}{dt^2} \varphi_1(t) \cdot \left[J_k + J_r + m_{12} \cdot \left(l_1(t) - \frac{l_{10}}{2} \right)^2 \right] - 2 \cdot \frac{d}{dt} \varphi_1(t) \cdot \frac{d}{dt} \delta_1(t) \cdot$$

$$\frac{d}{d\varphi_1}(\Pi) \rightarrow g \cdot \cos(\delta_1) \cdot \sin(\varphi_1) \cdot [m_{12} \cdot (l_1 + -0.5 \cdot l_{10}) + 0.5 \cdot l_{10} \cdot m_{11}]$$

5. По обобщенной координате φ_2

$$\frac{d}{d\varphi 2}(T) \rightarrow \varphi 2^2 \cdot \cos(62)^2 \left[Jk + Jr + m22 \left(12 - \frac{120}{2} \right)^2 \right]$$

$$\frac{d}{dt} \left[\left(\frac{d}{dt} \varphi 2(t) \right) \cdot \cos(62(t))^2 \left[Jk + Jr + m22 \left(12(t) - \frac{120}{2} \right)^2 \right] \right] \rightarrow \cos(62(t))^2 \cdot \frac{d^2}{dt^2} \varphi 2(t) \left[Jk + Jr + m22 \left(12(t) - \frac{120}{2} \right)^2 \right] - 2 \frac{d}{dt} \varphi 2(t) \cdot \frac{d}{dt} 62(t) \cdot \cos($$

$$\frac{d}{d\varphi 2}(H) \rightarrow g \cdot \cos(62) \cdot \sin(\varphi 2) \cdot [m22 \cdot (12 + -0.5 \cdot 120) + 0.5 \cdot 120 \cdot m21]$$

6. По обобщенной координате $\varphi 3$

$$\frac{d}{d\varphi 3}(T) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{d\varphi 3}(T) \rightarrow \varphi 3^2 \cdot \cos(63)^2 \left[Jk + Jr + m32 \left(13 - \frac{130}{2} \right)^2 \right]$$

$$\frac{d}{dt} \left[\left(\frac{d}{dt} \varphi 3(t) \right) \cdot \cos(63(t))^2 \left[Jk + Jr + m32 \left(13(t) - \frac{130}{2} \right)^2 \right] \right] \rightarrow \cos(63(t))^2 \cdot \frac{d^2}{dt^2} \varphi 3(t) \left[Jk + Jr + m32 \left(13(t) - \frac{130}{2} \right)^2 \right] - 2 \frac{d}{dt} \varphi 3(t) \cdot \frac{d}{dt} 63(t) \cdot \cos($$

$$\frac{d}{d\varphi 3}(H) \rightarrow g \cdot \cos(63) \cdot \sin(\varphi 3) \cdot [m32 \cdot (13 + -0.5 \cdot 130) + 0.5 \cdot 130 \cdot m31]$$

7. По обобщенной координате xm

$$\frac{d}{dxm}(T) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{dxm}(T) \rightarrow 2 \cdot xm \cdot \left(\frac{m4}{2} + \frac{m5}{2} + \frac{m6}{2} + \frac{m7}{2} + \frac{mw}{2} \right)$$

$$\frac{d}{dt} \left[2 \cdot \left(\frac{d}{dt} xm(t) \right) \cdot \left(\frac{m4}{2} + \frac{m5}{2} + \frac{m6}{2} + \frac{m7}{2} + \frac{mw}{2} \right) \right] \rightarrow 2 \cdot \frac{d^2}{dt^2} xm(t) \cdot \left(\frac{m4}{2} + \frac{m5}{2} + \frac{m6}{2} + \frac{m7}{2} + \frac{mw}{2} \right)$$

$$\frac{d}{dxm}(H) \rightarrow 0$$

8. По обобщенной координате ym

$$\frac{d}{dym}(T) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{dym}(T) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{dt}(H) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{dym}(H) \rightarrow 0$$

9. По обобщенной координате zm

$$\frac{d}{dzm}(T) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{dzm}(T) \rightarrow 2 \cdot zm \cdot \left(\frac{m4}{2} + \frac{m5}{2} + \frac{m6}{2} + \frac{m7}{2} + \frac{mw}{2} \right)$$

$$\frac{d}{dt} \left[2 \cdot \left(\frac{d}{dt} zm(t) \right) \cdot \left(\frac{m4}{2} + \frac{m5}{2} + \frac{m6}{2} + \frac{m7}{2} + \frac{mw}{2} \right) \right] \rightarrow 2 \cdot \frac{d^2}{dt^2} zm(t) \cdot \left(\frac{m4}{2} + \frac{m5}{2} + \frac{m6}{2} + \frac{m7}{2} + \frac{mw}{2} \right)$$

$$\frac{d}{dzm}(H) \rightarrow -g \cdot (m4 + m5 + m6 + m7 + mw)$$

10. По обобщенной координате $\gamma 1$

$$\frac{d}{d\gamma 1}(T) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{d\gamma 1}(T) \rightarrow 2 \cdot \gamma 1 \cdot \left(\frac{m6 \cdot 1c6^2}{2} + \frac{m7 \cdot 1c7^2}{2} + \frac{mw \cdot 1cw^2}{2} + \frac{J6x}{2} + \frac{J7y}{2} + \frac{Jwy}{2} \right) - 2 \cdot \gamma 1 \cdot \left(m6 \cdot 1c6^2 + m7 \cdot 1c7^2 + mw \cdot 1cw^2 + J6x + J7y + Jwy \right) + 2 \cdot$$

$$\frac{d}{dt} \left[\left(\frac{d}{dt} \gamma 1(t) \right) \cdot (J5x + J4y) \right] \rightarrow \frac{d^2}{dt^2} \gamma 1(t) \cdot (J5x + J4y)$$

$$\frac{d}{d\gamma 1}(H) \rightarrow 0$$

11. По обобщенной координате φ

$$\frac{d}{d\psi}(T) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{d\psi'}(T) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{dt}(0) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{d\psi}(\Pi) \rightarrow 0$$

12. По обобщенной координате α

$$\frac{d}{d\alpha}(T) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{d\alpha'}(T) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{dt}(0) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{d\alpha}(\Pi) \rightarrow 0$$

13. По обобщенной координате β

$$\frac{d}{d\beta}(T) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{d\beta'}(T) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{dt}(0) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{d\beta}(\Pi) \rightarrow 0$$

14. По обобщенной координате l_1

$$\frac{d}{dl_1}(T) \rightarrow -\frac{m l_2 \cdot (\varphi l_1^2 \cdot \cos(\delta l)^2 + \delta l^2) \cdot (l_1 l_0 - 2 \cdot l_1)}{2}$$

$$\frac{d}{dt} \left[\left(\frac{d}{dt} l_1(t) \right) \cdot m_{12} \right] \rightarrow m_{12} \cdot \frac{d^2}{dt^2} l_1(t)$$

$$\frac{d}{dl_1}(\Pi) \rightarrow -g \cdot m_{12} \cdot \cos(\varphi_1) \cdot \cos(\delta_1)$$

15. По обобщенной координате l_2

$$\frac{d}{dl_2}(T) \rightarrow -\frac{m_{22} \cdot (\varphi_2'^2 \cdot \cos(\delta_2)^2 + \delta_2'^2) \cdot (l_{20} - 2 \cdot l_2)}{2}$$

$$\frac{d}{dl_2'}(T) \rightarrow l_2' \cdot m_{22}$$

$$\frac{d}{dt} \left[\left(\frac{d}{dt} l_2(t) \right) \cdot m_{22} \right] \rightarrow m_{22} \cdot \frac{d^2}{dt^2} l_2(t)$$

$$\frac{d}{dl_2}(\Pi) \rightarrow -g \cdot m_{22} \cdot \cos(\varphi_2) \cdot \cos(\delta_2)$$

16. По обобщенной координате l_3

$$\frac{d}{dl_3}(T) \rightarrow -\frac{m_{32} \cdot (\varphi_3'^2 \cdot \cos(\delta_3)^2 + \delta_3'^2) \cdot (l_{30} - 2 \cdot l_3)}{2}$$

$$\frac{d}{dl_3'}(T) \rightarrow l_3' \cdot m_{32}$$

$$\frac{d}{dt} \left[\left(\frac{d}{dt} l_3(t) \right) \cdot m_{32} \right] \rightarrow m_{32} \cdot \frac{d^2}{dt^2} l_3(t)$$

$$\frac{d}{dl_3}(\Pi) \rightarrow -g \cdot m_{32} \cdot \cos(\varphi_3) \cdot \cos(\delta_3)$$

Координаты крепления актуаторов манипулятора на раме

$$OB := 262 \quad OA := 454 \quad OC := -OB \quad b := 190$$

Начальные длины актуаторов

$$l_{10} := 1000 \quad l_{20} := 900 \quad l_{30} := 950$$

Определение координат точки М в начальном положении

$$\underline{A} := -110^2 + 0.5120^2 + 0.5130^2$$

$$xm0 := \frac{130^2 - 120^2}{4 \cdot OB} \quad xm0 = 88.263$$

$$ym0 := \left(\frac{A - OB^2 + OA^2}{2 \cdot OA} \right) \quad ym0 = -6.914$$

$$zm0 := \left[110^2 - \frac{(130^2 - 120^2)^2}{16 \cdot OB^2} - \left[\frac{(A - OB^2 - OA^2)^2}{4 \cdot OA^2} \right]^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} \quad zm0 = 883.045$$

$$\gamma0 := \operatorname{atan}\left(\frac{xm0}{zm0}\right) \quad \gamma0 = 0.1$$

Расположение захвата в начальном положении

$$\psi0 := -\gamma0 \quad \alpha0 := 0 \quad \beta0 := 0$$

Определение координат точки Е захвата в начальном положении

$$xe0 := xm0 + b \cdot (\cos(\gamma0) \cdot \sin(\psi0) + \sin(\gamma0) \cdot \cos(\gamma0) \cdot \cos(\alpha0)) \quad xe0 = 88.263$$

$$ye0 := ym0 - b \cdot \cos(\psi0) \cdot \sin(\alpha0) \quad ye0 = -6.914$$

$$ze0 := zm0 - b \cdot (\sin(\gamma0) \cdot \sin(\psi0) - \cos(\gamma0) \cdot \cos(\psi0) \cdot \cos(\alpha0)) \quad ze0 = 1.073 \times 10^3$$

Задаемся значением конечных координат захвата (координаты объекта)

$$yek := ye0$$

$$xek := 250 \quad yek = -6.914 \quad zek := 1300$$

и направляющими косинусами, ориентирующими захват в пространстве

$$\alpha33 := 1 \quad \alpha23 := 0 \quad \alpha13 := \sqrt{1 - \alpha33^2 - \alpha23^2} = 0$$

γ определяем методом последовательного приближения

$$\gamma := 0.222 \quad \text{Если } x > 0, \text{ то "+" } \gamma$$

определяем углы α и ψ захвата

$$\psi := \operatorname{asin}(\alpha13 \cdot \cos(\gamma) - \alpha33 \cdot \sin(\gamma)) \quad \underline{\alpha} := -\operatorname{asin}\left(\frac{\alpha23}{\cos(\psi)}\right)$$

$$\psi = -0.222 \quad \alpha = 0$$

Определение координат точки М в конечном положении

Given

$$x_{mk} := 0 \quad y_{mk} := 0 \quad z_{mk} := 0$$

$$x_{ek} = x_{mk} + b \cdot \alpha_{13}$$

$$y_{ek} = y_{mk} + b \cdot \alpha_{23}$$

$$z_{ek} = z_{mk} + b \cdot \alpha_{33}$$

$$F := \text{Find}(x_{mk}, y_{mk}, z_{mk})$$

$$F = \begin{pmatrix} 250 \\ -6.914 \\ 1.11 \times 10^3 \end{pmatrix}$$

$$x_{mk} := (F^{(0)})_0$$

$$y_{mk} := (F^{(0)})_1$$

$$z_{mk} := (F^{(0)})_2$$

$$x_{mk} = 250$$

$$y_{mk} = -6.914$$

$$z_{mk} = 1.11 \times 10^3$$

Методом последовательного приближения уточняем γ

$$\gamma_k := \text{atan}\left(\frac{x_{mk}}{z_{mk}}\right) \quad \gamma_k = 0.222$$

Определяем длины актуаторов в конечном положении

$$l_{1k} := \sqrt{x_{mk}^2 + (y_{mk} - OA)^2 + z_{mk}^2} \quad l_{1k} = 1.228 \times 10^3$$

$$l_{2k} := \sqrt{(x_{mk} - OB)^2 + y_{mk}^2 + z_{mk}^2} \quad l_{2k} = 1.11 \times 10^3$$

$$l_{3k} := \sqrt{(x_{mk} + OB)^2 + y_{mk}^2 + z_{mk}^2} \quad l_{3k} = 1.222 \times 10^3$$

Определение времени движения актуаторов

Максимальная скорость штока $V_{\max} := 68$

$$T_1 := \frac{|l_{1k} - l_{10}|}{V_{\max}}$$

$$T_2 := \frac{|l_{2k} - l_{20}|}{V_{\max}}$$

$$T_3 := \frac{|l_{3k} - l_{30}|}{V_{\max}}$$

$$T_1 = 3.347$$

$$T_2 = 3.09$$

$$T_3 = 4.006$$

$$T := \max(T_1, T_2, T_3)$$

$$t := 0, 0.1 \dots T$$

$$T = 4.006$$

Движение по параболе в вертикальной плоскости

Определение параметров a и c квадратного уравнения

$$x_{ek} = 250 \quad z_{e0} = 1.073 \times 10^3$$

Given

$$a := 1 \quad c := 1$$

$$a \cdot x_{ek}^2 + c \cdot x_{ek} + z_{e0} = 1200$$

$$\frac{c^2}{4 \cdot a} = 100$$

$$V := \text{Find}(a, c)$$

$$V = \begin{pmatrix} 0.01 \\ -2.005 \end{pmatrix}$$

$$a := (V^{(0)})_0$$

$$c := (V^{(0)})_1$$

$$a = 0.01$$

$$c = -2.005$$

Закон движения захвата по траектории

$$t := 0, 0.1 \dots T$$

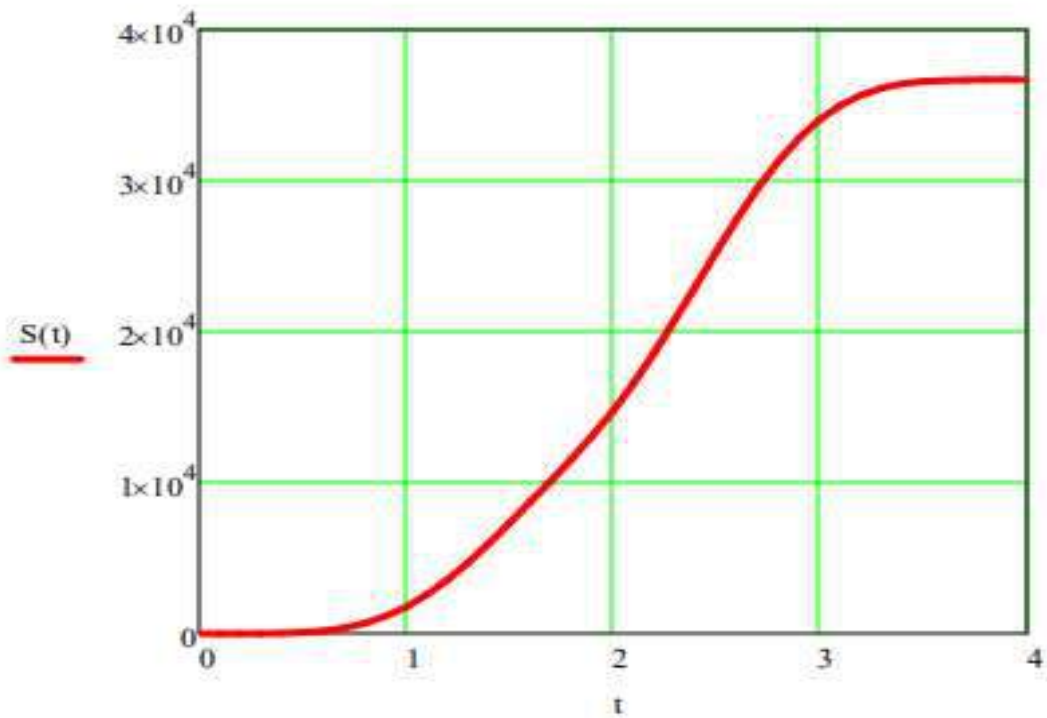
$$x_e(t) := x_{ek} \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T}\right) \right)$$

$$x_e'(t) := x_{ek} \cdot \frac{1}{T} \cdot \left(1 - \cos\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T}\right) \right)$$

$$y_e(t) := 0$$

$$z_e(t) := a \cdot x_e(t)^2 + c \cdot x_e(t) + z_{e0}$$

$$S(t) := \left[\int_0^t (x_e'(t))^2 \cdot \sqrt{1 + (2 \cdot a \cdot x_e(t) + c)^2} dt \right]$$



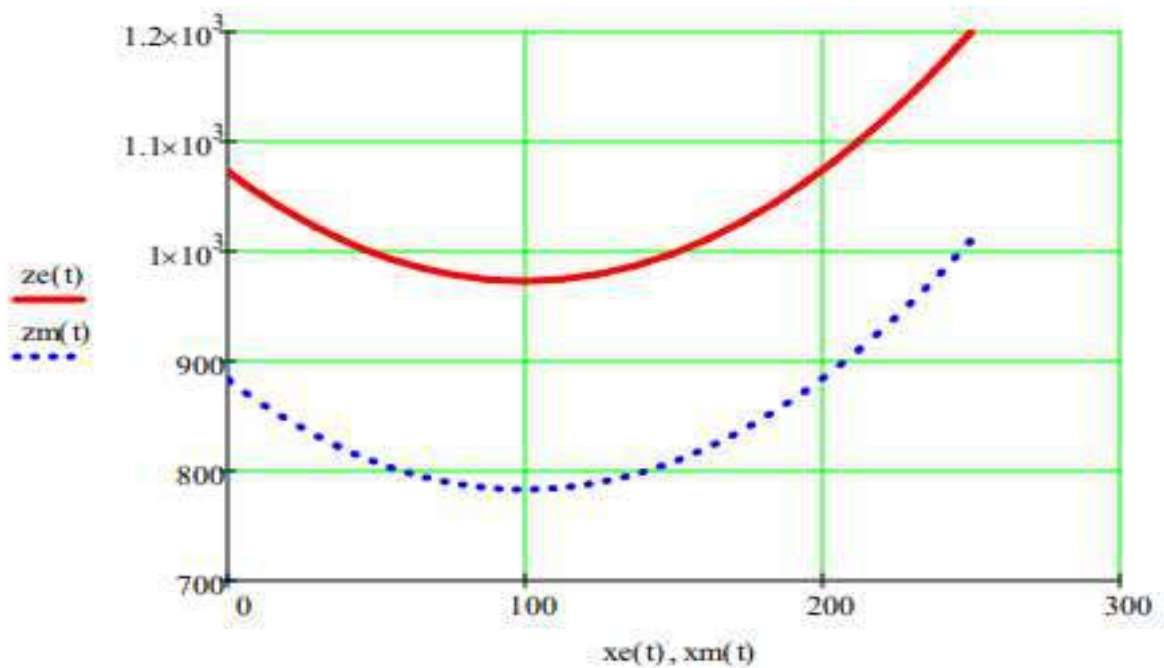
Закон движения точки М по траектории

$$x_m(t) := x_{mk} \cdot \left(\frac{t}{T} - \frac{1}{2 \cdot \pi} \cdot \sin\left(\frac{2 \cdot \pi \cdot t}{T}\right) \right)$$

$$y_m(t) := 0$$

$$z_m(t) := a \cdot x_m(t)^2 + c \cdot x_m(t) + z_{m0}$$

Траектория движения точки М и точки Е захвата



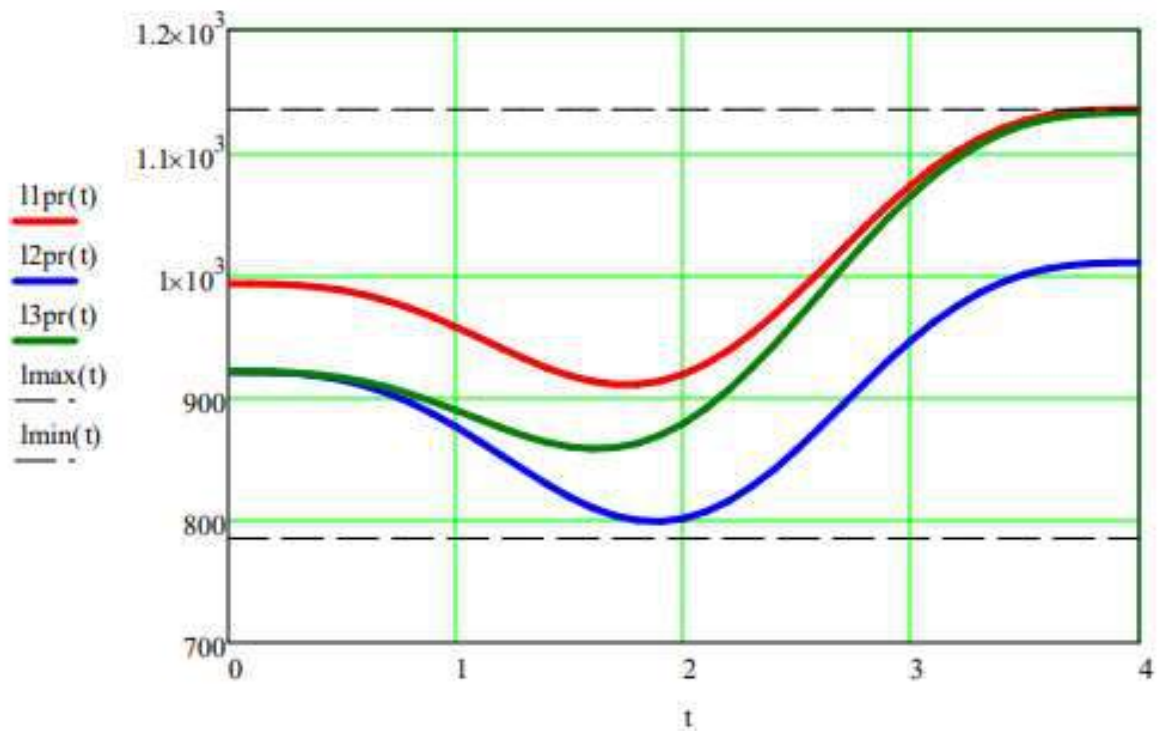
Определяется программный закон движения актуаторов

$$l1pr(t) := \sqrt{xm(t)^2 + (ym(t) - OA)^2 + zm(t)^2}$$

$$l2pr(t) := \sqrt{(xm(t) - OB)^2 + ym(t)^2 + zm(t)^2}$$

$$l3pr(t) := \sqrt{(xm(t) + OB)^2 + ym(t)^2 + zm(t)^2}$$

$$lmax(t) := 1135 \quad lmin(t) := 785$$



Определяются управляющие законы движения актуаторов

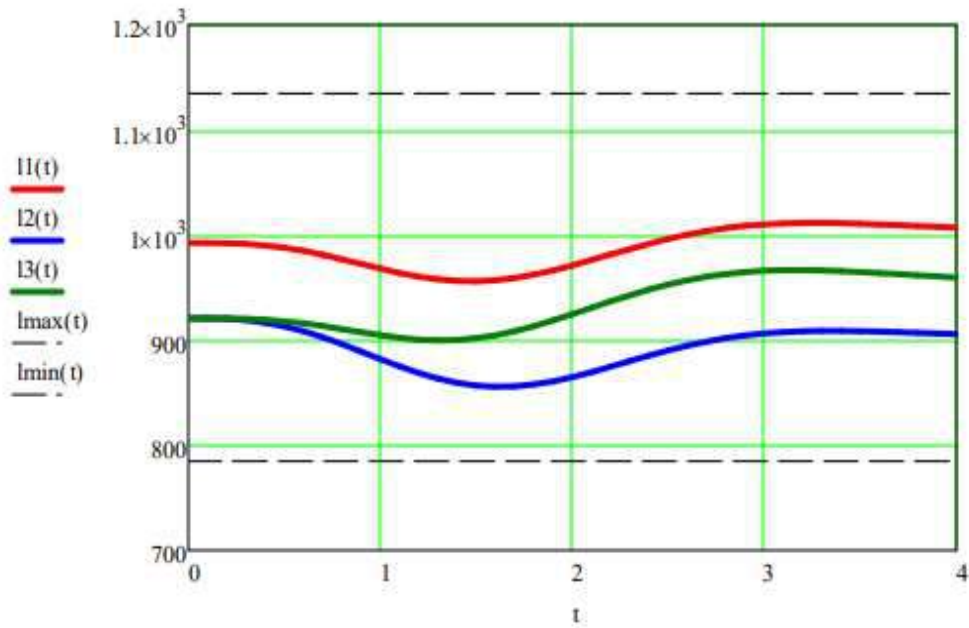
$$l1(t) := l10 - (l10 - l1pr(t)) \cdot (3 \cdot e^{-t} - 3 \cdot e^{-2 \cdot t} + e^{-3 \cdot t})$$

$$l2(t) := l20 - (l20 - l2pr(t)) \cdot (3 \cdot e^{-t} - 3 \cdot e^{-2 \cdot t} + e^{-3 \cdot t})$$

$$l3(t) := l30 - (l30 - l3pr(t)) \cdot (3 \cdot e^{-t} - 3 \cdot e^{-2 \cdot t} + e^{-3 \cdot t})$$

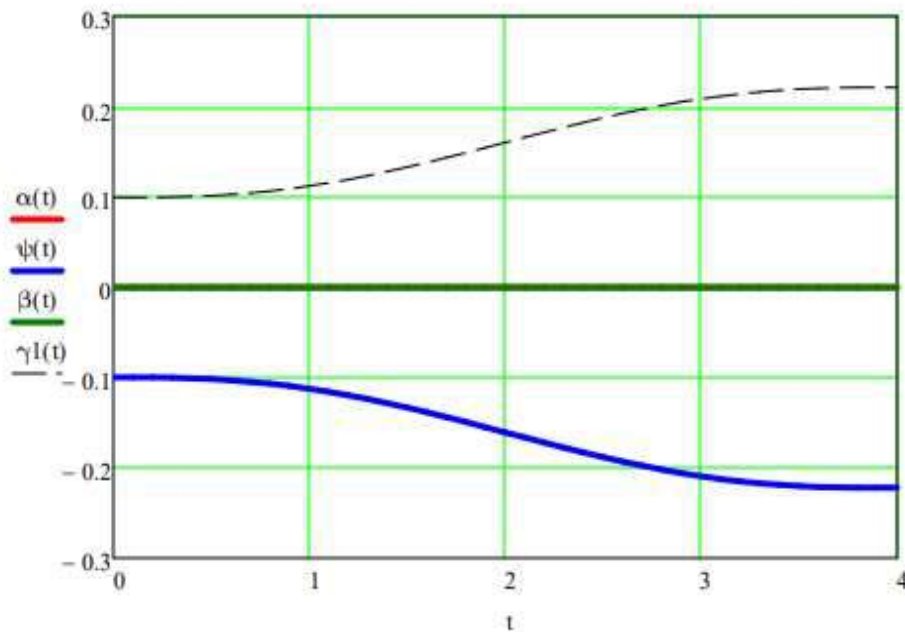
$$lmax(t) := 1135$$

$$lmin(t) := 785$$



Зависимости углов поворота захватного устройства

$$\begin{aligned} \alpha(t) &:= \alpha_0 + (\alpha - \alpha_0) \cdot \left(10 - \frac{15 \cdot t}{T} + \frac{6 \cdot t^2}{T^2} \right) \cdot \frac{t^3}{T^3} & \psi(t) &:= \psi_0 + (\psi - \psi_0) \cdot \left(10 - \frac{15 \cdot t}{T} + \frac{6 \cdot t^2}{T^2} \right) \cdot \frac{t^3}{T^3} \\ \beta(t) &:= \beta_0 + (\beta - \beta_0) \cdot \left(10 - \frac{15 \cdot t}{T} + \frac{6 \cdot t^2}{T^2} \right) \cdot \frac{t^3}{T^3} & \gamma l(t) &:= \gamma_0 + (\gamma_k - \gamma_0) \cdot \left(10 - \frac{15 \cdot t}{T} + \frac{6 \cdot t^2}{T^2} \right) \cdot \frac{t^3}{T^3} \end{aligned}$$



Зависимости углов ориентации корпусов актуаторов

$$\delta 1(t) := \operatorname{asin}\left(\frac{OB + l2(t) \cdot \sin\left(-\operatorname{asin}\left(\frac{4 \cdot OB^2 + l2(t)^2 - l3(t)^2}{4 \cdot OB \cdot l2(t)}\right)\right)}{l1(t)}\right)$$

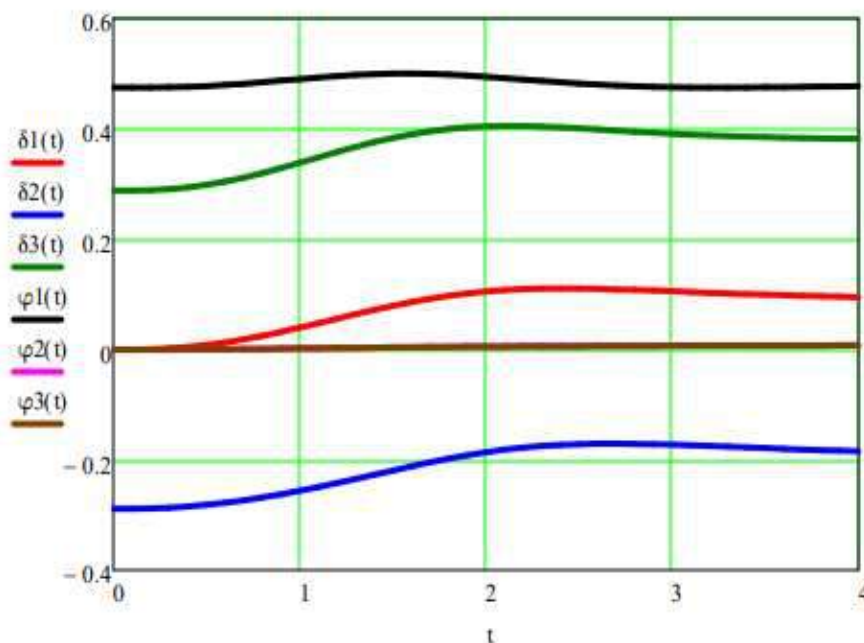
$$\delta 2(t) := -\operatorname{asin}\left(\frac{4 \cdot OB^2 + l2(t)^2 - l3(t)^2}{4 \cdot OB \cdot l2(t)}\right)$$

$$\delta 3(t) := \operatorname{asin}\left(\frac{2 \cdot OB + l2(t) \cdot \sin\left(-\operatorname{asin}\left(\frac{4 \cdot OB^2 + l2(t)^2 - l3(t)^2}{4 \cdot OB \cdot l2(t)}\right)\right)}{l3(t)}\right)$$

$$\varphi 2(t) := -\operatorname{asin}\left(\frac{OA^2 - \frac{l1(t)^2}{2} + \frac{l2(t)^2}{2} - \frac{l1(t)^2 \cdot \cos(2 \cdot \delta 1(t))}{2} + \frac{l2(t)^2 \cdot \cos(2 \cdot \delta 2(t))}{2}}{2 \cdot OA \cdot l2(t) \cdot \cos(\delta 2(t))}\right)$$

$$\varphi 1(t) := \operatorname{acos}\left(\frac{l2(t) \cdot \cos(\varphi 2(t)) \cdot \cos(\delta 2(t))}{l1(t) \cdot \cos(\delta 1(t))}\right)$$

$$\varphi 3(t) := \varphi 2(t)$$



Определение управляющих усилий актуаторов, крутящих моментов на валах сервоприводов захвата и неопределенных множителей Лагранжа

$$g := 9.810$$

$$m12 := 3$$

$$m11 := 5$$

$$m22 := 3$$

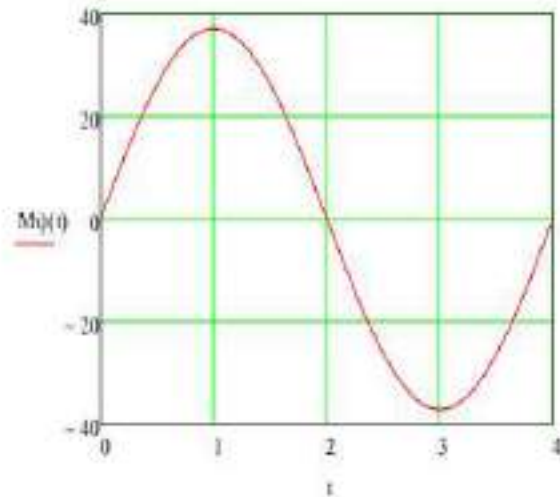
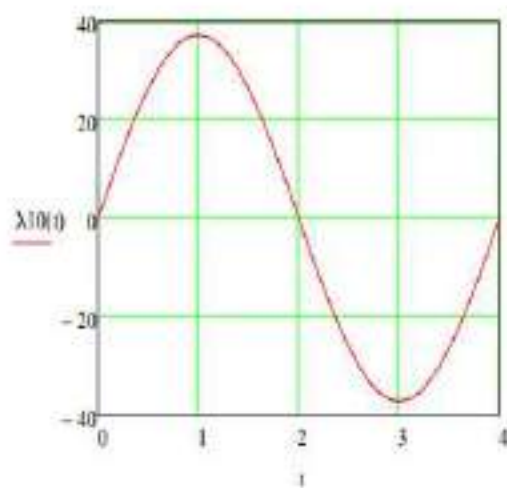
$$m21 := 5$$

$$m32 := 3$$

$$lc6 := 0.08 \quad lc7 := 0.15 \quad lcw := b \quad J4z := 0.2 \quad J5x := 0.1$$

$$m3l := 5 \quad m4 := 0.8 \quad m5 := 0.7 \quad m6 := 0.5 \quad m7 := 0.4 \quad mw := 2$$

$$\lambda l0(t) := \frac{d^2}{dt^2} \gamma l(t) - (J4z + J5x) + \frac{(m6 \cdot lc6 + m7 \cdot lc7 + mw \cdot lcw) \cdot \frac{d^2}{dt^2} xm(t)}{1000} \quad M\psi(t) := (m6 \cdot lc6 + m7 \cdot lc7 + mw \cdot lcw) \cdot \frac{d^2}{dt^2} xm(t) - 1000$$



$$t := 0$$

$$l1\_0 := l1(t) \quad l2\_0 := l2(t) \quad l3\_0 := l3(t)$$

$$l1\_0 = 992.917 \quad l2\_0 = 921.093 \quad l3\_0 = 921.093$$

$$Jk := \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 0.64^2 \quad Jr :=$$

$$Jk = 0.683 \quad Jr =$$

$$v1(t) := \frac{d}{dt} l1(t)$$

$$vv1 := v1(t)$$

$$vv1 = 2.663 \times 10^{-11}$$

$$v2(t) := \frac{d}{dt} l2(t)$$

$$vv2 := v2(t)$$

$$vv2 = 4.317 \times 10^{-11}$$

$$v3(t) := \frac{d}{dt} l3(t)$$

$$vv3 := v3(t)$$

$$vv3 = 1.993 \times 10^{-11}$$

$$xm\_0 := xm(t) \quad ym$$

$$xm\_0 = 0 \quad ym$$

$$v xm(t) := \frac{d}{dt} xm(t) \quad vy$$

$$vv xm := v xm(t) \quad vv$$

$$vv xm = 2.397 \times 10^{-14} \quad vv$$

$$a1(t) := \frac{d^2}{dt^2} l1(t)$$

$$aa1 := a1(t)$$

$$aa1 = -6.049 \times 10^{-11}$$

$$a2(t) := \frac{d^2}{dt^2} l2(t)$$

$$aa2 := a2(t)$$

$$aa2 = -5.555 \times 10^{-11}$$

$$a3(t) := \frac{d^2}{dt^2} l3(t)$$

$$aa3 := a3(t)$$

$$aa3 = -4.125 \times 10^{-9}$$

$$a xm(t) := \frac{d^2}{dt^2} xm(t) \quad ay$$

$$aa xm := a xm(t) \quad aa'$$

$$aa xm = 0 \quad aa'$$

$\delta1\_0 := \delta1(t)$	$\delta2\_0 := \delta2(t)$	$\delta3\_0 := \delta3(t)$	$\varphi1\_0 := \varphi1(t)$	φ
$\delta1\_0 = 0$	$\delta2\_0 = -0.288$	$\delta3\_0 = 0.268$	$\varphi1\_0 = 0.475$	φ
$v\delta1(t) := \frac{d}{dt}\delta1(t)$	$v\delta2(t) := \frac{d}{dt}\delta2(t)$	$v\delta3(t) := \frac{d}{dt}\delta3(t)$	$v\varphi1(t) := \frac{d}{dt}\varphi1(t)$	v
$vv\delta1 := v\delta1(t)$	$vv\delta2 := v\delta2(t)$	$vv\delta3 := v\delta3(t)$	$vv\varphi1 := v\varphi1(t)$	vv
$vv\delta1 = 1.123 \times 10^{-14}$	$vv\delta2 = 1.187 \times 10^{-13}$	$vv\delta3 = -1.575 \times 10^{-13}$	$vv\varphi1 = -3.045 \times 10^{-14}$	vv
$a\delta1(t) := \frac{d^2}{dt^2}\delta1(t)$	$a\delta2(t) := \frac{d^2}{dt^2}\delta2(t)$	$a\delta3(t) := \frac{d^2}{dt^2}\delta3(t)$	$a\varphi1(t) := \frac{d^2}{dt^2}\varphi1(t)$	$a\varphi$
$aa\delta1 := a\delta1(t)$	$aa\delta2 := a\delta2(t)$	$aa\delta3 := a\delta3(t)$	$aa\varphi1 := a\varphi1(t)$	aa
$aa\delta1 = -4.62 \times 10^{-14}$	$aa\delta2 = 4.639 \times 10^{-14}$	$aa\delta3 = 1.214 \times 10^{-13}$	$aa\varphi1 = 0$	aa
$F1 := 0$	$F2 := 0$	$F3 := 0$	$M\varphi := 0$	$\lambda1 := 0$
$\lambda2 := 0$	$\lambda3 := 0$	$\lambda4 := 0$	$\lambda5 := 0$	$\lambda6 := 0$

Решение дифференциальных уравнений, описывающих динамику манипулятора

Given

1. $\left(aa\delta1 + vv\varphi1^2 \cdot \cos(\delta1\_0) \cdot \sin(\delta1\_0) \right) \cdot \left[Jk + Jr + m12 \cdot \left(l1\_0 - \frac{1}{2} \cdot l10 \right)^2 \right] + 2 \cdot m12 \cdot vv1 \cdot vv\delta1 \cdot \left(l1\_0 - \frac{1}{2} \cdot l10 \right) + \left[m12 \cdot \left(l1\_0 - \frac{1}{2} \cdot l10 \right) + \frac{1}{2} \cdot e \right]$
2. $\left(aa\delta2 + vv\varphi2^2 \cdot \cos(\delta2\_0) \cdot \sin(\delta2\_0) \right) \cdot \left[Jk + Jr + m22 \cdot \left(l2\_0 - \frac{1}{2} \cdot l20 \right)^2 \right] + 2 \cdot m22 \cdot vv2 \cdot vv\delta2 \cdot \left(l2\_0 - \frac{1}{2} \cdot l20 \right) + \left[m22 \cdot \left(l2\_0 - \frac{1}{2} \cdot l20 \right) + \frac{1}{2} \cdot e \right]$
3. $\left(aa\delta3 + vv\varphi3^2 \cdot \cos(\delta3\_0) \cdot \sin(\delta3\_0) \right) \cdot \left[Jk + Jr + m32 \cdot \left(l3\_0 - \frac{1}{2} \cdot l30 \right)^2 \right] + 2 \cdot m32 \cdot vv3 \cdot vv\delta3 \cdot \left(l3\_0 - \frac{1}{2} \cdot l30 \right) + \left[m32 \cdot \left(l3\_0 - \frac{1}{2} \cdot l30 \right) + \frac{1}{2} \cdot e \right]$
4. $\left(aa\varphi1 \cdot \cos(\delta1\_0)^2 - 2 \cdot vv\varphi1 \cdot vv\delta1 \cdot \cos(\delta1\_0) \cdot \sin(\delta1\_0) \right) \cdot \left[Jk + Jr + m12 \cdot \left(l1\_0 - \frac{1}{2} \cdot l10 \right)^2 \right] + 2 \cdot m12 \cdot vv1 \cdot vv\varphi1 \cdot \cos(\delta1\_0)^2 \cdot \left(l1\_0 - \frac{1}{2} \cdot l10 \right)$
5. $\left(aa\varphi2 \cdot \cos(\delta2\_0)^2 - 2 \cdot vv\varphi2 \cdot vv\delta2 \cdot \cos(\delta2\_0) \cdot \sin(\delta2\_0) \right) \cdot \left[Jk + Jr + m22 \cdot \left(l2\_0 - \frac{1}{2} \cdot l20 \right)^2 \right] + 2 \cdot m22 \cdot vv2 \cdot vv\varphi2 \cdot \cos(\delta2\_0)^2 \cdot \left(l2\_0 - \frac{1}{2} \cdot l20 \right)$
6. $\left(aa\varphi3 \cdot \cos(\delta3\_0)^2 - 2 \cdot vv\varphi3 \cdot vv\delta3 \cdot \cos(\delta3\_0) \cdot \sin(\delta3\_0) \right) \cdot \left[Jk + Jr + m32 \cdot \left(l3\_0 - \frac{1}{2} \cdot l30 \right)^2 \right] + 2 \cdot m32 \cdot vv3 \cdot vv\varphi3 \cdot \cos(\delta3\_0)^2 \cdot \left(l3\_0 - \frac{1}{2} \cdot l30 \right)$
7. $M\Sigma\_maxim = \lambda7 \cdot \frac{xm\_0}{l1\_0} + \lambda8 \cdot \frac{(xm\_0 - OB)}{l2\_0} + \lambda9 \cdot \frac{(xm\_0 + OB)}{l3\_0} - \lambda10 \cdot 0 \cdot \frac{zm\_0}{xm\_0^2 + zm\_0^2}$
8. $0 = \lambda7 \cdot \frac{ym\_0 - OA}{l1\_0} + \lambda8 \cdot \frac{ym\_0}{l2\_0} + \lambda9 \cdot \frac{ym\_0}{l3\_0}$

$$9. \quad M\Sigma_{aszm} - M\Sigma_g = \lambda 7 \frac{zm\_0}{l1\_0} + \lambda 8 \frac{zm\_0}{l2\_0} + \lambda 9 \frac{zm\_0}{l3\_0} + \lambda 10\_0 \frac{xm\_0}{xm\_0^2 + zm\_0^2}$$

$$10. \quad (I_{4z} + I_{5x})\ddot{\gamma} + (m_s I_{cs} + m_r I_{cr} + m_w I_{cw})\ddot{x}_M = \lambda_{10}$$

$$11. \quad -(I_{4z} + I_{5x})\ddot{\gamma} = T_g$$

$$12. \quad 0=0$$

$$13. \quad 0=0$$

$$14. \quad m12 \cdot a11 + \frac{1}{2} \left[m12 \cdot (vv\varphi 1^2 \cdot \cos(\delta 1\_0)^2 + vv\delta 1^2) \cdot (110 - 2 \cdot l1\_0) \right] - g \cdot m12 \cdot \cos(\varphi 1\_0) \cdot \cos(\delta 1\_0) - F1 = \lambda 3 \cdot \cos(\varphi 1\_0) \cdot \cos(\delta 1\_0) + \lambda 5 \cdot \sin(\delta 1\_0) \cdot \sin(\varphi 1\_0)$$

$$15. \quad m22 \cdot a11 + \frac{1}{2} \left[m22 \cdot (vv\varphi 2^2 \cdot \cos(\delta 2\_0)^2 + vv\delta 2^2) \cdot (120 - 2 \cdot l2\_0) \right] - g \cdot m22 \cdot \cos(\varphi 2\_0) \cdot \cos(\delta 2\_0) - F2 = -\lambda 2 \cdot \cos(\delta 2\_0) - \lambda 3 \cdot \cos(\varphi 2\_0) + \lambda 5 \cdot \sin(\delta 2\_0) \cdot \sin(\varphi 2\_0)$$

$$16. \quad m32 \cdot a11 + \frac{1}{2} \left[m32 \cdot (vv\varphi 3^2 \cdot \cos(\delta 3\_0)^2 + vv\delta 3^2) \cdot (130 - 2 \cdot l3\_0) \right] - g \cdot m32 \cdot \cos(\varphi 3\_0) \cdot \cos(\delta 3\_0) - F3 = \lambda 2 \cdot \cos(\delta 3\_0) + \lambda 4 \cdot \sin(\delta 3\_0) - \lambda 5 \cdot \sin(\varphi 3\_0) \cdot \sin(\delta 3\_0)$$

$$AA(l1\_0, l2\_0, l3\_0, \delta 1\_0, \delta 2\_0, \delta 3\_0, \varphi 1\_0, \varphi 2\_0, \varphi 3\_0, xm\_0, ym\_0, zm\_0, \gamma 1\_0, \alpha\_0) := \text{Find}(F1, F2, F3, M\psi, \lambda 1, \lambda 2, \lambda 3, \lambda 4, \lambda 5, \lambda 6, \lambda 7,$$

$$AA(l1\_0, l2\_0, l3\_0, \delta 1\_0, \delta 2\_0, \delta 3\_0, \varphi 1\_0, \varphi 2\_0, \varphi 3\_0, xm\_0, ym\_0, zm\_0, \gamma 1\_0, \alpha\_0) = \begin{pmatrix} 8.787 \\ -74.799 \\ -74.288 \\ 0 \\ 2.535 \times 10^{-12} \\ 19.389 \\ -39.31 \\ 17.487 \\ -3.391 \times 10^{-11} \\ 8.557 \times 10^{-15} \\ 0 \\ -22.512 \\ -22.512 \end{pmatrix}$$

$$I := 0 \quad \text{ORIGIN} := 1 \quad T = 4.006$$

= for $i \in 1..T \cdot 10 + 1$

```

l1_0 ← l1(t)
λ10_0 ← λ10(t)
l2_0 ← l2(t)
l3_0 ← l3(t)
δ1_0 ← δ1(t)
δ2_0 ← δ2(t)
δ3_0 ← δ3(t)
φ1_0 ← φ1(t)
φ2_0 ← φ2(t)
φ3_0 ← φ3(t)
xm_0 ← xm(t)
ym_0 ← ym(t)
zm_0 ← zm(t)

vvxm ←  $\frac{d}{dt}xm(t)$ 
vvym ←  $\frac{d}{dt}ym(t)$ 
vvzm ←  $\frac{d}{dt}zm(t)$ 

aaxm ←  $\frac{d^2}{dt^2}xm(t)$ 
aaym ←  $\frac{d^2}{dt^2}ym(t)$ 
aazm ←  $\frac{d^2}{dt^2}zm(t)$ 

γ1_0 ← γ1(t)
α_0 ← α(t)
vv1 ← v1(t)
vv2 ← v2(t)
vv3 ← v3(t)
aa1 ← a1(t)
aa2 ← a2(t)
aa3 ← a3(t)

vvδ1 ←  $\frac{d}{dt}\delta1(t)$ 

```


$$vv\delta 2 \leftarrow \frac{d}{dt}\delta 2(t)$$

$$vv\delta 3 \leftarrow \frac{d}{dt}\delta 3(t)$$

$$aa\delta 1 \leftarrow \frac{d^2}{dt^2}\delta 1(t)$$

$$aa\delta 2 \leftarrow \frac{d^2}{dt^2}\delta 2(t)$$

$$aa\delta 3 \leftarrow \frac{d^2}{dt^2}\delta 3(t)$$

$$vv\varphi 1 \leftarrow \frac{d}{dt}\varphi 1(t)$$

$$vv\varphi 2 \leftarrow \frac{d}{dt}\varphi 2(t)$$

$$vv\varphi 3 \leftarrow \frac{d}{dt}\varphi 3(t)$$

$$aa\varphi 1 \leftarrow \frac{d^2}{dt^2}\varphi 1(t)$$

$$aa\varphi 2 \leftarrow \frac{d^2}{dt^2}\varphi 2(t)$$

$$aa\varphi 3 \leftarrow \frac{d^2}{dt^2}\varphi 3(t)$$

$$vv\gamma 1 \leftarrow \frac{d}{dt}\gamma 1(t)$$

$$aa\gamma 1 \leftarrow \frac{d^2}{dt^2}\gamma 1(t)$$

$$CCC \leftarrow AA(l1\_0, l2\_0, l3\_0, \delta 1\_0, \delta 2\_0, \delta 3\_0, \varphi 1\_0, \varphi 2\_0, \varphi 3\_0, xm\_0, ym\_0, zm\_0, \gamma 1\_0, \alpha\_0)$$

$$F1_i \leftarrow \left[\left(CCC^{(1)} \right)_1 \right]$$

$$F2_i \leftarrow \left[\left(CCC^{(1)} \right)_2 \right]$$

$$F3_i \leftarrow \left[\left(CCC^{(1)} \right)_3 \right]$$

$$\lambda 1_i \leftarrow \left[\left(CCC^{(1)} \right)_5 \right]$$

$$\Gamma / \quad \langle i \rangle \backslash \Gamma$$

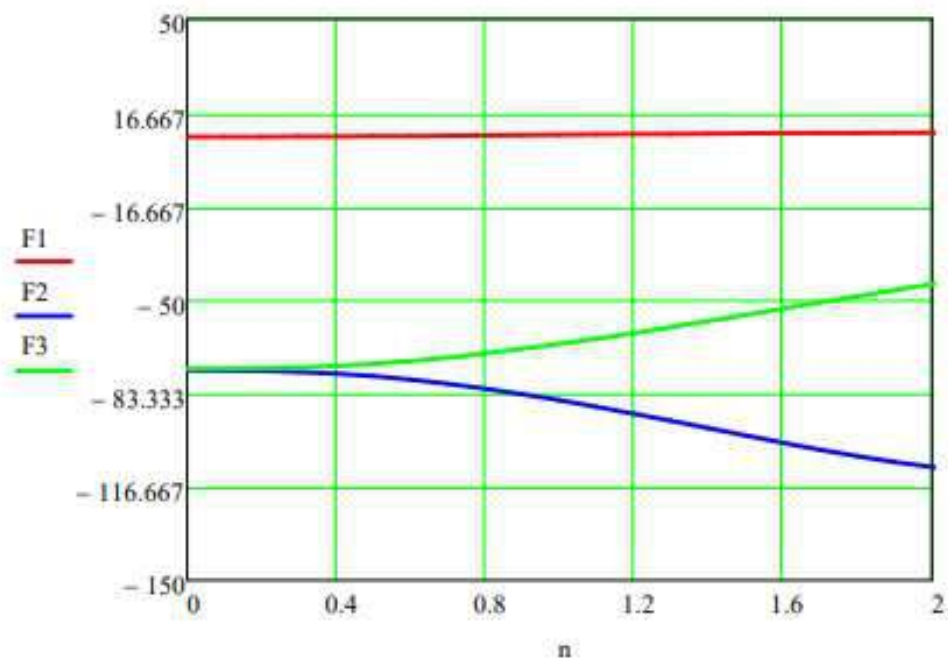
```

λ2i ← [(ccc(1))6]
λ3i ← [(ccc(1))7]
λ4i ← [(ccc(1))8]
λ5i ← [(ccc(1))9]
λ6i ← [(ccc(1))10]
λ7i ← [(ccc(1))11]
λ8i ← [(ccc(1))12]
λ9i ← [(ccc(1))13]
ni ← t
t ← t + 0.1
(F1 F2 F3 Mψ λ1 λ2 λ3 λ4 λ5 λ6 λ7 λ8 λ9 n)

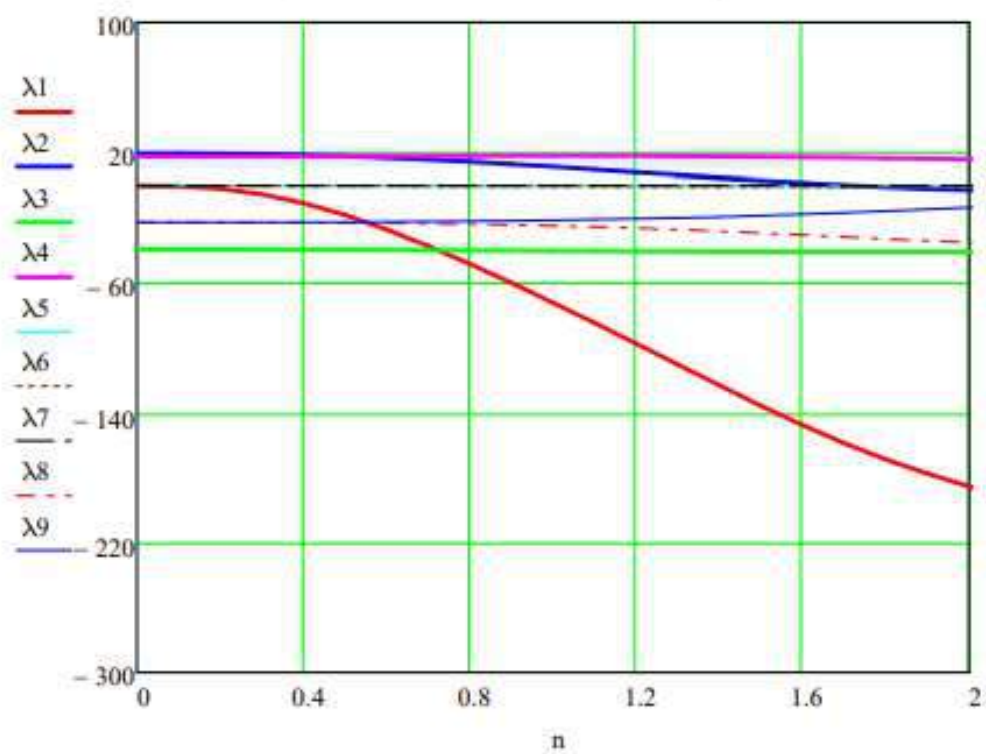
```

$$\begin{aligned}
\underline{F1} &:= (\underline{mmm}^{(1)})_1 & \underline{F2} &:= (\underline{mmm}^{(2)})_1 & \underline{F3} &:= (\underline{mmm}^{(3)})_1 \\
\underline{\lambda1} &:= (\underline{mmm}^{(5)})_1 & \underline{\lambda2} &:= (\underline{mmm}^{(6)})_1 & \underline{\lambda3} &:= (\underline{mmm}^{(7)})_1 & \underline{\lambda4} &:= (\underline{mmm}^{(8)})_1 \\
\underline{\lambda5} &:= (\underline{mmm}^{(9)})_1 & \underline{\lambda6} &:= (\underline{mmm}^{(10)})_1 & \underline{\lambda7} &:= (\underline{mmm}^{(11)})_1 & \underline{\lambda8} &:= (\underline{mmm}^{(12)})_1 \\
\underline{\lambda9} &:= (\underline{mmm}^{(13)})_1 & \underline{n} &:= (\underline{mmm}^{(14)})_1
\end{aligned}$$

Управляющие усилия актуаторов



Неопределенные множители Лагранжа



$$\frac{d}{d\varphi_2}(f4) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{d\varphi_2}(f5) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{d\varphi_2}(f6) \rightarrow -12 \cdot \cos(\varphi_2) \cdot \cos(\delta_2)$$

$$\frac{d}{d\varphi_2}(f7) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{d\varphi_2}(f8) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{d\varphi_2}(f9) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{d\varphi_2}(f10) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{d\varphi_3}(f4) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{d\varphi_3}(f5) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{d\varphi_3}(f6) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{d\varphi_3}(f7) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{d\varphi_3}(f8) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{d\varphi_3}(f9) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{d\varphi_3}(f10) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{dxm}(f4) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{dxm}(f5) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{dxm}(f6) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{dxm}(f7) \rightarrow \frac{xm}{\sqrt{xm^2 + zm^2 + (OA - ym)^2}}$$

$$\frac{d}{dxm}(f8) \rightarrow \frac{2 \cdot OB - 2 \cdot xm}{2 \cdot \sqrt{ym^2 + zm^2 + (OB - xm)^2}}$$

$$\frac{d}{dxm}(f9) \rightarrow \frac{2 \cdot OB + 2 \cdot xm}{2 \cdot \sqrt{(OB + xm)^2 + ym^2 + zm^2}}$$

$$\frac{d}{dxm}(f10) \rightarrow \frac{1}{xm \left(\frac{xm^2}{zm^2} + 1 \right)}$$

$$\frac{d}{dym}(f4) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{dym}(f5) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{dym}(f6) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{dym}(f7) \rightarrow -\frac{1}{2 \cdot \sqrt{xm}}$$

$$\frac{d}{dym}(f8) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{ym^2}}$$

$$\frac{d}{dym}(f9) \rightarrow \frac{1}{\sqrt{(OB - xm)^2}}$$

$$\frac{d}{dym}(f10) \rightarrow 0$$

$$= \frac{1}{3} \cdot 5 \cdot 0.785^2$$

$$1.027$$

$$M\Sigma := m4 + m5 + m6 + m7 + mw$$

$$M\Sigma = 4.4$$

$$a\_0 := ym(t)$$

$$a\_0 = 0$$

$$m(t) := \frac{d}{dt}ym(t)$$

$$ym := vym(t)$$

$$ym = 0$$

$$m(t) := \frac{d^2}{dt^2}ym(t)$$

$$ym := aym(t)$$

$$ym = 0$$

$$zm\_0 := zm(t)$$

$$zm\_0 = 883.045$$

$$vzm(t) := \frac{d}{dt}zm(t)$$

$$vvzm := vzm(t)$$

$$vvzm = -6.51 \times 10^{-12}$$

$$azm(t) := \frac{d^2}{dt^2}zm(t)$$

$$aazm := azm(t)$$

$$aazm = 0$$

$$\gamma l\_0 := \gamma l(t)$$

$$\gamma l\_0 = 0.1$$

$$v\gamma l(t) := \frac{d}{dt}\gamma l(t)$$

$$vv\gamma l := v\gamma l(t)$$

$$vv\gamma l = -1.116 \times 10^{-15}$$

$$a\gamma l(t) := \frac{d^2}{dt^2}\gamma l(t)$$

$$aa\gamma l := a\gamma l(t)$$

$$aa\gamma l = 7.884 \times 10^{-13}$$

$$\alpha\_0 := \alpha(t)$$

$$\alpha\_0 = 0$$

$$v\alpha(t) := \frac{d}{dt}\alpha(t)$$

$$vv\alpha := v\alpha(t)$$

$$vv\alpha = 0$$

$$a\alpha(t) := \frac{d^2}{dt^2}\alpha(t)$$

$$aa\alpha := a\alpha(t)$$

$$aa\alpha = 0$$

$$\begin{array}{lll}
\rho2\_0 := \varphi2(t) & \varphi3\_0 := \varphi3(t) & \lambda10\_0 := \lambda10(t) \\
\rho2\_0 = 0 & \varphi3\_0 = 0 & \lambda10\_0 = 2.365 \times 10^{-13} \\
v\varphi2(t) := \frac{d}{dt}\varphi2(t) & v\varphi3(t) := \frac{d}{dt}\varphi3(t) & \\
v\varphi2 := v\varphi2(t) & vv\varphi3 := v\varphi3(t) & \\
v\varphi2 = 0 & vv\varphi3 = 0 & \\
a2(t) := \frac{d^2}{dt^2}\varphi2(t) & a\varphi3(t) := \frac{d^2}{dt^2}\varphi3(t) & \\
\varphi2 := a\varphi2(t) & a\varphi3 := a\varphi3(t) & \\
\varphi2 = 0 & a\varphi3 = 0 &
\end{array}$$

$$:= 0 \quad \lambda7 := 0 \quad \lambda8 := 0 \quad \lambda9 := 0$$

$$\begin{aligned}
n11 \cdot i10 & \left[g(\cos(\varphi1\_0) \cdot \sin(\delta1\_0)) = -\lambda3 \cdot i1\_0 \cos(\varphi1\_0) \cdot \sin(\delta1\_0) + \lambda5 \cdot i1\_0 \cos(\delta1\_0) - \lambda6 \cdot i1\_0 \sin(\varphi1\_0) \cdot \sin(\delta1\_0) \right. \\
n21 \cdot i20 & \left[g(\cos(\varphi2\_0) \cdot \sin(\delta2\_0)) = \lambda2 \cdot i2\_0 \sin(\delta2\_0) + \lambda3 \cdot i2\_0 \cos(\varphi2\_0) \cdot \sin(\delta2\_0) - \lambda4 \cdot i2\_0 \cos(\delta2\_0) - \lambda5 \cdot i2\_0 \cos(\delta2\_0) + \lambda6 \cdot i2\_0 \sin(\right. \\
n31 \cdot i30 & \left[g(\cos(\varphi3\_0) \cdot \sin(\delta3\_0)) = -\lambda2 \cdot i3\_0 \sin(\delta3\_0) + \lambda4 \cdot i3\_0 \cos(\delta3\_0) \right. \\
& + \left[m12 \cdot \left(i1\_0 - \frac{1}{2} \cdot i10 \right) + \frac{1}{2} \cdot m11 \cdot i10 \right] \cdot g(\cos(\delta1\_0) \cdot \sin(\varphi1\_0)) = -\lambda3 \cdot i1\_0 \cos(\delta1\_0) \cdot \sin(\varphi1\_0) + \lambda6 \cdot i1\_0 \cos(\varphi1\_0) \cdot \cos(\delta1\_0) \\
& + \left[m22 \cdot \left(i2\_0 - \frac{1}{2} \cdot i20 \right) + \frac{1}{2} \cdot m21 \cdot i20 \right] \cdot g(\cos(\delta2\_0) \cdot \sin(\varphi2\_0)) = \lambda1 + \lambda3 \cdot i2\_0 \cos(\delta2\_0) \cdot \sin(\varphi2\_0) - \lambda6 \cdot i2\_0 \cos(\varphi2\_0) \cdot \cos(\delta2\_0) \\
& + \left[m32 \cdot \left(i3\_0 - \frac{1}{2} \cdot i30 \right) + \frac{1}{2} \cdot m31 \cdot i30 \right] \cdot g(\cos(\delta3\_0) \cdot \sin(\varphi3\_0)) = -\lambda1
\end{aligned}$$

$\varphi2\_0 := \varphi2(t)$	$\varphi3\_0 := \varphi3(t)$	$\lambda10\_0 := \lambda10(t)$
$\rho2\_0 = 0$	$\varphi3\_0 = 0$	$\lambda10\_0 = 2.365 \times 10^{-13}$
$v\varphi2(t) := \frac{d}{dt}\varphi2(t)$	$v\varphi3(t) := \frac{d}{dt}\varphi3(t)$	
$\varphi2 := v\varphi2(t)$	$vv\varphi3 := v\varphi3(t)$	
$\varphi2 = 0$	$vv\varphi3 = 0$	
$a2(t) := \frac{d^2}{dt^2}\varphi2(t)$	$a\varphi3(t) := \frac{d^2}{dt^2}\varphi3(t)$	
$\varphi2 := a\varphi2(t)$	$aa\varphi3 := a\varphi3(t)$	
$\varphi2 = 0$	$aa\varphi3 = 0$	

$\lambda7 = 0$	$\lambda7 = 0$	$\lambda8 = 0$	$\lambda9 = 0$

$$\begin{aligned}
& n11 \cdot i10 \left[g(\cos(\varphi1\_0) \cdot \sin(\delta1\_0)) = -\lambda3 \cdot i1\_0 \cos(\varphi1\_0) \sin(\delta1\_0) + \lambda5 \cdot i1\_0 \cos(\delta1\_0) - \lambda6 \cdot i1\_0 \sin(\varphi1\_0) \sin(\delta1\_0) \right. \\
& n21 \cdot i20 \left[g(\cos(\varphi2\_0) \cdot \sin(\delta2\_0)) = \lambda2 \cdot i2\_0 \sin(\delta2\_0) + \lambda3 \cdot i2\_0 \cos(\varphi2\_0) \sin(\delta2\_0) - \lambda4 \cdot i2\_0 \cos(\delta2\_0) - \lambda5 \cdot i2\_0 \cos(\delta2\_0) + \lambda6 \cdot i2\_0 \sin(\right. \\
& n31 \cdot i30 \left[g(\cos(\varphi3\_0) \cdot \sin(\delta3\_0)) = -\lambda2 \cdot i3\_0 \sin(\delta3\_0) + \lambda4 \cdot i3\_0 \cos(\delta3\_0) \right. \\
& + \left[m12 \cdot \left(i1\_0 - \frac{1}{2} \cdot i10 \right) + \frac{1}{2} \cdot m11 \cdot i10 \right] g(\cos(\delta1\_0) \cdot \sin(\varphi1\_0)) = -\lambda3 \cdot i1\_0 \cos(\delta1\_0) \sin(\varphi1\_0) + \lambda6 \cdot i1\_0 \cos(\varphi1\_0) \cos(\delta1\_0) \\
& + \left[m22 \cdot \left(i2\_0 - \frac{1}{2} \cdot i20 \right) + \frac{1}{2} \cdot m21 \cdot i20 \right] g(\cos(\delta2\_0) \cdot \sin(\varphi2\_0)) = \lambda1 + \lambda3 \cdot i2\_0 \cos(\delta2\_0) \sin(\varphi2\_0) - \lambda6 \cdot i2\_0 \cos(\varphi2\_0) \cos(\delta2\_0) \\
& + \left[m32 \cdot \left(i3\_0 - \frac{1}{2} \cdot i30 \right) + \frac{1}{2} \cdot m31 \cdot i30 \right] g(\cos(\delta3\_0) \cdot \sin(\varphi3\_0)) = -\lambda1
\end{aligned}$$

$$\frac{d}{d\beta}(f_4) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{dl_1}(f_4) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{dl_2}(f_4) \rightarrow -\sin(\delta_2)$$

$$\frac{d}{dl_3}(f_4) \rightarrow \sin(\delta_3)$$

$$\frac{d}{d\beta}(f_5) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{dl_1}(f_5) \rightarrow \sin(\delta_1)$$

$$\frac{d}{dl_2}(f_5) \rightarrow -\sin(\delta_2)$$

$$\frac{d}{dl_3}(f_5) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{d\beta}(f_6) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{dl_1}(f_6) \rightarrow \cos(\delta_1) \cdot \sin(\varphi_1)$$

$$\frac{d}{dl_2}(f_6) \rightarrow -\cos(\delta_2) \cdot \sin(\varphi_2)$$

$$\frac{d}{dl_3}(f_6) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{d\beta}(f_7) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{dl_1}(f_7) \rightarrow -1$$

$$\frac{d}{dl_2}(f_7) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{dl_3}(f_7) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{d\beta}(f_8) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{dl_1}(f_8) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{dl_2}(f_8) \rightarrow -1$$

$$\frac{d}{dl_3}(f_8) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{d\beta}(f_9) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{dl_1}(f_9) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{dl_2}(f_9) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{dl_3}(f_9) \rightarrow -1$$

$$\frac{d}{d\beta}(f_{10}) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{dl_1}(f_{10}) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{dl_2}(f_{10}) \rightarrow 0$$

$$\frac{d}{dl_3}(f_{10}) \rightarrow 0$$

2.4 Кинематический синтез программных перемещений исполнительных приводов методом интерполяции конечным набором сплайнов третьего и четвертого порядков

$$x_b := 355$$

$$z_a := 750 \quad OA1 := 750$$

$$y_0 := 755$$

$$x_c := -355$$

$$y_b := y_0 \quad y_c := y_0 \quad z_d := -40 \quad O1A := z_a \quad OO1 := z_d \quad OA := OA1$$

$$OK := y_0$$

$$\phi := 0.323 \quad \phi_0 := \phi$$

1 Вариант ввода исходных данных: задаем начальные координаты M_0 и определяем длины

$$x_{m0} := 500$$

$$y_{m0} := 1000$$

$$z_{m0} := 1000$$

$$l_1 := \sqrt{x_{m0}^2 + (y_{m0} + OA1 \cdot \sin(\phi))^2 + (z_{m0} - OA1 \cdot \cos(\phi))^2} \quad l_1 = 1366.085$$

$$l_2 := \sqrt{(x_{m0} - x_b)^2 + (y_{m0})^2 + z_{m0}^2} \quad l_2 = 1421.628$$

$$l_3 := \sqrt{(x_{m0} + x_b)^2 + (y_{m0})^2 + z_{m0}^2} \quad l_3 = 1652.581$$

$$l_4 := \sqrt{\left(z_a \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right) - OO1\right)^2 + \left(y_b - z_a \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right)\right)^2} \quad l_4 = 911.895$$

2 Вариант ввода исходных данных: задаем длины и определяем начальные координаты M_0

$$l_1 := 1366.085 \quad l_2 := 1421.628 \quad l_3 := 1652.581$$

$$l_1 = 1366.085 \quad l_2 = 1421.628 \quad l_3 = 1652.581$$

$$A := -l_1^2 + 0.5l_2^2 + 0.5 \cdot l_3^2$$

$$x_{m0} := \frac{l_3^2 - l_2^2}{4x_b}$$

$$x_{m0} = 499.998$$

$$y_{m0} := \left[l_1^2 - \frac{(l_3^2 - l_2^2)^2}{16 \cdot x b^2} - \left[\frac{(A - x b^2 - z a^2)^2}{4 \cdot z a^2} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \cos(\phi) - \left(\frac{A - x b^2 + z a^2}{2 \cdot z a} \right) \cdot \sin(\phi) \right] y_{m0} = 1000.001$$

$$z_{m0} := \left[l_1^2 - \frac{(l_3^2 - l_2^2)^2}{16 \cdot x b^2} - \left[\frac{(A - x b^2 - z a^2)^2}{4 \cdot z a^2} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \sin(\phi) + \left(\frac{A - x b^2 + z a^2}{2 \cdot z a} \right) \cdot \cos(\phi) \right] z_{m0} = 1000$$

Определяем параметр γ_0 манипулятора

$$\gamma_0 := \operatorname{atan}\left(\frac{-x_{m0}}{y_{m0} + O A_1 \cdot \sin(\phi)}\right) \quad \gamma_0 = -0.384$$

Задаем направляющие косинусы, определяющие ориентацию рабочего органа захватного устройства в пространстве и определяем начальные координаты точки E захвата

$$\alpha_0 := 0 \quad \alpha_{23} := 1 \quad a := 90 \quad \alpha_{13} := 0 \quad \alpha_{33} := 0 \quad b := 220$$

$$x_{e0} := x_{m0} + b \cdot \alpha_{13} - a \cdot \cos(\alpha_0) \cdot \sin(\gamma_0) \quad x_{e0} = 533.701$$

$$y_{e0} := y_{m0} + b \cdot \alpha_{23} + a \cdot \cos(\alpha_0) \cdot \cos(\gamma_0) \quad y_{e0} = 1303.452$$

$$z_{e0} := z_{m0} + b \cdot \alpha_{33} + a \cdot \sin(\alpha_0) \quad z_{e0} = 1000$$

Задаемся углом ψ и определяем углы ψ_1, α

$$\psi_1 := \operatorname{asin}(-\alpha_{23} \cdot \sin(\gamma_0) + \alpha_{13} \cdot \cos(\gamma_0)) \quad \psi_2 := \operatorname{asin}(-\alpha_{23} \cdot \sin(\gamma_0) - \alpha_{13} \cdot \cos(\gamma_0))$$

$$\psi_1 = 0.384$$

$$\psi_2 = 0.384$$

$$\psi := \psi_1$$

$$\alpha_0 := \operatorname{asin}\left(\frac{\alpha_{33}}{\cos(\psi)}\right)$$

$$\underline{x_e > x_{mk}} \quad - \quad - \quad \psi$$

$$\underline{x_e < x_{mk}} \quad - \quad + \quad \psi$$

$$\alpha_0 = 0$$

$$\underline{x_e = x_{mk}}$$

$$\psi = 0$$

$$\alpha := \alpha_0$$

Задаем конечные координаты захвата E

$$x_{ek} := x_{e0} - 0.0000001 \quad y_{ek} := y_{e0} - 0.0000001 \quad z_{ek} := -700$$

$$x_{ek} = 533.701$$

$$y_{ek} = 1303.452$$

$$\gamma_k := \text{atan}\left(\frac{-x_{ek}}{y_{ek}}\right)$$

$$\gamma_k = -0.389$$

Решаем задачу позиционирования с учетом критерия оптимизации

Определяем координаты точки M

$$x_{mk\_0} := 0 \quad y_{mk\_0} := 0 \quad z_{mk\_0} := 0 \quad \gamma_{\_0} := \gamma_k$$

Given

$$x_{ek} = x_{mk\_0} + b \cdot \alpha_{13} - a \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\gamma_{\_0})$$

$$y_{ek} = y_{mk\_0} + b \cdot \alpha_{23} + a \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\gamma_{\_0})$$

$$z_{ek} = z_{mk\_0} + b \cdot \alpha_{33} + a \cdot \sin(\alpha)$$

$$F(\gamma_{\_0}) := \text{Find}(x_{mk\_0}, y_{mk\_0}, z_{mk\_0})$$

$$F(\gamma_{\_0}) = \begin{pmatrix} 500 \\ 1000 \\ -700 \end{pmatrix}$$

$$x_{mk\_0} := (F(\gamma_{\_0})^{(1)})_1 \quad y_{mk\_0} := (F(\gamma_{\_0})^{(1)})_2 \quad z_{mk\_0} := (F(\gamma_{\_0})^{(1)})_3$$

$$x_{mk\_0} = 500 \quad y_{mk\_0} = 1000.16 \quad z_{mk\_0} = -700$$

Оптимизируем угол ϕ поворота основания манипулятора-трипода из условия минимума критерия обобщенной энергии

$$OK := y_0 \quad OA := z_a \quad OB := x_b \quad OK := y_0 \quad DK := z_d \quad OA_1 := z_a$$

$$\phi_{\_0} := 0.323 \quad l_{1\_01} := l_1 \quad l_{4\_01} := l_4 \quad l_4 = 911.895$$

Given

$$\begin{aligned} & \frac{[2 \cdot OA_1 \cdot \cos(\phi_{\_0}) \cdot (y_{mk\_0} + OA_1 \cdot \sin(\phi_{\_0})) + 2 \cdot OA_1 \cdot \sin(\phi_{\_0}) \cdot (z_{mk\_0} - OA_1 \cdot \cos(\phi_{\_0}))] \cdot [l_{1\_01} - \sqrt{(y_{mk\_0} + OA_1 \cdot \sin(\phi_{\_0}))^2 + (z_{mk\_0} - OA_1 \cdot \cos(\phi_{\_0}))^2}]}{[l_{4\_01} - \sqrt{(DK - OA_1 \cdot \cos(\phi_{\_0}))^2 + (OK - OA_1 \cdot \sin(\phi_{\_0}))^2}] \cdot [2 \cdot OA_1 \cdot \sin(\phi_{\_0}) \cdot (DK - OA_1 \cdot \cos(\phi_{\_0})) - \sqrt{(DK - OA_1 \cdot \cos(\phi_{\_0}))^2 + (OK - OA_1 \cdot \sin(\phi_{\_0}))^2}]} \\ & + \end{aligned}$$

$$U_{\phi 0}(x_{mk\_0}, y_{mk\_0}, z_{mk\_0}) := \text{Find}(\phi_{\_0})$$

$$U_{\phi 0}(x_{mk\_0}, y_{mk\_0}, z_{mk\_0}) = -0.412$$

$$\phi_{\_0} := U_{\phi 0}(x_{mk\_0}, y_{mk\_0}, z_{mk\_0})$$

```
i := 1      schet := 4      xek = 533.701  yek = 1303.452
n := 0
```

```
pozicionirovanie := while i ≤ schet
    if i = 1
        γi ← atan[(-xek)/yek]
        γ0 ← γi
        xmki ← (F(γ0)(1))1
        ymki ← (F(γ0)(1))2
        zmki ← (F(γ0)(1))3
        xmk_0 ← xmki
        ymk_0 ← ymki
        zmk_0 ← zmki
        φi ← Ugolφ(xmk_0, ymk_0, zmk_0)
        γi ← atan( (-xmki / (ymki + OA1·sin(φi))) )
```

```
γ0 ← γi
l1 ← √((xmki)2 + (ymki + OA1·sin(φi))2 + (zmki - OA1·cos(φi))2)
l2 ← √((xmki - xb)2 + (ymki)2 + (zmki)2)
l3 ← √((xmki + xb)2 + (ymki)2 + (zmki)2)
l4 ← √((OK - OA·sin(φi))2 + (OA·cos(φi) - DK)2)
i ← i + 1
(xm0 ym0 zm0 xe0 ye0 ze0 ψ xmk ymk zmk φ γ l1 l2 l3 l4)
```

В результате получаем значения обобщенных координат

$\underline{xm0} := (\text{pozicionirovanie}^{(1)})$ $\underline{ym0} := (\text{pozicionirovanie}^{(2)})$ $\underline{zm0} := (\text{pozicionirovanie}^{(3)})$ $\underline{xe0} := (\text{pozicionirovanie}^{(4)})$

$\underline{xm0} = 499.998$ $\underline{ym0} = 1000.001$ $\underline{zm0} = 1000$ $\underline{xe0} = 533.701$

$\underline{ye0} := (\text{pozicionirovanie}^{(5)})_1$ $\underline{ze0} := (\text{pozicionirovanie}^{(6)})_1$

$\underline{ye0} = 1303.452$ $\underline{ze0} = 1000$

$\underline{xmk} := (\text{pozicionirovanie}^{(8)})$ $\underline{ymk} := (\text{pozicionirovanie}^{(9)})$ $\underline{zmk} := (\text{pozicionirovanie}^{(10)})$ $\underline{\phi} := (\text{pozicionirovanie}^{(11)})$

$$\begin{aligned}
 x_{mk} &= \begin{pmatrix} 499.598 \\ 481.399 \\ 483.102 \\ 482.939 \end{pmatrix} & y_{mk} &= \begin{pmatrix} 1000.163 \\ 1010.21 \\ 1009.022 \\ 1009.134 \end{pmatrix} & z_{mk} &= \begin{pmatrix} -700 \\ -700 \\ -700 \\ -700 \end{pmatrix} & \phi &= \begin{pmatrix} -0.41230347 \\ -0.41454681 \\ -0.4140327 \\ -0.41407885 \end{pmatrix} \\
 \gamma &:= (\text{позicionирование}^{(12)})_1 & \psi &:= (\text{позicionирование}^{(7)})_1 & \psi_1 &:= (\text{позicionирование}^{(13)})_1 \\
 \gamma &= \begin{pmatrix} -0.62012 \\ -0.59705 \\ -0.59924 \\ -0.59904 \end{pmatrix} & \psi &= 0.384 & \psi_2 &= 0.384 \\
 l1k &:= (\text{позicionирование}^{(13)})_1 & l2k &:= (\text{позicionирование}^{(14)})_1 & l3k &:= (\text{позicionирование}^{(15)})_1 \\
 l1k &= \begin{pmatrix} 1631.949 \\ 1629.571 \\ 1629.845 \\ 1629.819 \end{pmatrix} & l2k &= \begin{pmatrix} 1229.323 \\ 1235.516 \\ 1234.721 \\ 1234.795 \end{pmatrix} & l3k &= \begin{pmatrix} 1490.19 \\ 1486.636 \\ 1486.789 \\ 1486.773 \end{pmatrix} \\
 l4k &:= (\text{позicionирование}^{(16)})_1 & p &:= (\text{позicionирование}^{(20)})_1 \\
 l4k &= \begin{pmatrix} 1281.762 \\ 1282.648 \\ 1282.445 \\ 1282.463 \end{pmatrix} & p &= \bullet
 \end{aligned}$$

Задаемся законом перемещения точки М по прямой из начальной точки в конечную

$$V_{\max} := 30 \quad \underline{x_{mk}} := x_{mk\_schet} \quad \underline{y_{mk}} := y_{mk\_schet} \quad \underline{z_{mk}} := z_{mk\_schet}$$

$$x_{mk} = 482.94 \quad y_{mk} = 1009.134 \quad z_{mk} = -700$$

$$T1 := \frac{|l1k - l1|}{V_{\max}} \quad T2 := \frac{|l2k - l2|}{V_{\max}} \quad T3 := \frac{|l3k - l3|}{V_{\max}} \quad T4 := \frac{|l4k - l4|}{V_{\max}}$$

$$T1 = 17.614 \quad T2 = 12.537 \quad T3 = 10.999 \quad T4 = 24.696$$

$$T1k := \max(T1, T2, T3, T4)$$

$$t := 0, 0.1 \dots T1k$$

$$T1k = 24.7$$

$$t := 0, 0.01 \dots (T1k) \quad \underline{T} := (T1k)$$

$$T = 24.7$$

$$T := 12$$

$$T1k := 12$$

$$dx := xmk - xm0$$

$$dy := ymk - ym0$$

$$dz := zmk - zm0$$

$$k1 := \frac{dy}{dx}$$

$$k2 := \frac{dz}{dx}$$

$$k3 := \frac{dz}{dy}$$

$$kx := \sqrt{1 + k1^2 + k2^2} \quad ky := \sqrt{1 + \left(\frac{1}{k1}\right)^2 + k3^2} \quad kz := \sqrt{1 + \left(\frac{1}{k2}\right)^2 + \left(\frac{1}{k3}\right)^2}$$

$$kx = 99.659$$

$$ky = 186.152$$

$$kz = 1$$

$$Sk := kx \cdot dx$$

$$S1k := ky \cdot dy$$

$$S2k := kz \cdot dz$$

$$Sk = -1700.11$$

$$S1k = 1700.11$$

$$S2k = -1700.11$$

$$D := \frac{1}{kx^2} + \frac{1}{ky^2} + \frac{1}{kz^2} \quad D = 1$$

$$Skx := \sqrt{1 + k1^2 + k2^2} \cdot (xmk - xm0)$$

$$Skx = -1700.11$$

$$Sky := \sqrt{1 + \left(\frac{1}{k1^2} + k3^2\right)} \cdot (ymk - ym0)$$

$$Sky = 1700.11$$

$$Skz := \sqrt{1 + \left(\frac{1}{k2^2} + \frac{1}{k3^2}\right)} \cdot (zmk - zm0)$$

$$Skz = -1700.11$$

$$t := 0, \frac{T1k}{3}, T1k \quad \tau(t) := \frac{t}{T1k}$$

$$Sx(t) := Skx \cdot \left[10 \cdot \left(\frac{t}{T1k}\right)^3 - 15 \cdot \left(\frac{t}{T1k}\right)^4 + 6 \cdot \left(\frac{t}{T1k}\right)^5 \right]$$

$$Sy(t) := Sky \cdot \left[10 \cdot \left(\frac{t}{T1k}\right)^3 - 15 \cdot \left(\frac{t}{T1k}\right)^4 + 6 \cdot \left(\frac{t}{T1k}\right)^5 \right]$$

$$Sz(t) := Skz \cdot \left[10 \cdot \left(\frac{t}{T1k}\right)^3 - 15 \cdot \left(\frac{t}{T1k}\right)^4 + 6 \cdot \left(\frac{t}{T1k}\right)^5 \right]$$

$$xp(t) := \frac{Sx(t) + xm0 \cdot kx}{kx} \quad yp(t) := \frac{Sy(t) + ym0 \cdot ky}{ky} \quad zp(t) := \frac{Sz(t) + zm0 \cdot kz}{kz}$$

$$xp(t) = \begin{pmatrix} 499.998 \\ 496.418 \\ 486.519 \\ 482.939 \end{pmatrix}$$

$$yp(t) = \begin{pmatrix} 1000.001 \\ 1001.917 \\ 1007.217 \\ 1009.134 \end{pmatrix}$$

$$zp(t) = \begin{pmatrix} 1000 \\ 643.2 \\ -343.2 \\ -700 \end{pmatrix}$$

Определяем закон перемещения точки E захвата по прямой
из начальной точки в конечную

$$dx_e := x_{ek} - x_{e0}$$

$$k1_e := \frac{dye}{dx_e}$$

$$k1_e = 1$$

$$dye := y_{ek} - y_{e0}$$

$$k2_e := \frac{dze}{dye}$$

$$k2_e = 17000007541.943$$

$$dze := z_{ek} - z_{e0}$$

$$k3_e := \frac{dye}{dze}$$

$$k3_e = 16999988215.188$$

$$kx_e := \sqrt{1 + k1_e^2 + k2_e^2}$$

$$kx_e = 17000007541.943$$

$$ky_e := \sqrt{1 + \left(\frac{1}{k1_e}\right)^2 + k3_e^2}$$

$$ky_e = 16999988215.188$$

$$kz_e := \sqrt{1 + \left(\frac{1}{k2_e}\right)^2 + \left(\frac{1}{k3_e}\right)^2}$$

$$kz_e = 1$$

$$D := \frac{1}{kx_e^2} + \frac{1}{ky_e^2} + \frac{1}{kz_e^2}$$

$$D = 1$$

$$kx := \sqrt{1 + k1^2 + k2^2}$$

$$kx = 99.659$$

$$ky := \sqrt{1 + \left(\frac{1}{k1}\right)^2 + k3^2}$$

$$ky = 186.152$$

$$kz := \sqrt{1 + \left(\frac{1}{k2}\right)^2 + \left(\frac{1}{k3}\right)^2}$$

$$kz = 1$$

$$Skx_e := \sqrt{1 + k1_e^2 + k2_e^2} \cdot (x_{ek} - x_{e0}) \quad Skx_e = -1700$$

$$Ske_y := \sqrt{1 + \left(\frac{1}{k1_e^2} + k3_e^2\right)} \cdot (y_{ek} - y_{e0}) \quad Ske_y = -1700$$

$$Skz_e := \sqrt{1 + \left(\frac{1}{k2_e^2} + \frac{1}{k3_e^2}\right)} \cdot (z_{ek} - z_{e0}) \quad Skz_e = -1700$$

$$t := 0, 4, \dots, T1k$$

$$T(t) := \frac{t}{T1k}$$

$$Sxe(t) := Skx_e \cdot \left[10 \cdot \left(\frac{t}{T1k}\right)^3 - 15 \cdot \left(\frac{t}{T1k}\right)^4 + 6 \cdot \left(\frac{t}{T1k}\right)^5 \right]$$

$$Sye(t) := Ske_y \cdot \left[10 \cdot \left(\frac{t}{T1k}\right)^3 - 15 \cdot \left(\frac{t}{T1k}\right)^4 + 6 \cdot \left(\frac{t}{T1k}\right)^5 \right]$$

$$Sze(t) := Skz_e \cdot \left[10 \cdot \left(\frac{t}{T1k}\right)^3 - 15 \cdot \left(\frac{t}{T1k}\right)^4 + 6 \cdot \left(\frac{t}{T1k}\right)^5 \right]$$

$$xe(t) := \frac{Sxe(t) + x_{e0} \cdot kx_e}{kx_e} \quad ye(t) := \frac{Sye(t) + y_{e0} \cdot kye}{ky_e} \quad ze(t) := \frac{Sze(t) + z_{e0} \cdot kze}{kze}$$

$$xe(t) =$$

533.701
533.701
533.701
533.701

$$ye(t) =$$

1303.452
1303.452
1303.452
1303.452

$$ze(t) =$$

1000
643
-343
-700

$$Sxe(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ -356.79 \\ -1343.21 \\ -1700 \end{pmatrix}$$

$$Sye(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ -356.79 \\ -1343.21 \\ -1700 \end{pmatrix}$$

$$Sxe(t) := kx_e \cdot (xe(t) - x_{e0})$$

$$Sye(t) := kye \cdot (ye(t) - y_{e0})$$

$$Sze(t) := kze \cdot (ze(t) - z_{e0})$$

$$Sze(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ -356.79 \\ -1343.21 \\ -1700 \end{pmatrix}$$

Определяем координаты конечной точки M

$$x_{ek\_0} := x_e(0) \quad y_{ek\_0} := y_e(0) \quad z_{ek\_0} := z_e(0)$$

$$x_{ek\_0} = 533.701 \quad y_{ek\_0} = 1303.452 \quad z_{ek\_0} = 1000$$

$$x_{mk\_0} := 0 \quad y_{mk\_0} := 0 \quad z_{mk\_0} := 0$$

$$\gamma_{-0} := \operatorname{atan}\left(\frac{-x_{ek\_0}}{y_{ek\_0}}\right)$$

$$\gamma_{-0} = -0.389$$

Given

$$x_{ek\_0} = x_{mk\_0} + b \cdot \alpha_{13} - a \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\gamma_{-0})$$

$$y_{ek\_0} = y_{mk\_0} + b \cdot \alpha_{23} + a \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\gamma_{-0})$$

$$z_{ek\_0} = z_{mk\_0} + b \cdot \alpha_{33} + a \cdot \sin(\alpha)$$

$$FF(\gamma_{-0}, x_{ek\_0}, y_{ek\_0}, z_{ek\_0}) := \operatorname{Find}(x_{mk\_0}, y_{mk\_0}, z_{mk\_0})$$

$$FF(\gamma_{-0}, x_{ek\_0}, y_{ek\_0}, z_{ek\_0}) = \begin{pmatrix} 500 \\ 1000 \\ 1000 \end{pmatrix}$$

$$x_{mk\_0} := (FF(\gamma_{-0}, x_{ek\_0}, y_{ek\_0}, z_{ek\_0})^{(1)})_1 \quad y_{mk\_0} := (FF(\gamma_{-0}, x_{ek\_0}, y_{ek\_0}, z_{ek\_0})^{(1)})_2$$

$$x_{mk\_0} = 500$$

$$y_{mk\_0} = 1000.16$$

$$z_{mk\_0} := (FF(\gamma_{-0}, x_{ek\_0}, y_{ek\_0}, z_{ek\_0})^{(1)})_3$$

$$z_{mk\_0} = 1000$$

Оптимизируем угол ϕ поворота основания манипулятора-трипода из условия минимума критерия обобщенной энергии

$$OK := y_0 \quad OA := z_a \quad OB := x_b \quad DK := z_d \quad OA1 := z_a \quad l1\_0 := l1 \quad l4\_0 := l4 \quad y_{mk\_0} = 1000.163$$

$$\phi_{-0} := 0$$

$$l1\_0 = 1366.085 \quad l4\_0 = 911.895 \quad x_{mk\_0} = 499.598$$

Given

$$- \frac{[2 \cdot OA1 \cdot \cos(\phi_{-0}) \cdot (y_{mk\_0} + OA1 \cdot \sin(\phi_{-0})) + 2 \cdot OA1 \cdot \sin(\phi_{-0}) \cdot (z_{mk\_0} - OA1 \cdot \cos(\phi_{-0}))] \cdot [l1\_0 - \sqrt{(y_{mk\_0} + OA1 \cdot \sin(\phi_{-0}))^2 + (z_{mk\_0} - OA1 \cdot \cos(\phi_{-0}))^2}]}{\sqrt{(y_{mk\_0} + OA1 \cdot \sin(\phi_{-0}))^2 + (z_{mk\_0} - OA1 \cdot \cos(\phi_{-0}))^2}} + \frac{[l4\_0 - \sqrt{(DK - OA1 \cdot \cos(\phi_{-0}))^2 + (OK - OA1 \cdot \sin(\phi_{-0}))^2}] \cdot [2 \cdot OA1 \cdot \sin(\phi_{-0}) \cdot (DK - OA1 \cdot \cos(\phi_{-0})) - \sqrt{(DK - OA1 \cdot \cos(\phi_{-0}))^2 + (OK - OA1 \cdot \sin(\phi_{-0}))^2}]}{\sqrt{(DK - OA1 \cdot \cos(\phi_{-0}))^2 + (OK - OA1 \cdot \sin(\phi_{-0}))^2}}$$

$$Ugol\phi2(x_{mk\_0}, y_{mk\_0}, z_{mk\_0}, l1\_0, l4\_0) := \operatorname{Find}(\phi_{-0})$$

$$Ugol\phi2(x_{mk\_0}, y_{mk\_0}, z_{mk\_0}, l1\_0, l4\_0) = 0.323$$

$$\phi_{-0} := Ugol\phi2(x_{mk\_0}, y_{mk\_0}, z_{mk\_0}, l1\_0, l4\_0) \quad \phi_{-0} = 0.323$$

$$l1\_0 = 1366.085 \quad l4\_0 = 911.895$$

```

pozicionirovanie2 := for t ∈ 0,4 .. 12
    j ← j + 1
    xekj ← xe(t)
    yekj ← ye(t)
    zekj ← ze(t)
    if j = 1
        l1_0 ← l1
        l4_0 ← l4
         $\gamma_0 \leftarrow \text{atan} \left[ \frac{(-xek_j)}{yek_j} \right]$ 
    if j > 1
        l4_0 ← l4j-1
        l1_0 ← l1j-1
    xek_0 ← xekj
    yek_0 ← yekj
    zek_0 ← zekj
    i ← 1
    while i < 5
        CCC ← FF( $\gamma_0$ , xek_0, yek_0, zek_0)

```

```

        CCC ← FF( $\gamma_0$ , xek_0, yek_0, zek_0)
        xmki ← (CCC(1))1
        ymki ← (CCC(1))2
        zmki ← (CCC(1))3
        xmk_0 ← xmki
        ymk_0 ← ymki
        zmk_0 ← zmki
         $\phi\phi\phi \leftarrow \text{Ugol}\phi 2(xmk\_0, ymk\_0, zmk\_0, l1\_0, l4\_0)$ 
         $\phi_i \leftarrow \phi\phi\phi$ 
         $\gamma_i \leftarrow \text{atan} \left[ \frac{(-xmk_i)}{ymk_i + OAI \cdot \sin(\phi_i)} \right]$ 
         $\gamma_0 \leftarrow \gamma_i$ 
        i ← i + 1
    xxmkj ← xmki-1
    yymkj ← ymki-1
    zzmkj ← zmki-1
     $\phi\phi_j \leftarrow \phi_{i-1}$ 

```


$$\begin{cases}
 \gamma_j \leftarrow \gamma_{i-1} \\
 l1_j \leftarrow \sqrt{(xmk_j)^2 + (ymk_j + OA1 \cdot \sin(\phi_j))^2 + (zmk_j - OA1 \cdot \cos(\phi_j))^2} \\
 l4_j \leftarrow \sqrt{(OK - OA \cdot \sin(\phi_j))^2 + (OA \cdot \cos(\phi_j) - DK)^2} \\
 l2_j \leftarrow \sqrt{(xmk_j - xb)^2 + (ymk_j)^2 + (zmk_j)^2} \\
 l3_j \leftarrow \sqrt{(xmk_j + xb)^2 + (ymk_j)^2 + (zmk_j)^2}
 \end{cases}$$

(l1 l2 l3 l4 xek yek zek xxmk yymk zzmek γ_i ϕ t i j)

$$\begin{aligned}
 l1 &:= (\text{pozicionirovanie2}^{(1)})_1 & l2 &:= (\text{pozicionirovanie2}^{(2)})_1 & l3 &:= (\text{pozicionirovanie2}^{(3)})_1 \\
 l2 &= \begin{pmatrix} 1421.702 \\ 1197.724 \\ 1068.886 \\ 1233.515 \end{pmatrix} & l2 &= \begin{pmatrix} 1421.702 \\ 1197.724 \\ 1068.886 \\ 1233.515 \end{pmatrix} & l3 &= \begin{pmatrix} 1652.472 \\ 1464.616 \\ 1357.914 \\ 1487.132 \end{pmatrix} \\
 l4 &:= (\text{pozicionirovanie2}^{(4)})_1 & \phi &:= (\text{pozicionirovanie2}^{(12)})_1 & x_e &:= (\text{pozicionirovanie2}^{(5)})_1 \\
 l4 &= \begin{pmatrix} 911.895 \\ 897.408 \\ 1093.142 \\ 1241.235 \end{pmatrix} & \phi &= \begin{pmatrix} 0.323 \\ 0.347 \\ -0.001 \\ -0.314 \end{pmatrix} & x_e &= \begin{pmatrix} 533.701 \\ 533.701 \\ 533.701 \\ 533.701 \end{pmatrix} \\
 y_e &:= (\text{pozicionirovanie2}^{(6)})_1 & z_e &:= (\text{pozicionirovanie2}^{(7)})_1 \\
 y_e &= \begin{pmatrix} 1303.452 \\ 1303.452 \\ 1303.452 \\ 1303.452 \end{pmatrix} & z_e &= \begin{pmatrix} 1000 \\ 643.21 \\ -343.21 \\ -700 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 l1 &:= [(\text{pozicionirovanie2}^{(1)})_1]_1 & l2 &:= [(\text{pozicionirovanie2}^{(2)})_1]_1 & l3 &:= [(\text{pozicionirovanie2}^{(3)})_1]_1 \\
 l1 &= 1366.085 & l2 &= 1421.702 & l3 &= 1652.472 \\
 l1k1 &:= [(\text{pozicionirovanie2}^{(1)})_1]_2 & l2k1 &:= [(\text{pozicionirovanie2}^{(2)})_1]_2 & l3k1 &:= [(\text{pozicionirovanie2}^{(3)})_1]_2 \\
 l1k1 &= 1352.455 & l2k1 &= 1197.724 & l3k1 &= 1464.616 \\
 l1k2 &:= [(\text{pozicionirovanie2}^{(1)})_1]_3 & l2k2 &:= [(\text{pozicionirovanie2}^{(2)})_1]_3 & l3k2 &:= [(\text{pozicionirovanie2}^{(3)})_1]_3 \\
 l1k2 &= 1563.14 & l2k2 &= 1068.886 & l3k2 &= 1357.914 \\
 l1k &:= [(\text{pozicionirovanie2}^{(1)})_1]_4 & l2k &:= [(\text{pozicionirovanie2}^{(2)})_1]_4 & l3k &:= [(\text{pozicionirovanie2}^{(3)})_1]_4 \\
 l1k &= 1683.924 & l2k &= 1233.515 & l3k &= 1487.132 \\
 l4 &:= [(\text{pozicionirovanie2}^{(4)})_1]_1 & \phi_n &:= [(\text{pozicionirovanie2}^{(12)})_1]_1 & x_e &:= [(\text{pozicionirovanie2}^{(5)})_1]_1
 \end{aligned}$$

```

l4 = 911.895
l4k1 := [(pozicionirovanie2(4))1]2
l4k1 = 897.408
l4k2 := [(pozicionirovanie2(4))1]3
l4k2 = 1093.142
l4k := [(pozicionirovanie2(4))1]4
l4k = 1241.235
ye =  $\begin{pmatrix} 1303.452 \\ 1303.452 \\ 1303.452 \\ 1303.452 \end{pmatrix}$ 
ye1 := [(pozicionirovanie2(6))1]2
ye1 = 1303.452
ye2 := [(pozicionirovanie2(6))1]3
ye2 = 1303.452
yek := [(pozicionirovanie2(6))1]4
yek = 1303.452

phi_n = 0.323
phi1 := [(pozicionirovanie2(12))1]2
phi1 = 0.347
phi2 := [(pozicionirovanie2(12))1]3
phi2 = -0.001
phi_k := [(pozicionirovanie2(12))1]4
phi_k = -0.314
ze =  $\begin{pmatrix} 1000 \\ 643.21 \\ -343.21 \\ -700 \end{pmatrix}$ 
ze1 := [(pozicionirovanie2(7))1]2
ze1 = 643.21
ze2 := [(pozicionirovanie2(7))1]3
ze2 = -343.21
zek := [(pozicionirovanie2(7))1]4
zek = -700

xe = 533.701
xe1 := [(pozicionirovanie2(5))1]2
xe1 = 533.701
xe2 := [(pozicionirovanie2(5))1]3
xe2 = 533.701
xek := [(pozicionirovanie2(5))1]4
xek = 533.701

```

**Метод интерполяции программных перемещений исполнительных цилиндров
конечным набором сплайнов третьего и четвертого порядков**

```

T1 := 4   T2 := 4   T3 := 4
A_10 := 0   A_13 := 0   A_23 := 0   A_31 := 0   A_30 := 0   A_33 := 0
A_14 := 0   A_21 := 0   A_22 := 0   A_32 := 0   A_20 := 0   A_34 := 0

```

Для 1-го актуатора

```

Given
A_10 = 11
A_14 + A_13 = 11k1 - 11
4·A_14 + 3A_13 - A_21· $\frac{T_1}{T_2}$  = 0

```

$$6 \cdot A_{14} + 3A_{13} - A_{22} \cdot \frac{(T_1)^2}{(T_2)^2} = 0$$

$$A_{20} = 11k1$$

$$A_{23} + A_{22} + A_{21} = 11k2 - 11k1$$

$$3 \cdot A_{23} + 2A_{22} + A_{21} - A_{31} \cdot \frac{T_2}{T_3} = 0$$

$$3 \cdot A_{14} + A_{22} - A_{32} \cdot \frac{(T_2)^2}{(T_3)^2} = 0$$

$$A_{30} = 11k2$$

$$A_{34} + A_{33} + A_{32} + A_{31} + A_{30} = 11k$$

$$4A_{34} + 3A_{33} + 2A_{32} + A_{31} = 0$$

$$12A_{34} + 6A_{33} + 2A_{32} = 0$$

$$\text{Polinom} := \text{Find}(A_{10}, A_{13}, A_{14}, A_{21}, A_{22}, A_{20}, A_{23}, A_{31}, A_{32}, A_{30}, A_{34}, A_{33})$$

	1
1	1366.085
2	-180.141
3	166.511
4	125.619

Polinom =	5	458.64
	6	1352.455
	7	-373.574
	8	-77.823
	9	958.173
	10	1563.14
	11	440.175
	12	-1199.74

$$A_{10} := (\text{Polinom}^{(1)})_1 \quad A_{13} := (\text{Polinom}^{(1)})_2 \quad A_{14} := (\text{Polinom}^{(1)})_3 \quad A_{21} := (\text{Polinom}^{(1)})_4$$

$$A_{22} := (\text{Polinom}^{(1)})_5 \quad A_{20} := (\text{Polinom}^{(1)})_6 \quad A_{23} := (\text{Polinom}^{(1)})_7 \quad A_{31} := (\text{Polinom}^{(1)})_8$$

$$A_{32} := (\text{Polinom}^{(1)})_9 \quad A_{30} := (\text{Polinom}^{(1)})_{10} \quad A_{34} := (\text{Polinom}^{(1)})_{11} \quad A_{33} := (\text{Polinom}^{(1)})_{12}$$

$$\tau := 0, 0.1, \dots, 1$$

$$\Theta 1(\tau) := A_{14} \tau^4 + A_{13} \tau^3 + A_{10}$$

$$\Theta 2(\tau) := A_{23} \tau^3 + A_{22} \tau^2 + A_{21} \tau + A_{20}$$

$$\Theta 1(\tau) =$$

1366.0854616
1365.92197135
1364.91074818
1362.57038274

$$\Theta 2(\tau) =$$

1352.45485043
1369.22957999
1392.93566229
1421.33166104

1358.81909144
1353.97471638
1348.75472539
1344.27621205
1342.05589564
1344.01012119
1352.45485943

1452.17613098
1483.2276268
1512.24470325
1536.98591502
1555.20981685
1564.67496345
1563.13990954

$$\Theta 3(\tau) := A_{34} \cdot \tau^4 + A_{33} \cdot \tau^3 + A_{32} \cdot \tau^2 + A_{31} \cdot \tau + A_{30}$$

$$\Theta 3(\tau) =$$

1563.1399095
1563.7836092
1577.0085617
1597.2009543
1619.8033935
1641.3149052
1659.2009347
1672.3433466
1680.1404251
1683.4068735
1683.9238147

$$\tau := 0$$

$$l1 := \begin{array}{|l} \text{for } i \in 1..10 \\ \quad \left| \begin{array}{l} N_i \leftarrow \Theta 1(\tau) \\ \tau \leftarrow \tau + 0.1 \end{array} \right. \\ N \end{array}$$

$$l12 := \begin{array}{|l} \text{for } i \in 1..10 \\ \quad \left| \begin{array}{l} N_i \leftarrow \Theta 2(\tau) \\ \tau \leftarrow \tau + 0.1 \end{array} \right. \\ N \end{array}$$

$$l13 := \begin{array}{|l} \text{for } i \in 1..11 \\ \quad \left| \begin{array}{l} N_i \leftarrow \Theta 3(\tau) \\ \tau \leftarrow \tau + 0.1 \end{array} \right. \\ N \end{array}$$

$$ll := \text{stack}(l1, l12, l13)$$

1366.085
1365.922
1364.911
1362.57
1358.810
1353.975
1348.755
1344.276
1342.056
1344.01
1352.455
1369.23
1392.936
1421.332

$$II = \begin{pmatrix} 1452.176 \\ 1483.228 \\ 1512.245 \\ 1536.986 \\ 1555.21 \\ 1564.675 \\ 1563.14 \\ 1563.784 \\ 1577.009 \\ 1597.201 \\ 1619.803 \\ 1641.315 \\ 1659.291 \\ 1672.343 \\ 1680.14 \\ 1683.407 \\ 1683.924 \end{pmatrix}$$

$$T_1 := 4 \quad T_2 := 4 \quad T_3 := 4$$

Для 2-го актуатора

$$A_{10\_2} := 0 \quad A_{13\_2} := 0 \quad A_{23\_2} := 0 \quad A_{31\_2} := 0 \quad A_{30\_2} := 0 \quad A_{33\_2} := 0$$

$$A_{14\_2} := 0 \quad A_{21\_2} := 0 \quad A_{22\_2} := 0 \quad A_{32\_2} := 0 \quad A_{20\_2} := 0 \quad A_{34\_2} := 0$$

Given

$$A_{10\_2} = l_2$$

$$A_{14\_2} + A_{13\_2} = l_2 k_1 - l_2$$

$$4 \cdot A_{14\_2} + 3A_{13\_2} - A_{21\_2} \cdot \frac{T_1}{T_2} = 0$$

$$6 \cdot A_{14\_2} + 3A_{13\_2} - A_{22\_2} \cdot \frac{(T_1)^2}{(T_2)^2} = 0$$

$$A_{20\_2} = l_2 k_1$$

$$A_{23\_2} + A_{22\_2} + A_{21\_2} = l_2 k_2 - l_2 k_1$$

$$3 \cdot A_{23\_2} + 2A_{22\_2} + A_{21\_2} - A_{31\_2} \cdot \frac{T_2}{T_3} = 0$$

$$3 \cdot A_{14\_2} + A_{22\_2} - A_{32\_2} \cdot \frac{(T_2)^2}{(T_3)^2} = 0$$

$$A_{10\_2} := 0 \quad A_{13\_2} := 0 \quad A_{23\_2} := 0 \quad A_{31\_2} := 0 \quad A_{30\_2} := 0 \quad A_{33\_2} := 0$$

$$A_{14\_2} := 0 \quad A_{21\_2} := 0 \quad A_{22\_2} := 0 \quad A_{32\_2} := 0 \quad A_{20\_2} := 0 \quad A_{34\_2} := 0$$

Given

$$A_{10\_2} = l_2$$

$$A_{14\_2} + A_{13\_2} = l_2 k_1 - l_2$$

$$4 \cdot A_{14\_2} + 3A_{13\_2} - A_{21\_2} \cdot \frac{T_1}{T_2} = 0$$

$$6 \cdot A_{14\_2} + 3A_{13\_2} - A_{22\_2} \cdot \frac{(T_1)^2}{(T_2)^2} = 0$$

$$A_{20\_2} = l_2 k_1$$

$$A_{23\_2} + A_{22\_2} + A_{21\_2} = l_2 k_2 - l_2 k_1$$

$$3 \cdot A_{23\_2} + 2A_{22\_2} + A_{21\_2} - A_{31\_2} \cdot \frac{T_2}{T_3} = 0$$

$$3 \cdot A_{14\_2} + A_{22\_2} - A_{32\_2} \cdot \frac{(T_2)^2}{(T_3)^2} = 0$$

$$A_{30\_2} = l_2 k_2$$

$$A_{34\_2} + A_{33\_2} + A_{32\_2} + A_{31\_2} + A_{30\_2} = l_2 k_2$$

$$4A_{34\_2} + 3A_{33\_2} + 2A_{32\_2} + A_{31\_2} = 0$$

$$12A_{34\_2} + 6A_{33\_2} + 2A_{32\_2} = 0$$

$$\text{Polinom\_2} := \text{Find}(A_{10\_2}, A_{13\_2}, A_{14\_2}, A_{21\_2}, A_{22\_2}, A_{20\_2}, A_{23\_2}, A_{31\_2}, A_{32\_2}, A_{30\_2})$$

$$\text{Polinom\_2} = \begin{pmatrix} 1421.702 \\ -582.661 \\ 358.684 \\ -313.249 \\ 404.118 \\ 1197.724 \\ -219.706 \\ -164.132 \\ 1480.168 \\ 1068.886 \\ 658.018 \\ -1809.426 \end{pmatrix}$$

$$A_{30\_2} = 12k2$$

$$A_{34\_2} + A_{33\_2} + A_{32\_2} + A_{31\_2} + A_{30\_2} = 12k$$

$$4A_{34\_2} + 3A_{33\_2} + 2A_{32\_2} + A_{31\_2} = 0$$

$$12A_{34\_2} + 6A_{33\_2} + 2A_{32\_2} = 0$$

$$\text{Polinom\_2} := \text{Find}(A_{10\_2}, A_{13\_2}, A_{14\_2}, A_{21\_2}, A_{22\_2}, A_{20\_2}, A_{23\_2}, A_{31\_2}, A_{32\_2}, A_{30\_2})$$

$$\text{Polinom\_2} = \begin{pmatrix} 1421.702 \\ -582.661 \\ 358.684 \\ -313.249 \\ 404.118 \\ 1197.724 \\ -219.706 \\ -164.132 \\ 1480.168 \\ 1068.886 \\ 658.018 \\ -1809.426 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} A_{10\_2} &:= (\text{Polinom\_2}^{(1)})_1, A_{13\_2} := (\text{Polinom\_2}^{(1)})_2, A_{14\_2} := (\text{Polinom\_2}^{(1)})_3, A_{21\_2} := (\text{Polinom\_2}^{(1)})_4, \\ A_{22\_2} &:= (\text{Polinom\_2}^{(1)})_5, A_{20\_2} := (\text{Polinom\_2}^{(1)})_6, A_{23\_2} := (\text{Polinom\_2}^{(1)})_7, A_{31\_2} := (\text{Polinom\_2}^{(1)})_8, \\ A_{32\_2} &:= (\text{Polinom\_2}^{(1)})_9, A_{30\_2} := (\text{Polinom\_2}^{(1)})_{10}, A_{34\_2} := (\text{Polinom\_2}^{(1)})_{11}, A_{33\_2} := (\text{Polinom\_2}^{(1)})_{12} \end{aligned}$$

$$\tau := 0, 0.1 \dots 1$$

$$\Theta 1\_2(\tau) := A_{14\_2} \tau^4 + A_{13\_2} \tau^3 + A_{10\_2} \quad \Theta 2\_2(\tau) := A_{23\_2} \tau^3 + A_{22\_2} \tau^2 + A_{21\_2} \tau + A_{20\_2}$$

$$\Theta 1\_2(\tau) =$$

1421.702
1421.155
1417.614
1408.875
1393.594
1371.287
1342.332
1307.969
1270.296
1232.274
1197.724

$$\Theta 2\_2(\tau) =$$

1197.724
1170.221
1149.481
1134.188
1123.022
1114.666
1107.8
1101.108
1093.27
1082.969
1068.886

$$\Theta 3\_2(\tau) := A_{34\_2} \tau^4 + A_{33\_2} \tau^3 + A_{32\_2} \tau^2 + A_{31\_2} \tau + A_{30\_2}$$

$\Theta3\_2(\tau) =$

1068.886
1065.531
1081.844
1109.338
1141.103
1171.811
1197.711
1216.634
1227.987
$\tau := 0.758$
1233.515

$l21 := \left \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..10 \\ \quad N_i \leftarrow \Theta1_2(\tau) \\ \quad \tau \leftarrow \tau + 0.1 \\ N \end{array} \right $	$l22 := \left \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..10 \\ \quad N_i \leftarrow \Theta2_2(\tau) \\ \quad \tau \leftarrow \tau + 0.1 \\ N \end{array} \right $	$l23 := \left \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..11 \\ \quad N_i \leftarrow \Theta3_2(\tau) \\ \quad \tau \leftarrow \tau + 0.1 \\ N \end{array} \right $

 $l2 := \text{stack}(l21, l22, l23)$

$l2 =$	<table border="0"> <tr><td>1421.702</td></tr> <tr><td>1421.155</td></tr> <tr><td>1417.614</td></tr> <tr><td>1408.875</td></tr> <tr><td>1393.594</td></tr> <tr><td>1371.287</td></tr> <tr><td>1342.332</td></tr> <tr><td>1307.969</td></tr> <tr><td>1270.296</td></tr> <tr><td>1232.274</td></tr> <tr><td>1197.724</td></tr> <tr><td>1170.221</td></tr> <tr><td>1149.481</td></tr> <tr><td>1134.188</td></tr> <tr><td>1123.022</td></tr> <tr><td>1114.666</td></tr> <tr><td>1107.8</td></tr> <tr><td>1101.108</td></tr> <tr><td>1093.27</td></tr> <tr><td>1082.969</td></tr> <tr><td>1075.000</td></tr> </table>	1421.702	1421.155	1417.614	1408.875	1393.594	1371.287	1342.332	1307.969	1270.296	1232.274	1197.724	1170.221	1149.481	1134.188	1123.022	1114.666	1107.8	1101.108	1093.27	1082.969	1075.000
1421.702																						
1421.155																						
1417.614																						
1408.875																						
1393.594																						
1371.287																						
1342.332																						
1307.969																						
1270.296																						
1232.274																						
1197.724																						
1170.221																						
1149.481																						
1134.188																						
1123.022																						
1114.666																						
1107.8																						
1101.108																						
1093.27																						
1082.969																						
1075.000																						

1068.886
1065.531
1081.844
1109.338
1141.103
1171.811
1197.711
1216.634
1227.987
1232.758
1233.515

Для 3-го актуатора

$$A_{10\_3} := 0 \quad A_{13\_3} := 0 \quad A_{23\_3} := 0 \quad A_{31\_3} := 0 \quad A_{30\_3} := A_{33\_3} := 0$$

$$A_{14\_3} := 0 \quad A_{21\_3} := 0 \quad A_{22\_3} := 0 \quad A_{32\_3} := 0 \quad A_{20\_3} := A_{34\_3} := 0$$

Given

$$A_{10\_3} = l3$$

$$A_{14\_3} + A_{13\_3} = l3k1 - l3$$

$$4 \cdot A_{14\_3} + 3A_{13\_3} - A_{21\_3} \cdot \frac{T_1}{T_2} = 0$$

$$6 \cdot A_{14\_3} + 3A_{13\_3} - A_{22\_3} \cdot \frac{(T_1)^2}{(T_2)^2} = 0$$

$$A_{20\_3} = l3k1$$

$$A_{23\_3} + A_{22\_3} + A_{21\_3} = l3k2 - l3k1$$

$$3 \cdot A_{23\_3} + 2A_{22\_3} + A_{21\_3} - A_{31\_3} \cdot \frac{T_2}{T_3} = 0$$

$$3 \cdot A_{14\_3} + A_{22\_3} - A_{32\_3} \cdot \frac{(T_2)^2}{(T_3)^2} = 0$$

$$A_{30\_3} = l3k2$$

$$A_{34\_3} + A_{33\_3} + A_{32\_3} + A_{31\_3} + A_{30\_3} = l3k$$

$$4A_{34\_3} + 3A_{33\_3} + 2A_{32\_3} + A_{31\_3} = 0$$

$$12A_{34\_3} + 6A_{33\_3} + 2A_{32\_3} = 0$$

Polinom_3 := Find(A_10_3, A_13_3, A_14_3, A_21_3, A_22_3, A_20_3, A_23_3, A_31_3, A_32_3, A_30_3

$$\text{Polinom}_3 = \begin{pmatrix} 1652.472 \\ -495.958 \\ 308.102 \\ -255.466 \\ 360.738 \\ 1464.616 \\ -211.974 \\ -169.912 \\ 1285.044 \\ 1357.914 \\ 557.566 \\ -1543.48 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \underline{A_{10\_3}} &:= (\text{Polinom}_3^{(1)})_1, \underline{A_{13\_3}} := (\text{Polinom}_3^{(1)})_4, \underline{A_{14\_3}} := (\text{Polinom}_3^{(1)})_5, \underline{A_{21\_3}} := (\text{Polinom}_3^{(1)})_6, \\ \underline{A_{22\_3}} &:= (\text{Polinom}_3^{(1)})_7, \underline{A_{20\_3}} := (\text{Polinom}_3^{(1)})_8, \underline{A_{23\_3}} := (\text{Polinom}_3^{(1)})_9, \underline{A_{31\_3}} := (\text{Polinom}_3^{(1)})_{10}, \\ \underline{A_{32\_3}} &:= (\text{Polinom}_3^{(1)})_{11}, \underline{A_{30\_3}} := (\text{Polinom}_3^{(1)})_{12}, \underline{A_{34\_3}} := (\text{Polinom}_3^{(1)})_{13}, \underline{A_{33\_3}} := (\text{Polinom}_3^{(1)})_{14} \end{aligned}$$

$$\mathcal{I}_n := 0, 0.1 \dots 1$$

$$\Theta 1\_3(\tau) := A_{14\_3} \tau^4 + A_{13\_3} \tau^3 + A_{10\_3} \quad \Theta 2\_3(\tau) := A_{23\_3} \tau^3 + A_{22\_3} \tau^2 + A_{21\_3} \tau + A_{20\_3}$$

$$\Theta 1\_3(\tau) =$$

1652.472
1652.007
1648.998
1641.577
1628.619
1609.734
1585.276
1556.334
1524.74
1493.065
1464.616

$$\Theta 2\_3(\tau) =$$

1464.616
1442.465
1426.257
1414.72
1406.582
1400.571
1395.416
1389.845
1382.585
1372.366
1357.914

$$\Theta 3\_3(\tau) := A_{34\_3} \tau^4 + A_{33\_3} \tau^3 + A_{32\_3} \tau^2 + A_{31\_3} \tau + A_{30\_3}$$

$$\Theta 3\_3(\tau) =$$

1357.914
1352.286
1363.878
1385.437
1411.048
1436.132

1457.452
1473.106
1482.53
1486.501
1487.132

$\tau := 0$

$l31 := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..10 \\ \quad \left| \begin{array}{l} N_i \leftarrow \Theta1\_3(\tau) \\ \tau \leftarrow \tau + 0.1 \end{array} \right. \\ N \end{array} \right|$

$l32 := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..10 \\ \quad \left| \begin{array}{l} N_i \leftarrow \Theta2\_3(\tau) \\ \tau \leftarrow \tau + 0.1 \end{array} \right. \\ N \end{array} \right|$

$l33 := \left| \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..11 \\ \quad \left| \begin{array}{l} N_i \leftarrow \Theta3\_3(\tau) \\ \tau \leftarrow \tau + 0.1 \end{array} \right. \\ N \end{array} \right|$

$l3 := \text{stack}(l31, l32, l33)$

$l3 = \left(\begin{array}{l} 1652.472 \\ 1652.007 \\ 1648.998 \\ 1641.577 \\ 1628.619 \\ 1609.734 \\ 1585.276 \\ 1556.334 \\ 1524.74 \\ 1493.065 \\ 1464.616 \\ 1442.465 \\ 1426.257 \\ 1414.72 \\ 1406.582 \\ 1400.571 \\ 1395.416 \\ 1389.845 \\ 1382.585 \\ 1372.366 \end{array} \right)$

1357.914
1352.286
1363.878
1385.437
1411.048
1436.132
1457.452
1473.106
1482.53
1486.501
1487.132

Для 4-го актуатора

$$A_{10\_4} := 0 \quad A_{13\_4} := 0 \quad A_{23\_4} := 0 \quad A_{31\_4} := 0 \quad A_{30\_4} := 0 \quad A_{33\_4} := 0$$

$$A_{14\_4} := 0 \quad A_{21\_4} := 0 \quad A_{22\_4} := 0 \quad A_{32\_4} := 0 \quad A_{20\_4} := 0 \quad A_{34\_4} := 0$$

Given

$$A_{10\_4} = 14$$

$$A_{14\_4} + A_{13\_4} = 14k1 - 14$$

$$4 \cdot A_{14\_4} + 3A_{13\_4} - A_{21\_4} \cdot \frac{T_1}{T_2} = 0$$

$$6 \cdot A_{14\_4} + 3A_{13\_4} - A_{22\_4} \cdot \frac{(T_1)^2}{(T_2)^2} = 0$$

$$A_{20\_4} = 14k1$$

$$A_{23\_4} + A_{22\_4} + A_{21\_4} = 14k2 - 14k1$$

$$3 \cdot A_{23\_4} + 2A_{22\_4} + A_{21\_4} - A_{31\_4} \cdot \frac{T_2}{T_3} = 0$$

$$3 \cdot A_{14\_4} + A_{22\_4} - A_{32\_4} \cdot \frac{(T_2)^2}{(T_3)^2} = 0$$

$$A_{30\_4} = 14k2$$

$$A_{34\_4} + A_{33\_4} + A_{32\_4} + A_{31\_4} + A_{30\_4} = 14k$$

$$4A_{34\_4} + 3A_{33\_4} + 2A_{32\_4} + A_{31\_4} = 0$$

$$12A_{34\_4} + 6A_{33\_4} + 2A_{32\_4} = 0$$

Polinom_4 := Find(A_10_4, A_13_4, A_14_4, A_21_4, A_22_4, A_20_4, A_23_4, A_31_4, A_32_4, A_30_4

$$\text{Polinom}_4 = \begin{pmatrix} 911.895 \\ -150.124 \\ 135.637 \\ 92.176 \\ 363.449 \\ 897.408 \\ -259.892 \\ 39.399 \\ 770.36 \\ 1093.142 \\ 404.879 \\ -1066.545 \end{pmatrix}$$

$\underline{A}_{10\_4} := (\text{Polinom}_4^{(1)})$, $\underline{A}_{13\_4} := (\text{Polinom}_4^{(1)})_2$, $\underline{A}_{14\_4} := (\text{Polinom}_4^{(1)})_3$, $\underline{A}_{21\_4} := (\text{Polinom}_4^{(1)})_4$

$\underline{A}_{22\_4} := (\text{Polinom}_4^{(1)})_5$, $\underline{A}_{20\_4} := (\text{Polinom}_4^{(1)})_6$, $\underline{A}_{23\_4} := (\text{Polinom}_4^{(1)})_7$, $\underline{A}_{31\_4} := (\text{Polinom}_4^{(1)})_8$

$\underline{A}_{32\_4} := (\text{Polinom}_4^{(1)})_9$, $\underline{A}_{30\_4} := (\text{Polinom}_4^{(1)})_{10}$, $\underline{A}_{34\_4} := (\text{Polinom}_4^{(1)})_{11}$, $\underline{A}_{33\_4} := (\text{Polinom}_4^{(1)})_{12}$

$\tau := 0, 0.1, \dots, 1$

$\Theta 1\_4(\tau) := \underline{A}_{14\_4} \cdot (\tau)^4 + \underline{A}_{13\_4} \cdot (\tau)^3 + \underline{A}_{10\_4} \cdot \tau$, $\Theta 2\_4(\tau) := \underline{A}_{23\_4} \cdot (\tau)^3 + \underline{A}_{22\_4} \cdot (\tau)^2 + \underline{A}_{21\_4} \cdot \tau + \underline{A}_{20\_4}$

$\Theta 1\_4(\tau) =$

$\Theta 2\_4(\tau) =$

911.895
911.759
910.911
908.941
905.76
901.607
897.047
892.969
890.589
891.446
897.408

897.408
910.001
928.302
950.755
975.798
1001.872
1027.419
1050.879
1070.692
1085.3
1093.142

$\Theta 3\_4(\tau) := \underline{A}_{34\_4} \cdot (\tau)^4 + \underline{A}_{33\_4} \cdot (\tau)^3 + \underline{A}_{32\_4} \cdot (\tau)^2 + \underline{A}_{31\_4} \cdot \tau + \underline{A}_{30\_4}$

$\Theta 3\_4(\tau) =$

1093.142
1103.759
1123.952
1148.777
1174.265
1197.418
1216.209
1229.584
1237.459
1240.722
1241.235

$\tau := 0$

$$141 := \begin{array}{|l} \text{for } i \in 1..10 \\ \quad \left| \begin{array}{l} N_i \leftarrow \Theta 1\_4(\tau) \\ \tau \leftarrow \tau + 0.1 \end{array} \right. \\ N \end{array}$$

$$142 := \begin{array}{|l} \text{for } i \in 1..10 \\ \quad \left| \begin{array}{l} N_i \leftarrow \Theta 2\_4(\tau) \\ \tau \leftarrow \tau + 0.1 \end{array} \right. \\ N \end{array}$$

$$143 := \begin{array}{|l} \text{for } i \in 1..11 \\ \quad \left| \begin{array}{l} N_i \leftarrow \Theta 3\_4(\tau) \\ \tau \leftarrow \tau + 0.1 \end{array} \right. \\ N \end{array}$$
 $14 := \text{stack}(141, 142, 143)$
 $t := 0..30$

$$\begin{pmatrix} 911.895 \\ 911.759 \\ 910.911 \\ 908.941 \\ 905.76 \\ 901.607 \\ 897.047 \\ 892.969 \\ 890.589 \\ 891.446 \\ 897.408 \\ 910.001 \\ 928.302 \end{pmatrix}$$

$$14 = \begin{pmatrix} 950.755 \\ 975.798 \\ 1001.872 \\ 1027.419 \\ 1050.879 \\ 1070.692 \\ 1085.3 \\ 1093.142 \\ 1103.759 \\ 1123.952 \\ 1148.777 \\ 1174.265 \\ 1197.418 \\ 1216.209 \\ 1229.584 \\ 1237.459 \\ 1240.722 \\ 1241.235 \end{pmatrix}$$

Для угла φ

 $A_{10\_5} := 0 \quad A_{13\_5} := 0$
 $A_{23\_5} := 0 \quad A_{31\_5} := 0 \quad A_{30\_5} := 0 \quad A_{33\_5} := 0$

$$A_{14\_5} := 0 \quad A_{21\_5} := 0 \quad A_{22\_5} := 0 \quad A_{32\_5} := 0 \quad A_{20\_5} := 0 \quad A_{34\_5} := 0$$

Given

$$A_{10\_5} = \phi n$$

$$A_{14\_5} + A_{13\_5} = \phi l - \phi n$$

$$4 \cdot A_{14\_5} + 3A_{13\_5} - A_{21\_5} \cdot \frac{T_1}{T_2} = 0$$

$$6 \cdot A_{14\_5} + 3A_{13\_5} - A_{22\_5} \cdot \frac{(T_1)^2}{(T_2)^2} = 0$$

$$A_{20\_5} = \phi l$$

$$A_{23\_5} + A_{22\_5} + A_{21\_5} = \phi 2 - \phi l$$

$$3 \cdot A_{23\_5} + 2A_{22\_5} + A_{21\_5} - A_{31\_5} \cdot \frac{T_2}{T_3} = 0$$

$$3 \cdot A_{14\_5} + A_{22\_5} - A_{32\_5} \cdot \frac{(T_2)^2}{(T_3)^2} = 0$$

$$A_{30\_5} = \phi 2$$

$$A_{34\_5} + A_{33\_5} + A_{32\_5} + A_{31\_5} + A_{30\_5} = \phi k$$

$$4A_{34\_5} + 3A_{33\_5} + 2A_{32\_5} + A_{31\_5} = 0$$

$$12A_{34\_5} + 6A_{33\_5} + 2A_{32\_5} = 0$$

$$\text{Polinom}_5 := \text{Find}(A_{10\_5}, A_{13\_5}, A_{14\_5}, A_{21\_5}, A_{22\_5}, A_{20\_5}, A_{23\_5}, A_{31\_5}, A_{32\_5}, A_{30\_5})$$

$$\text{Polinom}_5 = \begin{pmatrix} 0.323 \\ 0.227 \\ -0.203 \\ -0.131 \\ -0.538 \\ 0.347 \\ 0.321 \\ -0.243 \\ -1.148 \\ -0.001 \\ -0.696 \\ 1.774 \end{pmatrix}$$

$$A_{10\_5} := (\text{Polinom}_5^{(i)})_1 \quad A_{13\_5} := (\text{Polinom}_5^{(i)})_2 \quad A_{14\_5} := (\text{Polinom}_5^{(i)})_3 \quad A_{21\_5} := (\text{Polinom}_5^{(i)})_4$$

$$\begin{aligned} \underline{A\_22\_5} &:= (\text{Polinom\_5}^{(1)})_5, \underline{A\_20\_5} := (\text{Polinom\_5}^{(1)})_6, \underline{A\_23\_5} := (\text{Polinom\_5}^{(1)})_7, \underline{A\_31\_5} := (\text{Polinom\_5}^{(1)})_8, \\ \underline{A\_32\_5} &:= (\text{Polinom\_5}^{(1)})_9, \underline{A\_30\_5} := (\text{Polinom\_5}^{(1)})_{10}, \underline{A\_34\_5} := (\text{Polinom\_5}^{(1)})_{11}, \underline{A\_33\_5} := (\text{Polinom\_5}^{(1)})_{12} \end{aligned}$$

$$\underline{\tau} := 0, 0.1 \dots 1$$

$$\begin{aligned} \Theta1\_5(\tau) &:= A\_14\_5 \cdot (\tau)^4 + A\_13\_5 \cdot (\tau)^3 + A\_10 \cdot \Theta2\_5(\tau) := A\_23\_5 \cdot (\tau)^3 + A\_22\_5 \cdot (\tau)^2 + A\_21\_5 \cdot \tau + A \\ &\begin{pmatrix} 0.323 \\ 0.323 \\ 0.324 \\ 0.327 \\ 0.332 \\ 0.339 \\ 0.346 \\ 0.352 \\ 0.356 \\ 0.355 \\ 0.347 \end{pmatrix} \quad \Theta2\_5(\tau) = \begin{pmatrix} 0.347 \\ 0.329 \\ 0.302 \\ 0.268 \\ 0.229 \\ 0.187 \\ 0.144 \\ 0.102 \\ 0.062 \\ 0.028 \\ -0.001 \end{pmatrix} \end{aligned}$$

$$\Theta3\_5(\tau) := A\_34\_5 \cdot (\tau)^4 + A\_33\_5 \cdot (\tau)^3 + A\_32\_5 \cdot (\tau)^2 + A\_31\_5 \cdot \tau + A\_30\_5$$

$$\Theta3\_5(\tau) = \begin{pmatrix} -0.001 \\ -0.035 \\ -0.082 \\ -0.135 \\ -0.186 \\ -0.231 \\ -0.267 \\ -0.292 \\ -0.307 \\ -0.313 \\ -0.314 \end{pmatrix}$$

$$\tau := 0$$

$$\text{ORIGIN} := 1$$

$$\phi1 := \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..10 \\ \quad N_i \leftarrow \Theta1\_5(\tau) \\ \quad \tau \leftarrow \tau + 0.1 \\ N \end{array}$$

$$\phi2 := \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..10 \\ \quad N_i \leftarrow \Theta2\_5(\tau) \\ \quad \tau \leftarrow \tau + 0.1 \\ N \end{array}$$

$$\phi3 := \begin{array}{l} \text{for } i \in 1..11 \\ \quad N_i \leftarrow \Theta3\_5(\tau) \\ \quad \tau \leftarrow \tau + 0.1 \\ N \end{array}$$

$$\phi := \text{stack}(\phi1, \phi2, \phi3)$$

1366.085	1421.702	1632.472	911.895	0.323
1365.922	1421.155	1652.007	911.759	0.323207
1364.911	1417.614	1648.998	910.911	0.324494
1362.57	1408.875	1641.577	908.941	0.327493
1358.819	1393.594	1628.619	905.76	0.332348
1353.975	1371.287	1609.734	901.607	0.338716
1348.755	1342.332	1585.276	897.047	0.345766
1344.276	1307.969	1556.334	892.969	0.352177
1342.056	1270.296	1524.74	890.589	0.356142
1344.01	1232.274	1493.065	891.446	0.355365
1352.455	1197.724	1464.616	897.408	0.347063
1369.23	1170.221	1442.465	910.001	0.328892
1392.936	1149.481	1426.257	928.302	0.301891
1421.332	1134.188	1414.72	950.755	0.267987
1452.176	1123.022	1406.582	975.798	0.229108
1483.228	1114.666	1400.571	1001.872	0.187181
1512.245	1107.8	1395.416	1027.419	0.144132
1536.986	1101.108	1389.845	1050.879	0.101888
1555.21	1093.27	1382.585	1070.692	0.062376
1564.675	1082.969	1372.366	1085.3	0.027524

1563.14	1068.886	1357.914	1093.142	-0.000742
1563.784	1065.531	1352.286	1103.759	-0.034847
1577.009	1081.844	1363.878	1123.952	-0.08224
1597.201	1109.338	1385.437	1148.777	-0.134782
1619.803	1141.103	1411.048	1174.265	-0.186004
1641.315	1171.811	1436.132	1197.418	-0.231107
1659.291	1197.711	1457.452	1216.209	-0.266961
1672.343	1216.634	1473.106	1229.584	-0.292104
1680.14	1227.987	1482.53	1237.459	-0.306744
1683.407	1232.758	1486.501	1240.722	-0.312761
1683.924	1233.515	1487.132	1241.235	-0.3137

$t := 0, 0.4, \dots, 12$

$$Se := \sqrt{(xek - xef)^2 + (yek - yef)^2 + (zek - zef)^2}$$

$Se = 1700$

$$\alpha_{23} := 1 \quad a := 90 \quad \alpha_{13} := 0 \quad \alpha_{33} := 0 \quad b := 220 \quad Tk := 12$$

Траектория и закон перемещения характерной точки $E[xE(t), yE(t), zE(t)]$ рабочего органа манипулятора по интерполяционным законам изменения длин исполнительных цилиндров:

1. Решаем прямую задачу о положениях, определяем координаты точки $M(xM, yM, zM)$
2. Находим законы изменения координат точки $E[xE(t), yE(t), zE(t)]$
3. Определяем закон перемещения по траектории S

$$\alpha_0 := 0 \quad t := 0$$

rez := for i ∈ 1..31

$$\left| \begin{array}{l} A_i \leftarrow -(l_{1i})^2 + 0.5(l_{2i})^2 + 0.5 \cdot (l_{3i})^2 \\ x_i \leftarrow \frac{(l_{3i})^2 - (l_{2i})^2}{4 \cdot x_b} \\ y_i \leftarrow \left[(l_{1i})^2 - \frac{[(l_{3i})^2 - (l_{2i})^2]^2}{16 \cdot x_b^2} - \left[\frac{(A_i - x_b^2 - z_a^2)^2}{4 \cdot z_a^2} \right]^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \cos(\phi_i) - \left(\frac{A_i - x_b^2 + z_a^2}{2 \cdot z_a} \right) \cdot \sin(\phi_i) \\ z_i \leftarrow \left[(l_{1i})^2 - \frac{[(l_{3i})^2 - (l_{2i})^2]^2}{16 \cdot x_b^2} - \left[\frac{(A_i - x_b^2 - z_a^2)^2}{4 \cdot z_a^2} \right]^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \sin(\phi_i) + \left(\frac{A_i - x_b^2 + z_a^2}{2 \cdot z_a} \right) \cdot \cos(\phi_i) \\ \gamma_i \leftarrow \operatorname{atan}\left(\frac{-x_i}{y_i + OA1 \cdot \sin(\phi_i)} \right) \end{array} \right.$$

$$\left| \begin{array}{l} x_{e_i} \leftarrow x_i + b \cdot \alpha_{13} - a \cdot \cos(\alpha_0) \cdot \sin(\gamma_i) \\ y_{e_i} \leftarrow y_i + b \cdot \alpha_{23} + a \cdot \cos(\alpha_0) \cdot \cos(\gamma_i) \\ z_{e_i} \leftarrow z_i + b \cdot \alpha_{33} + a \cdot \sin(\alpha_0) \\ t \leftarrow t + 0.4 \\ (x \ y \ z \ l1 \ l2 \ l3 \ l4 \ A \ x_e \ y_e \ z_e \ t) \end{array} \right.$$

$$rez = (\{31,1\} \ \{31,1\} \ \{31,1\} \ \{31,1\} \ \{31,1\} \ \{31,1\} \ \{31,1\} \ \{31,1\} \ \{31,1\} \ \{31,1\} \ \{31,1\} \ 12.4)$$

$$x := (rez^{(1)})_1 \quad y := (rez^{(2)})_1 \quad z := (rez^{(3)})_1 \quad l1 := (rez^{(4)})_1 \quad l2 := (rez^{(5)})_1 \quad l3 := (rez^{(6)})_1 \quad l4 := (rez^{(7)})_1$$

$$x_e := (rez^{(9)})_1 \quad y_e := (rez^{(10)})_1 \quad z_e := (rez^{(11)})_1$$

$$Sxpolx := (rez^{(12)})_1 \quad Sypolx := (rez^{(13)})_1 \quad Szpolx := (rez^{(14)})_1 \quad S := (rez^{(15)})_1$$

$\kappa =$					
500	1000.163	1000	1366.085	1421.702	
500	999.951	999	1365.922	1421.155	
500	998.694	996	1364.911	1417.614	
500	995.943	986	1362.57	1408.875	
500	991.834	968	1358.819	1393.594	
501	986.995	941	1353.975	1371.287	
501	982.468	903	1348.755	1342.332	
501	979.642	854	1344.276	1307.969	
501	980.221	795	1342.056	1270.296	
501	986.203	724	1344.01	1232.274	
500	999.842	643	1352.455	1197.724	
501	1022.115	551	1369.23	1170.221	
502	1048.351	448	1392.936	1149.481	
504	1072.964	336	1421.332	1134.188	
505	1091.274	219	1452.176	1123.022	
506	1099.907	99	1483.228	1114.666	
507	1097.172	-18	1512.245	1107.8	
506	1083.294	-126	1536.986	1101.108	
504	1060.387	-220	1555.21	1093.27	
500	1032.072	-294	1564.675	1082.969	

494	1002.703	-343	1563.14	1068.886
488	984.252	-386	1563.784	1065.531
486	980.173	-439	1577.009	1081.844
485	983.534	-496	1597.201	1109.338
485	989.616	-553	1619.803	1141.103
485	995.715	-604	1641.315	1171.811
486	1000.636	-645	1659.291	1197.711
486	1004.08	-674	1672.343	1216.634
486	1006.136	-692	1680.14	1227.987
486	1007.033	-699	1683.407	1232.758
486	1007.184	-700	1683.924	1233.515

$l3 =$	$l4 =$	$xe =$	$ye =$	$ze =$
1652.472	911.895	533.274	1303.625	1000.001
1652.007	911.759	533.288	1303.412	999.434
1648.998	910.911	533.383	1302.15	995.643
1641.577	908.941	533.608	1299.389	985.918
1628.619	905.76	533.958	1295.266	968.134
1609.734	901.607	534.354	1290.416	940.784
1585.276	897.047	534.661	1285.886	902.958
1556.334	892.969	534.734	1283.073	854.268
1524.74	890.589	534.497	1283.688	794.702
1493.065	891.446	534.044	1289.727	724.38
1464.616	897.408	533.727	1303.442	643.21
1442.465	910.001	534.057	1325.788	550.825
1426.257	928.302	535.099	1352.061	447.935
1414.72	950.755	536.694	1376.642	336.245
1406.582	975.798	538.59	1394.825	218.539
1400.571	1001.872	540.463	1403.221	98.773
1395.416	1027.419	541.924	1400.127	-18.067
1389.845	1050.879	542.524	1385.77	-126.336
1382.585	1070.692	541.753	1362.286	-220.202
1372.366	1085.3	539.035	1333.356	-294.127

1357.914	1093.142	533.742	1303.43	-343.215
1352.286	1103.759	529.117	1284.44	-385.81
1363.878	1123.952	527.831	1279.733	-438.805
1385.437	1148.777	528.417	1282.41	-496.358
1411.048	1174.265	529.747	1287.8	-553.021
1436.132	1197.418	531.135	1293.256	-603.884
1457.452	1216.209	532.258	1297.64	-645.109
1473.106	1229.584	533.031	1300.693	-674.472
1482.53	1237.459	533.476	1302.518	-691.748
1486.501	1240.722	533.663	1303.32	-698.884
1487.132	1241.235	533.693	1303.457	-700

$l1(t) := l1$ $l2(t) := l2$ $l3(t) := l3$ $l4(t) := l4$
 $\underline{xek} := xe_{31}$ $\underline{yek} := ye_{31}$ $\underline{zek} := ze_{31}$
 $xek = 533.693$ $yek = 1303.457$ $zek = -700$
 $\underline{xe0} := xe_1$ $\underline{ye0} := ye_1$ $\underline{ze0} := ze_1$

$$xe0 = 533.274 \quad ye0 = 1303.625 \quad ze0 = 1000.001$$

$$t_1 := 0$$

$$rez2 := \text{for } i \in 1..31$$

$$dx_e \leftarrow x_{ek} - x_{e0}$$

$$dy_e \leftarrow y_{ek} - y_{e0}$$

$$dz_e \leftarrow z_{ek} - z_{e0}$$

$$k1e \leftarrow \frac{dye}{dx_e}$$

$$k2e \leftarrow \frac{dze}{dx_e}$$

$$k3e \leftarrow \frac{dze}{dye}$$

$$kxe \leftarrow \sqrt{1 + k1e^2 + k2e^2}$$

$$kye \leftarrow \sqrt{1 + \frac{1}{k1e^2} + k3e^2}$$

$$kze \leftarrow \sqrt{1 + \frac{1}{k2e^2} + \frac{1}{k3e^2}}$$

$$k \leftarrow \frac{1}{kxe^2} + \frac{1}{kye^2} + \frac{1}{kze^2}$$

$$Skxe \leftarrow \sqrt{1 + k1e^2 + k2e^2} \cdot (x_{ek} - x_{e0})$$

$$Skye \leftarrow \sqrt{1 + \frac{1}{k1e^2} + k3e^2} \cdot (y_{ek} - y_{e0})$$

$$Skze \leftarrow \sqrt{1 + \frac{1}{k2e^2} + \frac{1}{k3e^2}} \cdot (z_{ek} - z_{e0})$$

$$Sx_i \leftarrow \left[10 - 15 \cdot \frac{t_i}{Tk} + 6 \cdot \frac{(t_i)^2}{Tk^2} \right] \cdot \frac{(t_i)^3}{Tk^3} \cdot Skxe$$

$$Sy_i \leftarrow \left[10 - 15 \cdot \frac{t_i}{Tk} + 6 \cdot \frac{(t_i)^2}{Tk^2} \right] \cdot \frac{(t_i)^3}{Tk^3} \cdot Skye$$

$$Sz_i \leftarrow \left[10 - 15 \cdot \frac{t_i}{Tk} + 6 \cdot \frac{(t_i)^2}{Tk^2} \right] \cdot \frac{(t_i)^3}{Tk^3} \cdot Skze$$

$$Sxpol_i \leftarrow kxe \cdot (x_{ei} - x_{e0}) \quad \text{if } |x_{ek} - x_{e0}| \geq$$

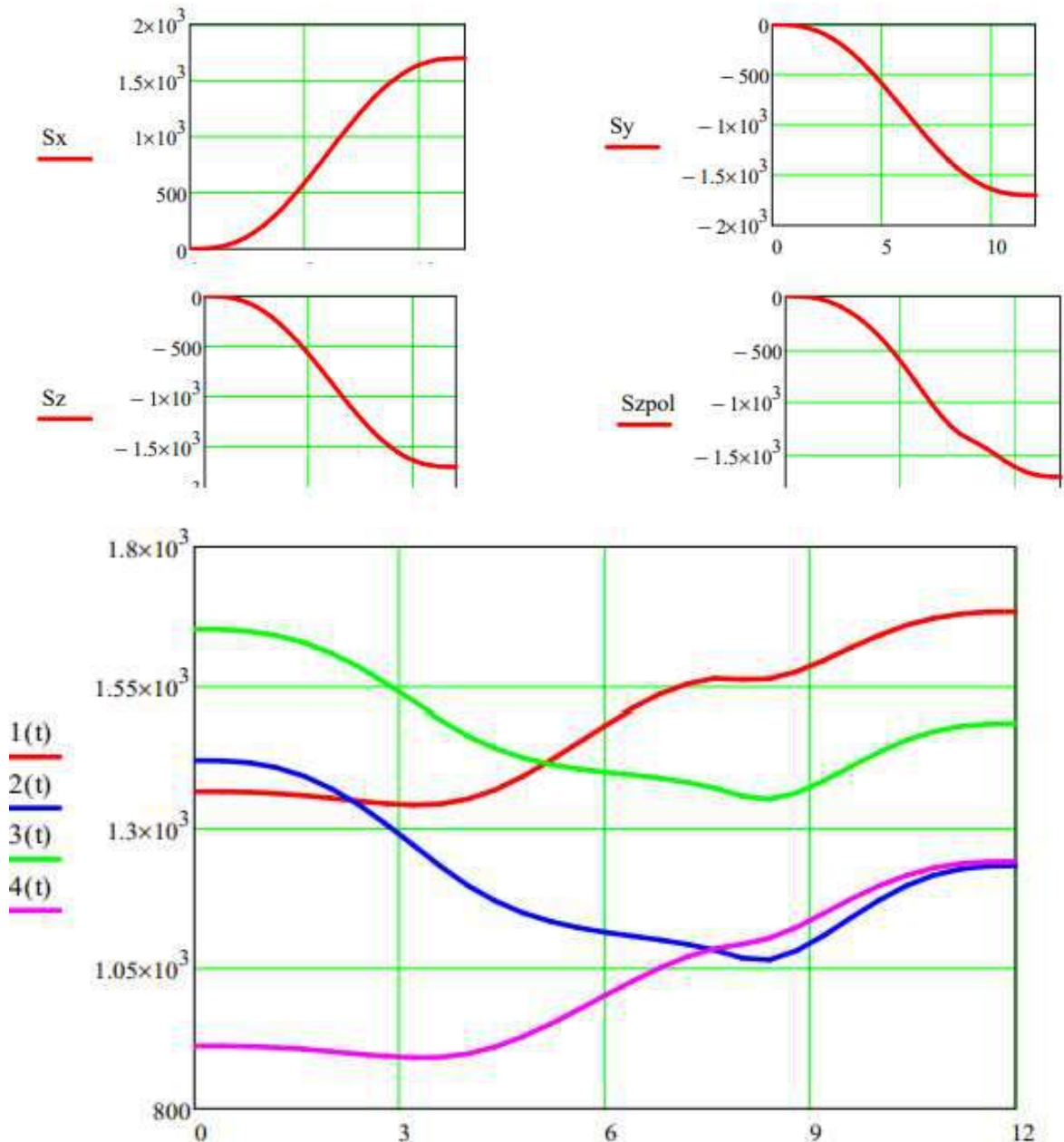
$$Sypol_i \leftarrow kye \cdot (y_{ei} - y_{e0}) \quad \text{if } |y_{ek} - y_{e0}| \geq$$

$$Szpol_i \leftarrow kze \cdot (z_{ei} - z_{e0}) \quad \text{if } |z_{ek} - z_{e0}| \geq$$

$$t_{i+1} \leftarrow t_i + 0.4$$

$$\begin{aligned}
 & \left| \begin{array}{l} t2_i \leftarrow t_{i+1} - 0.4 \\ (k \text{ Sxpol Sypol Szpol Sx Sy Sz } t2) \end{array} \right. \\
 & xe := (rez2^{(1)})_1 \quad Sxpol := (rez2^{(2)})_1 \quad Sypol := (rez2^{(3)})_1 \quad Szpol := (rez2^{(4)})_1 \\
 & \underline{Sx} := (rez2^{(5)})_1 \quad \underline{Sy} := (rez2^{(6)})_1 \quad \underline{Sz} := (rez2^{(7)})_1 \quad t := (rez2^{(8)})_1
 \end{aligned}$$

Программные законы изменения дуговых координат (в проекциях на ось x, y, z), реализуемые при изменении длин исполнительных цилиндров, полученных в результате интерполяции



2.5 КИНЕМАТИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ ПРОГРАММНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ ПРИВОДОВ МЕТОДОМ ИНТЕРПОЛЯЦИИ ПРОГРАММНЫХ ПЕРЕМЕЩЕНИЙ ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ ПРИВОДОВ ПЕРВОГО И ПОСЛЕДНЕГО УЧАСТКОВ ТРАЕКТОРИИ И ТОЧЕЧНОЙ КВАДРАТИЧНОЙ АППРОКСИМАЦИИ ПРОМЕЖУТОЧНЫХ УЧАСТКОВ ТРАЕКТОРИИ

$$\begin{aligned}
 x_b &:= 355 & z_a &:= 750 & OA_1 &:= 750 \\
 y_0 &:= 755 & x_c &:= -355 & z_d &:= -40 \\
 y_b &:= y_0 & y_c &:= y_0 & O_1A &:= z_a & OA &:= OA_1 \\
 \phi &:= 0.323 & \phi_0 &:= \phi & OO_1 &:= z_d & OK &:= y_0
 \end{aligned}$$

1 Вариант ввода исходных данных: задаем начальные координаты M_0 и определяем длины

$$x_{m0} := 500$$

$$y_{m0} := 1000$$

$$z_{m0} := 1000$$

$$l_1 := \sqrt{x_{m0}^2 + (y_{m0} + OA_1 \cdot \sin(\phi))^2 + (z_{m0} - OA_1 \cdot \cos(\phi))^2}$$

$$l_1 = 1366.085$$

$$l_2 := \sqrt{(x_{m0} - x_b)^2 + (y_{m0})^2 + z_{m0}^2}$$

$$l_2 = 1421.628$$

$$l_3 := \sqrt{(x_{m0} + x_b)^2 + (y_{m0})^2 + z_{m0}^2}$$

$$l_3 = 1652.581$$

$$l_4 := \sqrt{\left(z_a \cdot \sin\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right) - OO_1\right)^2 + \left(y_b - z_a \cdot \cos\left(\frac{\pi}{2} - \phi\right)\right)^2}$$

$$l_4 = 911.895$$

$$-2 \cdot \text{atan} \left[\frac{\sqrt{(OO1^2 - l_4^2 + 2 \cdot l_4 \cdot za + yb^2 - za^2) \cdot (l_4^2 - OO1^2 + 2 \cdot l_4 \cdot za - yb^2 + za^2)} - 2 \cdot yb \cdot za}{OO1^2 + 2 \cdot OO1 \cdot za - l_4^2 + yb^2 + za^2} \right] = 0.323$$

2 Вариант ввода исходных данных: задаем длины и определяем начальные координаты M_0

$$l_1 := 1366.085 \quad l_2 := 1421.628 \quad l_3 := 1652.581$$

$$l_1 = 1366.085 \quad l_2 = 1421.628 \quad l_3 = 1652.581$$

$$A := -l_1^2 + 0.5l_2^2 + 0.5l_3^2$$

$$x_{m0} := \frac{l_3^2 - l_2^2}{4xb}$$

$$x_{m0} = 499.998$$

$$y_{m0} := \left[l_1^2 - \frac{(l_3^2 - l_2^2)^2}{16 \cdot xb^2} - \left[\frac{(A - xb^2 - za^2)^2}{4 \cdot za^2} \right]^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \cos(\phi) - \left(\frac{A - xb^2 + za^2}{2 \cdot za} \right) \cdot \sin(\phi)$$

$$y_{m0} = 1000.001$$

$$z_{m0} := \left[l_1^2 - \frac{(l_3^2 - l_2^2)^2}{16 \cdot xb^2} - \left[\frac{(A - xb^2 - za^2)^2}{4 \cdot za^2} \right]^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \sin(\phi) + \left(\frac{A - xb^2 + za^2}{2 \cdot za} \right) \cdot \cos(\phi)$$

$$z_{m0} = 1000$$

Решаем задачу позиционирования

Определяем параметр γ_0 манипулятора

$$\gamma_0 := \operatorname{atan}\left(\frac{-x_{m0}}{y_{m0} + OA1 \cdot \sin(\phi)}\right) \quad \gamma_0 = -0.384$$

**Задаем направляющие косинусы, определяющие ориентацию
рабочего органа захватного устройства в пространстве и
определяем начальные координаты захвата E**

$$\alpha_0 := 0 \quad \alpha_{23} := 1 \quad a := 90 \quad \alpha_{13} := 0 \quad \alpha_{33} := 0 \quad b := 220$$

$$x_{e0} := x_{m0} + b \cdot \alpha_{13} - a \cdot \cos(\alpha_0) \cdot \sin(\gamma_0) \quad x_{e0} = 533.701$$

$$y_{e0} := y_{m0} + b \cdot \alpha_{23} + a \cdot \cos(\alpha_0) \cdot \cos(\gamma_0) \quad y_{e0} = 1303.452$$

$$z_{e0} := z_{m0} + b \cdot \alpha_{33} + a \cdot \sin(\alpha_0) \quad z_{e0} = 1000$$

Задаемся углом γ и определяем углы ψ_1, α

$$\psi_1 := \operatorname{asin}(-\alpha_{23} \cdot \sin(\gamma_0) + \alpha_{13} \cdot \cos(\gamma_0)) \quad \psi_2 := \operatorname{asin}(-\alpha_{23} \cdot \sin(\gamma_0) - \alpha_{13} \cdot \cos(\gamma_0))$$

$$\psi_1 = 0.384$$

$$\psi_2 = 0.384$$

$$\psi := \psi_1$$

$$\alpha_0 := \operatorname{asin}\left(\frac{\alpha_{33}}{\cos(\psi)}\right)$$

$$\underline{x_e > x_{mk}, - "-\psi}$$

$$\underline{x_e < x_{mk}, - "+\psi}$$

$$\alpha_0 = 0$$

$$\underline{x_e = x_{mk}}$$

$$\psi = 0$$

$$\alpha := \alpha_0$$

Задаем конечные координаты захвата E

$$x_{ek} := x_{e0} - 0.0000001 \quad y_{ek} := y_{e0} - 0.000000 \quad z_{ek} := -700$$

$$x_{ek} = 533.701 \quad y_{ek} = 1303.452$$

$$\gamma_k := \operatorname{atan}\left(\frac{-x_{ek}}{y_{ek}}\right)$$

$$\gamma_k = -0.389$$

Определяем координаты конечной точки M

$$x_{mk\_0} := 0 \quad y_{mk\_0} := 0 \quad z_{mk\_0} := 0 \quad \gamma_{\_0} := \gamma_k$$

Given

$$x_{ek} = x_{mk\_0} + b \cdot \alpha_{13} - a \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\gamma_{\_0})$$

$$y_{ek} = y_{mk\_0} + b \cdot \alpha_{23} + a \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\gamma_{\_0})$$

$$z_{ek} = z_{mk\_0} + b \cdot \alpha_{33} + a \cdot \sin(\alpha)$$

$$F(\gamma_{\_0}) := \operatorname{Find}(x_{mk\_0}, y_{mk\_0}, z_{mk\_0})$$

$$F(\gamma_{\_0}) = \begin{pmatrix} 500 \\ 1000 \\ -700 \end{pmatrix}$$

$$\underline{x_{mk\_0}} := \left(F(\gamma_{\_0})^{\langle 1 \rangle}\right)_1 \quad \underline{y_{mk\_0}} := \left(F(\gamma_{\_0})^{\langle 1 \rangle}\right)_2 \quad \underline{z_{mk\_0}} := \left(F(\gamma_{\_0})^{\langle 1 \rangle}\right)_3$$

$$x_{mk\_0} = 500$$

$$y_{mk\_0} = 1000.16$$

$$z_{mk\_0} = -700$$

**Оптимизируем угол ϕ поворота основания манипулятора-трипода
из условия минимума критерия обобщенной энергии**

$$\underline{OK} := y0 \quad \underline{OA} := za \quad OB := xb \quad \underline{OK} := y0 \quad DK := zd \quad \underline{OA1} := za$$

$$\phi\_0 := 0.323 \quad l1\_01 := l1 \quad l4\_01 := l4 \quad l4 = 911.895$$

Given

$$\begin{aligned} & \frac{[2 \cdot OA1 \cdot \cos(\phi\_0) \cdot (ymk\_0 + OA1 \cdot \sin(\phi\_0)) + 2 \cdot OA1 \cdot \sin(\phi\_0) \cdot (zmk\_0 - OA1 \cdot \cos(\phi\_0))] \cdot [l1\_01 - \\ & \quad \sqrt{(ymk\_0 + OA1 \cdot \sin(\phi\_0))^2 + (zmk\_0 - OA1 \cdot \cos(\phi\_0))^2}]}{+ \left[\frac{[l4\_01 - \sqrt{(DK - OA1 \cdot \cos(\phi\_0))^2 + (OK - OA1 \cdot \sin(\phi\_0))^2}] \cdot [2 \cdot OA1 \cdot \sin(\phi\_0) \cdot (DK - OA1 \cdot \cos(\phi\_0)) + 2 \cdot OA1 \cdot \cos(\phi\_0) \cdot (OK - OA1 \cdot \sin(\phi\_0))]}{\sqrt{(DK - OA1 \cdot \cos(\phi\_0))^2 + (OK - OA1 \cdot \sin(\phi\_0))^2}} \right]} \end{aligned}$$

$$Ugol\phi(xmk\_0, ymk\_0, zmk\_0) := Find(\phi\_0)$$

$$Ugol\phi(xmk\_0, ymk\_0, zmk\_0) = -0.412$$

$$\underline{\phi\_0} := Ugol\phi(xmk\_0, ymk\_0, zmk\_0)$$

$$i := 1 \quad schet := 4 \quad xek = 533.701 \quad yek = 1303.452$$

$$n := 0$$

Определяем обобщенные координаты

```

pozicionirovanie := while i ≤ schet
    if i = 1
        
$$\gamma_i \leftarrow \operatorname{atan} \left[ \frac{(-x_{ek})}{y_{ek}} \right]$$

        
$$\gamma_{_0} \leftarrow \gamma_i$$

        
$$xmk_i \leftarrow (F(\gamma_{_0})^{(1)})_1$$

        
$$ymk_i \leftarrow (F(\gamma_{_0})^{(1)})_2$$

        
$$zmk_i \leftarrow (F(\gamma_{_0})^{(1)})_3$$

        
$$xmk_{_0} \leftarrow xmk_i$$

        
$$ymk_{_0} \leftarrow ymk_i$$

        
$$zmk_{_0} \leftarrow zmk_i$$

        
$$\phi_i \leftarrow \operatorname{Ugol} \phi(xmk_{_0}, ymk_{_0}, zmk_{_0})$$

        
$$\gamma_i \leftarrow \operatorname{atan} \left( \frac{-xmk_i}{ymk_i + OA1 \cdot \sin(\phi_i)} \right)$$

        
$$\gamma_{_0} \leftarrow \gamma_i$$

        
$$l1_i \leftarrow \sqrt{(xmk_i)^2 + (ymk_i + OA1 \cdot \sin(\phi_i))^2 + (zmk_i - OA1 \cdot \cos(\phi_i))^2}$$

        
$$l2_i \leftarrow \sqrt{(xmk_i - xb)^2 + (ymk_i)^2 + (zmk_i)^2}$$

        
$$l3_i \leftarrow \sqrt{(xmk_i + xb)^2 + (ymk_i)^2 + (zmk_i)^2}$$

        
$$l4_i \leftarrow \sqrt{(OK - OA \cdot \sin(\phi_i))^2 + (OA \cdot \cos(\phi_i) - DK)^2}$$

        
$$i \leftarrow i + 1$$

    (xm0 ym0 zm0 xe0 ye0 ze0 ψ xmk ymk zmk φ γ l1 l2 l3 l4)

```

Resultat

$$\underline{xm0} := (\text{pozicionirovanie}^{(1)})_1 \quad \underline{ym0} := (\text{pozicionirovanie}^{(2)})_1 \quad \underline{zm0} := (\text{pozicionirovanie}^{(3)})_1 \quad \underline{xc0} := (\text{pozicionirovanie}^{(4)})_1$$

$$xm0 = 499.998 \quad ym0 = 1000.001 \quad zm0 = 1000 \quad xc0 = 533.701$$

$$\underline{yc0} := (\text{pozicionirovanie}^{(5)})_1 \quad \underline{zc0} := (\text{pozicionirovanie}^{(6)})_1$$

$$yc0 = 1303.452 \quad zc0 = 1000$$

$$\underline{xmk} := (\text{pozicionirovanie}^{(8)})_1 \quad \underline{ymk} := (\text{pozicionirovanie}^{(9)})_1 \quad \underline{zmk} := (\text{pozicionirovanie}^{(10)})_1 \quad \underline{\phi} := (\text{pozicionirovanie}^{(11)})_1$$

$$\underline{xmk} = \begin{pmatrix} 499.598 \\ 481.399 \\ 483.102 \\ 482.939 \end{pmatrix} \quad \underline{ymk} = \begin{pmatrix} 1000.163 \\ 1010.21 \\ 1009.022 \\ 1009.134 \end{pmatrix} \quad \underline{zmk} = \begin{pmatrix} -700 \\ -700 \\ -700 \\ -700 \end{pmatrix} \quad \underline{\phi} = \begin{pmatrix} -0.41230347 \\ -0.41454681 \\ -0.4140327 \\ -0.41407885 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\gamma} := (\text{pozicionirovanie}^{(12)})_1 \quad \underline{\psi} := (\text{pozicionirovanie}^{(7)})_1 \quad \underline{\psi1} := (\text{pozicionirovanie}^{(13)})_1$$

$$\underline{\gamma} = \begin{pmatrix} -0.62012 \\ -0.59705 \\ -0.59924 \\ -0.59904 \end{pmatrix} \quad \psi = 0.384 \quad \psi2 = 0.384$$

$$\underline{l1k} := (\text{pozicionirovanie}^{(13)})_1 \quad \underline{l2k} := (\text{pozicionirovanie}^{(14)})_1 \quad \underline{l3k} := (\text{pozicionirovanie}^{(15)})_1$$

$$T = 24.7$$

$$\underline{L} = 12$$

$$\underline{Llk} = 12$$

$$dx := xmk - xm0 \quad dy := ymk - ym0 \quad dz := zmk - zm0$$

$$k1 := \frac{dy}{dx} \quad k2 := \frac{dz}{dx} \quad k3 := \frac{dz}{dy}$$

$$kx := \sqrt{1 + k1^2 + k2^2} \quad ky := \sqrt{1 + \left(\frac{1}{k1}\right)^2 + k3^2} \quad kz := \sqrt{1 + \left(\frac{1}{k2}\right)^2 + \left(\frac{1}{k3}\right)^2}$$

$$kx = 99.659 \quad ky = 186.152 \quad kz = 1$$

$$Sk := kx \cdot dx \quad S1k := ky \cdot dy \quad S2k := kz \cdot dz$$

$$Sk = -1700.11 \quad S1k = 1700.11 \quad S2k = -1700.11$$

$$D := \frac{1}{kx^2} + \frac{1}{ky^2} + \frac{1}{kz^2} \quad D = 1$$

$$S1x := \sqrt{1 + k1^2 + k2^2} (xmk - xm0) \quad S1x = -1700.11$$

$$S1y := \sqrt{1 + \left(\frac{1}{k1}\right)^2 + k3^2} (ymk - ym0) \quad S1y = 1700.11$$

$$S1z := \sqrt{1 + \left(\frac{1}{k2}\right)^2 + \left(\frac{1}{k3}\right)^2} (zmk - zm0) \quad S1z = -1700.11$$

$$t := 0, \frac{T1k}{3}, T1k \quad \pi(t) := \frac{t}{T1k}$$

$$Ss(t) := S1x \left[10 \left(\frac{t}{T1k} \right)^3 - 15 \left(\frac{t}{T1k} \right)^4 + 6 \left(\frac{t}{T1k} \right)^5 \right]$$

$$S_y(t) := S_{ky} \cdot \left[10 \cdot \left(\frac{t}{T_{1k}} \right)^3 - 15 \cdot \left(\frac{t}{T_{1k}} \right)^4 + 6 \cdot \left(\frac{t}{T_{1k}} \right)^5 \right]$$

$$S_z(t) := S_{kz} \cdot \left[10 \cdot \left(\frac{t}{T_{1k}} \right)^3 - 15 \cdot \left(\frac{t}{T_{1k}} \right)^4 + 6 \cdot \left(\frac{t}{T_{1k}} \right)^5 \right]$$

$$x_p(t) := \frac{S_x(t) + x_{m0} \cdot k_x}{k_x}$$

$$y_p(t) := \frac{S_y(t) + y_{m0} \cdot k_y}{k_y}$$

$$z_p(t) := \frac{S_z(t) + z_{m0} \cdot k_z}{k_z}$$

$$x_p(t) = \begin{pmatrix} 499.998 \\ 496.418 \\ 486.519 \\ 482.939 \end{pmatrix}$$

$$y_p(t) =$$

1000.001
1001.917
1007.217
1009.134

$$z_p(t) =$$

1000
643.2
-343.2
-700

Определяем закон перемещения захвата E по прямой из начальной точки в конечную

$$d_{xe} := x_{ek} - x_{e0}$$

$$d_{ye} := y_{ek} - y_{e0}$$

$$d_{ze} := z_{ek} - z_{e0}$$

$$k_{1e} := \frac{d_{ye}}{d_{xe}}$$

$$k_{2e} := \frac{d_{ze}}{d_{xe}}$$

$$k_{3e} := \frac{d_{ze}}{d_{ye}}$$

$$k_{1e} = 1$$

$$k_{2e} = 17000007541.943$$

$$k_{3e} = 16999988215.188$$

$$k_{xe} := \sqrt{1 + k_{1e}^2 + k_{2e}^2}$$

$$k_{ye} := \sqrt{1 + \left(\frac{1}{k_{1e}} \right)^2 + k_{3e}^2}$$

$$k_{ze} := \sqrt{1 + \left(\frac{1}{k_{2e}} \right)^2 + \left(\frac{1}{k_{3e}} \right)^2}$$

$$k_{xe} = 17000007541.943$$

$$k_{ye} = 16999988215.188$$

$$k_{ze} = 1$$

$$D_{www} := \frac{1}{k_{xe}^2} + \frac{1}{k_{ye}^2} + \frac{1}{k_{ze}^2}$$

$$D = 1$$

$$kx := \sqrt{1 + k1^2 + k2^2}$$

$$ky := \sqrt{1 + \left(\frac{1}{k1}\right)^2 + k3^2}$$

$$kz := \sqrt{1 + \left(\frac{1}{k2}\right)^2 + \left(\frac{1}{k3}\right)^2}$$

$$kx = 99.659$$

$$ky = 186.152$$

$$kz = 1$$

$$Skxe := \sqrt{1 + k1e^2 + k2e^2} \cdot (xek - xe0)$$

$$Skxe = -1700$$

$$Skye := \sqrt{1 + \left(\frac{1}{k1e^2} + k3e^2\right)} \cdot (yek - ye0)$$

$$Skye = -1700$$

$$Skze := \sqrt{1 + \left(\frac{1}{k2e^2} + \frac{1}{k3e^2}\right)} \cdot (zek - ze0)$$

$$Skze = -1700$$

$$t := 0,4 \dots T1k$$

$$\tau(t) := \frac{t}{T1k}$$

$$Sxe(t) := Skxe \cdot \left[10 \cdot \left(\frac{t}{T1k}\right)^3 - 15 \cdot \left(\frac{t}{T1k}\right)^4 + 6 \cdot \left(\frac{t}{T1k}\right)^5 \right]$$

$$Sye(t) := Skye \cdot \left[10 \cdot \left(\frac{t}{T1k}\right)^3 - 15 \cdot \left(\frac{t}{T1k}\right)^4 + 6 \cdot \left(\frac{t}{T1k}\right)^5 \right]$$

$$Sze(t) := Skze \cdot \left[10 \cdot \left(\frac{t}{T1k}\right)^3 - 15 \cdot \left(\frac{t}{T1k}\right)^4 + 6 \cdot \left(\frac{t}{T1k}\right)^5 \right]$$

$$xe(t) := \frac{Sxe(t) + xe0 \cdot kxe}{kxe}$$

$$ye(t) := \frac{Sye(t) + ye0 \cdot kye}{kye}$$

$$ze(t) := \frac{Sze(t) + ze0 \cdot kze}{kze}$$

$$\begin{array}{|c|} \hline x_e(t) = \\ \hline 533.701 \\ \hline 533.701 \\ \hline 533.701 \\ \hline 533.701 \\ \hline \end{array}
\quad
\begin{array}{|c|} \hline y_e(t) = \\ \hline 1303.452 \\ \hline 1303.452 \\ \hline 1303.452 \\ \hline 1303.452 \\ \hline \end{array}
\quad
\begin{array}{|c|} \hline z_e(t) = \\ \hline 1000 \\ \hline 643 \\ \hline -343 \\ \hline -700 \\ \hline \end{array}
\quad
S_{xe}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ -356.79 \\ -1343.21 \\ -1700 \end{pmatrix}
\quad
S_{ye}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ -356.79 \\ -1343.21 \\ -1700 \end{pmatrix}
\quad
S_{ze}(t) = \begin{pmatrix} 0 \\ -356.79 \\ -1343.21 \\ -1700 \end{pmatrix}$$

$$S_{xe}(t) := k_{xe} \cdot (x_e(t) - x_e(0))$$

$$S_{ye}(t) := k_{ye} \cdot (y_e(t) - y_e(0))$$

$$S_{ze}(t) := k_{ze} \cdot (z_e(t) - z_e(0))$$

Определим координаты конечной точки M

$$x_{ek\_0} := x_e(0) \quad y_{ek\_0} := y_e(0) \quad z_{ek\_0} := z_e(0)$$

$$x_{ek\_0} = 533.701 \quad y_{ek\_0} = 1303.452 \quad z_{ek\_0} = 1000$$

$$\gamma_{\_0} := \text{atan}\left(\frac{-x_{ek\_0}}{y_{ek\_0}}\right)$$

$$x_{mk\_0} := 0 \quad y_{mk\_0} := 0 \quad z_{mk\_0} := 0$$

$$\gamma_{\_0} = -0.389$$

Given

$$x_{ek\_0} = x_{mk\_0} + b \cdot \alpha_{13} - a \cdot \cos(\alpha) \cdot \sin(\gamma_{\_0})$$

$$y_{ek\_0} = y_{mk\_0} + b \cdot \alpha_{23} + a \cdot \cos(\alpha) \cdot \cos(\gamma_{\_0})$$

$$z_{ek\_0} = z_{mk\_0} + b \cdot \alpha_{33} + a \cdot \sin(\alpha)$$

$$FF(\gamma_{\_0}, x_{ek\_0}, y_{ek\_0}, z_{ek\_0}) := \text{Find}(x_{mk\_0}, y_{mk\_0}, z_{mk\_0})$$

$$FF(\gamma_{\_0}, x_{ek\_0}, y_{ek\_0}, z_{ek\_0}) = \begin{pmatrix} 500 \\ 1000 \\ 1000 \end{pmatrix}$$

$$x_{mk\_0} := (FF(\gamma_{\_0}, x_{ek\_0}, y_{ek\_0}, z_{ek\_0}))^{(1)}_1 \quad y_{mk\_0} := (FF(\gamma_{\_0}, x_{ek\_0}, y_{ek\_0}, z_{ek\_0}))^{(1)}_2$$

$$x_{mk\_0} = 500$$

$$y_{mk\_0} = 1000.16$$

$$z_{mk\_0} := (FF(\gamma_{\_0}, x_{ek\_0}, y_{ek\_0}, z_{ek\_0}))^{(1)}_3$$

$$z_{mk\_0} = 1000$$

Оптимизируем угол ϕ поворота основания манипулятора-трингла
из условия минимума критерия обобщенной энергии

$$OK := y_0 \quad OA := za \quad OB := xb \quad DK := zd \quad OA1 := za11\_0 := l1 \quad l4\_0 := l4 \quad y_{mk\_0} = 1000.163$$

$$\phi_{\_0} := 0$$

$$l1\_0 = 1366.14\_0 = 911.895 \quad x_{mk\_0} = 499.598$$

Given

$$\begin{aligned}
& [2 \cdot OA1 \cdot \cos(\phi_{\_0}) \cdot (y_{mk\_0} + OA1 \cdot \sin(\phi_{\_0})) + 2 \cdot OA1 \cdot \sin(\phi_{\_0}) \cdot (z_{mk\_0} - OA1 \cdot \cos(\phi_{\_0}))] \cdot [l1\_0 - \sqrt{(y_{mk\_0} + OA1 \cdot \sin(\phi_{\_0}))^2 + (z_{mk\_0} - OA1 \cdot \cos(\phi_{\_0}))^2} \\
& \quad + \sqrt{(y_{mk\_0} + OA1 \cdot \sin(\phi_{\_0}))^2 + (z_{mk\_0} - OA1 \cdot \cos(\phi_{\_0}))^2} + x_{mk\_0}^2] \\
& + \left[\frac{[l4\_0 - \sqrt{(DK - OA1 \cdot \cos(\phi_{\_0}))^2 + (OK - OA1 \cdot \sin(\phi_{\_0}))^2}] \cdot [2 \cdot OA1 \cdot \sin(\phi_{\_0}) \cdot (DK - OA1 \cdot \cos(\phi_{\_0})) - 2 \cdot OA1 \cdot \cos(\phi_{\_0}) \cdot (OK - OA1 \cdot \sin(\phi_{\_0}))]}{\sqrt{(DK - OA1 \cdot \cos(\phi_{\_0}))^2 + (OK - OA1 \cdot \sin(\phi_{\_0}))^2}} \right]
\end{aligned}$$

$$Ugo\phi2(x_{mk\_0}, y_{mk\_0}, z_{mk\_0}, l1\_0, l4\_0) := \text{Find}(\phi_{\_0})$$

$$Ugo\phi2(x_{mk\_0}, y_{mk\_0}, z_{mk\_0}, l1\_0, l4\_0) = 0.323$$

$$\phi_{\_0} := Ugo\phi2(x_{mk\_0}, y_{mk\_0}, z_{mk\_0}, l1\_0, l4\_0) \quad \phi_{\_0} = 0.323$$


```

pozicionirovanie2 := for t ∈ 0, 1 .. 12
    j ← j + 1
    xekj ← xe(t)
    yekj ← ye(t)
    zekj ← ze(t)
    if j = 1
        l1_0 ← l1
        l4_0 ← l4
         $\gamma_0 \leftarrow \text{atan} \left[ \frac{(-xek_j)}{yek_j} \right]$ 
    if j > 1
        l4_0 ← l4j-1
        l1_0 ← l1j-1
    xek_0 ← xekj
    yek_0 ← yekj
    zek_0 ← zekj
    i ← 1
    while i < 16
        CCC ← FF(γ0, xek_0, yek_0, zek_0)
        xmki ← (CCC(1))1
        ymki ← (CCC(1))2
        zmki ← (CCC(1))3
        xmk_0 ← xmki
        ymk_0 ← ymki
        zmk_0 ← zmki
    chch ← Toolch?(xmk_0, ymk_0, zmk_0, l1_0, l4_0)

```

```

φφφ ← Ugoiφ2(xmk_0, ymk_0, zmk_0, l1_0, l4_0)
φi ← φφφ
γi ← atan  $\left[ \frac{(-xmk_i)}{ymk_i + OA1 \cdot \sin(\phi_i)} \right]$ 
γ_0 ← γi
i ← i + 1
xxmkj ← xmki-1
yymkj ← ymki-1
zzmkj ← zmki-1
φφj ← φi-1
γγj ← γi-1
l1j ←  $\sqrt{(xmk_j)^2 + (ymk_j + OA1 \cdot \sin(\phi_j))^2 + (zmk_j - OA1 \cdot \cos(\phi_j))^2}$ 
l4j ←  $\sqrt{(OK - OA \cdot \sin(\phi_j))^2 + (OA \cdot \cos(\phi_j) - DK)^2}$ 
l2j ←  $\sqrt{(xmk_j - xb)^2 + (ymk_j)^2 + (zmk_j)^2}$ 
l3j ←  $\sqrt{(xmk_j + xb)^2 + (ymk_j)^2 + (zmk_j)^2}$ 
(l1 l2 l3 l4 xek yek zek xxmk yymk zzmk γγ φφ t i j)

```

$$l1 := \left(\text{pozicionirovanie2}^{(1)} \right)_1$$

$$l2 := \left(\text{pozicionirovanie2}^{(2)} \right)_1$$

$$l3 := \left(\text{pozicionirovanie2}^{(3)} \right)_1$$

$$l4 := \left(\text{pozicionirovanie2}^{(4)} \right)_1$$

$$\begin{aligned}
 I1 &= \begin{pmatrix} 1366.085 \\ 1365.315 \\ 1361.141 \\ 1354.584 \\ 1352.845 \\ 1368.255 \\ 1412.259 \\ 1483.973 \\ 1565.02 \\ 1632.316 \\ 1674.322 \\ 1692.45 \\ 1695.448 \end{pmatrix} & I2 &= \begin{pmatrix} 1421.702 \\ 1415.553 \\ 1379.823 \\ 1303.791 \\ 1197.727 \\ 1090.754 \\ 1021.823 \\ 1017.379 \\ 1068.87 \\ 1140.946 \\ 1199.422 \\ 1228.279 \\ 1233.259 \end{pmatrix} & I3 &= \begin{pmatrix} 1652.472 \\ 1647.368 \\ 1616.823 \\ 1552.527 \\ 1464.612 \\ 1378.306 \\ 1323.833 \\ 1319.325 \\ 1357.927 \\ 1413.735 \\ 1460.051 \\ 1483.209 \\ 1487.225 \end{pmatrix} & I4 &= \begin{pmatrix} 911.895 \\ 911.003 \\ 906.216 \\ 898.889 \\ 897.041 \\ 912.247 \\ 952.555 \\ 1016.166 \\ 1091.113 \\ 1159.675 \\ 1206.75 \\ 1228.125 \\ 1231.693 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\underline{\phi} := (\text{pozicionirovanie2}^{(12)})_1 \quad \phi n := [(\text{pozicionirovanie2}^{(12)})_1]_1 \quad \Delta \phi := (\text{pozicionirovanie2}^{(5)})_1$$

$$\begin{aligned}
 \phi &= \begin{pmatrix} 0.323 \\ 0.324 \\ 0.332 \\ 0.345 \\ 0.348 \\ 0.322 \\ 0.254 \\ 0.143 \\ 0.003 \\ -0.134 \\ -0.235 \\ -0.283 \\ -0.292 \end{pmatrix} & \phi n &= 0.323 & \Delta \phi &= \begin{pmatrix} 533.701 \\ 533.701 \\ 533.701 \\ 533.701 \\ 533.701 \\ 533.701 \\ 533.701 \\ 533.701 \\ 533.701 \\ 533.701 \\ 533.701 \\ 533.701 \\ 533.701 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$I1 := [(\text{pozicionirovanie2}^{(1)})_1]_1 \quad I2 := [(\text{pozicionirovanie2}^{(2)})_1]_1 \quad I3 := [(\text{pozicionirovanie2}^{(3)})_1]_1$$

$$I1 = 1366.085$$

$$I2 = 1421.702$$

$$I3 = 1652.472$$

$$I1k1 := [(\text{pozicionirovanie2}^{(1)})_1]_2$$

$$I2k1 := [(\text{pozicionirovanie2}^{(2)})_1]_2$$

$$I3k1 := [(\text{pozicionirovanie2}^{(3)})_1]_2$$

$$I1k1 = 1365.315$$

$$I2k1 = 1415.553$$

$$I3k1 = 1647.368$$

$$I1k2 := [(\text{pozicionirovanie2}^{(1)})_1]_3$$

$$I2k2 := [(\text{pozicionirovanie2}^{(2)})_1]_3$$

$$I3k2 := [(\text{pozicionirovanie2}^{(3)})_1]_3$$

$$I1k2 = 1361.141$$

$$I2k2 = 1379.823$$

$$I3k2 = 1616.823$$

$$I1k3 := [(\text{pozicionirovanie2}^{(1)})_1]_4$$

$$I2k3 := [(\text{pozicionirovanie2}^{(2)})_1]_4$$

$$I3k3 := [(\text{pozicionirovanie2}^{(3)})_1]_4$$

$$I1k3 = 1354.584$$

$$I2k3 = 1303.791$$

$$I3k3 = 1616.823$$

$$I1k4 := [(\text{pozicionirovanie2}^{(1)})_1]_5$$

$$I2k4 := [(\text{pozicionirovanie2}^{(2)})_1]_5$$

$$I3k4 := [(\text{pozicionirovanie2}^{(3)})_1]_5$$

$$I1k4 = 1352.845$$

$$I2k4 = 1197.727$$

$$I3k4 = 1464.612$$

$$I1k5 := [(\text{pozicionirovanie2}^{(1)})_1]_6$$

$$I2k5 := [(\text{pozicionirovanie2}^{(2)})_1]_6$$

$$I3k5 := [(\text{pozicionirovanie2}^{(3)})_1]_6$$

$$I1k5 = 1368.255$$

$$I2k5 = 1090.754$$

$$I3k5 = 1378.306$$

$$I1k6 := [(\text{pozicionirovanie2}^{(1)})_1]_7$$

$$I2k6 := [(\text{pozicionirovanie2}^{(2)})_1]_7$$

$$I3k6 := [(\text{pozicionirovanie2}^{(3)})_1]_7$$

$$I1k6 = 1412.259$$

$$I2k6 = 1021.823$$

$$I3k6 = 1323.833$$

$$l4 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(4)} \right)_1 \right]_1$$

$$l4 = 911.895$$

$$l4k1 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(4)} \right)_1 \right]_2$$

$$l4k1 = 911.003$$

$$l4k2 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(4)} \right)_1 \right]_3$$

$$l4k2 = 906.216$$

$$l4k3 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(4)} \right)_1 \right]_4$$

$$l4k3 = 898.889$$

$$l4k4 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(4)} \right)_1 \right]_5$$

$$l4k4 = 897.041$$

$$l4k5 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(4)} \right)_1 \right]_6$$

$$l4k5 = 912.247$$

$$l4k6 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(4)} \right)_1 \right]_7$$

$$l4k6 = 952.555$$

$$l1(t) := l1$$

$$\phi 1 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(12)} \right)_1 \right]_2$$

$$\phi 1 = 0.324$$

$$\phi 2 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(12)} \right)_1 \right]_3$$

$$\phi 2 = 0.332$$

$$\phi 3 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(12)} \right)_1 \right]_4$$

$$\phi 3 = 0.345$$

$$\phi 4 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(12)} \right)_1 \right]_5$$

$$\phi 4 = 0.348$$

$$\phi 5 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(12)} \right)_1 \right]_6$$

$$\phi 5 = 0.322$$

$$\phi 6 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(12)} \right)_1 \right]_7$$

$$\phi 6 = 0.254$$

$$l1k7 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(1)} \right)_1 \right]_8$$

$$l1k7 = 1483.973$$

$$l1k8 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(1)} \right)_1 \right]_9$$

$$l1k8 = 1565.02$$

$$l1k9 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(1)} \right)_1 \right]_{10}$$

$$l1k9 = 1632.316$$

$$l1k10 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(1)} \right)_1 \right]_{11}$$

$$l1k10 = 1674.322$$

$$l1k11 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(1)} \right)_1 \right]_{12}$$

$$l1k11 = 1692.45$$

$$l1k := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(1)} \right)_1 \right]_{13}$$

$$l1k = 1695.448$$

$$l2k7 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(2)} \right)_1 \right]_8$$

$$l2k7 = 1017.379$$

$$l3k7 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(3)} \right)_1 \right]_8$$

$$l3k7 = 1319.325$$

$$l4k7 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(4)} \right)_1 \right]_8$$

$$l4k7 = 1016.166$$

$$l2k8 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(2)} \right)_1 \right]_9$$

$$l2k8 = 1068.87$$

$$l3k8 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(3)} \right)_1 \right]_9$$

$$l3k8 = 1357.927$$

$$l4k8 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(4)} \right)_1 \right]_9$$

$$l4k8 = 1091.113$$

$$l2k9 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(2)} \right)_1 \right]_{10}$$

$$l2k9 = 1140.946$$

$$l3k9 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(3)} \right)_1 \right]_{10}$$

$$l3k9 = 1413.735$$

$$l4k9 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(4)} \right)_1 \right]_{10}$$

$$l4k9 = 1159.675$$

$$l2k10 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(2)} \right)_1 \right]_{11}$$

$$l2k10 = 1199.422$$

$$l3k10 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(3)} \right)_1 \right]_{11}$$

$$l3k10 = 1460.051$$

$$l4k10 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(4)} \right)_1 \right]_{11}$$

$$l4k10 = 1206.75$$

$$l2k11 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(2)} \right)_1 \right]_{12}$$

$$l2k11 = 1228.279$$

$$l3k11 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(3)} \right)_1 \right]_{12}$$

$$l3k11 = 1483.209$$

$$l4k11 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(4)} \right)_1 \right]_{12}$$

$$l4k11 = 1228.125$$

$$l2k := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(2)} \right)_1 \right]_{13}$$

$$l2k = 1233.259$$

$$l3k := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(3)} \right)_1 \right]_{13}$$

$$l3k = 1487.225$$

$$l4k := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(4)} \right)_1 \right]_{13}$$

$$l4k = 1231.693$$

$$\phi 7 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(12)} \right)_1 \right]_8$$

$$\phi 7 = 0.143$$

$$\phi 8 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(12)} \right)_1 \right]_9$$

$$\phi 8 = 0.003$$

$$\phi 9 := \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(12)} \right)_1 \right]_{10}$$

$$\phi 9 = -0.134$$

$$\begin{aligned}\phi_{10} &:= \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(12)} \right)_1 \right]_{11} & \phi_{11} &:= \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(12)} \right)_1 \right]_{12} & \phi_k &:= \left[\left(\text{pozicionirovanie2}^{(12)} \right)_1 \right]_{13} \\ \phi_{10} &= -0.235 & \phi_{11} &= -0.283 & \phi_k &= -0.292\end{aligned}$$

Метод интерполяции программных перемещений исполнительных цилиндров первого и последнего участков траектории и точечной квадратичной аппроксимации промежуточных участков траектории

$$\begin{aligned}\text{ORIGIN} &:= 1 \\ t_1 &:= 1 \quad t_2 := 2 \quad t_3 := 3 \quad t_4 := 4 \quad t_5 := 5 \quad t_6 := 6 \quad t_7 := 7 \quad t_8 := 8 \quad t_9 := 9 \quad t_{10} := 10 \quad t_{11} := 11 \\ \underline{T1} &:= (t_1)^1 + (t_2)^1 + (t_3)^1 + (t_4)^1 + (t_5)^1 + (t_6)^1 + (t_7)^1 + (t_8)^1 + (t_9)^1 + (t_{10})^1 + (t_{11})^1 \\ \underline{T2} &:= (t_1)^2 + (t_2)^2 + (t_3)^2 + (t_4)^2 + (t_5)^2 + (t_6)^2 + (t_7)^2 + (t_8)^2 + (t_9)^2 + (t_{10})^2 + (t_{11})^2 \\ \underline{T3} &:= (t_1)^3 + (t_2)^3 + (t_3)^3 + (t_4)^3 + (t_5)^3 + (t_6)^3 + (t_7)^3 + (t_8)^3 + (t_9)^3 + (t_{10})^3 + (t_{11})^3 \\ \underline{T4} &:= (t_1)^4 + (t_2)^4 + (t_3)^4 + (t_4)^4 + (t_5)^4 + (t_6)^4 + (t_7)^4 + (t_8)^4 + (t_9)^4 + (t_{10})^4 + (t_{11})^4 \\ \underline{T5} &:= (t_1)^5 + (t_2)^5 + (t_3)^5 + (t_4)^5 + (t_5)^5 + (t_6)^5 + (t_7)^5 + (t_8)^5 + (t_9)^5 + (t_{10})^5 + (t_{11})^5 \\ \underline{T6} &:= \left[(t_1)^6 + (t_2)^6 + (t_3)^6 + (t_4)^6 + (t_5)^6 + (t_6)^6 + (t_7)^6 + (t_8)^6 + (t_9)^6 + (t_{10})^6 + (t_{11})^6 \right] \\ \underline{T7} &:= (t_1)^7 + (t_2)^7 + (t_3)^7 + (t_4)^7 + (t_5)^7 + (t_6)^7 + (t_7)^7 + (t_8)^7 + (t_9)^7 + (t_{10})^7 + (t_{11})^7 \\ \underline{T8} &:= (t_1)^8 + (t_2)^8 + (t_3)^8 + (t_4)^8 + (t_5)^8 + (t_6)^8 + (t_7)^8 + (t_8)^8 + (t_9)^8 + (t_{10})^8 + (t_{11})^8 \\ \underline{T9} &:= (t_1)^9 + (t_2)^9 + (t_3)^9 + (t_4)^9 + (t_5)^9 + (t_6)^9 + (t_7)^9 + (t_8)^9 + (t_9)^9 + (t_{10})^9 + (t_{11})^9 \\ \underline{T10} &:= \left[(t_1)^{10} + (t_2)^{10} + (t_3)^{10} + (t_4)^{10} + (t_5)^{10} + (t_6)^{10} + (t_7)^{10} + (t_8)^{10} + (t_9)^{10} + (t_{10})^{10} + (t_{11})^{10} \right] \\ \underline{T11} &:= (t_1)^{11} + (t_2)^{11} + (t_3)^{11} + (t_4)^{11} + (t_5)^{11} + (t_6)^{11} + (t_7)^{11} + (t_8)^{11} + (t_9)^{11} + (t_{10})^{11} + (t_{11})^{11} \\ \underline{T12} &:= (t_1)^{12} + (t_2)^{12} + (t_3)^{12} + (t_4)^{12} + (t_5)^{12} + (t_6)^{12} + (t_7)^{12} + (t_8)^{12} + (t_9)^{12} + (t_{10})^{12} + (t_{11})^{12}\end{aligned}$$

Для первого актуатора

$$\begin{aligned}\underline{T0L} &:= (t_1)^0 \cdot \Pi k1 + (t_2)^0 \cdot \Pi k2 + (t_3)^0 \cdot \Pi k3 + (t_4)^0 \cdot \Pi k4 + (t_5)^0 \cdot \Pi k5 + (t_6)^0 \cdot \Pi k6 + (t_7)^0 \cdot \Pi k7 + (t_8)^0 \cdot \Pi k8 + (t_9)^0 \cdot \Pi k9 + (t_{10})^0 \cdot \Pi k10 + (t_{11})^0 \cdot \Pi k11 \\ \underline{T1L} &:= (t_1)^1 \cdot \Pi k1 + (t_2)^1 \cdot \Pi k2 + (t_3)^1 \cdot \Pi k3 + (t_4)^1 \cdot \Pi k4 + (t_5)^1 \cdot \Pi k5 + (t_6)^1 \cdot \Pi k6 + (t_7)^1 \cdot \Pi k7 + (t_8)^1 \cdot \Pi k8 + (t_9)^1 \cdot \Pi k9 + (t_{10})^1 \cdot \Pi k10 + (t_{11})^1 \cdot \Pi k11 \\ \underline{T2L} &:= (t_1)^2 \cdot \Pi k1 + (t_2)^2 \cdot \Pi k2 + (t_3)^2 \cdot \Pi k3 + (t_4)^2 \cdot \Pi k4 + (t_5)^2 \cdot \Pi k5 + (t_6)^2 \cdot \Pi k6 + (t_7)^2 \cdot \Pi k7 + (t_8)^2 \cdot \Pi k8 + (t_9)^2 \cdot \Pi k9 + (t_{10})^2 \cdot \Pi k10 + (t_{11})^2 \cdot \Pi k11 \\ \underline{T3L} &:= (t_1)^3 \cdot \Pi k1 + (t_2)^3 \cdot \Pi k2 + (t_3)^3 \cdot \Pi k3 + (t_4)^3 \cdot \Pi k4 + (t_5)^3 \cdot \Pi k5 + (t_6)^3 \cdot \Pi k6 + (t_7)^3 \cdot \Pi k7 + (t_8)^3 \cdot \Pi k8 + (t_9)^3 \cdot \Pi k9 + (t_{10})^3 \cdot \Pi k10 + (t_{11})^3 \cdot \Pi k11 \\ \underline{T4L} &:= (t_1)^4 \cdot \Pi k1 + (t_2)^4 \cdot \Pi k2 + (t_3)^4 \cdot \Pi k3 + (t_4)^4 \cdot \Pi k4 + (t_5)^4 \cdot \Pi k5 + (t_6)^4 \cdot \Pi k6 + (t_7)^4 \cdot \Pi k7 + (t_8)^4 \cdot \Pi k8 + (t_9)^4 \cdot \Pi k9 + (t_{10})^4 \cdot \Pi k10 + (t_{11})^4 \cdot \Pi k11 \\ \underline{T5L} &:= (t_1)^5 \cdot \Pi k1 + (t_2)^5 \cdot \Pi k2 + (t_3)^5 \cdot \Pi k3 + (t_4)^5 \cdot \Pi k4 + (t_5)^5 \cdot \Pi k5 + (t_6)^5 \cdot \Pi k6 + (t_7)^5 \cdot \Pi k7 + (t_8)^5 \cdot \Pi k8 + (t_9)^5 \cdot \Pi k9 + (t_{10})^5 \cdot \Pi k10 + (t_{11})^5 \cdot \Pi k11 \\ \underline{T6L} &:= (t_1)^6 \cdot \Pi k1 + (t_2)^6 \cdot \Pi k2 + (t_3)^6 \cdot \Pi k3 + (t_4)^6 \cdot \Pi k4 + (t_5)^6 \cdot \Pi k5 + (t_6)^6 \cdot \Pi k6 + (t_7)^6 \cdot \Pi k7 + (t_8)^6 \cdot \Pi k8 + (t_9)^6 \cdot \Pi k9 + (t_{10})^6 \cdot \Pi k10 + (t_{11})^6 \cdot \Pi k11 \\ \underline{T7L} &:= (t_1)^7 \cdot \Pi k1 + (t_2)^7 \cdot \Pi k2 + (t_3)^7 \cdot \Pi k3 + (t_4)^7 \cdot \Pi k4 + (t_5)^7 \cdot \Pi k5 + (t_6)^7 \cdot \Pi k6 + (t_7)^7 \cdot \Pi k7 + (t_8)^7 \cdot \Pi k8 + (t_9)^7 \cdot \Pi k9 + (t_{10})^7 \cdot \Pi k10 + (t_{11})^7 \cdot \Pi k11 \\ \underline{T8L} &:= (t_1)^8 \cdot \Pi k1 + (t_2)^8 \cdot \Pi k2 + (t_3)^8 \cdot \Pi k3 + (t_4)^8 \cdot \Pi k4 + (t_5)^8 \cdot \Pi k5 + (t_6)^8 \cdot \Pi k6 + (t_7)^8 \cdot \Pi k7 + (t_8)^8 \cdot \Pi k8 + (t_9)^8 \cdot \Pi k9 + (t_{10})^8 \cdot \Pi k10 + (t_{11})^8 \cdot \Pi k11 \\ \underline{L1} &:= \Pi k1 + \Pi k2 + \Pi k3 + \Pi k4 + \Pi k5 + \Pi k6 + \Pi k7 + \Pi k8 + \Pi k9 + \Pi k10 + \Pi k11\end{aligned}$$

После преобразований, получаем систему из n -уравнений, решив, получаем постоянные коэффициенты A_{pk} :

$$\sum_{s=0}^{s=m} A_{sk} \sum_{j=1}^{n-1} t_j^{s+p} = \sum_{j=1}^{n-1} t_j^p l_k(t_j), \quad p = 0, 1, 2, \dots, m$$

4-уравнения

$$A0 := 0 \quad A1 := 0 \quad A2 := 0 \quad A3 := 0$$

Given

$$A0 \cdot (11) + A1 \cdot (T1) + A2 \cdot (T2) + A3 \cdot (T3) = L1$$

$$A0 \cdot (T1) + A1 \cdot (T2) + A2 \cdot (T3) + A3 \cdot (T4) = T1L$$

$$A0 \cdot (T2) + A1 \cdot (T3) + A2 \cdot (T4) + A3 \cdot (T5) = T2L$$

$$A0 \cdot (T3) + A1 \cdot (T4) + A2 \cdot (T5) + A3 \cdot (T6) = T3L$$

$$AAA := \text{Find}(A0, A1, A2, A3)$$

$$AAA = \begin{pmatrix} 1460.049 \\ -96.216 \\ 20.767 \\ -0.908 \end{pmatrix}$$

$$\underline{A0} := (AAA^{(1)})_1 \quad \underline{A1} := (AAA^{(1)})_2 \quad \underline{A2} := (AAA^{(1)})_3 \quad \underline{A3} := (AAA^{(1)})_4$$

$$A0 = 1460.049 \quad A1 = -96.216 \quad A2 = 20.767 \quad A3 = -0.908$$

5-уравнений

$$\underline{A0} := 0 \quad \underline{A1} := 0 \quad \underline{A2} := 0 \quad \underline{A3} := 0 \quad A4 := 0$$

Given

$$A0 \cdot (11) + A1 \cdot (T1) + A2 \cdot (T2) + A3 \cdot (T3) + A4 \cdot (T4) = L1$$

$$A0 \cdot (T1) + A1 \cdot (T2) + A2 \cdot (T3) + A3 \cdot (T4) + A4 \cdot (T5) = T1L$$

$$A0 \cdot (T2) + A1 \cdot (T3) + A2 \cdot (T4) + A3 \cdot (T5) + A4 \cdot (T6) = T2L$$

$$A0 \cdot (T3) + A1 \cdot (T4) + A2 \cdot (T5) + A3 \cdot (T6) + A4 \cdot (T7) = T3L$$

$$A0 \cdot (T4) + A1 \cdot (T5) + A2 \cdot (T6) + A3 \cdot (T7) + A4 \cdot (T8) = T4L$$

$$AAA := \text{Find}(A0, A1, A2, A3, A4)$$

$$AAA = \begin{pmatrix} 1347.824 \\ 39.03 \\ -25.034 \\ 4.847 \\ -0.24 \end{pmatrix}$$

$$\underline{A0} := (AAA^{(1)})_1 \quad \underline{A1} := (AAA^{(1)})_2 \quad \underline{A2} := (AAA^{(1)})_3 \quad \underline{A3} := (AAA^{(1)})_4 \quad \underline{A4} := (AAA^{(1)})_5$$

$$A0 = 1347.824 \quad A1 = 39.03 \quad A2 = -25.034 \quad A3 = 4.847 \quad A4 = -0.24$$

6-уравнений

$$\underline{A0} := 0 \quad \underline{A1} := 0 \quad \underline{A2} := 0 \quad \underline{A3} := 0 \quad \underline{A4} := 0 \quad \underline{A5} := 0$$

Given

$$A0 \cdot (T1) + A1 \cdot (T1) + A2 \cdot (T2) + A3 \cdot (T3) + A4 \cdot (T4) + A5 \cdot (T5) = L1$$

$$A0 \cdot (T1) + A1 \cdot (T2) + A2 \cdot (T3) + A3 \cdot (T4) + A4 \cdot (T5) + A5 \cdot (T6) = T1L$$

$$A0 \cdot (T2) + A1 \cdot (T3) + A2 \cdot (T4) + A3 \cdot (T5) + A4 \cdot (T6) + A5 \cdot (T7) = T2L$$

$$A0 \cdot (T3) + A1 \cdot (T4) + A2 \cdot (T5) + A3 \cdot (T6) + A4 \cdot (T7) + A5 \cdot (T8) = T3L$$

$$A0 \cdot (T4) + A1 \cdot (T5) + A2 \cdot (T6) + A3 \cdot (T7) + A4 \cdot (T8) + A5 \cdot (T9) = T4L$$

$$A0 \cdot (T4) + A1 \cdot (T5) + A2 \cdot (T6) + A3 \cdot (T7) + A4 \cdot (T8) + A5 \cdot (T10) = T5L$$

$$AAA := \text{Find}(A0, A1, A2, A3, A4, A5)$$

$$AAA = \begin{pmatrix} 1316.034 \\ 88.711 \\ -49.335 \\ 9.865 \\ -0.698 \\ 0.015 \end{pmatrix}$$

$$\underline{A0} := (AAA^{(1)})_1 \quad \underline{A1} := (AAA^{(1)})_2 \quad \underline{A2} := (AAA^{(1)})_3 \quad \underline{A3} := (AAA^{(1)})_4 \quad \underline{A4} := (AAA^{(1)})_5 \quad \underline{A5} := (AAA^{(1)})_6$$

$$A0 = 1316.034 \quad A1 = 88.711 \quad A2 = -49.335 \quad A3 = 9.865 \quad A4 = -0.698 \quad A5 = 0.015$$

Получаем полином степени n

$$Q_i(t) = A_0 + A_1 t + A_2 t^2 + A_3 t^3 + A_4 t^4 + A_5 t^5$$

$$t := 0..12$$

$$Q(t) := A0 + A1 \cdot t + A2 \cdot t^2 + A3 \cdot t^3 + A4 \cdot t^4 + A5 \cdot t^5$$

$$Q(t) = \begin{pmatrix} 1316.0342 \\ 1364.59254 \\ 1364.25355 \\ 1351.86123 \\ 1349.76837 \\ 1370.67051 \\ 1416.94006 \\ 1483.56024 \\ 1559.75912 \\ 1639.84369 \\ 1680.02382 \\ 1690.29631 \\ 1646.17893 \end{pmatrix}$$

$$Qp(t) := \frac{d}{dt} Q(t) \quad Qp(t) = \begin{pmatrix} 88.711 \\ 16.93 \\ -11.371 \\ -10.169 \\ 8.252 \\ 33.851 \\ 57.822 \\ 73.593 \\ 76.326 \\ 83.016 \\ 32.495 \\ -14.576 \\ -75.696 \end{pmatrix}$$

$$Qpp(t) := \frac{d^2}{dt^2} Q(t) \quad Qpp(t) = \begin{pmatrix} -98.67 \\ -87.554 \\ -11.362 \\ 11.738 \\ 23.58 \\ 26 \\ 20.83 \\ 9.905 \\ -4.94 \\ -21.873 \\ -39.059 \\ -54.664 \\ -66.855 \end{pmatrix}$$

Для того, чтобы удовлетворить граничным условиям на положение, скорость и ускорение захватного устройства, на интервале времени от $t_0 = 0$ до $t_1 = \Delta t$ и от $t_{n-1} = (n-1)\Delta t$ до $t_n = n\Delta t$ некую функцию перемещения невоинительного звена интерполируем полиномами пятого порядка.

Для первого отрезка траектории, подставляя значение $t = 0$, получим

```

t1 := 1
B1 := 0 B2 := 0 Qp := Qp(1) Qpp := Qpp(1) Q := Q(1)
B0 := 11 Qp = 16.92 Qpp = -47.554 Q = 1364.592539
B0 = 1366.085

```

```

B3 := 0 B4 := 0 B5 := 0

```

Given

```

B5·t15 + B4·t14 + B3·t13 + B0 = Q
5B5·t14 + 4B4·t13 + 3B3·t12 = Qp
20B5·t13 + 12B4·t12 + 6B3·t1 = Qpp
B := Find(B3, B4, B5)

```

$$B = \begin{pmatrix} -106.385 \\ 188.385 \\ -83.493 \end{pmatrix}$$

$$B3 := (B^{(i)})_1 \quad B4 := (B^{(i)})_2 \quad B5 := (B^{(i)})_3$$

```

t1 := 0..1

```

```

P(t1) := B5·t15 + B4·t14 + B3·t13 + B2·t12 + B1·t1 + B0
P(t1) =


|         |
|---------|
| 1366.09 |
| 1364.59 |


```

$$t_{n-1} = (n-1)\Delta t$$

Для последнего отрезка траектории, подставляя значение $t_{n-1} = (n-1)\Delta t$, получим

```

t := 0..12
Q(t) := A0 + A1·t + A2·t2 + A3·t3 + A4·t4 + A5·t5
Q(t) =


|            |
|------------|
| 1316.0342  |
| 1364.59254 |
| 1364.35355 |
| 1351.66123 |
| 1349.76837 |
| 1370.67051 |
| 1416.94006 |
| 1483.56024 |
| 1559.75912 |
| 1630.84369 |
| 1680.03382 |
| 1690.29631 |
| 1646.17893 |


Qp(t) := d/dt Q(t)
Qp(t) =


|         |
|---------|
| 88.711  |
| 16.92   |
| -11.371 |
| -10.169 |
| 8.352   |
| 33.851  |
| 57.822  |
| 73.593  |
| 76.326  |
| 63.016  |
| 32.495  |
| -14.576 |
| -75.696 |


Qpp(t) := d2/dt2 Q(t)
Qpp(t) =


|         |
|---------|
| -98.67  |
| -47.554 |
| -11.362 |
| 11.738  |
| 23.58   |
| 26      |
| 20.83   |
| 9.905   |
| -4.94   |
| -21.873 |
| -39.059 |
| -54.664 |
| -66.855 |


Qn := Q(11) Qnp := Qp(11) Qnpp := Qpp(11) tn_1 := 11 Qn_12 := 11k
Qn = 1690.296 Qnp = -14.576 Qnpp = -54.664 tn := 12 Qn_12 = 1695.448

```

```

Qn := 1680.059 Qnp := -82.367 Qnpp := -145.774 Qn_12 := 1695.448

```


$$C0 := 0 \quad C1 := 0 \quad C2 := 0 \quad C3 := 0 \quad C4 := 0 \quad C5 := 0$$

Given

$$C5 \cdot m_1^5 + C4 \cdot m_1^4 + C3 \cdot m_1^3 + C2 \cdot m_1^2 + C1 \cdot m_1^1 + C0 = Qn$$

$$5C5 \cdot m_1^4 + 4C4 \cdot m_1^3 + 3C3 \cdot m_1^2 + 2C2 \cdot m_1^1 + C1 = Qnp$$

$$20C5 \cdot m_1^3 + 12C4 \cdot m_1^2 + 6C3 \cdot m_1^1 + 2C2 = Qnpp$$

$$C5 \cdot m^5 + C4 \cdot m^4 + C3 \cdot m^3 + C2 \cdot m^2 + C1 \cdot m^1 + C0 = Qn_{12}$$

$$5C5 \cdot m^4 + 4C4 \cdot m^3 + 3C3 \cdot m^2 + 2C2 \cdot m^1 + C1 = 0$$

$$20C5 \cdot m^3 + 12C4 \cdot m^2 + 6C3 \cdot m^1 + 2C2 = 0$$

$$H_k(t_{n-1}) = C_{3k}t_{n-1}^3 + C_{4k}t_{n-1}^4 + C_{5k}t_{n-1}^5 + C_{2k}t_{n-1}^2 + C_{1k}t_{n-1} + C_{0k} = \bar{Q}_k(t_{n-1}), \quad (14)$$

$$\dot{H}_k(t_{n-1}) = 5C_{5k}t_{n-1}^4 + 4C_{4k}t_{n-1}^3 + 3C_{3k}t_{n-1}^2 + 2C_{2k}t_{n-1} + C_{1k} = \bar{Q}_k'(t_{n-1}), \quad (15)$$

$$\ddot{H}_k(t_{n-1}) = 20C_{5k}t_{n-1}^3 + 12C_{4k}t_{n-1}^2 + 6C_{3k}t_{n-1} + 2C_{2k} = \bar{Q}_k''(t_{n-1}). \quad (16)$$

При $t_n = n \Delta t$ имеем на правом конце

$$H_k(t_n) = C_{3k}t_n^3 + C_{4k}t_n^4 + C_{5k}t_n^5 + C_{2k}t_n^2 + C_{1k}t_n + C_{0k} = \bar{I}_k(t_n), \quad (17)$$

$$\dot{H}_k(t_n) = 5C_{5k}t_n^4 + 4C_{4k}t_n^3 + 3C_{3k}t_n^2 + 2C_{2k}t_n + C_{1k} = \dot{\bar{I}}_k(t_n) = 0, \quad (18)$$

$$\ddot{H}_k(t_n) = 20C_{5k}t_n^3 + 12C_{4k}t_n^2 + 6C_{3k}t_n + 2C_{2k} = \ddot{\bar{I}}_k(t_n) = 0.$$

$$\text{Find}(C0, C1, C2, C3, C4, C5) \rightarrow \begin{pmatrix} -8.3793304808e7 \\ 3.6401476464e7 \\ -6.321403188e6 \\ 548547.381 \\ -23786.142 \\ 412.322 \end{pmatrix}$$

$$P_i(t) = B_{5i}t^5 + B_{4i}t^4 + B_{3i}t^3 + B_{2i}t^2 + B_{1i}t + B_{0i}$$

$$H_k(t) = C_{5k}t^5 + C_{4k}t^4 + C_{3k}t^3 + C_{2k}t^2 + C_{1k}t + C_{0k}$$

$$Q_k(t) = A_{0k} + A_{1k}t + A_{2k}t^2 + \dots + A_{mk}t^m$$

$$C0 := -8.3793304808e7 \quad C1 := 3.6401476464e7 \quad C2 := -6.321403188e6$$

$$C3 := 548547.381 \quad C4 := -23786.142 \quad C5 := 412.322$$

Из системы уравнений находятся коэффициенты полиномов. Таким образом, полиномы полностью определяют аналитические законы изменения длин исполнительных цилиндров непрерывными функциями времени

$$t := 0..1$$

$$P(t) := B5 \cdot t^5 + B4 \cdot t^4 + B3 \cdot t^3 + B2 \cdot t^2 + B1 \cdot t^1 + B0$$

$$P(t) = \begin{pmatrix} 1366.085 \\ 1364.593 \end{pmatrix}$$

$$t := 1..11$$

$$Q(t) := A0 + A1 \cdot t + A2 \cdot t^2 + A3 \cdot t^3 + A4 \cdot t^4 + A5 \cdot t^5$$

$$Q(t) = \begin{pmatrix} 1364.593 \\ 1364.354 \\ 1351.661 \\ 1349.768 \\ 1370.671 \\ 1416.94 \\ 1483.56 \\ 1559.759 \\ 1630.844 \\ 1680.034 \\ 1690.296 \end{pmatrix}$$

$$I_k(t) = \begin{cases} P_k(t), 1 \leq t \leq 0, \\ Q_k(t), 11 \leq t \leq 1, & k=1+4 \\ H_k(t), 12 \leq t \leq 11, \end{cases}$$

```

t := 11..12
H(t) := C5.t^5 + C4.t^4 + C3.t^3 + C2.t^2 + C1.t^1 + C0
H(t) = (1680.059
1695.448)

H1 := | t ← 0
      | for i ∈ 1..2
      |   | N_i ← P(t)
      |   | t ← t + 1
      | N
H2 := | t ← 2
      | for i ∈ 1..10
      |   | N_i ← Q(t)
      |   | t ← t + 1
      | N
H3 := | t ← 12
      | for i ∈ 1..1
      |   | N_i ← H(t)
      |   | t ← t + 1
      | N

t := 0
H := stack(H1, H2, H3)
H = (1366.085
1364.593
1364.354
1351.661
1349.768
1370.671
1416.94
1483.56
1559.759
1630.844
1680.034
1690.296
1695.448)

```

Аналогично расчеты проводятся для второго, третьего и четвертого актуаторов

Для второго актуатора

$t_2 := 1$ $t_2 := 2$ $t_3 := 3$ $t_4 := 4$ $t_5 := 5$ $t_6 := 6$ $t_7 := 7$ $t_8 := 8$ $t_9 := 9$ $t_{10} := 10$ $t_{11} := 11$

$$T0k_6 := (t_1)^0 \cdot I2k1 + (t_2)^0 \cdot I2k2 + (t_3)^0 \cdot I2k3 + (t_4)^0 \cdot I2k4 + (t_5)^0 \cdot I2k5 + (t_6)^0 \cdot I2k6 + (t_7)^0 \cdot I2k7 + (t_8)^0 \cdot I2k8 + (t_9)^0 \cdot I2k9 + (t_{10})^0 \cdot I2k10 + (t_{11})^0 \cdot I2k11$$

$$T1k_6 := (t_1)^1 \cdot I2k1 + (t_2)^1 \cdot I2k2 + (t_3)^1 \cdot I2k3 + (t_4)^1 \cdot I2k4 + (t_5)^1 \cdot I2k5 + (t_6)^1 \cdot I2k6 + (t_7)^1 \cdot I2k7 + (t_8)^1 \cdot I2k8 + (t_9)^1 \cdot I2k9 + (t_{10})^1 \cdot I2k10 + (t_{11})^1 \cdot I2k11$$

$$T2k_6 := (t_1)^2 \cdot I2k1 + (t_2)^2 \cdot I2k2 + (t_3)^2 \cdot I2k3 + (t_4)^2 \cdot I2k4 + (t_5)^2 \cdot I2k5 + (t_6)^2 \cdot I2k6 + (t_7)^2 \cdot I2k7 + (t_8)^2 \cdot I2k8 + (t_9)^2 \cdot I2k9 + (t_{10})^2 \cdot I2k10 + (t_{11})^2 \cdot I2k11$$

$$T3k_6 := (t_1)^3 \cdot I2k1 + (t_2)^3 \cdot I2k2 + (t_3)^3 \cdot I2k3 + (t_4)^3 \cdot I2k4 + (t_5)^3 \cdot I2k5 + (t_6)^3 \cdot I2k6 + (t_7)^3 \cdot I2k7 + (t_8)^3 \cdot I2k8 + (t_9)^3 \cdot I2k9 + (t_{10})^3 \cdot I2k10 + (t_{11})^3 \cdot I2k11$$

$$T4k_6 := (t_1)^4 \cdot I2k1 + (t_2)^4 \cdot I2k2 + (t_3)^4 \cdot I2k3 + (t_4)^4 \cdot I2k4 + (t_5)^4 \cdot I2k5 + (t_6)^4 \cdot I2k6 + (t_7)^4 \cdot I2k7 + (t_8)^4 \cdot I2k8 + (t_9)^4 \cdot I2k9 + (t_{10})^4 \cdot I2k10 + (t_{11})^4 \cdot I2k11$$

$$T5k_6 := (t_1)^5 \cdot I2k1 + (t_2)^5 \cdot I2k2 + (t_3)^5 \cdot I2k3 + (t_4)^5 \cdot I2k4 + (t_5)^5 \cdot I2k5 + (t_6)^5 \cdot I2k6 + (t_7)^5 \cdot I2k7 + (t_8)^5 \cdot I2k8 + (t_9)^5 \cdot I2k9 + (t_{10})^5 \cdot I2k10 + (t_{11})^5 \cdot I2k11$$

$$T6k_6 := (t_1)^6 \cdot I2k1 + (t_2)^6 \cdot I2k2 + (t_3)^6 \cdot I2k3 + (t_4)^6 \cdot I2k4 + (t_5)^6 \cdot I2k5 + (t_6)^6 \cdot I2k6 + (t_7)^6 \cdot I2k7 + (t_8)^6 \cdot I2k8 + (t_9)^6 \cdot I2k9 + (t_{10})^6 \cdot I2k10 + (t_{11})^6 \cdot I2k11$$

$$T7k_6 := (t_1)^7 \cdot I2k1 + (t_2)^7 \cdot I2k2 + (t_3)^7 \cdot I2k3 + (t_4)^7 \cdot I2k4 + (t_5)^7 \cdot I2k5 + (t_6)^7 \cdot I2k6 + (t_7)^7 \cdot I2k7 + (t_8)^7 \cdot I2k8 + (t_9)^7 \cdot I2k9 + (t_{10})^7 \cdot I2k10 + (t_{11})^7 \cdot I2k11$$

$$T8k_6 := (t_1)^8 \cdot I2k1 + (t_2)^8 \cdot I2k2 + (t_3)^8 \cdot I2k3 + (t_4)^8 \cdot I2k4 + (t_5)^8 \cdot I2k5 + (t_6)^8 \cdot I2k6 + (t_7)^8 \cdot I2k7 + (t_8)^8 \cdot I2k8 + (t_9)^8 \cdot I2k9 + (t_{10})^8 \cdot I2k10 + (t_{11})^8 \cdot I2k11$$

$$I2 := I2k1 + I2k2 + I2k3 + I2k4 + I2k5 + I2k6 + I2k7 + I2k8 + I2k9 + I2k10 + I2k11$$

После преобразований, получаем систему из n-уравнений, решая, получаем постоянные коэффициенты A_{ik} :

$$\sum_{i=0}^{m-1} A_{ik} \sum_{j=1}^{k-1} t_j^{i+j} = \sum_{j=1}^{k-1} t_j^i l_k(t_j), \quad p = 0, 1, 2, \dots, m$$

4-уравнения

$$\underline{\Delta 0} := 0 \quad \underline{\Delta 1} := 0 \quad \underline{\Delta 2} := 0 \quad \underline{\Delta 3} := 0$$

Given

$$\Delta 0 \cdot (I1) + \Delta 1 \cdot (T1) + \Delta 2 \cdot (T2) + \Delta 3 \cdot (T3) = L2$$

$$\Delta 0 \cdot (T1) + \Delta 1 \cdot (T2) + \Delta 2 \cdot (T3) + \Delta 3 \cdot (T4) = T1L$$

$$\Delta 0 \cdot (T2) + \Delta 1 \cdot (T3) + \Delta 2 \cdot (T4) + \Delta 3 \cdot (T5) = T2L$$

$$\Delta 0 \cdot (T3) + \Delta 1 \cdot (T4) + \Delta 2 \cdot (T5) + \Delta 3 \cdot (T6) = T3L$$

$$AAA := \text{Find}(\Delta 0, \Delta 1, \Delta 2, \Delta 3)$$

$$AAA = \begin{pmatrix} 1558.29 \\ -107.721 \\ 0.914 \\ 0.59 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\Delta 0} := (AAA^{(1)})_1 \quad \underline{\Delta 1} := (AAA^{(1)})_2 \quad \underline{\Delta 2} := (AAA^{(1)})_3 \quad \underline{\Delta 3} := (AAA^{(1)})_4$$

$$\Delta 0 = 1558.29$$

$$\Delta 1 = -107.721$$

$$\Delta 2 = 0.914$$

$$\Delta 3 = 0.59$$

5-уравнений

$$\underline{\Delta 0} := 0 \quad \underline{\Delta 1} := 0 \quad \underline{\Delta 2} := 0 \quad \underline{\Delta 3} := 0 \quad \underline{\Delta 4} := 0$$

Given

$$\Delta 0 \cdot (I1) + \Delta 1 \cdot (T1) + \Delta 2 \cdot (T2) + \Delta 3 \cdot (T3) + \Delta 4 \cdot (T4) = L2$$

$$\Delta 0 \cdot (T1) + \Delta 1 \cdot (T2) + \Delta 2 \cdot (T3) + \Delta 3 \cdot (T4) + \Delta 4 \cdot (T5) = T1L$$

$$\Delta 0 \cdot (T2) + \Delta 1 \cdot (T3) + \Delta 2 \cdot (T4) + \Delta 3 \cdot (T5) + \Delta 4 \cdot (T6) = T2L$$

$$\Delta 0 \cdot (T3) + \Delta 1 \cdot (T4) + \Delta 2 \cdot (T5) + \Delta 3 \cdot (T6) + \Delta 4 \cdot (T7) = T3L$$

$$\Delta 0 \cdot (T4) + \Delta 1 \cdot (T5) + \Delta 2 \cdot (T6) + \Delta 3 \cdot (T7) + \Delta 4 \cdot (T8) = T4L$$

$$AAA := \text{Find}(\Delta 0, \Delta 1, \Delta 2, \Delta 3, \Delta 4)$$

$$AAA = \begin{pmatrix} 1287.74 \\ 218.326 \\ -109.503 \\ 14.464 \\ -0.578 \end{pmatrix}$$

$$\underline{\Delta 0} := (AAA^{(1)})_1 \quad \underline{\Delta 1} := (AAA^{(1)})_2 \quad \underline{\Delta 2} := (AAA^{(1)})_3 \quad \underline{\Delta 3} := (AAA^{(1)})_4 \quad \underline{\Delta 4} := (AAA^{(1)})_5$$

$$\Delta 0 = 1287.74$$

$$\Delta 1 = 218.326$$

$$\Delta 2 = -109.503$$

$$\Delta 3 = 14.464$$

$$\Delta 4 = -0.578$$

6-уравнений

$$\underline{\Delta 0} := 0 \quad \underline{\Delta 1} := 0 \quad \underline{\Delta 2} := 0 \quad \underline{\Delta 3} := 0 \quad \underline{\Delta 4} := 0 \quad \underline{\Delta 5} := 0$$

Given

$$\Delta 0 \cdot (I1) + \Delta 1 \cdot (T1) + \Delta 2 \cdot (T2) + \Delta 3 \cdot (T3) + \Delta 4 \cdot (T4) + \Delta 5 \cdot (T5) = L2$$

$$A0 \cdot (T1) + A1 \cdot (T2) + A2 \cdot (T3) + A3 \cdot (T4) + A4 \cdot (T5) + A5 \cdot (T6) = T1L$$

$$A0 \cdot (T2) + A1 \cdot (T3) + A2 \cdot (T4) + A3 \cdot (T5) + A4 \cdot (T6) + A5 \cdot (T7) = T2L$$

$$A0 \cdot (T3) + A1 \cdot (T4) + A2 \cdot (T5) + A3 \cdot (T6) + A4 \cdot (T7) + A5 \cdot (T8) = T3L$$

$$A0 \cdot (T4) + A1 \cdot (T5) + A2 \cdot (T6) + A3 \cdot (T7) + A4 \cdot (T8) + A5 \cdot (T9) = T4L$$

$$A0 \cdot (T4) + A1 \cdot (T5) + A2 \cdot (T6) + A3 \cdot (T7) + A4 \cdot (T8) + A5 \cdot (T10) = T5L$$

$$AAA := \text{Find}(A0, A1, A2, A3, A4, A5)$$

$$AAA = \begin{pmatrix} 1265.009 \\ 253.851 \\ -126.879 \\ 18.053 \\ -0.906 \\ 0.011 \end{pmatrix}$$

$$\underline{A0} := (AAA^{(i)})_1 \quad \underline{A1} := (AAA^{(i)})_2 \quad \underline{A2} := (AAA^{(i)})_3 \quad \underline{A3} := (AAA^{(i)})_4 \quad \underline{A4} := (AAA^{(i)})_5 \quad \underline{A5} := (AAA^{(i)})_6$$

$$A0 = 1265.009$$

$$A1 = 253.851$$

$$A2 = -126.879$$

$$A3 = 18.053$$

$$A4 = -0.906$$

$$A5 = 0.011$$

Получаем полином степени n

$$Q_i(t) = A_{0i} + A_{1i}t + A_{2i}t^2 + \dots + A_{ni}t^n$$

$$t := 0..12$$

$$\underline{Q}(t) := A0 + A1 \cdot t + A2 \cdot t^2 + A3 \cdot t^3 + A4 \cdot t^4 + A5 \cdot t^5$$

$$Q(t) = \begin{pmatrix} 1265.00926 \\ 1409.13851 \\ 1395.46982 \\ 1301.34368 \\ 1184.98066 \\ 1086.79274 \\ 1030.69477 \\ 1025.41586 \\ 1065.81079 \\ 1134.1714 \\ 1201.53801 \\ 1229.01085 \\ 1169.06142 \end{pmatrix}$$

$$\underline{Qpp}(t) := \frac{d}{dt} Q(t)$$

$$Qp(t) = \begin{pmatrix} 253.851 \\ 50.681 \\ -65.15 \\ -113.42 \\ -112.592 \\ -79.82 \\ -30.943 \\ 19.506 \\ 58.31 \\ 73.562 \\ 54.666 \\ -7.663 \\ -121.398 \end{pmatrix}$$

$$\underline{Qppp}(t) := \frac{d^2}{dt^2} Q(t)$$

$$Qpp(t) = \begin{pmatrix} -98.67 \\ -47.554 \\ -11.362 \\ 11.738 \\ 23.58 \\ 26 \\ 20.83 \\ 9.905 \\ -4.94 \\ -21.873 \\ -39.059 \\ -54.664 \\ -66.855 \end{pmatrix}$$

$$t1 := 1$$

$$\underline{B1}_n := 0 \quad \underline{B2}_n := 0 \quad \underline{Qp}_n := Qp(t1) \quad \underline{Qpp}_n := Qpp(t1) \quad \underline{Q}_n := Q(t1)$$

$$\underline{B0}_n := 12 \quad Qp = 50.681 \quad Qpp = -156.095 \quad Q = 1409.13851$$

Given

$$\underline{B3}_n := 0 \quad \underline{B6}_n := 0 \quad \underline{B5}_n := 0$$

$$B5 \cdot t1^5 + B4 \cdot t1^4 + B3 \cdot t1^3 + B0 = Q$$

$$5B5 \cdot t^4 + 4B4 \cdot t^3 + 3B3 \cdot t^2 = Qp$$

$$20B5 \cdot t^3 + 12B4 \cdot t^2 + 6B3 \cdot t^1 = Qpp$$

$$B := \text{Find}(B3, B4, B5)$$

$$B = \begin{pmatrix} -406.405 \\ 699.313 \\ -305.471 \end{pmatrix}$$

$$B3 := (B^{(i)})_1 \quad B4 := (B^{(i)})_2 \quad B5 := (B^{(i)})_3$$

$$t1 := 0..1$$

$$P(t) := B5 \cdot t^5 + B4 \cdot t^4 + B3 \cdot t^3 + B2 \cdot t^2 + B1 \cdot t^1 + B0$$

$$P(t1) =$$

$$\begin{pmatrix} 1421.7 \\ 1409.14 \end{pmatrix}$$

$$t := 0..12$$

$$Q(t) := A0 + A1 \cdot t + A2 \cdot t^2 + A3 \cdot t^3 + A4 \cdot t^4 + A5 \cdot t^5$$

$$Q(t) = \begin{pmatrix} 1205.00920 \\ 1409.13851 \\ 1395.46982 \\ 1301.34368 \\ 1184.98066 \\ 1086.79274 \\ 1030.69477 \\ 1025.41586 \\ 1065.81079 \\ 1134.1714 \\ 1201.53801 \\ 1229.01085 \\ 1169.06142 \end{pmatrix}$$

$$Qp(t) = \frac{d}{dt} Q(t)$$

$$Qp(t) = \begin{pmatrix} 255.851 \\ 50.681 \\ -65.15 \\ -113.42 \\ -112.592 \\ -79.82 \\ -30.943 \\ 19.506 \\ 58.31 \\ 73.562 \\ 54.666 \\ -7.663 \\ -121.398 \end{pmatrix}$$

$$Qpp(t) = \frac{d^2}{dt^2} Q(t)$$

$$Qpp(t) = \begin{pmatrix} -253.758 \\ -156.095 \\ -78.864 \\ -20.753 \\ 19.55 \\ 43.355 \\ 51.975 \\ 46.721 \\ 28.903 \\ -0.166 \\ -39.175 \\ -86.812 \\ -141.768 \end{pmatrix}$$

$$Qn := Q(11)$$

$$Qn = 1229.011$$

$$Qnp := Qp(11)$$

$$Qnp = -7.663$$

$$Qnpp := Qpp(11)$$

$$Qnpp = -86.812$$

$$Qn\_12 := 12k$$

$$Qn\_12 = 1233.259$$

$$m\_1 := 11$$

$$m := 12$$

$$Qn := 1229.011$$

$$Qnp := -7.663$$

$$Qnpp := -86.812$$

$$Qn\_12 := 1233.259$$

$$C0 := 0 \quad C1 := (C2 := 0 \quad C3 := 0 \quad C4 := 0 \quad C5 := 0$$

Given

$$C5 \cdot t_{n-1}^5 + C4 \cdot t_{n-1}^4 + C3 \cdot t_{n-1}^3 + C2 \cdot t_{n-1}^2 + C1 \cdot t_{n-1}^1 + C0 = Q_n$$

$$5C5 \cdot t_{n-1}^4 + 4C4 \cdot t_{n-1}^3 + 3C3 \cdot t_{n-1}^2 + 2C2 \cdot t_{n-1}^1 + C1 = Q_{np}$$

$$20C5 \cdot t_{n-1}^3 + 12C4 \cdot t_{n-1}^2 + 6C3 \cdot t_{n-1}^1 + 2C2 = Q_{npp}$$

$$C5 \cdot t_n^5 + C4 \cdot t_n^4 + C3 \cdot t_n^3 + C2 \cdot t_n^2 + C1 \cdot t_n^1 + C0 = Q_{n\_12}$$

$$5C5 \cdot t_n^4 + 4C4 \cdot t_n^3 + 3C3 \cdot t_n^2 + 2C2 \cdot t_n^1 + C1 = 0$$

$$20C5 \cdot t_n^3 + 12C4 \cdot t_n^2 + 6C3 \cdot t_n^1 + 2 \cdot C2 = 0$$

$$H_k(t_{n-1}) = C_{5k} t_{n-1}^5 + C_{4k} t_{n-1}^4 + C_{3k} t_{n-1}^3 + C_{2k} t_{n-1}^2 + C_{1k} t_{n-1} + C_{0k} = Q_k(t_{n-1}), \quad (14)$$

$$\dot{H}_k(t_{n-1}) = 5C_{5k} t_{n-1}^4 + 4C_{4k} t_{n-1}^3 + 3C_{3k} t_{n-1}^2 + 2C_{2k} t + C_{1k} = \dot{Q}_k(t_{n-1}), \quad (15)$$

$$\ddot{H}_k(t_{n-1}) = 20C_{5k} t_{n-1}^3 + 12C_{4k} t_{n-1}^2 + 6C_{3k} t_{n-1} + 2C_{2k} = \ddot{Q}_k(t_{n-1}). \quad (16)$$

При $t_n = n\Delta t$ имеем на правом конце

$$H_k(t_n) = C_{5k} t_n^5 + C_{4k} t_n^4 + C_{3k} t_n^3 + C_{2k} t_n^2 + C_{1k} t_n + C_{0k} = l_k(t_n), \quad (17)$$

$$\dot{H}_k(t_n) = 5C_{5k} t_n^4 + 4C_{4k} t_n^3 + 3C_{3k} t_n^2 + 2C_{2k} t + C_{1k} = \dot{l}_k(t_n) = 0, \quad (18)$$

$$\ddot{H}_k(t_n) = 20C_{5k} t_n^3 + 12C_{4k} t_n^2 + 6C_{3k} t_n + 2C_{2k} = \ddot{l}_k(t_n) = 0.$$

$$\text{Find}(C0, C1, C2, C3, C4, C5) \rightarrow \begin{pmatrix} -1.8829843733e7 \\ 8.16553008e6 \\ -1.415528136e6 \\ 122627.754 \\ -5308.807 \\ 91.883 \end{pmatrix}$$

$$C0 := -1.8829843733e7$$

$$C1 := 8.16553008e6$$

$$C2 := -1.415528136e6$$

$$C3 := 122627.754$$

$$C4 := -5308.807$$

$$C5 := 91.883$$

$$t := 0..1$$

$$P(t) := B5 \cdot t^5 + B4 \cdot t^4 + B3 \cdot t^3 + B2 \cdot t^2 + B1 \cdot t + B0$$

$$P(t) = \begin{pmatrix} 1409.139 \\ -415.604 \\ -27136.332 \\ -158366.369 \\ -566905.06 \\ -1555394.289 \\ -3592974.984 \\ -7351943.633 \\ -13744408.794 \\ -23958947.602 \\ -39497262.285 \end{pmatrix}$$

$$t := 1..11$$

$$Q(t) := A0 + A1 \cdot t + A2 \cdot t^2 + A3 \cdot t^3 + A4 \cdot t^4 + A5 \cdot t^5$$

$$Q(t) = \begin{pmatrix} 1409.139 \\ 1395.47 \\ 1301.344 \\ 1184.981 \\ 1086.793 \\ 1030.695 \\ 1025.416 \\ 1065.811 \\ 1134.171 \\ 1201.538 \\ 1229.011 \end{pmatrix}$$

$$H_k(t) = C_{5k}t^5 + C_{4k}t^4 + C_{3k}t^3 + C_{2k}t^2 + C_{1k}t + C_{0k}$$

$$t := 11..12$$

$$H(t) := C5 \cdot t^5 + C4 \cdot t^4 + C3 \cdot t^3 + C2 \cdot t^2 + C1 \cdot t + C0$$

$$H(t) = \begin{pmatrix} 1229.011 \\ 1233.259 \end{pmatrix}$$

$$I21 := \begin{cases} t \leftarrow 0 \\ \text{for } i = 1..2 \\ \quad N_i \leftarrow P(t) \\ \quad t \leftarrow t + 1 \end{cases}$$

$$I22 := \begin{cases} t \leftarrow 2 \\ \text{for } i = 3..10 \\ \quad N_i \leftarrow Q(t) \\ \quad t \leftarrow t + 1 \end{cases}$$

$$I23 := \begin{cases} t \leftarrow 12 \\ \text{for } i = 1..1 \\ \quad N_i \leftarrow H(t) \\ \quad t \leftarrow t + 1 \end{cases}$$

$$I_{25} := \text{stack}(I21, I22, I23)$$

$$I2 = \begin{pmatrix} 1421.702 \\ 1409.139 \\ 1395.47 \\ 1301.344 \\ 1184.981 \\ 1086.793 \\ 1030.695 \\ 1025.416 \\ 1065.811 \\ 1134.171 \\ 1201.538 \\ 1229.011 \\ 1233.259 \end{pmatrix}$$

Для третьего актуатора

$$t_1 := 1 \quad t_2 := 2 \quad t_3 := 3 \quad t_4 := 4 \quad t_5 := 5 \quad t_6 := 6 \quad t_7 := 7 \quad t_8 := 8 \quad t_9 := 9 \quad t_{10} := 10 \quad t_{11} := 11$$

$$\begin{aligned}
T0L &:= (t_1)^0 \cdot l3k1 + (t_2)^0 \cdot l3k2 + (t_3)^0 \cdot l3k3 + (t_4)^0 \cdot l3k4 + (t_5)^0 \cdot l3k5 + (t_6)^0 \cdot l3k6 + (t_7)^0 \cdot l3k7 + (t_8)^0 \cdot l3k8 + (t_9)^0 \cdot l3k9 + (t_{10})^0 \cdot l3k10 + (t_{11})^0 \cdot l3k11 \\
T1L &:= (t_1)^1 \cdot l3k1 + (t_2)^1 \cdot l3k2 + (t_3)^1 \cdot l3k3 + (t_4)^1 \cdot l3k4 + (t_5)^1 \cdot l3k5 + (t_6)^1 \cdot l3k6 + (t_7)^1 \cdot l3k7 + (t_8)^1 \cdot l3k8 + (t_9)^1 \cdot l3k9 + (t_{10})^1 \cdot l3k10 + (t_{11})^1 \cdot l3k11 \\
T2L &:= (t_1)^2 \cdot l3k1 + (t_2)^2 \cdot l3k2 + (t_3)^2 \cdot l3k3 + (t_4)^2 \cdot l3k4 + (t_5)^2 \cdot l3k5 + (t_6)^2 \cdot l3k6 + (t_7)^2 \cdot l3k7 + (t_8)^2 \cdot l3k8 + (t_9)^2 \cdot l3k9 + (t_{10})^2 \cdot l3k10 + (t_{11})^2 \cdot l3k11 \\
T3L &:= (t_1)^3 \cdot l3k1 + (t_2)^3 \cdot l3k2 + (t_3)^3 \cdot l3k3 + (t_4)^3 \cdot l3k4 + (t_5)^3 \cdot l3k5 + (t_6)^3 \cdot l3k6 + (t_7)^3 \cdot l3k7 + (t_8)^3 \cdot l3k8 + (t_9)^3 \cdot l3k9 + (t_{10})^3 \cdot l3k10 + (t_{11})^3 \cdot l3k11 \\
T4L &:= (t_1)^4 \cdot l3k1 + (t_2)^4 \cdot l3k2 + (t_3)^4 \cdot l3k3 + (t_4)^4 \cdot l3k4 + (t_5)^4 \cdot l3k5 + (t_6)^4 \cdot l3k6 + (t_7)^4 \cdot l3k7 + (t_8)^4 \cdot l3k8 + (t_9)^4 \cdot l3k9 + (t_{10})^4 \cdot l3k10 + (t_{11})^4 \cdot l3k11 \\
T5L &:= (t_1)^5 \cdot l3k1 + (t_2)^5 \cdot l3k2 + (t_3)^5 \cdot l3k3 + (t_4)^5 \cdot l3k4 + (t_5)^5 \cdot l3k5 + (t_6)^5 \cdot l3k6 + (t_7)^5 \cdot l3k7 + (t_8)^5 \cdot l3k8 + (t_9)^5 \cdot l3k9 + (t_{10})^5 \cdot l3k10 + (t_{11})^5 \cdot l3k11 \\
T6L &:= (t_1)^6 \cdot l3k1 + (t_2)^6 \cdot l3k2 + (t_3)^6 \cdot l3k3 + (t_4)^6 \cdot l3k4 + (t_5)^6 \cdot l3k5 + (t_6)^6 \cdot l3k6 + (t_7)^6 \cdot l3k7 + (t_8)^6 \cdot l3k8 + (t_9)^6 \cdot l3k9 + (t_{10})^6 \cdot l3k10 + (t_{11})^6 \cdot l3k11 \\
T7L &:= (t_1)^7 \cdot l3k1 + (t_2)^7 \cdot l3k2 + (t_3)^7 \cdot l3k3 + (t_4)^7 \cdot l3k4 + (t_5)^7 \cdot l3k5 + (t_6)^7 \cdot l3k6 + (t_7)^7 \cdot l3k7 + (t_8)^7 \cdot l3k8 + (t_9)^7 \cdot l3k9 + (t_{10})^7 \cdot l3k10 + (t_{11})^7 \cdot l3k11 \\
T8L &:= (t_1)^8 \cdot l3k1 + (t_2)^8 \cdot l3k2 + (t_3)^8 \cdot l3k3 + (t_4)^8 \cdot l3k4 + (t_5)^8 \cdot l3k5 + (t_6)^8 \cdot l3k6 + (t_7)^8 \cdot l3k7 + (t_8)^8 \cdot l3k8 + (t_9)^8 \cdot l3k9 + (t_{10})^8 \cdot l3k10 + (t_{11})^8 \cdot l3k11 \\
L3 &:= l3k1 + l3k2 + l3k3 + l3k4 + l3k5 + l3k6 + l3k7 + l3k8 + l3k9 + l3k10 + l3k11 \\
L3 &= 16017.718
\end{aligned}$$

После преобразований, получаем систему из n-уравнений, решая, получаем постоянные коэффициенты Aijk:

$$\sum_{i=0}^m A_{ik} \sum_{j=1}^{n-1} t_i^{j+p} = \sum_{j=1}^{n-1} t_i^{j+p} f_k(t_i), \quad p=0,1,2,\dots,m$$

4-уравнения

$$\Delta 0 := 0 \quad \Delta 1 := 0 \quad \Delta 2 := 0 \quad \Delta 3 := 0$$

Given

$$A0 \cdot (T1) + A1 \cdot (T1) + A2 \cdot (T2) + A3 \cdot (T3) = L3$$

$$A0 \cdot (T1) + A1 \cdot (T2) + A2 \cdot (T3) + A3 \cdot (T4) = T1L$$

$$A0 \cdot (T2) + A1 \cdot (T3) + A2 \cdot (T4) + A3 \cdot (T5) = T2L$$

$$A0 \cdot (T3) + A1 \cdot (T4) + A2 \cdot (T5) + A3 \cdot (T6) = T3L$$

$$AAA := \text{Find}(A0, A1, A2, A3)$$

$$AAA = \begin{pmatrix} 1765.343 \\ -90.178 \\ 1.113 \\ 0.456 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
\Delta 0 &:= (AAA^{(1)})_1 & \Delta 1 &:= (AAA^{(1)})_2 & \Delta 2 &:= (AAA^{(1)})_3 & \Delta 3 &:= (AAA^{(1)})_4 \\
A0 &= 1765.343 & A1 &= -90.178 & A2 &= 1.113 & A3 &= 0.456
\end{aligned}$$

5-уравнений

$$\Delta 0 := 0 \quad \Delta 1 := 0 \quad \Delta 2 := 0 \quad \Delta 3 := 0 \quad \Delta 4 := 0$$

Given

$$A0 \cdot (T1) + A1 \cdot (T1) + A2 \cdot (T2) + A3 \cdot (T3) + A4 \cdot (T4) = L3$$

$$A0 \cdot (T1) + A1 \cdot (T2) + A2 \cdot (T3) + A3 \cdot (T4) + A4 \cdot (T5) = T1L$$

$$A0 \cdot (T2) + A1 \cdot (T3) + A2 \cdot (T4) + A3 \cdot (T5) + A4 \cdot (T6) = T2L$$

$$A0 \cdot (T3) + A1 \cdot (T4) + A2 \cdot (T5) + A3 \cdot (T6) + A4 \cdot (T7) = T3L$$

$$A0 \cdot (T4) + A1 \cdot (T5) + A2 \cdot (T6) + A3 \cdot (T7) + A4 \cdot (T8) = T4L$$

$$AAA := \text{Find}(A0, A1, A2, A3, A4)$$

$$AAA = \begin{pmatrix} 1552.02 \\ 166.904 \\ -85.948 \\ 11.396 \\ -0.456 \end{pmatrix}$$

$$\underline{A0} := (AAA^{(1)})_1 \quad \underline{A1} := (AAA^{(1)})_2 \quad \underline{A2} := (AAA^{(1)})_3 \quad \underline{A3} := (AAA^{(1)})_4 \quad \underline{A4} := (AAA^{(1)})_5$$

$$A0 = 1552.02 \quad A1 = 166.904 \quad A2 = -85.948 \quad A3 = 11.396 \quad A4 = -0.456$$

6-уравнений

$$\underline{A0} := 0 \quad \underline{A1} := 0 \quad \underline{A2} := 0 \quad \underline{A3} := 0 \quad \underline{A4} := 0 \quad \underline{A5} := 0$$

Given

$$A0 \cdot (11) + A1 \cdot (T1) + A2 \cdot (T2) + A3 \cdot (T3) + A4 \cdot (T4) + A5 \cdot (T5) = L3$$

$$A0 \cdot (T1) + A1 \cdot (T2) + A2 \cdot (T3) + A3 \cdot (T4) + A4 \cdot (T5) + A5 \cdot (T6) = T1L$$

$$A0 \cdot (T2) + A1 \cdot (T3) + A2 \cdot (T4) + A3 \cdot (T5) + A4 \cdot (T6) + A5 \cdot (T7) = T2L$$

$$A0 \cdot (T3) + A1 \cdot (T4) + A2 \cdot (T5) + A3 \cdot (T6) + A4 \cdot (T7) + A5 \cdot (T8) = T3L$$

$$A0 \cdot (T4) + A1 \cdot (T5) + A2 \cdot (T6) + A3 \cdot (T7) + A4 \cdot (T8) + A5 \cdot (T9) = T4L$$

$$A0 \cdot (T4) + A1 \cdot (T5) + A2 \cdot (T6) + A3 \cdot (T7) + A4 \cdot (T8) + A5 \cdot (T10) = T5L$$

$$AAA := \text{Find}(A0, A1, A2, A3, A4, A5)$$

$$AAA = \begin{pmatrix} 1524.181 \\ 210.411 \\ -107.229 \\ 15.79 \\ -0.857 \\ 0.013 \end{pmatrix}$$

$$\underline{A0} := (AAA^{(1)})_1 \quad \underline{A1} := (AAA^{(1)})_2 \quad \underline{A2} := (AAA^{(1)})_3 \quad \underline{A3} := (AAA^{(1)})_4 \quad \underline{A4} := (AAA^{(1)})_5 \quad \underline{A5} := (AAA^{(1)})_6$$

$$A0 = 1524.181 \quad A1 = 210.411 \quad A2 = -107.229 \quad A3 = 15.79 \quad A4 = -0.857 \quad A5 = 0.013$$

Получаем полином степени n

$$Q_5(t) = A_0 + A_1 t + A_2 t^2 + \dots + A_5 t^5$$

$$t := 0..12$$

$$\underline{Q}(t) := A0 + A1 \cdot t + A2 \cdot t^2 + A3 \cdot t^3 + A4 \cdot t^4 + A5 \cdot t^5$$

$$\begin{aligned}
 Q(t) &= \begin{pmatrix} 1524.18106 \\ 1642.30955 \\ 1629.12109 \\ 1550.501 \\ 1454.97059 \\ 1375.2933 \\ 1330.08073 \\ 1325.39875 \\ 1356.37358 \\ 1408.79788 \\ 1460.73683 \\ 1484.13424 \\ 1446.41859 \end{pmatrix} & Q_p(t) &:= \frac{d}{dt} Q(t) & Q_p(t) &= \begin{pmatrix} 210.411 \\ 39.962 \\ -55.385 \\ -93.795 \\ -91.832 \\ -64.448 \\ -24.993 \\ 14.79 \\ 44.765 \\ 56.401 \\ 42.774 \\ -1.435 \\ -79.937 \end{pmatrix} \\
 & & Q_{pp}(t) &:= \frac{d^2}{dt^2} Q(t) & Q_{pp}(t) &= \begin{pmatrix} -214.458 \\ -129.736 \\ -63.985 \\ -15.597 \\ 17.032 \\ 35.51 \\ 41.442 \\ 36.435 \\ 22.093 \\ 0.025 \\ -28.165 \\ -60.871 \\ -96.485 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$t1 := 1$$

$$B1 := 0 \quad B2 := 0 \quad Qp := Qp(t1) \quad Qpp := Qpp(t1) \quad Q := Q(t1)$$

$$B0 := 13 \quad Qp = 39.962 \quad Qpp = -129.736 \quad Q = 1642.309552$$

$$B3 := 0 \quad B4 := 0 \quad B5 := 0$$

Given

$$B5 \cdot t1^5 + B4 \cdot t1^4 + B3 \cdot t1^3 + B0 = Q$$

$$5B5 \cdot t1^4 + 4B4 \cdot t1^3 + 3B3 \cdot t1^2 = Qp$$

$$20B5 \cdot t1^3 + 12B4 \cdot t1^2 + 6B3 \cdot t1^1 = Qpp$$

$$B := \text{Find}(B3, B4, B5)$$

$$B = \begin{pmatrix} -326.344 \\ 561.912 \\ -245.731 \end{pmatrix}$$

$$B3 := (B^{(1)})_1 \quad B4 := (B^{(1)})_2 \quad B5 := (B^{(1)})_3$$

$$t := 0..12$$

$$Q(t) := A0 + A1 \cdot t + A2 \cdot t^2 + A3 \cdot t^3 + A4 \cdot t^4 + A5 \cdot t^5$$

$$\begin{aligned}
 Q(t) &= \begin{pmatrix} 1524.18106 \\ 1642.30955 \\ 1629.12109 \\ 1550.501 \\ 1454.97059 \\ 1375.2933 \\ 1330.08073 \\ 1325.39875 \\ 1356.37358 \\ 1408.79788 \\ 1460.73683 \\ 1484.13424 \\ 1446.41859 \end{pmatrix} & Qp(t) &:= \frac{d}{dt} Q(t) & Qp(t) &= \begin{pmatrix} 210.411 \\ 39.962 \\ -55.385 \\ -93.795 \\ -91.832 \\ -64.448 \\ -24.993 \\ 14.79 \\ 44.765 \\ 56.401 \\ 42.774 \\ -1.435 \\ -79.937 \end{pmatrix} & Qpp(t) &:= \frac{d^2}{dt^2} Q(t) & Qpp(t) &= \begin{pmatrix} -214.458 \\ -129.736 \\ -63.985 \\ -15.597 \\ 17.032 \\ 35.51 \\ 41.442 \\ 36.435 \\ 22.093 \\ 0.025 \\ -28.165 \\ -60.871 \\ -96.485 \end{pmatrix}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Qn &:= Q(11) & Qnp &:= Qp(11) & Qppn &:= Qpp(11) \\
 Qn &= 1484.134 & Qnp &= -1.435 & Qppn &= -60.871
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Qn_{12} &:= Qn \\
 Qn_{12} &= 1487.225
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 m_1 &:= 11 \\
 m_2 &:= 12
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 Qn &:= 1484.134 & Qnp &:= -1.435 & Qppn &:= 60.871 & Qn_{12} &:= 1487.225
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 C0 &:= 0 & C1 &:= 0 & C2 &:= 0 & C3 &:= 0 & C4 &:= 0 & C5 &:= 0
 \end{aligned}$$

Given

$$C5 \cdot m_1^5 + C4 \cdot m_1^4 + C3 \cdot m_1^3 + C2 \cdot m_1^2 + C1 \cdot m_1^1 + C0 = Qn$$

$$5C5 \cdot m_1^4 + 4C4 \cdot m_1^3 + 3C3 \cdot m_1^2 + 2C2 \cdot m_1^1 + C1 = Qnp$$

$$20C5 \cdot m_1^3 + 12C4 \cdot m_1^2 + 6C3 \cdot m_1^1 + 2C2 = Qppn$$

$$C5 \cdot m^5 + C4 \cdot m^4 + C3 \cdot m^3 + C2 \cdot m^2 + C1 \cdot m^1 + C0 = Qn_{12}$$

$$5C5 \cdot m^4 + 4C4 \cdot m^3 + 3C3 \cdot m^2 + 2C2 \cdot m^1 + C1 = 0$$

$$20C5 \cdot m^3 + 12C4 \cdot m^2 + 6C3 \cdot m^1 + 2C2 = 0$$

$$H_k(t_{s-1}) = C_{34}t_{s-1}^4 + C_{44}t_{s-1}^3 + C_{34}t_{s-1}^2 + C_{24}t_{s-1} + C_{14}t_{s-1} + C_{04} = Q_k(t_{s-1}), \quad (14)$$

$$\dot{H}_k(t_{s-1}) = 5C_{34}t_{s-1}^3 + 4C_{44}t_{s-1}^2 + 3C_{34}t_{s-1} + 2C_{24}t_{s-1} + C_{14} = \dot{Q}_k(t_{s-1}), \quad (15)$$

$$\ddot{H}_k(t_{s-1}) = 20C_{34}t_{s-1}^2 + 12C_{44}t_{s-1} + 6C_{34}t_{s-1} + 2C_{24} = \ddot{Q}_k(t_{s-1}). \quad (16)$$

При $t_s = n\Delta t$ имеем на правом конце

$$H_k(t_s) = C_{34}t_s^4 + C_{44}t_s^3 + C_{34}t_s^2 + C_{24}t_s + C_{14}t_s + C_{04} = Q_k(t_s), \quad (17)$$

$$\dot{H}_k(t_s) = 5C_{34}t_s^3 + 4C_{44}t_s^2 + 3C_{34}t_s + 2C_{24}t_s + C_{14} = \dot{Q}_k(t_s) = 0, \quad (18)$$

$$\ddot{H}_k(t_s) = 20C_{34}t_s^2 + 12C_{44}t_s + 6C_{34}t_s + 2C_{24} = \ddot{Q}_k(t_s) = 0,$$

$$\text{Find}(C0, C1, C2, C3, C4, C5) \rightarrow \begin{pmatrix} 1.785511577e6 \\ -752841.864 \\ 126982.134 \\ -10701.3375 \\ 450.609 \\ -7.5845 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned}
 C0 &:= 1.785511577e6 & C1 &:= -752841.864 & C2 &:= 126982.134
 \end{aligned}$$

$$P(t) = R_{-1}t^5 + R_{-2}t^4 + R_{-3}t^3 + R_{-4}t^2 + R_{-5}t + R_{-6}$$

$$\underline{C3} := -10701.3375$$

$$\underline{C4} := 450.609$$

$$\underline{C5} := -7.5845$$

$$H_k(t) = C_{2k}t^2 + C_{4k}t^4 + C_{2k}t^2 + C_{2k}t^2 + C_{2k}t + C_{2k}$$

$$Q_i(t) = A_{0i} + A_{1i}t + A_{2i}t^2 + \dots + A_{ni}t^n$$

$$I_k(t) = \begin{cases} P_k(t), 1 \leq t \leq 0, \\ Q_k(t), 11 \leq t \leq 1, \\ H_k(t), 12 \leq t \leq 11, \end{cases} \quad k = 1 + 4$$

$$t := 0..1$$

$$P(t) := B5 \cdot t^5 + B4 \cdot t^4 + B3 \cdot t^3 + B2 \cdot t^2 + B1 \cdot t^3 + B0$$

$$P(t) = \begin{pmatrix} 1652.472 \\ 1642.31 \end{pmatrix}$$

$$t := 1..11$$

$$Q(t) := A0 + A1 \cdot t + A2 \cdot t^2 + A3 \cdot t^3 + A4 \cdot t^4 + A5 \cdot t^5$$

$$Q(t) = \begin{pmatrix} 1642.31 \\ 1629.121 \\ 1550.501 \\ 1454.971 \\ 1375.293 \\ 1330.081 \\ 1325.399 \\ 1356.374 \\ 1408.798 \\ 1460.737 \\ 1484.134 \end{pmatrix}$$

$$t := 11..12$$

$$H(t) := C5 \cdot t^5 + C4 \cdot t^4 + C3 \cdot t^3 + C2 \cdot t^2 + C1 \cdot t^1 + C0$$

$$H(t) = \begin{pmatrix} 1484.134 \\ 1487.225 \end{pmatrix}$$

$$I31 := \begin{cases} t \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 1..2 \\ \quad N_i \leftarrow P(t) \\ \quad t \leftarrow t + 1 \end{cases}$$

$$I32 := \begin{cases} t \leftarrow 2 \\ \text{for } i \in 1..10 \\ \quad N_i \leftarrow Q(t) \\ \quad t \leftarrow t + 1 \end{cases}$$

$$I33 := \begin{cases} t \leftarrow 12 \\ \text{for } i \in 1..1 \\ \quad N_i \leftarrow H(t) \\ \quad t \leftarrow t + 1 \end{cases}$$

$$\underline{I3} := \text{stack}(I31, I32, I33)$$

$$\Gamma := \begin{pmatrix} 1652.472 \\ 1642.31 \\ 1629.121 \\ 1550.501 \\ 1454.971 \\ 1375.293 \\ 1330.081 \\ 1325.399 \\ 1356.374 \\ 1408.798 \\ 1460.737 \\ 1484.134 \\ 1487.225 \end{pmatrix}$$

Для четвертого актуатора

$$t_1 := 1 \quad t_2 := 2 \quad t_3 := 3 \quad t_4 := 4 \quad t_5 := 5 \quad t_6 := 6 \quad t_7 := 7 \quad t_8 := 8 \quad t_9 := 9 \quad t_{10} := 10 \quad t_{11} := 11$$

$$\underline{T0k} := (t_1)^0 \cdot 14k1 + (t_2)^0 \cdot 14k2 + (t_3)^0 \cdot 14k3 + (t_4)^0 \cdot 14k4 + (t_5)^0 \cdot 14k5 + (t_6)^0 \cdot 14k6 + (t_7)^0 \cdot 14k7 + (t_8)^0 \cdot 14k8 + (t_9)^0 \cdot 14k9 + (t_{10})^0 \cdot 14k10 + (t_{11})^0 \cdot 14k11$$

$$\underline{T1k} := (t_1)^1 \cdot 14k1 + (t_2)^1 \cdot 14k2 + (t_3)^1 \cdot 14k3 + (t_4)^1 \cdot 14k4 + (t_5)^1 \cdot 14k5 + (t_6)^1 \cdot 14k6 + (t_7)^1 \cdot 14k7 + (t_8)^1 \cdot 14k8 + (t_9)^1 \cdot 14k9 + (t_{10})^1 \cdot 14k10 + (t_{11})^1 \cdot 14k11$$

$$\underline{T2k} := (t_1)^2 \cdot 14k1 + (t_2)^2 \cdot 14k2 + (t_3)^2 \cdot 14k3 + (t_4)^2 \cdot 14k4 + (t_5)^2 \cdot 14k5 + (t_6)^2 \cdot 14k6 + (t_7)^2 \cdot 14k7 + (t_8)^2 \cdot 14k8 + (t_9)^2 \cdot 14k9 + (t_{10})^2 \cdot 14k10 + (t_{11})^2 \cdot 14k11$$

$$\underline{T3k} := (t_1)^3 \cdot 14k1 + (t_2)^3 \cdot 14k2 + (t_3)^3 \cdot 14k3 + (t_4)^3 \cdot 14k4 + (t_5)^3 \cdot 14k5 + (t_6)^3 \cdot 14k6 + (t_7)^3 \cdot 14k7 + (t_8)^3 \cdot 14k8 + (t_9)^3 \cdot 14k9 + (t_{10})^3 \cdot 14k10 + (t_{11})^3 \cdot 14k11$$

$$\underline{T4k} := (t_1)^4 \cdot 14k1 + (t_2)^4 \cdot 14k2 + (t_3)^4 \cdot 14k3 + (t_4)^4 \cdot 14k4 + (t_5)^4 \cdot 14k5 + (t_6)^4 \cdot 14k6 + (t_7)^4 \cdot 14k7 + (t_8)^4 \cdot 14k8 + (t_9)^4 \cdot 14k9 + (t_{10})^4 \cdot 14k10 + (t_{11})^4 \cdot 14k11$$

$$\underline{T5k} := (t_1)^5 \cdot 14k1 + (t_2)^5 \cdot 14k2 + (t_3)^5 \cdot 14k3 + (t_4)^5 \cdot 14k4 + (t_5)^5 \cdot 14k5 + (t_6)^5 \cdot 14k6 + (t_7)^5 \cdot 14k7 + (t_8)^5 \cdot 14k8 + (t_9)^5 \cdot 14k9 + (t_{10})^5 \cdot 14k10 + (t_{11})^5 \cdot 14k11$$

$$\underline{T6k} := (t_1)^6 \cdot 14k1 + (t_2)^6 \cdot 14k2 + (t_3)^6 \cdot 14k3 + (t_4)^6 \cdot 14k4 + (t_5)^6 \cdot 14k5 + (t_6)^6 \cdot 14k6 + (t_7)^6 \cdot 14k7 + (t_8)^6 \cdot 14k8 + (t_9)^6 \cdot 14k9 + (t_{10})^6 \cdot 14k10 + (t_{11})^6 \cdot 14k11$$

$$\underline{T7k} := (t_1)^7 \cdot 14k1 + (t_2)^7 \cdot 14k2 + (t_3)^7 \cdot 14k3 + (t_4)^7 \cdot 14k4 + (t_5)^7 \cdot 14k5 + (t_6)^7 \cdot 14k6 + (t_7)^7 \cdot 14k7 + (t_8)^7 \cdot 14k8 + (t_9)^7 \cdot 14k9 + (t_{10})^7 \cdot 14k10 + (t_{11})^7 \cdot 14k11$$

$$\underline{T8k} := (t_1)^8 \cdot 14k1 + (t_2)^8 \cdot 14k2 + (t_3)^8 \cdot 14k3 + (t_4)^8 \cdot 14k4 + (t_5)^8 \cdot 14k5 + (t_6)^8 \cdot 14k6 + (t_7)^8 \cdot 14k7 + (t_8)^8 \cdot 14k8 + (t_9)^8 \cdot 14k9 + (t_{10})^8 \cdot 14k10 + (t_{11})^8 \cdot 14k11$$

$$L4 := 14k1 + 14k2 + 14k3 + 14k4 + 14k5 + 14k6 + 14k7 + 14k8 + 14k9 + 14k10 + 14k11$$

$$L4 = 11179.781$$

После преобразований, получаем систему из n-уравнений, решая, получаем постоянные коэффициенты A_{mk} :

$$\sum_{s=1}^{n-p} A_{s,k} \sum_{i=1}^{n-1} t_i^{s+p} = \sum_{i=1}^{n-1} t_i^p I_k(t_i), \quad p = 0, 1, 2, \dots, m$$

4-уравнения

$$\underline{A0} := 0 \quad \underline{A1} := 0 \quad \underline{A2} := 0 \quad \underline{A3} := 0$$

Given

$$A0 \cdot (11) + A1 \cdot (T1) + A2 \cdot (T2) + A3 \cdot (T3) = L4$$

$$A0 \cdot (T1) + A1 \cdot (T2) + A2 \cdot (T3) + A3 \cdot (T4) = T1L$$

$$A0 \cdot (T2) + A1 \cdot (T3) + A2 \cdot (T4) + A3 \cdot (T5) = T2L$$

$$A0 \cdot (T3) + A1 \cdot (T4) + A2 \cdot (T5) + A3 \cdot (T6) = T3L$$

$$AAA := \text{Find}(A0, A1, A2, A3)$$

$$AAA = \begin{pmatrix} 996.52 \\ -86.689 \\ 18.336 \\ -0.766 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \underline{A0} &:= (AAA^{(1)})_1 & \underline{A1} &:= (AAA^{(1)})_2 & \underline{A2} &:= (AAA^{(1)})_3 & \underline{A3} &:= (AAA^{(1)})_4 \\ A0 &= 996.52 & A1 &= -86.689 & A2 &= 18.336 & A3 &= -0.766 \end{aligned}$$

5-уравнений

$$\underline{A0} := 0 \quad \underline{A1} := 0 \quad \underline{A2} := 0 \quad \underline{A3} := 0 \quad \underline{A4} := 0$$

Given

$$A0 \cdot (11) + A1 \cdot (T1) + A2 \cdot (T2) + A3 \cdot (T3) + A4 \cdot (T4) = L4$$

$$A0 \cdot (T1) + A1 \cdot (T2) + A2 \cdot (T3) + A3 \cdot (T4) + A4 \cdot (T5) = T1L$$

$$A0 \cdot (T2) + A1 \cdot (T3) + A2 \cdot (T4) + A3 \cdot (T5) + A4 \cdot (T6) = T2L$$

$$A0 \cdot (T3) + A1 \cdot (T4) + A2 \cdot (T5) + A3 \cdot (T6) + A4 \cdot (T7) = T3L$$

$$A0 \cdot (T4) + A1 \cdot (T5) + A2 \cdot (T6) + A3 \cdot (T7) + A4 \cdot (T8) = T4L$$

$$AAA := \text{Find}(A0, A1, A2, A3, A4)$$

$$AAA = \begin{pmatrix} 893.759 \\ 37.152 \\ -23.603 \\ 4.503 \\ -0.22 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \underline{A0} &:= (AAA^{(1)})_1 & \underline{A1} &:= (AAA^{(1)})_2 & \underline{A2} &:= (AAA^{(1)})_3 & \underline{A3} &:= (AAA^{(1)})_4 & \underline{A4} &:= (AAA^{(1)})_5 \\ A0 &= 893.759 & A1 &= 37.152 & A2 &= -23.603 & A3 &= 4.503 & A4 &= -0.22 \end{aligned}$$

6-уравнений

$$\underline{A0} := 0 \quad \underline{A1} := 0 \quad \underline{A2} := 0 \quad \underline{A3} := 0 \quad \underline{A4} := 0 \quad \underline{A5} := 0$$

Given

$$A0 \cdot (11) + A1 \cdot (T1) + A2 \cdot (T2) + A3 \cdot (T3) + A4 \cdot (T4) + A5 \cdot (T5) = L4$$

$$A0 \cdot (T1) + A1 \cdot (T2) + A2 \cdot (T3) + A3 \cdot (T4) + A4 \cdot (T5) + A5 \cdot (T6) = T1L$$

$$A0 \cdot (T2) + A1 \cdot (T3) + A2 \cdot (T4) + A3 \cdot (T5) + A4 \cdot (T6) + A5 \cdot (T7) = T2L$$

$$A0 \cdot (T3) + A1 \cdot (T4) + A2 \cdot (T5) + A3 \cdot (T6) + A4 \cdot (T7) + A5 \cdot (T8) = T3L$$

$$A0 \cdot (T4) + A1 \cdot (T5) + A2 \cdot (T6) + A3 \cdot (T7) + A4 \cdot (T8) + A5 \cdot (T9) = T4L$$

$$A0 \cdot (T4) + A1 \cdot (T5) + A2 \cdot (T6) + A3 \cdot (T7) + A4 \cdot (T8) + A5 \cdot (T10) = T5L$$

$$AAA := \text{Find}(A0, A1, A2, A3, A4, A5)$$

$$AAA = \begin{pmatrix} 870.97 \\ 72.768 \\ -41.024 \\ 8.101 \\ -0.548 \\ 0.011 \end{pmatrix}$$

$$\begin{aligned} \underline{A0} &:= (AAA^{(1)})_1 & \underline{A1} &:= (AAA^{(1)})_2 & \underline{A2} &:= (AAA^{(1)})_3 & \underline{A3} &:= (AAA^{(1)})_4 & \underline{A4} &:= (AAA^{(1)})_5 & \underline{A5} &:= (AAA^{(1)})_6 \\ A0 &= 870.97 & A1 &= 72.768 & A2 &= -41.024 & A3 &= 8.101 & A4 &= -0.548 & A5 &= 0.011 \end{aligned}$$

Получаем полином степени n

$$Q_i(t) := A_0 + A_1 t + A_2 t^2 + \dots + A_n t^n$$

$$t := 0..12$$

$$\underline{Q(t)} := A0 + A1 \cdot t + A2 \cdot t^2 + A3 \cdot t^3 + A4 \cdot t^4 + A5 \cdot t^5$$

$$Q(t) = \begin{pmatrix} 870.96963 \\ 910.27693 \\ 908.79405 \\ 897.03157 \\ 894.97112 \\ 913.38016 \\ 955.12677 \\ 1016.49448 \\ 1088.49699 \\ 1158.19304 \\ 1210.00112 \\ 1227.01434 \\ 1192.31516 \end{pmatrix}$$

$$\underline{Qp(t)} := \frac{d}{dt} Q(t) \quad Qp(t) = \begin{pmatrix} 72.768 \\ 12.884 \\ -10.787 \\ -9.43 \\ 7.082 \\ 30.192 \\ 52.66 \\ 68.556 \\ 73.27 \\ 63.503 \\ 37.273 \\ -6.088 \\ -65.934 \end{pmatrix}$$

$$\underline{Qpp(t)} := \frac{d^2}{dt^2} Q(t) \quad Qpp(t) = \begin{pmatrix} -82.648 \\ -39.803 \\ -9.402 \\ 10.47 \\ 21.128 \\ 23.886 \\ 20.06 \\ 10.964 \\ -2.086 \\ -17.778 \\ -34.794 \\ -51.821 \\ -67.544 \end{pmatrix}$$

$$\underline{t1} := 1$$

$$\underline{B1} := 0 \quad \underline{B2} := 0 \quad \underline{Qp} := Qp(1) \quad \underline{Qpp} := Qpp(1) \quad \underline{Q} := Q(1)$$

$$\underline{B0} := 14 \quad Qp = 12.884 \quad Qpp = -39.803 \quad Q = 910.276927$$

$$\underline{B3} := 0 \quad \underline{B4} := 0 \quad \underline{B5} := 0$$

Given

$$B5 \cdot t1^5 + B4 \cdot t1^4 + B3 \cdot t1^3 + B0 = Q$$

$$5B5 \cdot t1^4 + 4B4 \cdot t1^3 + 3B3 \cdot t1^2 = Qp$$

$$20B5 \cdot t1^3 + 12B4 \cdot t1^2 + 6B3 \cdot t1 = Qpp$$

$$B := \text{Find}(B3, B4, B5)$$

$$B = \begin{pmatrix} -87.622 \\ 154.268 \\ -68.264 \end{pmatrix}$$

$$\underline{B3} := (B^{(1)})_1 \quad \underline{B4} := (B^{(1)})_2 \quad \underline{B5} := (B^{(1)})_3$$

$$t := 0..12$$

$$\underline{Q}(t) := A0 + A1 \cdot t + A2 \cdot t^2 + A3 \cdot t^3 + A4 \cdot t^4 + A5 \cdot t^5$$

$$\underline{Q}(t) = \begin{pmatrix} 870.96963 \\ 910.27693 \\ 908.79405 \\ 897.03157 \\ 894.97112 \\ 913.38016 \\ -955.12677 \\ 1016.49448 \\ 1088.49699 \\ 1158.19304 \\ 1210.00112 \\ 1227.01434 \\ 1192.31516 \end{pmatrix} \quad \underline{Qp}(t) := \frac{d}{dt} \underline{Q}(t) \quad \underline{Qp}(t) = \begin{pmatrix} 72.768 \\ 12.884 \\ -10.787 \\ -9.43 \\ 7.082 \\ 30.192 \\ 52.66 \\ 68.556 \\ 73.27 \\ 63.503 \\ 37.273 \\ -6.088 \\ -65.934 \end{pmatrix} \quad \underline{Qpp}(t) := \frac{d^2}{dt^2} \underline{Q}(t) \quad \underline{Qpp}(t) = \begin{pmatrix} -82.048 \\ -39.803 \\ -9.402 \\ 10.47 \\ 21.128 \\ 23.886 \\ 20.06 \\ 10.964 \\ -2.086 \\ -17.778 \\ -34.794 \\ -51.821 \\ -67.544 \end{pmatrix}$$

$$\underline{Qn} := \underline{Q}(11) \quad \underline{Qnp} := \underline{Qp}(11) \quad \underline{Qnpp} := \underline{Qpp}(11)$$

$$\underline{Qn} = 1227.014 \quad \underline{Qnp} = -6.088 \quad \underline{Qnpp} = -51.821$$

$$\underline{Qn}_{12} := 146$$

$$\underline{Qn}_{12} = 1231.693$$

$$\underline{tn}_1 := 11$$

$$\underline{tn} := 12$$

$$\underline{Qn} := 1227.014 \quad \underline{Qnp} := -6.088 \quad \underline{Qnpp} := -51.821 \quad \underline{Qn}_{12} := 1231.693$$

$$\underline{C0} := 0 \quad \underline{C1} := 0 \quad \underline{C2} := 0 \quad \underline{C3} := 0 \quad \underline{C4} := 0 \quad \underline{C5} := 0$$

Given

$$C5 \cdot \underline{tn}_1^5 + C4 \cdot \underline{tn}_1^4 + C3 \cdot \underline{tn}_1^3 + C2 \cdot \underline{tn}_1^2 + C1 \cdot \underline{tn}_1 + C0 = \underline{Qn}$$

$$5C5 \cdot \underline{tn}_1^4 + 4C4 \cdot \underline{tn}_1^3 + 3C3 \cdot \underline{tn}_1^2 + 2C2 \cdot \underline{tn}_1 + C1 = \underline{Qnp}$$

$$20C5 \cdot \underline{tn}_1^3 + 12C4 \cdot \underline{tn}_1^2 + 6C3 \cdot \underline{tn}_1 + 2C2 = \underline{Qnpp}$$

$$C5 \cdot \underline{tn}^5 + C4 \cdot \underline{tn}^4 + C3 \cdot \underline{tn}^3 + C2 \cdot \underline{tn}^2 + C1 \cdot \underline{tn} + C0 = \underline{Qn}_{12}$$

$$5C5 \cdot \underline{tn}^4 + 4C4 \cdot \underline{tn}^3 + 3C3 \cdot \underline{tn}^2 + 2C2 \cdot \underline{tn} + C1 = 0$$

$$20C5 \cdot \underline{tn}^3 + 12C4 \cdot \underline{tn}^2 + 6C3 \cdot \underline{tn} + 2C2 = 0$$

$$\dot{H}_k(t_{s-1}) = C_{5k} t_{s-1}^5 + C_{4k} t_{s-1}^4 + C_{3k} t_{s-1}^3 + C_{2k} t_{s-1}^2 + C_{1k} t_{s-1} + C_{0k} = \underline{Q}_k(t_{s-1}), \quad (14)$$

$$\dot{H}_k(t_{s-1}) = 5C_{5k} t_{s-1}^4 + 4C_{4k} t_{s-1}^3 + 3C_{3k} t_{s-1}^2 + 2C_{2k} t_{s-1} + C_{1k} = \underline{Q}_k'(t_{s-1}), \quad (15)$$

$$\ddot{H}_k(t_{s-1}) = 20C_{5k} t_{s-1}^3 + 12C_{4k} t_{s-1}^2 + 6C_{3k} t_{s-1} + 2C_{2k} = \underline{Q}_k''(t_{s-1}). \quad (16)$$

При $t_s = n\Delta t$ имеем на правом конце

$$H_k(t_s) = C_{5k} t_s^5 + C_{4k} t_s^4 + C_{3k} t_s^3 + C_{2k} t_s^2 + C_{1k} t_s + C_{0k} = \underline{I}_k(t_s), \quad (17)$$

$$\dot{H}_k(t_s) = 5C_{5k} t_s^4 + 4C_{4k} t_s^3 + 3C_{3k} t_s^2 + 2C_{2k} t_s + C_{1k} = \underline{I}_k'(t_s) = 0, \quad (18)$$

$$\ddot{H}_k(t_s) = 20C_{5k} t_s^3 + 12C_{4k} t_s^2 + 6C_{3k} t_s + 2C_{2k} = \underline{I}_k''(t_s) = 0.$$

$$\text{Find}(C0, C1, C2, C3, C4, C5) \rightarrow \begin{pmatrix} -1.4730611987e7 \\ 6.394783896e6 \\ -1.109714562e6 \\ 96233.0365 \\ -4170.288 \\ 72.2485 \end{pmatrix}$$

$$\underline{C0} := -1.4730611987e7 \quad \underline{C1} := 6.394783896e6 \quad \underline{C2} := -1.109714562e6$$

$$\underline{C3} := 96233.0365 \quad \underline{C4} := -4170.288 \quad \underline{C5} := 72.2485$$

$$t := 0..1$$

$$\underline{P}(t) := B5 \cdot t^5 + B4 \cdot t^4 + B3 \cdot t^3 + B2 \cdot t^2 + B1 \cdot t^1 + B0$$

$$\underline{P}(t) = \begin{pmatrix} 911.895 \\ 910.277 \end{pmatrix}$$

$$t := 1..11$$

$$\underline{Q}(t) := A0 + A1 \cdot t + A2 \cdot t^2 + A3 \cdot t^3 + A4 \cdot t^4 + A5 \cdot t^5$$

$$\underline{Q}(t) = \begin{pmatrix} 910.277 \\ 908.794 \\ 897.032 \\ 894.971 \\ 913.38 \\ 955.127 \\ 1016.494 \\ 1088.497 \\ 1158.193 \\ 1210.001 \\ 1227.014 \end{pmatrix}$$

$$t := 11..12$$

$$\underline{H}(t) := C5 \cdot t^5 + C4 \cdot t^4 + C3 \cdot t^3 + C2 \cdot t^2 + C1 \cdot t^1 + C0$$

$$\underline{H}(t) = \begin{pmatrix} 1227.014 \\ 1231.693 \end{pmatrix}$$

$$141 := \begin{cases} t \leftarrow 0 \\ \text{for } i \in 1..2 \\ \quad N_i \leftarrow P(t) \\ \quad t \leftarrow t+1 \end{cases}$$

$$142 := \begin{cases} t \leftarrow 2 \\ \text{for } i \in 1..10 \\ \quad N_i \leftarrow Q(t) \\ \quad t \leftarrow t+1 \end{cases}$$

$$143 := \begin{cases} t \leftarrow 12 \\ \text{for } i \in 1..1 \\ \quad N_i \leftarrow H(t) \\ \quad t \leftarrow t+1 \end{cases}$$

$$\underline{d} := \text{stack}(141, 142, 143)$$

$$\underline{d} = \begin{pmatrix} 911.895 \\ 910.277 \\ 908.794 \\ 897.032 \\ 894.971 \\ 913.38 \\ 955.127 \\ 1016.494 \\ 1088.497 \\ 1158.193 \\ 1210.001 \\ 1227.014 \\ 1231.693 \end{pmatrix}$$

Траектория и закон перемещения характерной точки $E[xE(t), yE(t), zE(t)]$ рабочего органа манипулятора по интерполяционным законам изменения длин исполнительных привидров:
 1. Решаем прямую задачу о положениях, определяем координаты точки $M(xM, yM, zM)$
 2. Находим законы изменения координат точки $E(xE(t), yE(t), zE(t))$
 3. Определяем закон перемещения по траектории S

```

t := 0
rez := for i=1..13
  A_i ← -(l1_i)^2 + 0.5(l2_i)^2 + 0.5(l3_i)^2
  φ_i ← -2·atan  $\left[ \frac{\sqrt{[O O 1^2 - (l4_i)^2 + 2 \cdot l4_i \cdot z a + y b^2 - z a^2] \cdot [(l4_i)^2 - O O 1^2 + 2 \cdot l4_i \cdot z a - y b^2 + z a^2]} - 2 \cdot y b \cdot z a}{O O 1^2 + 2 \cdot O O 1 \cdot z a - (l4_i)^2 + y b^2 + z a^2} \right]$ 
  x_i ←  $\frac{(l3_i)^2 - (l2_i)^2}{4 \cdot x b}$ 
  y_i ←  $\left[ (l1_i)^2 - \frac{[(l3_i)^2 - (l2_i)^2]^2}{16 \cdot x b^2} - \left[ \frac{(A_i - x b^2 - z a^2)^2}{4 \cdot z a^2} \right]^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \cos(\phi_i) - \left( \frac{A_i - x b^2 + z a^2}{2 \cdot z a} \right) \cdot \sin(\phi_i)$ 
  z_i ←  $\left[ (l1_i)^2 - \frac{[(l3_i)^2 - (l2_i)^2]^2}{16 \cdot x b^2} - \left[ \frac{(A_i - x b^2 - z a^2)^2}{4 \cdot z a^2} \right]^{\frac{1}{2}} \right]^{\frac{1}{2}} \cdot \sin(\phi_i) + \left( \frac{A_i - x b^2 + z a^2}{2 \cdot z a} \right) \cdot \cos(\phi_i)$ 
  γ_i ← atan  $\left( \frac{-x_i}{y_i + O A 1 \cdot \sin(\phi_i)} \right)$ 
  xei ← x_i + b·α13 - a·cos(α0)·sin(γ_i)
  yei ← y_i + b·α23 + a·cos(α0)·cos(γ_i)
  zei ← z_i + b·α33 + a·sin(α0)
  t ← t + 1
  (x y z l1 l2 l3 l4 A xei yei zei φ t)

```

```

rez :=  $\begin{pmatrix} 499.598 & 1000.163 & 1000 & 1366.085 & 1421.702 & 1652.472 & 911.895 & 599761.03 & 533.274 & 1303.626 \\ 501.063 & 999.91 & 982.098 & 1364.593 & 1409.139 & 1642.31 & 910.277 & 479313.204 & 534.784 & 1303.354 \\ 497.676 & 1004.052 & 958.571 & 1364.354 & 1395.67 & 1629.121 & 908.794 & 439225.166 & 531.064 & 1307.63 \\ 500.393 & 994.148 & 827.059 & 1351.661 & 1301.344 & 1550.501 & 897.032 & 221786.276 & 533.848 & 1297.699 \\ 501.944 & 992.823 & 629.991 & 1349.768 & 1184.981 & 1454.971 & 894.971 & -61315.341 & 535.463 & 1296.349 \\ 500.221 & 1000.716 & 398.243 & 1370.671 & 1086.793 & 1375.293 & 913.38 & -342462.589 & 533.96 & 1304.152 \\ 497.735 & 1009.593 & 150.603 & 1416.94 & 1030.695 & 1330.081 & 955.127 & -591995.906 & 532.339 & 1312.674 \\ 496.623 & 1010.829 & -98.21 & 1483.56 & 1025.416 & 1325.399 & 1016.494 & -796871.206 & 533.187 & 1313.067 \\ 495.631 & 1003.371 & -330.789 & 1559.759 & 1065.811 & 1356.374 & 1088.497 & -944997.559 & 535.295 & 1304.16 \\ 491.808 & 995.377 & -526.169 & 1630.844 & 1134.171 & 1408.798 & 1158.193 & -1024123.032 & 535.058 & 1294.303 \\ 485.957 & 997.603 & -656.759 & 1680.034 & 1201.538 & 1460.737 & 1210.001 & -1033794.78 & 531.939 & 1294.97 \\ 487.455 & 1012.838 & -683.434 & 1690.296 & 1229.011 & 1484.134 & 1227.014 & -1000540.564 & 534.072 & 1309.824 \\ 486.557 & 1006.787 & -700 & 1695.448 & 1233.259 & 1487.225 & 1231.693 & -1008160.94 & 533.7 & 1303.452 \end{pmatrix}$ 

```

$x := \{rez^{(1)}\}_1$ $y := \{rez^{(2)}\}_1$ $z := \{rez^{(3)}\}_1$ $l1 := \{rez^{(4)}\}_1$ $l2 := \{rez^{(5)}\}_1$ $l3 := \{rez^{(6)}\}_1$ $l4 := \{rez^{(7)}\}_1$

$xe := \{rez^{(8)}\}_1$ $ye := \{rez^{(9)}\}_1$ $ze := \{rez^{(10)}\}_1$

$l1(0) := l1$ $l2(0) := l2$ $l3(0) := l3$ $l4(0) := l4$

$xx0 := x(13)$ $yy0 := y(13)$ $zz0 := z(13)$

$xek = 533.7$ $yek = 1303.452$ $zek = -700$

$xx0 := x(1)$ $yy0 := y(1)$ $zz0 := z(1)$

$x(0) = 533.274$ $y(0) = 1303.626$ $z(0) = 1000$

$l1 := 0$ $l4 := 12$

```
rez2 := for i in 1..13
```

```

  dx0 ← xek - xe0
  dy0 ← yek - ye0
  dz0 ← zek - ze0

  k1e ←  $\frac{dy0}{dx0}$ 
  k2e ←  $\frac{dz0}{dx0}$ 
  k3e ←  $\frac{dz0}{dy0}$ 

  kxe ←  $\sqrt{1 + k1e^2 + k2e^2}$ 
  kye ←  $\sqrt{1 + \frac{1}{k1e^2} + k3e^2}$ 
  kze ←  $\sqrt{1 + \frac{1}{k2e^2} + \frac{1}{k3e^2}}$ 
  k ←  $\frac{1}{kxe^2} + \frac{1}{kye^2} + \frac{1}{kze^2}$ 

  Skxe ←  $\sqrt{1 + k1e^2 + k2e^2} \cdot (xek - xe0)$ 
  Skye ←  $\sqrt{1 + \frac{1}{k1e^2} + k3e^2} \cdot (yek - ye0)$ 
  Skze ←  $\sqrt{1 + \frac{1}{k2e^2} + \frac{1}{k3e^2}} \cdot (zek - ze0)$ 
  Sxi ←  $\left[ 10 - 15 \cdot \frac{t_i}{Tk} + 6 \cdot \frac{(t_i)^2}{Tk^2} \right] \cdot \frac{(t_i)^3}{Tk^3} \cdot Skxe$ 

```

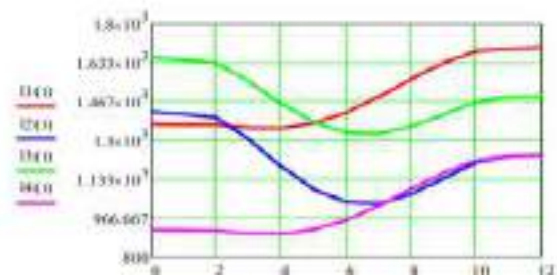
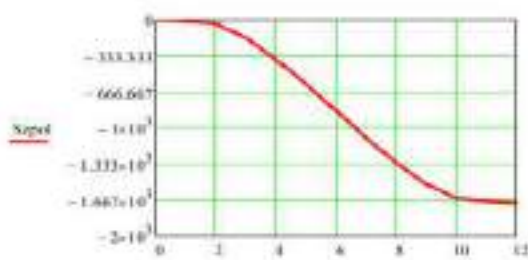
```

  Syi ←  $\left[ 10 - 15 \cdot \frac{t_i}{Tk} + 6 \cdot \frac{(t_i)^2}{Tk^2} \right] \cdot \frac{(t_i)^3}{Tk^3} \cdot Skye$ 
  Szi ←  $\left[ 10 - 15 \cdot \frac{t_i}{Tk} + 6 \cdot \frac{(t_i)^2}{Tk^2} \right] \cdot \frac{(t_i)^3}{Tk^3} \cdot Skze$ 
  Sxpol_i ← kxe · (xe_i - xe0) if |xek - xe0| ≥ 1
  Sypol_i ← kye · (ye_i - ye0) if |yek - ye0| ≥ 1
  Szpol_i ← kze · (ze_i - ze0) if |zek - ze0| ≥ 1
  ti ← ti + 1
  ti ← ti - 1
  (k Sxpol Sypol Szpol Sx Sy Sz ti)

```

$xe := (rez2^{(1)})_1$ $Sxpol := (rez2^{(2)})_1$ $Sypol := (rez2^{(3)})_1$ $Szpol := (rez2^{(4)})_1$ $S_{x0} := (rez2^{(5)})_1$ $S_{y0} := (rez2^{(6)})_1$ $S_{z0} := (rez2^{(7)})_1$

$t := (rez2^{(8)})_1$



ПРИЛОЖЕНИЕ 3

АКТЫ ВНЕДРЕНИЯ



ОБЩЕСТВО С ОГРАНИЧЕННОЙ ОТВЕТСТВЕННОСТЬЮ

«Интертехника Трейд»

400075, Волгоград г, ш. Авиаторов, 9А, помещение V, комп.2
 р/с 40702810626000465566, в Южном филиале
 ЗАО «Райффайзенбанк» г. Краснодар
 БИК 040349556, Корр. 30101810900000000556
 тел./факс (8442) 26-22-50, 26-21-50
 ИНН/КПП 3443927512/ 344301001
 www.it-t-vlg.ru

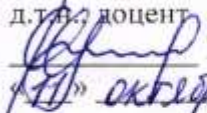
АКТ

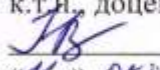
внедрения результатов исследования

Мы, нижеподписавшиеся представители ООО «Интертехника Трейд» к.с.-х.н., коммерческий директор Семина Н.И., руководитель сервисной службы Терехов С.А. и представители ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный аграрный университет» д.т.н., доцент Несмиянов И.А. и к.т.н., доцент Воробьева Н.С., составили настоящий акт о том, что ООО «Интертехника Трейд» провело сравнительные испытания роботизированного манипулятора параллельно-последовательной структуры с управляемым захватом на погрузочно-разгрузочных работах штучных грузов массой до 10 кг.

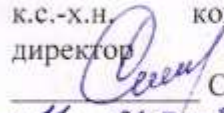
Испытания показали, что использование данного манипулятора со встроенной системой управления позволяет автоматизировать технологический процесс погрузки-разгрузки, повысить точность позиционирования и степень автономности, тем самым увеличить производительность на 10-20 % в зависимости от особенностей технологического процесса.

Представители
 ФГБОУ ВО Волгоградского ГАУ,
 д.т.н., доцент

 Несмиянов И.А.
 «11» октября 2021

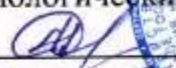
к.т.н., доцент
 Воробьева Н.С.
 «11» октября 2021

Представители
 ООО «Интертехника Трейд»
 к.с.-х.н., коммерческий
 директор

 Семина Н.И.
 «11» октября 2021

руководитель сервисной
 службы
 Терехов С.А.
 «11» октября 2021



«Утверждаю»
Проректор по НИР
ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ,
доктор биологических наук, профессор

Рялов А.А.
«2» ноября 2021 г.



АКТ

внедрения результатов научно-исследовательской работы, выполненной в
рамках подготовки докторской диссертации
зав. кафедрой «Механика» ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ
Воробьевой Натальи Сергеевны

Комиссия в составе представителей:

ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ, в лице д.т.н. Несмиянова И.А., к.т.н.,
Воробьевой Н.С., к.т.н. Дяшкина-Титова В.В., к.т.н. Николаева М.Е. с одной
стороны и НИИ перспективных исследований и инноваций в АПК в лице
директора института Чамурлиев О.Г. с другой стороны, составила настоящий
акт о том, что освоение результатов НИР по диссертационной работе
Воробьевой Н.С. проходили на научно-образовательно-демонстрационной
платформе НОДП «Инновационная деревня» НИИ перспективных технологий
и инноваций в АПК на базе УНПЦ «Горная поляна».

Перспективным развитием роботизированной техники является создание
многофункциональных агрегатов на основе базовых конструкций, поэтому для
подтверждения концепции модульного построения манипуляционных роботов
проведены эксперименты на реконфигурируемых манипуляторах со встроенной
системой управления исполнительными приводами. Использовались
модификации типичных механизмов, при этом получены различные
конфигурации манипуляционных роботов параллельно-последовательной

технологического процесса при выращивании и переработке сельскохозяйственных культур.

1. Роботизированный пропольщик с манипуляционным механизмом параллельно-последовательной структуры использовался для прополки сельскохозяйственной культуры перец. Использование роботизированного пропольщика позволило снизить применение ручного труда, вследствие этого сократить период обработки и уменьшить трудозатраты на 20-30 %, при этом количество удаленных сорняков составило 95-99% при уменьшении травмирования культурных растений на 20%.

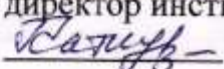
2. Использование роботизированного погрузочно-транспортного агрегата для погрузки лука в мягкой таре с манипуляционным механизмом параллельно-последовательной структуры на базе трипода позволили повысить эффективность погрузочно-разгрузочных работ за счет автоматизации процесса, при этом производительность по сравнению с применением традиционных средств грузопереработки повысилось на 15 %.

3. Роботизированный манипулятор параллельно-последовательной структуры с управляемым захватом использовался при выполнении технологических процессов грузопереработки и сортировки с.х. продукции, что позволило повысить производительность на 10 %-12 %.

Для процессов погрузки-разгрузки, прополки сорняков и других манипуляционных работ использовались сменные модули со встроенной системой управления, разработанной на базе новых аналитических алгоритмов управления.

От ФГБОУ ВО Волгоградского ГАУ
400002, г. Волгоград, проспект
Университетский, 26
www.volgau.com
к.т.н., доцент, зав. кафедрой
«Механика»

 Воробьева Н.С.

От НИИ перспективных
исследований и инноваций в АПК
Юр. адрес: 400002, г.Волгоград,
проспект Университетский, 26
Эл. почта: attika.ge@yandex.ru
Д-р с.-х. наук, ст. науч. сотр.,
директор института
 Чамурлиев О.Г.

**Сельскохозяйственный производственный кооператив
"ТЕПЛИЧНЫЙ"**

Россия, г.Волгоград, 400020, пос. Саши Чекалина 88, тел/факс(8442) 45-06-88, 45-10-24
ИНН 3447017602 \ 344701001
ОКПО 05344744, ОКОНХ 21120

02 августа 2022г. № 477
на № _____ от _____

АКТ ВНЕДРЕНИЯ

Результатов научно-исследовательской деятельности

Испытания роботизированного манипулятора параллельно-последовательной структуры с управляемым захватом проводились совместно с коллективом кафедры «Механика» ФГБОУ ВО «Волгоградский ГАУ» в период с мая 2021 по май 2022 гг.

Данная разработка прошла испытания на технологическом процессе сортировки плодоовощной продукции и упаковки в тару. Использование манипулятора параллельно-последовательной структуры позволило учесть преимущества двух структурных схем, а управление манипуляционной системой робота с помощью новых аналитических алгоритмов управления доказали работоспособность и эффективность предложенных методов.

Внедрение результатов НИР в итоге показало следующие результаты: повышение энергоэффективности процесса за счет использования оптимальных алгоритмов перемещения рабочего органа, снижение травмируемости плодов на 6% за счет перемещения манипуляционного механизма с рабочим органом с минимальными инерционными нагрузками по заданным законам движения, повышение автономности с коэффициентом автономности $k_a=0,8$ и производительности на 12% за счет высокого быстродействия приводов, точности позиционирования рабочего органа и использования адаптивных методов управления, отвечающим требованиям содержания данного техпроцесса.

И.о. председателя кооператива



А.Г. Мамулин

309 22501
04.08.2022.



АКТ ВНЕДРЕНИЯ

результатов научно-исследовательской работы заведующего кафедрой
«Механика» ФГБОУ ВО Волгоградского государственного
аграрного университета Воробьевой Натальи Сергеевны
в учебный процесс

Мы, нижеподписавшиеся, Косульников Р.А. – декан инженерно-технологического факультета канд.тех.наук, доцент, зав. кафедрой «Технические системы в АПК», Фомин С.Д. доктор тех. наук, доцент, профессор кафедры «Механика», Дяшкин А.В. канд.тех.наук, доцент кафедры «Механика» составили настоящий акт внедрения результатов научно-исследовательской работы, выполненной зав. кафедрой «Механика» Воробьевой Н.С. в рамках подготовки диссертационной работы на тему: «Методы синтеза программных перемещений и алгоритмов систем управления реконфигурируемых манипуляторов параллельно-последовательной структуры»

Основные результаты работы:

1. Предложены кинематические схемы реконфигурируемых роботов гибридной структуры на основе трипода с тремя–шестью степенями свободы характерной точки рабочего органа и разными видами движения основания: поступательным, вращательным, сложным и др.

2. Для управления перемещением приводов манипуляционных систем предложено использовать кинематический метод слабого терминального управления с контролем отклонения обобщенных координат по ускорению и разработаны два метода кинематического синтеза программных ориентирующих перемещений исполнительных звеньев манипулятора с избыточными координатами, основанных на дискретизации траектории.

3. Разработаны динамические алгоритмы стабилизации рабочего органа относительно заданного положения и управления движением по назначенной траектории, основанный на формировании управляющих сигналов исполнительных приводов решением обратной задачи динамики, описываемой нелинейными дифференциальными уравнениями.

4. Сформирована база математических моделей динамики и алгоритмов управления манипуляционной системой в соответствии с технологическими движениями рабочего органа, записанными в базу знаний, обеспечивающих режимы адаптивного управления регуляторами системы управления.

5. Разработаны управляющие программы реализации алгоритмов перемещения приводов манипулятора и проведены испытания, разработанных образцов информационно-измерительных и управляющих систем на экспериментальном образце манипулятора параллельно-последовательной структуры на основе трипода с управляемым захватным устройством.

6. Предложены новые научно-технические решения для расширения функциональных возможностей реконфигурируемых манипуляторов в виде запатентованных конструкций манипуляционных роботов.

Разработанные образцы и материалы научных исследований внедрены (используются) в учебном процессе в 2021-2022 учебном году по дисциплинам: «Подъемно-транспортные машины» и «Мехатронные приводы технологических машин».

– **Наименование объекта и предмета внедрения (использования) результатов научно-исследовательской работы зав. кафедрой «Механика» Воробьевой Н.С. :** объекты внедрения – конструкции манипуляторов параллельно-последовательной структуры на базе трипода со сменными рабочими органами для погрузочно-разгрузочных работ и технологических процессов сортировки, упаковки продукции перерабатывающего производства, сельского хозяйства, а также для механической обработки и сборки изделий в машиностроении; роботизированного пропольщика с манипуляционным механизмом для механического удаления сорняков; погрузочно-транспортного агрегата с манипуляционным механизмом на базе трипода для грузопереработки овощей в мягкой таре

Эффект от внедрения (использования) результатов внедрения: полученные научно-технические результаты позволяют значительно улучшить качество подготовки специалистов по специальностям 20.03.01 Техносферная безопасность, 35.04.06 Агроинженерия.

Декан инженерно-технологического
факультета, доцент
Профессор кафедры «Механика»
Зав. кафедрой «Механика»
Доцент кафедры «Механика»



Р.А. Косульников
С.Д. Фомин
Н.С. Воробьева
А.В. Дяшкин

ПРИЛОЖЕНИЕ 4

НАИБОЛЕЕ ЗНАЧИМЫЕ НАГРАДЫ, ГРАМОТЫ И ДИПЛОМЫ





XXIV Московский международный
Салон изобретений и инновационных технологий



«АРХИМЕД 2021»

ДИПЛОМ

Решением Международного Жюри
награждается

ЗОЛОТОЙ МЕДАЛЬЮ

ФГБОУ ВО "Волгоградский государственный аграрный
университет" (ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ)
авторы: Дяшкин А. В., Несмиянов И. А., Воробьева Н. С.,
Дяшкин - Титов В. В., Жога В. В.
за проект: «Автоматизированный сортировщик-подборщик
манипулятора-трипода»

Председатель
Международного Жюри,
академик,
член президиума РАН

С. М. Алдошин

Президент Салона

Д. И. Зезюлин

Руководитель
Федеральной службы
по интеллектуальной
собственности

Г. П. Иалиев

Россия, Москва, 23.03 - 25.03.2021 г.

