

На правах рукописи



**НЕЛЮБОВА Анна Васильевна**

**УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ МАНИПУЛЯТОРА ПАРАЛЛЕЛЬНО-  
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ НА ОСНОВЕ ТРИПОДА  
С ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СВЯЗЬЮ**

2.5.4. Роботы, мехатроника и робототехнические системы

**АВТОРЕФЕРАТ**

диссертации на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Волгоград – 2026

Работа выполнена на кафедре «Динамика и прочность машин» федерального государственного бюджетного образовательного учреждения высшего образования «Волгоградский государственный технический университет».

**Научный руководитель** доктор физико-математических наук, профессор,  
**Жога Виктор Викторович.**

**Официальные оппоненты:** **Воробьева Наталья Сергеевна,**  
доктор технических наук, доцент,  
ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный аграрный университет», кафедра «Механика», заведующая кафедрой;

**Малышев Дмитрий Иванович,**  
кандидат технических наук,  
Федеральное государственное учреждение «Федеральный исследовательский центр «Информатика и управление» Российской академии наук», отдел 65 «Математическая робототехника и искусственный интеллект», ведущий научный сотрудник, г. Москва.

**Ведущая организация** Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук (ИМАШ РАН), г. Москва.

Защита состоится «25» июня 2026 г. в 10 часов 00 минут на заседании диссертационного совета 24.2.282.07, созданного на базе ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный технический университет» по адресу: 400005, г. Волгоград, пр. им. В.И. Ленина, 28, ауд. 209.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный технический университет» и на официальном сайте по ссылке <https://www.vstu.ru/upload/iblock/380/380a170e8be7fa126c76978c14759024.pdf>.

Автореферат разослан «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2026 г.

Ученый секретарь  
диссертационного совета



Попов Андрей Васильевич

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

**Актуальность темы исследования.** В настоящее время для реализации технологических процессов активно применяются манипуляторы на основе механизмов параллельной структуры. Такие механизмы за счет замкнутой кинематической цепи обеспечивают повышенную жесткость механической системы, что позволяет достичь высоких показателей точности позиционирования выходного звена манипулятора. Основным недостатком манипуляторов на основе параллельных механизмов является небольшая рабочая зона по сравнению с манипуляторами последовательной структуры. Известен манипулятор параллельной структуры на поворотном основании, особенность конструкции которого заключается в установке дополнительного линейного привода, который одним концом соединен с поворотным основанием трипода, а другим – с неподвижным основанием. Благодаря перемещениям этого привода зона обслуживания манипулятора увеличивается. Основные недостатки данного манипулятора заключаются в его небольших функциональных возможностях при реализации технологических операций, что существенно ограничивает применение этого устройства. Еще одним примером манипулятора, объединяющего в себе преимущества последовательной и параллельной кинематических схем, является манипулятор параллельно-последовательной структуры с трехступенным захватным устройством. Недостатки механизма такого манипулятора заключаются в сложностях передачи энергии к рабочему органу и в появлении изгибающих моментов в линейных приводах при нагружении рабочего органа, что может привести к поломке исполнительных приводов манипулятора. Для устранения описанных недостатков разработана новая кинематическая схема механизма манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной геометрической связью в виде трубы, которая позволяет разгрузить исполнительные приводы от изгибающих моментов в процессе нагрузки рабочего органа и реализовать подачу энергии к рабочему органу манипулятора. Необходимость разработки методов кинематического и динамического анализа, синтеза

управляющих сигналов для исполнительных приводов манипулятора с дополнительной связью обосновывает актуальностью данного исследования.

**Степень разработанности темы исследования.** Разработками и исследованиями манипуляционных систем параллельной структуры занимаются коллективы ученых ИМАШ им. А.А. Благонравова РАН (Антонов А.В., Глазунов В.А., Филиппов Г.С., Рашоян Г.В., Фомин А.С.). Теорию управления манипуляторами разрабатывали и совершенствовали российские и зарубежные ученые, такие как Белянин П.Н., Болотник Н.Н., Воробьева Н.С., Градецкий В.Г., Ермолов И.Л., Жога В.В., Зенкевич С.Л., Каляев И.А., Кобринский А.А., Коловский М.З., Корендясев А.И., Крутько П.Д., Ларюшкин П.А., Макаров И.М., Малышев Д.И., Медведев М.Ю., Несмиянов И.А., Рыбак Л.А., Пшихопов В.Х., Смирнов В.А., Тимофеев А.В., Тывес Л.И., Хейло С.В., Черноусько Ф.Л., Юревич Е.И., Ющенко А.С., Филаретов В.Ф., Яцун С.Ф., Vukobratovich M., Terano T., Fu K., Gonzalez R. Исследования, направленные на разработку и совершенствование конструкций манипуляторов гибридной структуры, синтеза алгоритмов систем управления отражены в работах Антонова А.В., Воробьевой Н.С., Глазунова В.А., Жоги В.В., Ларюшкина П.А., Несмиянова И.А., Рыбак Л.А., Филиппова Г.С., Фомина А.С., Chang H., Lee J. и др.

Вышеперечисленные работы посвящены исследованиям кинематики и динамики манипуляторов параллельной и параллельно-последовательной структуры, расчету управляющих сил и моментов, однако эти исследования нельзя распространить на манипулятор параллельно-последовательной структуры с дополнительной геометрической связью.

**Целью диссертационной работы** является разработка алгоритма формирования программных перемещений исполнительных приводов манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной геометрической связью на основе кинематического и динамического анализа его механизма.

Для достижения поставленной цели решаются следующие **задачи**:

1. Обзор механизмов и методов исследования манипуляторов на основе механизмов параллельной и параллельно-последовательной структуры, по

результатам которого разработать кинематическую схему механизма параллельно-последовательной структуры с дополнительной геометрической связью.

2. Провести кинематический анализ механизма манипулятора с дополнительной связью с учетом ограничений, накладываемых геометрическими параметрами манипулятора и разработать методы расчета кинематических параметров манипулятора-трипода с дополнительной связью, решить прямую и обратную задачи кинематики.

3. Исследовать возможность возникновения особых положений механизма, при которых происходят неуправляемые изменения кинематических параметров выходного звена.

4. Разработать алгоритм программного управления перемещением исполнительных приводов манипулятора методом кинематического синтеза аналитических законов их перемещений, обеспечивающий движение выходного звена манипулятора по заданной траектории по выбранному закону.

5. Разработать математическую модель динамики манипулятора и провести динамический анализ программных перемещений выходного звена манипулятора.

6. Провести экспериментальные исследования на полномасштабном экспериментальном образце манипулятора с целью проверки работоспособности представленных алгоритмов перемещения исполнительных приводов.

**Объектом исследования** являются манипуляторы параллельно-последовательной (гибридной) структуры. **Предметом исследования** является манипулятор параллельно-последовательной структуры на основе трипода с дополнительной геометрической связью.

**Научная новизна** диссертационной работы заключается в:

1. Новой кинематической схеме манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной геометрической связью, которая позволяет исключить нагружение изгибающими моментами линейные приводы манипулятора и увеличить число возможных выполняемых технологических операций.

2. Методах расчета кинематических параметров манипулятора-трипода с дополнительной связью, решении прямой и обратной задачи кинематики для двух видов обобщенных координат.

3. Сформулированных критериях близости к особым положениям механизма манипулятора, при которых происходит потеря подвижности выходного звена (потеря одной или нескольких степеней свободы) и при которых возникает неконтролируемое перемещение выходного звена манипулятора.

4. Алгоритме программного управления перемещением исполнительных приводов манипулятора методом кинематического синтеза аналитических законов их перемещений, обеспечивающем движение выходного звена манипулятора по заданной траектории по выбранному закону. Предложенный алгоритм отличается от известных тем, что аналитический закон перемещения исполнительных приводов формируется в виде одного полинома, порядок которого определяется видом граничных условий и требуемой точностью реализации программной траектории.

5. Математической модели динамики манипулятора, отличающейся от известных учетом действительных видов движения звеньев механизма манипулятора как твердых тел, что повышает достоверность результатов решения задач динамики.

6. Результаты экспериментальных исследований на полномасштабном экспериментальном образце манипулятора при перемещении рабочего органа манипулятора из начального положения в заданное конечное положение.

**Теоретическая значимость результатов исследования** заключается в развитии теории аналитических методов синтеза программных перемещений исполнительных приводов и методах кинематического и динамического анализа механизма манипулятора на основе трипода с дополнительной геометрической связью.

**Практическая значимость результатов исследования.** Теоретические модели движения механизмов манипуляторов могут применяться для формирования алгоритмов управления технологическими процессами в машиностроении и сельском хозяйстве. Результаты, полученные в работе, могут быть использованы

при проектировании новых манипуляторов, расчете их кинематических и динамических характеристик при перемещении по произвольным траекториям рабочего органа.

**Методологическая основа исследования.** Методы исследования базировались на основных положениях теоретической механики, теории механизмов и машин, методах математического и физического моделирования управляемых движений, теории автоматического управления, методах экспериментальных исследований. При решении задач на ЭВМ использовались пакеты математических вычислений, комплексы систем автоматизированного проектирования (САПР): MathCAD; MATLAB; КОМПАС-3D, Microsoft Office.

### **Основные положения, выносимые на защиту**

1. Кинематическая схема манипулятора параллельно-последовательной структуры на основе трипода на поворотном основании с дополнительной геометрической связью.

2. Условия управляемости механизма манипулятора в виде критериев близости к особым положениям, при которых происходит потеря подвижности выходного звена, и при которых возникает неконтролируемое перемещение выходного звена манипулятора.

3. Алгоритм программного управления перемещением исполнительных приводов манипулятора методом кинематического синтеза аналитических законов их перемещений, обеспечивающий движение выходного звена манипулятора по заданной траектории по заданному закону.

4. Математическая модель динамики манипулятора, учитывающая действительные виды движения звеньев механизма манипулятора как твердых тел.

5. Результаты экспериментальных исследований по оценке разработанного алгоритма позиционирования рабочего органа при программных перемещениях исполнительных приводов.

**Достоверность и обоснованность результатов.** Достоверность результатов обеспечивается согласованностью с опубликованными результатами научных исследований других авторов, подтверждаются результатами компьютерного

моделирования, натурными испытаниями. Результаты диссертационного исследования докладывались и обсуждались на российских и международных научных конференциях и съезде по теоретической и прикладной механике.

**Апробация работы.** Основные положения диссертации докладывались и обсуждались на XXXIV Международной инновационной конференции молодых ученых и студентов МИКМУС (г. Москва, ИМАШ им. А.А. Благонравова РАН, 2022); на XIII Всероссийском съезде по теоретической и прикладной механике (г. Санкт-Петербург, СПбПУ Петра Великого, 2023); на XVI-я Всероссийской Мультиконференции по проблемам управления (МКПУ-2023) (г. Волгоград, ВолгГТУ, 2023); на 35-й Международной научно-технической конференции «Экстремальная робототехника» (г. Санкт-Петербург, ГНЦ РФ ЦНИИ РТК, 2024); на 14 Международной научно-практической конференции «Современное машиностроение: Наука и образование MMESE-2025» (г. Санкт-Петербург, СПбПУ Петра Великого, 2025).

**Публикации.** По результатам диссертации опубликована 21 научная работа, в том числе 8 статей в журналах, рекомендованных ВАК, 1 публикация, входящая в базу Scopus, зарегистрировано 2 патента на полезную модель и 1 программа на ЭВМ.

Диссертационная работа выполнена при финансовой поддержке ВолгГТУ (из средств программы развития «Приоритет 2030» по соглашению № 075-15-2025-063) в рамках научного проекта № 25/639-24.

**Личный вклад автора.** Все научные результаты диссертационной работы, выдвигаемые для защиты, получены автором лично.

**Структура и объем диссертации.** Работа состоит из введения, 5 глав, включающих 35 разделов и подразделов и заключения. Список использованной литературы включает 87 наименований. Общий объем 148 страниц. Основная часть работы изложена на 133 страницах и содержит 63 рисунка и 6 таблиц.

## ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во **введении** обоснована актуальность темы исследований, степень ее разработанности, сформулированы цель и задачи исследований, положения, выносимые на защиту, приводится методология и методы исследований, степень достоверности результатов и их теоретическая и практическая значимость.

В **первой главе** диссертации представлен обзор и анализ современного состояния исследований в области манипуляторов параллельной и параллельно-последовательной структуры. Данные манипуляционные системы нашли широкое применение в машиностроении и в сельском хозяйстве. Рассмотрены манипуляторы на основе последовательных, параллельных и параллельно-последовательных механизмов, приведены кинематические схемы и их модификации в зависимости от вида выполняемого технологического процесса. Манипуляторы последовательной структуры обладают большой рабочей зоной, но их существенные недостатки проявляются в низких показателях статической и динамической точности позиционирования рабочего органа ввиду низкой жесткости конструкции. Манипуляторы параллельной структуры достигают значительных показателей жесткости и достаточно высоких скоростей рабочего органа, но обладают ограниченным рабочим пространством. Манипуляторы параллельно-последовательной структуры объединяют преимущества последовательных и параллельных кинематических схем и решают задачи, в которых необходимо обеспечить как большую рабочую зону, так и повышенную точность позиционирования рабочего органа. С целью исключения недостатков существующих манипуляторов параллельно-последовательной структуры предложена новая кинематическая схема манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной геометрической связью, позволяющая уменьшить изгибающие моменты в линейных приводах и увеличить число возможных выполняемых технологических операций.

Предлагаемый манипулятор (рис. 1) состоит из четырех линейных исполнительных звеньев, три из которых (1, 2, 3) связаны с поворотным основанием *ABC* с помощью двухподвижных шарниров. Другие концы трех исполнительных

звеньев (1, 2, 3) закреплены с помощью сферических шарниров на выходном звене 6. Дополнительная связь в виде металлической трубы 5 обеспечивает жесткость конструкции и принимает на себя изгибающие моменты, возникающие при перемещении груза рабочим органом. Также труба 5 является проводником для механической передачи крутящего момента к инструменту или рабочей жидкости (краска, вода, антикоррозионная жидкость) к рабочему органу манипулятора. Изменение длины хотя бы одного линейного исполнительного звена приводит к изменению положения выходного звена 6.

Четвертый линейный привод 4 обеспечивает поворот треугольного основания вокруг горизонтальной оси, тем самым, увеличивая рабочую зону манипулятора. Металлическая труба 5 опирается на трехстепенной шарнирный узел 7, обеспечивающий продольное перемещение металлической трубы 5 внутри трехстепенного шарнирного узла 7.

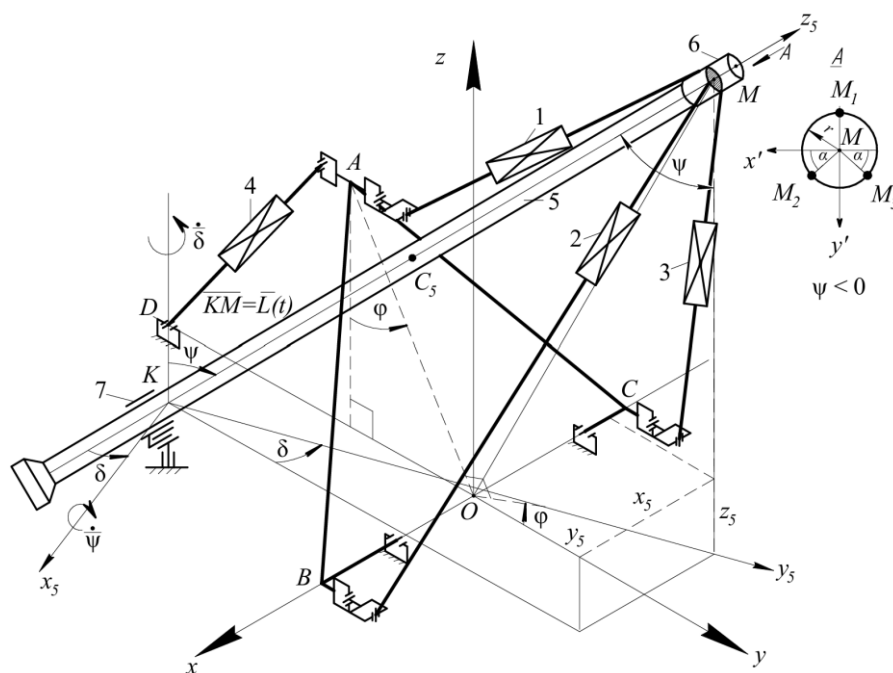


Рис. 1. Кинематическая схема манипулятора параллельно-последовательной структуры на основе трипода с дополнительной связью: 1–4 – исполнительные приводы; 5 – металлическая труба; 6 – выходное звено; 7 – трехстепенной шарнирный узел.

Во **второй** главе диссертации проведен кинематический анализ манипулятора с учетом его геометрических параметров. Число степеней подвижности манипулятора равно 4. В качестве обобщенных координат в системе  $l$ -координат

приняты длины исполнительных звеньев  $q_1 = l_1(t)$ ,  $q_2 = l_2(t)$ ,  $q_3 = l_3(t)$ ,  $q_4 = l_4(t)$ . Характерная точка выходного звена манипулятора  $M$  лежит в плоскости, проходящей через точки крепления сферических шарниров  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$  перпендикулярно оси дополнительной связи 5. Решение обратной задачи кинематики для длин исполнительных звеньев относительно координат точки  $M$

$$\begin{aligned}
l_1^2(t) = & x_M^2 + y_M^2 + z_M^2 + r^2 + OA^2 - \frac{2ry_M(z_M + DK)(y_M + OD)}{\sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2} \cdot \sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2}} - \\
& - 2OA \left( \frac{r(z_M + DK)(y_M + OD)}{\sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2} \cdot \sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2}} - y_M \right) \sin \varphi + \\
& + 2z_M r \sqrt{\frac{x_M^2 + (y_M + OD)^2}{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2}} - 2OA \left( r \sqrt{\frac{x_M^2 + (y_M + OD)^2}{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2}} + z_M \right) \cos \varphi,
\end{aligned} \tag{1}$$

$$\begin{aligned}
l_2^2(t) = & (x_M - OB)^2 + y_M^2 + z_M^2 + r^2 - 2z_M r \sqrt{\frac{x_M^2 + (y_M + OD)^2}{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2}} \sin \alpha + \\
& + 2r(x_M - OB) \left( \frac{(y_M + OD) \cos \alpha \sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2} + (z_M + DK)x_M \sin \alpha}{\sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2} \cdot \sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2}} \right) + \\
& + 2ry_M \left( \frac{-x_M \cos \alpha \sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2} + (z_M + DK)(y_M + OD) \sin \alpha}{\sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2} \cdot \sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2}} \right),
\end{aligned} \tag{2}$$

$$\begin{aligned}
l_3^2(t) = & (x_M + OC)^2 + y_M^2 + z_M^2 + r^2 - 2z_M r \sqrt{\frac{x_M^2 + (y_M + OD)^2}{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2}} \sin \alpha - \\
& - 2r(x_M + OC) \left( \frac{(y_M + OD) \cos \alpha \sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2} - (z_M + DK)x_M \sin \alpha}{\sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2} \cdot \sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2}} \right) + \\
& + 2ry_M \left( \frac{x_M \cos \alpha \sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2} + (z_M + DK)(y_M + OD) \sin \alpha}{\sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2} \cdot \sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2}} \right),
\end{aligned} \tag{3}$$

$$l_4^2(t) = (OD - OA \sin \varphi)^2 + OA^2 \cos^2 \varphi. \tag{4}$$

Если за обобщенные координаты манипулятора принять координаты, связанные с дополнительным звеном 5: длину отрезка трубы  $q_1 = L(t)$  и углы  $q_2 = \psi(t)$ ,  $q_3 = \delta(t)$ , которые определяют положение подвижной системы координат  $Kx_5y_5z_5$ , связанной с дополнительным звеном (рис. 1), относительно неподвижной

системы  $Oxyz$ , и угол поворота  $q_4 = \varphi(t)$  основания манипулятора  $ABC$ , то решение прямой задачи кинематики имеет вид

$$x_M = L(t) \sin \psi \sin \delta, y_M = -OD - L(t) \sin \psi \cos \delta, z_M = -DK + L(t) \cos \psi. \quad (5)$$

Решение обратной задачи кинематики

$$\operatorname{tg} \psi = -\frac{\sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2}}{(z_M + DK)}, \operatorname{tg} \delta = -\frac{x_M}{y_M + OD}, L = \sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2}. \quad (6)$$

Решение задачи позиционирования заключается в определении конечных значений  $l_{1к}, l_{2к}, l_{3к}, l_{4к}$  длин звеньев манипулятора при перемещении его выходного звена 6 из начальной точки  $M_n(x_{Mn}, y_{Mn}, z_{Mn})$  в конечную  $M_k(x_{Mk}, y_{Mk}, z_{Mk})$ . Задача позиционирования решается как оптимизационная задача за счет того, что число обобщенных координат манипулятора больше, чем число декартовых координат точки  $M$  выходного звена, т.е. маневренность манипулятора равна единице. Для ее решения сформулировано дополнительное условие (минимум критерия обобщенной энергии) в виде квадратичной функции

$$\Phi(\varphi) = C_1 [l_{1к}(\varphi) - l_{1н}]^2 + C_4 [l_{4к}(\varphi) - l_{4н}]^2. \quad (7)$$

Выбор квадратичного критерия оправдан простотой нахождения оптимальных значений угла поворота поворотного основания. Минимизируя функцию (7), находится оптимальное значение угла  $\varphi_k$  с учетом ограничений на допустимые значения угла. Далее находятся длины звеньев  $l_{1к}$  и  $l_{4к}$  по (1) и (4).

Для манипуляторов параллельной и параллельно-последовательной структуры характерно наличие особых положений выходного звена и промежуточных звеньев механизма, для которых происходит резкое изменение кинематических параметров. При приближении выходного звена механизма параллельной структуры к точке, соответствующей особому положению, изменяются скорости в исполнительных звеньях, что позволяет использовать их значения в качестве критерия близости к особым положениям. Под управляемостью исполнительных звеньев манипулятора понимается наличие взаимно однозначного соответствия между перемещениями исполнительных звеньев и перемещением точки выходного звена

$$V_l = I(L, \psi, \delta, \varphi) \cdot V_q, \quad (8)$$

где  $V_l = |\dot{l}_1, \dot{l}_2, \dot{l}_3, \dot{l}_4|^T$  – вектор скоростей исполнительных линейных звеньев манипулятора;  $V_q = |\dot{L}, \dot{\psi}, \dot{\delta}, \dot{\phi}|^T$  – вектор обобщенных скоростей.

Функциональная матрица Якоби 4x4  $I(L, \psi, \delta, \phi)$  состоит из частных производных

$$\zeta_{ij} = \frac{\partial l_i}{\partial q_j}, \quad (i, j=1 \div 4). \quad (9)$$

Обращение определителя матрицы Якоби в нуль является признаком особого положения механизма. Элементы матрицы определяем по выражениям (9). Приравнявая определитель матрицы Якоби к нулю, можно найти особые положения механизма манипулятора. Наличие аналитического выражения для управляющей матрицы позволяет учитывать взаимное влияние приводов на перемещение рабочего органа манипулятора и определять особые положения механизма. Выражения элементов матрицы Якоби являются аналогами скоростей исполнительных звеньев. Выражение для скорости первого исполнительного звена  $\dot{l}_1 = \zeta_{11}\dot{L} + \zeta_{12}\dot{\psi} + \zeta_{13}\dot{\delta} + \zeta_{14}\dot{\phi}$ . На рис. 2 приведены зависимости аналогов скоростей исполнительных звеньев от обобщенных координат  $L, \psi, \delta$ .

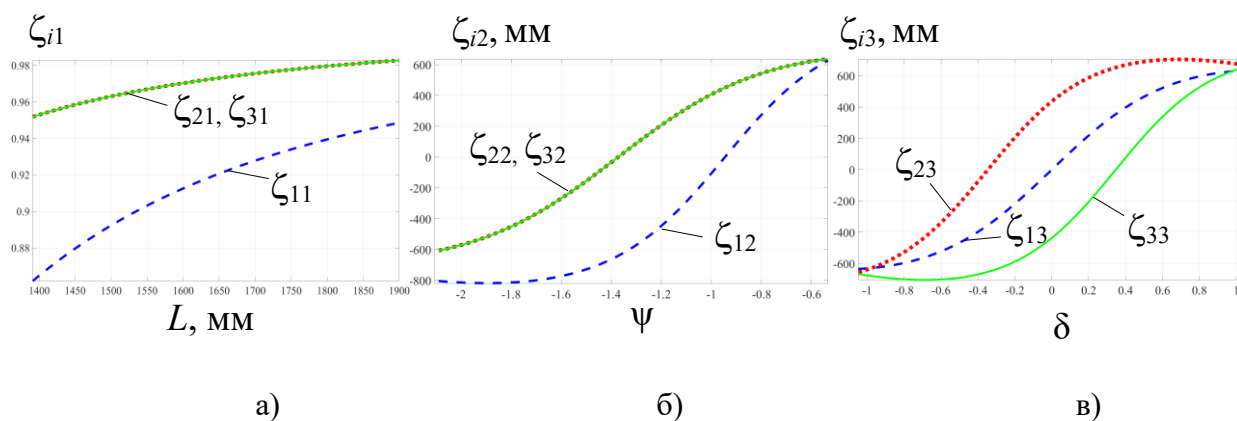


Рис. 2. Зависимости аналога скорости исполнительных звеньев от обобщенных координат: а)  $L$ ; б)  $\psi$ ; в)  $\delta$ .

В третьей главе представлен метод кинематического синтеза аналитических законов программных перемещений исполнительных приводов манипулятора, реализующих перемещение характерной точки выходного звена по заданной траектории и закону. Программная траектория, закон перемещения и время перемещения  $\tau$  выходного звена задаются в параметрическом виде в зависимости от

конкретного технологического процесса. Определение законов изменения кинематических параметров исполнительных приводов  $l_s(t)$  основывается на дискретизации траектории. Траекторию разбиваем на  $m$  отрезков через интервалы времени  $\Delta t$ , для каждой точки на траектории решением задачи позиционирования находим последовательность значений обобщенных координат  $q_s(t_i)$ , которые аппроксимируются полиномом степени  $n$  на интервале времени  $[0; \tau]$ . Общий вид полинома для обобщенных координат имеет вид

$$q_s(t) = A_{ns}t^n + A_{n-1,s}t^{n-1} + \dots + A_{1,s}t + A_{0,s}. \quad (10)$$

Граничные условия задаются в виде значений обобщенных координат  $q_s(0)$  и  $q_s(\tau)$ , скоростей  $\dot{q}_s(0)$  и  $\dot{q}_s(\tau)$ , ускорений  $\ddot{q}_s(0)$  и  $\ddot{q}_s(\tau)$  в начальный и конечный моменты времени. Определяя коэффициенты полинома (10) с учетом граничных условий, получаем шесть уравнений

$$\begin{aligned} q_s(0) &= A_0, \dot{q}_s(0) = A_{1s}, \ddot{q}_s(0) = 2A_{2s}, q_s(\tau) = A_{ns}\tau^n + A_{n-1,s}\tau^{n-1} + \dots + A_{1s}\tau + A_{0s}, \\ \dot{q}_s(\tau) &= nA_{ns}\tau^{n-1} + A_{n-1,s}(n-1)\tau^{n-2} + \dots + 2A_{2s}\tau + A_{1s}, \\ \ddot{q}_s(\tau) &= n(n-1)A_{ns}\tau^{n-2} + A_{n-1,s}(n-1)(n-2)\tau^{n-3} + \dots + 6A_{3s}\tau + 2A_{2s}. \end{aligned}$$

Методом точечной квадратичной аппроксимации определяем оставшиеся коэффициенты полинома из условия минимума квадратичной функции, представляющей сумму квадратов отклонений значений полинома от значений обобщенных координат  $q_s(t_i)$ :

$$\Phi = \sum_{i=1}^{n-1} [q_s(t_i) - l_s(t_i)]^2. \quad (11)$$

Предложенный метод реализован на примере перемещения выходного звена по прямой по заданному закону и по полуокружности (рис. 3), в результате получены аналитические законы изменения длин исполнительных приводов.

Проведены численные исследования по определению степени аппроксимирующего полинома в зависимости от требуемой точности аппроксимации и от количества граничных условий.

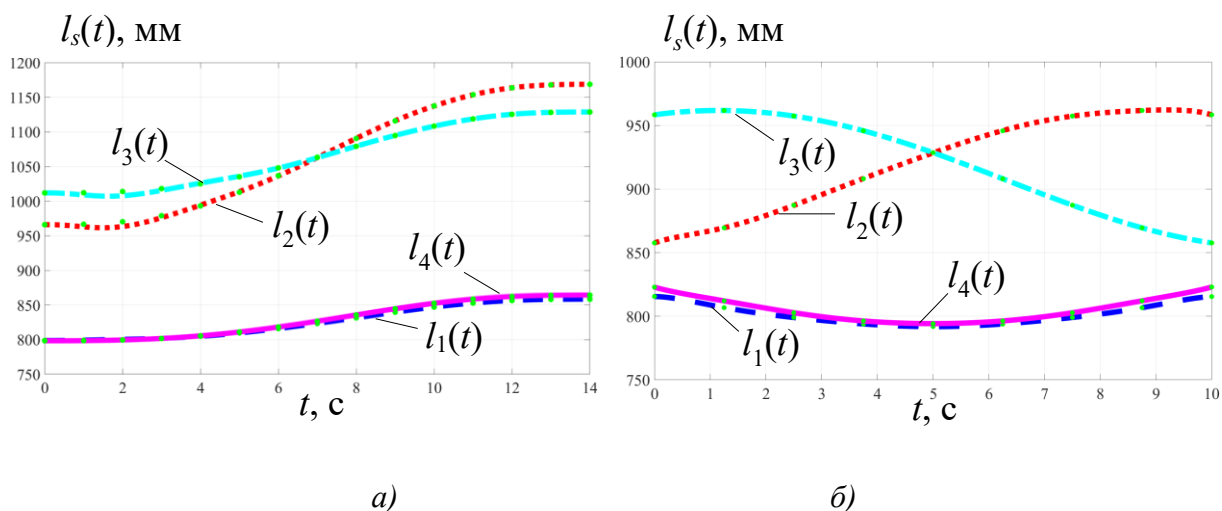


Рис. 3 Законы изменения длин исполнительных звеньев при перемещении:  
а) по прямой; б) по полуокружности

Описанная методика расчета аналитических зависимостей законов изменения управляющих исполнительных звеньев манипулятора параллельно-последовательной структуры позволяет сформировать алгоритм системы управления с обратными связями по положению и скорости.

В четвертой главе представлена математическая модель динамики манипулятора в виде системы нелинейных дифференциальных уравнений, полученная с помощью уравнений Лагранжа 2-го рода. Механизм манипулятора состоит из четырех твердых тел – цилиндра и штока линейного привода  $AD$ , поворотного основания  $ABC$  и звена  $L$  – отрезок  $KM$  трубы переменной длины (рис. 1). Перемещения звеньев манипулятора происходят под действием активных сил  $F_s$ , действующих со стороны штоков линейных приводов. Конфигурация механизма манипулятора описывается вектором обобщенных координат  $\bar{q} [q_1 = L(t), q_2 = \psi(t), q_3 = \delta(t), q_4 = \varphi(t)]$ . В матричной форме уравнения динамики имеют вид

$$A(q)\ddot{q} + B(q, \dot{q})\dot{q} + C(q) = D(q)F(t) + Q^\Phi, \quad (12)$$

где  $A(q)$  – инерционная диагональная матрица  $4 \times 4$ ;  $B(q, \dot{q})$  –  $4 \times 4$  матрица, зависящая от параметров механизма, обобщенных координат и скоростей;  $C(q)$  – матрица потенциальных сил  $4 \times 1$ ;  $D(q)$  – матрица движущих сил  $4 \times 4$ ;  $Q^\Phi$  – вектор обобщенных сил сопротивления.

Решением первой задачи динамики получены законы изменения программных движущих сил манипулятора (рис. 4) в процессе перемещения выходного звена из начальной точки  $M_H$  в конечную  $M_K$  с учетом заданного закона изменения обобщенных координат

$$q_s(t) = q_{sH} + (q_{sK} - q_{sH}) \cdot \left( 10 - 15 \frac{t}{\tau} + 6 \frac{t^2}{\tau^2} \right) \frac{t^3}{\tau^3}. \quad (13)$$

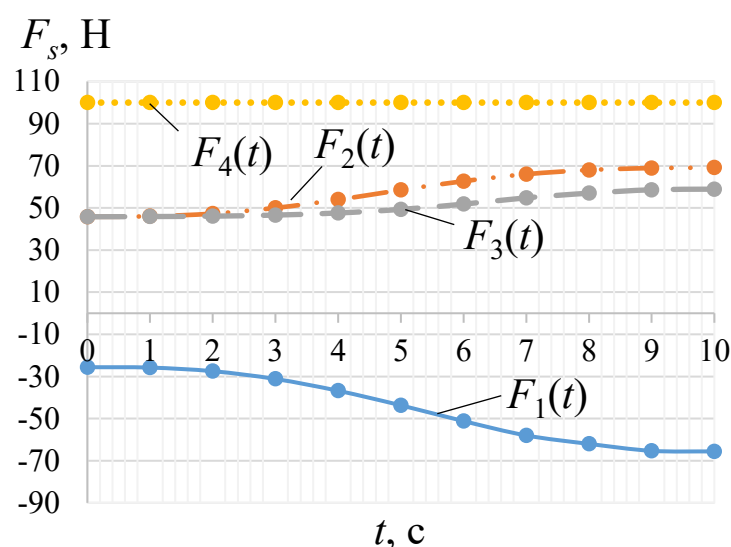


Рис.4. Законы изменения движущих сил  $F_1, F_2, F_3, F_4$  при перемещении выходного звена из начальной точки в конечную за конечное время  $\tau$

Рассмотренная методика решения прямой задачи динамики позволяет определить программные усилия, необходимые для реализации перемещения выходного звена манипулятора за конечное время.

В пятой главе описана конструкция и технические характеристики полномасштабного образца манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной геометрической связью (рис. 5). Экспериментально получена статическая характеристика привода манипулятора. Статическая характеристика двигателя постоянного тока

$$F_j = au_j(t) - b\dot{l}_j, \quad j = 1 \div 4 \quad (14)$$

где  $a, b$  – коэффициенты параметров электродвигателя и механической передачи;  $u_j(t), \dot{l}_j$  – управляющие напряжения в обмотке возбуждения электродвигателя и линейная скорость штока винтовой передачи.

Получены экспериментальные и расчетные (теоретические) кривые (рис. 6) изменения длин звеньев манипулятора от времени при перемещении характерной точки выходного звена из точки с координатами  $x_{M0} = 0$  мм,  $y_{M0} = 720$  мм,  $z_{M0} = 78$  мм в точку с координатам  $x_{Mк} = -100$  мм,  $y_{Mк} = 820$  мм,  $z_{Mк} = 400$  мм (рис. 6) по прямой (13).

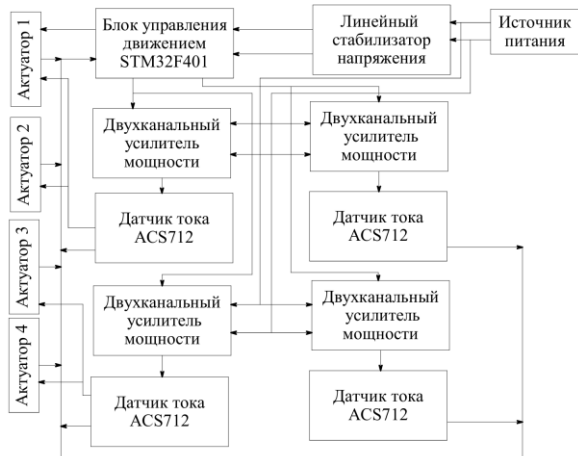


Рис. 5. Экспериментальный образец манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью и однопроцессорная система управления манипулятором: 1-4 – исполнительные приводы; 5 – поворотное основание; 6 – трехстепенные шарниры; 7 – выходное звено; 8 – металлическая труба; 9 – захватное устройство.

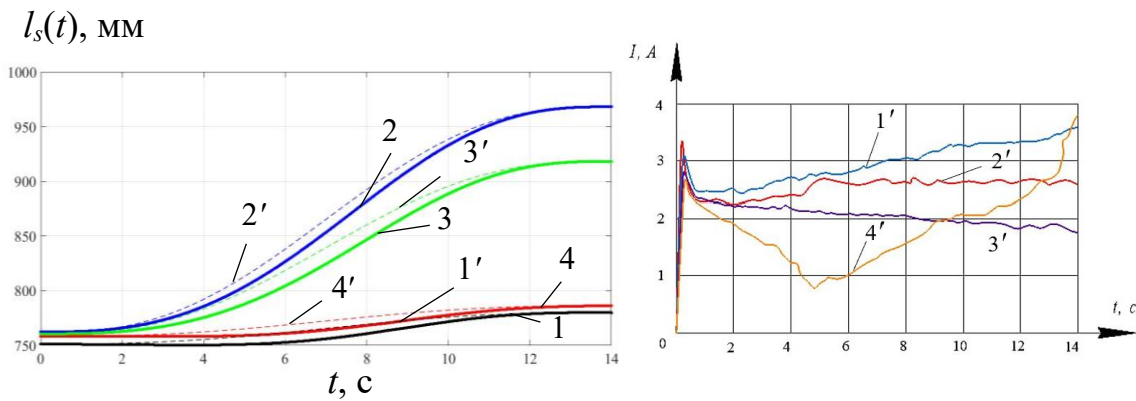


Рис. 6. Расчетные (кривые 1-4) и экспериментальные (кривые 1'-4') зависимости изменения длин звеньев 1 - 4 манипулятора от времени при движении из начальной точки в конечную и зависимости токов на линейных приводах от времени

Анализ, полученных результатов показал, что максимальное расхождение теоретических и экспериментальных результатов не превышает 10%. Совпадения с учетом ошибок измерений, теоретических и экспериментальных результатов моделирования движения выходного звена манипулятора параллельно-

последовательной структуры могут служить подтверждением практической реализуемости разработанных аналитических алгоритмов управления.

В **заключении** представлены основные результаты работы

1. Разработана новая кинематическая схема манипулятора параллельно-последовательной структуры на основе трипода с дополнительной геометрической связью. Механизм манипулятора позволяет обеспечить необходимые параметры манипулятивности и разгрузить линейные приводы от изгибающих моментов.

2. Для предложенной кинематической схемы манипулятора получены аналитические решения прямой и обратной задач кинематики манипулятора в системе обобщенных координат дополнительного звена. Аналитически решена обратная задача кинематики в системе  $l$ -координат. Решена оптимизационная задача позиционирования манипулятора, в которой определяется конфигурация манипулятора через длины исполнительных звеньев в зависимости заданных декартовых координат выходного звена.

3. Получены аналитические выражения управляющей матрицы, связывающей скорости исполнительных звеньев с программными скоростями обобщенных координат манипулятора. Сформированы критерии близости механизма к особым положениям. Наличие аналитического выражения для управляющей матрицы позволяет учитывать взаимное влияние приводов на перемещение рабочего органа манипулятора и определять особые положения механизма.

4. Предложен новый метод кинематического синтеза программных перемещений выходного звена, аппроксимацией дискретных значений перемещений исполнительных звеньев полиномом. Степень аппроксимирующего полинома зависит от вида и количества граничных условий. Разработанный математический аппарат реализован в системе управления манипулятором параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью.

5. Сформирована математическая модель динамики манипулятора с уточненным выражением кинетической энергии, что позволит обоснованно использовать методы аналитического синтеза программных входных управляющих сигналов приводных двигателей. Решена прямая задача динамики, что позволяет

подобрать параметры двигателей в зависимости от типа выполняемых манипулятором технологических операции, нагрузок и времени перемещения.

6. Проведены экспериментальные исследования на полномасштабном образце манипулятора параллельно-последовательной структуры. Экспериментально установлено, что разработанные математические модели кинематики и динамики описывают движения звеньев манипулятора с достаточной для практического применения точностью (ошибка позиционирования не превышает 10%).

### **Основные публикации по теме диссертации**

#### **Статьи в периодических рецензируемых изданиях, рекомендованных ВАК при Минобрнауки РФ**

1. Кинематика гибридного манипулятора с дополнительным звеном / А.В. Нелюбова, В.В. Жога, И.А. Несмиянов // Известия Нижневолжского агроуниверситетского комплекса: Наука и высшее профессиональное образование. - 2025. - № 4 (82). - С. 568-580.

2. Экспериментальное определение статической характеристики линейного привода / А.В. Нелюбова, В.В. Николаева // Известия ВолгГТУ. Сер. Роботы, мехатроника и робототехнические системы. - Волгоград, 2025. - № 9 (304). - С. 36-40.

3. Динамика управляемого движения манипулятора-трипода с дополнительной связью / А.В. Нелюбова, И.П. Вершинина // Известия ВолгГТУ. Сер. Роботы, мехатроника и робототехнические системы. - Волгоград, 2025. - № 4 (299). - С. 61-66.

4. Кинематический синтез аналитических законов перемещений исполнительных приводов манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью / В. В. Жога, А. В. Нелюбова // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2024. – № 9(774). – С. 29-36.

5. Динамическая модель манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью / А.В. Нелюбова, В.В. Жога, И.П. Вершинина // Известия ВолгГТУ. Сер. Роботы, мехатроника и робототехнические системы. - Волгоград, 2024. - № 9 (292). - С. 51-57.

6. Исследование влияния граничных условий на точность аппроксимации программных перемещений исполнительных приводов манипулятора-трипода / А.В. Нелюбова // Известия ВолгГТУ. Сер. Роботы, мехатроника и робототехнические системы. - Волгоград, 2024. - № 4 (287). - С. 71-75.

7. Определение кинематических параметров исполнительных приводов для реализации программных траекторий / В.В. Жога, А.В. Нелюбова // Известия ВолгГТУ. Сер. Роботы, мехатроника и робототехнические системы. - Волгоград, 2023. - № 9 (280). - С. 26-30.

8. Расчет кинематических характеристик манипулятора-трипода с дополнительной кинематической связью / А.В. Нелюбова, В.В. Жога, И.П.

Вершинина // Известия ВолгГТУ. Сер. Роботы, мехатроника и робототехнические системы. - Волгоград, 2023. - № 4 (275). - С. 71-76.

### **Статьи индексируемые наукометрическими базами Web of Science и Scopus**

1. Research of a Technological Module Based on a Parallel-Serial Manipulator with an Additional Link / А.В. Нелюбова, В.В. Жога // Advances in Mechanical Engineering: Selected Contributions from the Conference “Modern Mechanical Engineering: Science and Education” (Saint Petersburg, Russia, June 2024) / ed. by A. N. Evgrafov; Mechanical Engineering Department of Peter the Great St. Petersburg Polytechnic University. – Cham (Switzerland) : Springer Nature Switzerland AG, 2025. – P. 145-154.

### **Патенты и свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ:**

1. Полезная модель 218886 Российская Федерация, МПК В66С 23/00 Манипулятор-трипод / В.В. Жога, А.В. Нелюбова, Н.Г. Шаронов, В.В. Чернышев; ФГБОУ ВО ВолгГТУ. - 2023.

2. Полезная модель 218887 Российская Федерация, МПК В66С 23/44 Манипулятор-трипод / В.В. Жога, А.В. Нелюбова, Н.Г. Шаронов, В.В. Чернышев; ФГБОУ ВО ВолгГТУ. - 2023.

3. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ № 2025683772 Российская Федерация. Алгоритм синтеза программных перемещений исполнительных звеньев манипулятора с избыточным числом степеней свободы: заявл. 08.09.2025; опубл. 08.09.2025 / А. В. Нелюбова, В. В. Жога; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Волгоградский государственный технический университет».

Подписано в печать \_\_. \_\_. 2026 Заказ № \_\_\_\_. Тираж 80 экз. Печ. л. 1,0

Формат 60×84 1/16. Бумага офсетная. Печать офсетная.

Отпечатано в типографии Издательства

Волгоградского государственного технического университета

400005, г. Волгоград, пр. Ленина, 28, корпус 7.