

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования  
«Волгоградский государственный технический университет»

На правах рукописи



Нелюбова Анна Васильевна

**УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ МАНИПУЛЯТОРА ПАРАЛЛЕЛЬНО-  
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ НА ОСНОВЕ ТРИПОДА  
С ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СВЯЗЬЮ**

2.5.4. Роботы, мехатроника и робототехнические системы

**ДИССЕРТАЦИЯ**

на соискание ученой степени кандидата технических наук

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук,  
профессор Жога Виктор Викторович

Волгоград – 2026

## ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	4
ГЛАВА 1. Анализ современных исследований в области механизмов манипуляторов.....	11
1.1 Классификация и области применение манипуляционных роботов .....	12
1.2 Манипуляторы последовательной структуры.....	17
1.3 Манипуляторы параллельной структуры .....	20
1.4. Манипуляторы параллельно-последовательной структуры.....	28
1.5. Конструкция манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью .....	37
1.6 Сравнительный анализ существующих решений.....	41
1.7 Проблемы, связанные с исследованием механизма манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью, и пути их решения .....	42
1.8 Результаты и выводы по главе .....	44
ГЛАВА 2. Анализ кинематических характеристик манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью .....	46
2.1. Описание структуры манипулятора.....	46
2.2. Прямая и обратная задачи кинематики манипулятора .....	49
2.2.1. Решение обратной задачи кинематики в случае задания конфигурации манипулятора в системе $l$ -координат .....	51
2.2.2. Решение прямой задачи кинематики в случае задания конфигурации манипулятора в системе координат дополнительного звена..	56
2.3 Построение зоны обслуживания манипулятора .....	56
2.4 Решение задачи позиционирования .....	60
2.5 Условия управляемости манипулятора параллельно-последовательной структуры.....	67
2.6 Результаты и выводы по главе.....	75
ГЛАВА 3. Кинематический синтез перемещений исполнительных программных приводов .....	77
3.1 Постановка задачи кинематического синтеза .....	77
3.2 Описание метода кинематического синтеза.....	78
3.3. Движение выходного звена по полуокружности.....	80
3.4 Движение выходного звена по прямой.....	84

3.5. Влияние числа граничных условий на точность аппроксимации программных перемещений исполнительных приводов .....	90
3.6 Результаты и выводы по главе .....	94
ГЛАВА 4. Динамическая модель манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью .....	95
4.1 Обоснование расчетной схемы динамики манипулятора .....	96
4.1.1 Кинетическая энергия механизма <i>DABC</i> .....	100
4.1.2 Кинетическая энергия пятого звена. ....	105
4.1.3 Потенциальная энергия манипулятора .....	106
4.2 Система дифференциальных уравнений .....	108
4.3 Система дифференциальных уравнений в матричной форме .....	109
4.4 Решение первой задачи динамики .....	112
4.5 Результаты и выводы по главе .....	114
ГЛАВА 5. Экспериментальные исследования на полномасштабном образце манипулятора и научно-технические решения .....	116
5.1 Технические характеристики манипулятора .....	116
5.2 Экспериментальное определение статической характеристики линейного привода .....	119
5.3 Описание системы управления манипулятора .....	125
5.4 Экспериментальные исследования на образце манипулятора .....	128
5.5 Результаты и выводы по главе .....	130
ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....	132
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ .....	134
ПРИЛОЖЕНИЕ А .....	146
ПРИЛОЖЕНИЕ Б .....	148

## ВВЕДЕНИЕ

**Актуальность темы исследования.** В настоящее время для реализации технологических процессов активно применяются манипуляторы на основе механизмов параллельной структуры. Такие механизмы за счет замкнутой кинематической цепи обеспечивают повышенную жесткость механической системы, что позволяет достичь высоких показателей точности позиционирования выходного звена манипулятора. Основным недостатком манипуляторов на основе параллельных механизмов является небольшая рабочая зона по сравнению с манипуляторами последовательной структуры. Известен манипулятор параллельной структуры на поворотном основании, особенность конструкции которого заключается в установке дополнительного линейного привода, который одним концом соединен с поворотным основанием трипода, а другим – с неподвижным основанием. Благодаря перемещениям этого привода зона обслуживания манипулятора увеличивается. Основные недостатки данного манипулятора заключаются в его небольших функциональных возможностях при реализации технологических операций, что существенно ограничивает применение этого устройства. Еще одним примером манипулятора, объединяющего в себе преимущества последовательной и параллельной кинематических схем, является манипулятор параллельно-последовательной структуры с трехступенным захватным устройством. Недостатки механизма такого манипулятора заключаются в сложностях передачи энергии к рабочему органу и в появлении изгибающих моментов в линейных приводах при нагружении рабочего органа, что может привести к поломке исполнительных приводов манипулятора. Для устранения описанных недостатков разработана новая кинематическая схема механизма манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной геометрической связью в виде трубы, которая позволяет разгрузить исполнительные приводы от изгибающих моментов в процессе нагрузки рабочего органа и реализовать

подачу энергии к рабочему органу манипулятора. Необходимость разработки методов кинематического и динамического анализа, синтеза управляющих сигналов для исполнительных приводов манипулятора с дополнительной связью обосновывает актуальностью данного исследования.

**Степень разработанности темы исследования.** Разработками и исследованиями манипуляционных систем параллельной структуры занимаются коллективы ученых ИМАШ им. А.А. Благонравова РАН (Антонов А.В., Глазунов В.А., Филиппов Г.С., Рашоян Г.В., Фомин А.С.). Теорию управления манипуляторами разрабатывали и совершенствовали российские и зарубежные ученые, такие как Белянин П.Н., Болотник Н.Н., Воробьева Н.С., Градецкий В.Г., Ермолов И.Л., Жога В.В., Зенкевич С.Л., Каляев И.А., Кобринский А.А., Коловский М.З., Корендясев А.И., Крутько П.Д., Ларюшкин П.А., Макаров И.М., Малышев Д.И., Медведев М.Ю., Несмиянов И.А., Рыбак Л.А., Подураев Е.И., Тимофеев А.В., Тывес Л.И., Хейло С.В., Черноусько Ф.Л., Юревич Ю.В., Ющенко А.С., Филаретов В.Ф., Яцун С.Ф., Vukobratovich M., Terano T., Fu K., Gonzalez R. Исследования, направленные на разработку и совершенствование конструкций манипуляторов гибридной структуры, синтеза алгоритмов систем управления отражены в работах Антонова А.В., Воробьевой Н.С., Глазунова В.А., Жого В.В., Ларюшкина П.А., Несмиянова И.А., Рыбак Л.А., Филиппова Г.С., Фомина А.С., Chang H., Lee J. и др.

Вышеперечисленные работы посвящены исследованиям кинематики и динамики манипуляторов параллельной и параллельно-последовательной структуры, расчету управляющих сил и моментов, однако эти исследования нельзя распространить на манипулятор параллельно-последовательной структуры с дополнительной геометрической связью.

**Целью диссертационной работы** является разработка алгоритма формирования программных перемещений исполнительных приводов манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной

геометрической связью на основе кинематического и динамического анализа его механизма.

Для достижения поставленной цели решаются следующие **задачи**:

1. Обзор механизмов и методов исследования манипуляторов на основе механизмов параллельной и параллельно-последовательной структуры, по результатам которого разработать кинематическую схему механизма параллельно-последовательной структуры с дополнительной геометрической связью.

2. Провести кинематический анализ механизма манипулятора с дополнительной связью с учетом ограничений, накладываемых геометрическими параметрами манипулятора и разработать методы расчета кинематических параметров манипулятора с дополнительной связью, решить прямую и обратную задачи кинематики.

3. Исследовать возможность возникновения особых положений механизма манипулятора, при которых происходят неуправляемые изменения кинематических параметров выходного звена.

4. Разработать алгоритм программного управления перемещением исполнительных приводов манипулятора методом кинематического синтеза аналитических законов их перемещений, обеспечивающий движение выходного звена манипулятора по заданной траектории по выбранному закону.

5. Разработать математическую модель динамики манипулятора и провести динамический анализ программных перемещений выходного звена манипулятора.

6. Провести экспериментальные исследования на полномасштабном экспериментальном образце манипулятора с целью проверки работоспособности представленных алгоритмов перемещения исполнительных приводов.

**Объектом исследования** являются манипуляторы параллельно-последовательной (гибридной) структуры.

**Предметом исследования** является манипулятор параллельно-последовательной структуры на основе трипода с дополнительной геометрической связью.

**Научная новизна** диссертационной работы заключается в:

1. Новой кинематической схеме манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной геометрической связью, которая позволяет исключить нагружение изгибающими моментами линейные приводы манипулятора и увеличить число возможных выполняемых технологических операций.

2. Методах расчета кинематических параметров манипулятора-трипода с дополнительной связью, решение прямой и обратной задачи кинематики для двух видов обобщенных координат.

3. Сформулированных критериях близости к особым положениям механизма манипулятора, при которых происходит потеря подвижности выходного звена (потеря одной или нескольких степеней свободы) и при которых возникает неконтролируемое перемещение выходного звена манипулятора.

4. Алгоритме программного управления перемещением исполнительных приводов манипулятора методом кинематического синтеза аналитических законов их перемещений, обеспечивающий движение выходного звена манипулятора по заданной траектории по выбранному закону. Предложенный алгоритм отличается от известных тем, что аналитический закон перемещения исполнительных приводов формируется в виде одного полинома, порядок которого определяется видом граничных условий и требуемой точностью реализации программной траектории.

5. Математической модели динамики манипулятора, отличающейся от известных учетом действительных видов движения звеньев механизма манипулятора, как твердых тел, что повышает достоверность результатов решения задач динамики.

6. Результаты экспериментальных исследований на полномасштабном экспериментальном образце манипулятора при перемещении рабочего органа манипулятора из начального положения в заданное конечное положение.

**Теоретическая значимость результатов исследования** заключается в развитии теории аналитических методов синтеза программных перемещений исполнительных приводов и методах кинематического и динамического анализа механизма манипулятора на основе трипода с дополнительной геометрической связью.

**Практическая значимость результатов исследования.** Теоретические модели движения механизмов манипуляторов могут применяться для формирования алгоритмов управления технологическими процессами в машиностроении и сельском хозяйстве. Результаты, полученные в работе, могут быть использованы при проектировании новых манипуляторов, расчете их кинематических и динамических характеристик при перемещении по произвольным траекториям рабочего органа.

**Методологическая основа исследования.** Методы исследования базировались на основных положениях теоретической механики, теории механизмов и машин, методах математического и физического моделирования управляемых движений, теории автоматического управления, методах экспериментальных исследований.

При решении задач на ЭВМ использовались пакеты математических вычислений, комплексы систем автоматизированного проектирования (САПР): MathCAD; MATLAB; КОМПАС-3D, Microsoft Office.

**Основные положения, выносимые на защиту:**

1. Кинематическая схема манипулятора параллельно-последовательной структуры на основе трипода на поворотном основании с дополнительной геометрической связью.

2. Условия управляемости механизма манипулятора в виде критериев близости к особым положениям, при которых происходит потеря

подвижности выходного звена, и при которых возникает неконтролируемое перемещение выходного звена манипулятора.

3. Алгоритм программного управления перемещением исполнительных приводов манипулятора, методом кинематического синтеза аналитических законов их перемещений, обеспечивающий движение выходного звена манипулятора по заданной траектории по заданному закону.

4. Математическая модель динамики манипулятора, учитывающая движение звеньев механизма манипулятора как твердых тел.

5. Результаты экспериментальных исследований по оценке разработанного алгоритма позиционирования рабочего органа при программных перемещениях исполнительных приводов.

**Достоверность и обоснованность результатов.** Достоверность результатов обеспечивается согласованностью с опубликованными результатами научных исследований других авторов, подтверждаются результатами компьютерного моделирования, натурными испытаниями. Результаты диссертационного исследования докладывались и обсуждались на российских и международных научных конференциях и съезде по теоретической и прикладной механике.

**Апробация работы.** Основные положения диссертации доложены и обсуждены на конференциях:

– XXXIV Международная инновационная конференция молодых ученых и студентов МИКМУС (г. Москва, ИМАШ им. А.А. Благонравова РАН, 2022);

– XIII Всероссийский съезд по теоретической и прикладной механике (Санкт-Петербург, СПбПУ Петра Великого, 2023);

– XVI-я Всероссийская Мультиконференция по проблемам управления (МКПУ-2023) (г. Волгоград, ВолгГТУ, 2023);

– 13 Международная научно-практическая конференция «Современное машиностроение: Наука и образование MMESE-2024» (г. Санкт-Петербург, СПбПУ Петра Великого, 2024);

– 35-я Международная научно-техническая конференция «Экстремальная робототехника» (г. Санкт-Петербург, ГНЦ РФ ЦНИИ РТК, 2024).

– 14 Международная научно-практическая конференция «Современное машиностроение: Наука и образование ММЕСЕ-2025» (г. Санкт-Петербург, СПбПУ Петра Великого, 2025);

**Публикации.** По результатам диссертации опубликована 21 научная работа, в том числе 8 статей в журналах, рекомендованных ВАК, 1 публикация, входящая в базу Scopus, зарегистрировано 2 патента на полезную модель и 1 программа на ЭВМ.

Диссертационная работа была выполнена при финансовой поддержке ВолгГТУ (из средств программы развития «Приоритет 2030» по соглашению № 075-15-2025-063) в рамках научного проекта № 25/639-24.

**Личный вклад автора.** Все научные результаты диссертационной работы, выдвигаемые для защиты, получены автором лично.

**Структура и объем диссертации.** Работа состоит из введения, 5 глав, включающих 35 разделов и подразделов и заключения. Список использованной литературы включает 87 наименований. Общий объем 148 страниц. Основная часть работы изложена на 133 страницах и содержит 63 рисунка и 6 таблиц.

## **ГЛАВА 1. Анализ современных исследований в области механизмов манипуляторов**

Применение манипуляторов в различных отраслях производства способствует проведению исследований в области разработки новых кинематических схем манипуляторов, оптимизации их систем управления, повышению уровня автоматизации и реализации автономного управления.

Проектирование и исследование более совершенных конструкций роботов-манипуляторов, новые эффективные способы их применения в различных отраслях промышленности, расширение функциональных возможностей манипуляторов и повышение их эффективности являются актуальными задачами для многих научных организаций и промышленных предприятий.

Термин «промышленный робот» определяется в соответствии с ГОСТом как автоматически управляемый, перепрограммируемый универсальный манипулятор, программируемый по трем или более степеням подвижности, который может быть установлен стационарно либо на мобильной платформе для применения в прикладных задачах автоматизации в промышленной среде [1]. Манипулятор – это механизм, состоящий из последовательности сочлененных сегментов, перемещающихся вращательно или поступательно друг относительно друга [1]. Механическая конструкция манипулятора состоит из основания и совокупности взаимосвязанных звеньев и приводных шарниров, образующих руку и запястье робота.

В зависимости от вида кинематической цепи механизмы манипуляторов могут представлять собой последовательное соединение звеньев, образуя разомкнутую кинематическую цепь, или формировать замкнутую кинематику при параллельном соединении звеньев. Манипуляторы, объединяющие в себе механизмы последовательной и параллельной структуры, называют гибридными.

Рассмотрим основные типы манипуляторов и области их применения.

## 1.1 Классификация и области применение манипуляционных роботов

Манипуляторы широко применяются в различных сферах деятельности человека для уменьшения ручного труда и повышения эффективности производства. За счет программного управления манипуляторы могут выполнять операции по сборке изделий, участвовать в изготовлении сложных высокоточных деталей, проводить сортировку, упаковку и распаковку продукции, осуществлять позиционирование и ориентирование объектов, укладку и паллетирование продуктов. С помощью манипуляторов проводят погрузочно-разгрузочные работы, реализуют захват и манипулирование объектами, роботизируют сварочные процессы и покрасочные работы. Роботы помогают человеку на этапах ремонта и обслуживания оборудования, при этом достигают возможностей работы в опасных, экстремальных и труднопереносимых человеком условиях.

Сферы применения манипуляторов можно разделить на основные направления их использования (рисунок 1.1).



Рисунок 1.1 – Области применения манипуляторов

Среди указанных областей применения большая часть манипуляторов задействована в промышленном производстве. При внедрении манипуляционных систем необходима подготовка производства и организация согласованного взаимодействия с другим технологическим

оборудованием. Эффективная эксплуатация робота определяется строго его назначением.

Классификацию манипуляторов можно проводить по различным характеристикам. В первую очередь рассмотрим основные структурные схемы и системы координат манипуляторов.

Активно используются порталные манипуляторы – это роботы с прямоугольной системой координат, имеющие три поступательных шарнира. Степени подвижности образуют декартову систему координат [1]. Такого типа манипуляторы [2, 3] обеспечивают высокую точность и повторяемость движений. Также распространение получили манипуляторы с цилиндрической системой координат, они включают минимум один вращательный шарнир и минимум один поступательный шарнир [1]. Движение рабочего органа осуществляется в цилиндрическом рабочем пространстве. Такую схему обычно используют транспортные роботы [4]. Манипуляторы с двумя вращательными шарнирами и одним поступательным шарниром образуют полярную систему координат [1]. Рабочее пространство манипулятора имеет форму сферического сегмента, такие манипуляторы [5] подходят для задач, требующих кругового движения и работы с повышенными нагрузками, например, при точечной сварке.

В условиях современного производства актуально применение шарнирных манипуляторов [1]. В основе таких механизмов присутствуют минимум три вращательных шарнира. Манипуляторы [6] имеют меньшие габариты и большую зону обслуживания, что является ключевым преимуществом использования данных механизмов. Отдельно выделяют манипуляторы с кинематикой SCARA – это механизмы, имеющие два параллельных вращательных шарнира для обеспечения податливости в выбранной плоскости [1]. SCARA роботы [7] достигают высоких скоростей и заданной точности позиционирования, эффективны в процессах сборки электронных компонентов.

Гибкие автоматизированные производства, основанные на базе промышленных манипуляторов, позволяют решать задачи автоматизации на предприятиях. Особую популярность приобрели коллаборативные роботы [8], предназначенные для совместной работы и взаимодействия с человеком. Конструкции коллаборативных роботов характеризуются управляемой жесткостью за счет оснащения робота силомоментными датчиками. Такие системы позволяют роботу совершать работу в средах, где заранее неизвестен процесс и условия работы, и прямо взаимодействовать с человеком. Основными производителями коллаборативных роботов являются KUKA (LBR iiwa 7), Universal Robots (UR5, UR10), FANUC (CR-35iA, CR-14iA/L, CRX-5iA), ABB (YuMi), Han's Robot (Elfin E05) и другие. Примерами коллаборативных роботов могут служить манипуляторы с избыточным числом степеней подвижности [9] или особой кинематикой, характерной для модульной структуры, где повышенная нагрузка на манипулятор компенсируется его собственной массой, бионические манипуляторы компании Festo (FlexShapeGripper) и двурукие манипуляторы компании ABB (YuMi IRB).

Особое место среди манипуляторов занимают роботы с параллельной структурой. Звенья таких механизмов образуют структуры с замкнутым кинематическим контуром [1]. Манипуляторы параллельной структуры [10] предназначены для операций по высокоскоростной сортировке, где значимую роль играют статическая и динамическая балансировка робота. Также могут использоваться для роботизированных морских, автомобильных и авиационных тренажеров, которые должны имитировать динамику реального полета или движения по пересеченной местности или при шторме.

К относительно новым системам относят мобильные манипуляторы [11, 12, 13]. Такие роботы объединяют в себе конструкции манипуляционных и мобильных роботов и используются для работы с большими объектами или с нестандартным по габаритам оборудованием, например, для сварочных работ, работ по покраске отдельных элементов автомобилей, механической

обработки заготовок с помощью точения, сверления, фрезерования или шлифования, а также на складах, где требуется управление движением мобильной платформы, сортировка объектов и их соответствующее распределение.

Особое внимание уделяется рабочему органу манипулятора – это устройство, специально разработанное для закрепления на механическом интерфейсе с целью обеспечить выполнение задания роботом [1]. В качестве рабочего органа может быть выбрано захватное устройство, фреза, сверло, сварочный пистолет, краскопульт и другие. В настоящее время в качестве захватных устройств применяются адаптивные схваты с несколькими пальцами [14], оснащенные системами тактильной обратной связи для манипулирования хрупкими объектами произвольной формы и динамического манипулирования.

Важной характеристикой манипулятора является число степеней свободы – это количество переменных, необходимых для определения движения тела в пространстве [1]. Манипуляторы классифицируют по соотношению числа степеней свободы системы  $n$  и числа независимых управлений  $m$  [15]:

- полноприводные:  $n = m$ ;
- не полноприводные:  $n > m$ ;
- избыточные:  $n < m$ ;

Также манипуляторы группируют по следующим признакам:

а) по типу базы:

- с зафиксированной базой (стационарные манипуляторы);
- с подвижной/плавающей базой (мобильные манипуляторы);

б) по виду связей между обобщенными координатами:

- с голономными ограничениями;
- с неголономными ограничениями;

в) по системе управления с точки зрения участия человека [16]:

- ручное управление (механические копирующие манипуляторы);

- дистанционное управление (манипуляторы с командным, копирующим и полуавтоматическим управлением);
- автоматическое управление (манипуляторы с цикловым, позиционным, контурным и контурно-позиционным управлением);
- интерактивное управление (автоматизированное, дистанционно-автоматическое управление);
- управление с силомоментным оцувствлением (коллаборативные манипуляторы);
- адаптивное управление (манипуляторы с самонастраивающимися системами);
- интеллектуальное управление (на основе экспертных систем, нейросетевых структур, ассоциативной памяти, нечеткой логики).

В зависимости от типа робота и сложности выполняемого технологического процесса иерархическая структура системы управления может иметь различное количество уровней.

Манипуляторы различаются по виду привода: механический, электрический, гидравлический, пневматический, комбинированный. В зависимости от технических характеристик учитывают показатели грузоподъемности, габариты и массу робота.

В настоящее время существует огромное количество типов манипуляторов, различных по числу степеней свободы, применяемым приводам, максимальной и минимальной грузоподъемности, способам и процессам управления, возможностям мобильности и достижимости некоторых объектов. Данные критерии и требования ориентируются на конкретную технологическую задачу. Ко всем типам роботов ставятся высокие требования при формировании математических моделей движения. Необходимость в таких моделях основывается не только на реализации позиционного управления при заранее заданных траекториях, но и их применимость при реализации управления движением в нечетких и динамически неопределенных средах. Не менее важным остается

управление, основанное на величине силы, прикладываемой роботом к объекту манипулирования.

Многообразие механизмов и кинематических схем манипуляторов позволяет выбрать оптимальную схему для конкретной технологической задачи с учетом функциональных требований к конструкции манипулятора.

Кинематические структурные схемы манипуляторов можно разделить на три вида:

- Манипуляторы последовательной структуры;
- Манипуляторы параллельной структуры;
- Манипуляторы параллельно-последовательной (в общем случае гибридной) структуры.

Отдельно рассмотрим каждый вид манипулятора в зависимости от их кинематической структурной схемы.

## **1.2 Манипуляторы последовательной структуры**

Для решения задач промышленной робототехники часто используются традиционные манипуляторы – манипуляторы последовательной структуры, представляющие собой совокупность последовательно соединенных звеньев.

К достоинствам классических манипуляторов открытой кинематики можно отнести большую рабочую зону, простоту управления и повышенную маневренность. Данные показатели достигаются за счет дополнительных степеней подвижности. Манипуляторы последовательной структуры обладают хорошими параметрами маневренности, что дает им возможность достигать любой точки своего рабочего пространства и принимать различные конфигурации внутри рабочей зоны. Существенные недостатки последовательных манипуляторов проявляются в низких показателях статической и динамической точности позиционирования рабочего органа ввиду низкой жесткости или гибкости звеньев конструкции и большой

массы, также в невозможности обеспечить большую грузоподъемность относительно собственного веса конструкции манипулятора.

Манипуляторы последовательной структуры широко применяются для покрасочных работ [17], при сортировке [18], ориентировании и позиционировании, для фрезерования [19], сварки [20], в сфере медицины [21] и т.д. На рисунке 1.2 представлен манипулятор FANUC ARC Mate 100iD для выполнения высокоскоростной автоматической сварки.

Применение такого типа манипуляторов позволяет повысить эффективность сварочных работ и снизить себестоимость производства.



Рисунок 1.2 – Сварочный робот с манипулятором FANUC ARC Mate 100iD

Активно используются манипуляторы с кинематикой SCARA, которые способны работать с высокой скоростью перемещения по горизонтальной оси. Такие манипуляторы находят свое применение в сборочном производстве, а их кинематическая схема активно используется в аддитивном производстве. На рисунке 1.3 представлен промышленный SCARA манипулятор фирмы Denso для задач по сборке микросхем и печатных плат.



Рисунок 1.3 – SCARA манипулятор Denso HS-4555G

Структура SCARA способна обеспечить движение выходного звена в плоскости за счет вращательного привода рычагов механизма. Механизм SCARA обладает двумя звеньями, которые соединяются в одной точке. При наличии двух независимых приводов один установлен в сочленении двух звеньев и вращает их друг относительно друга, а второй установлен в основании первого рычага и вращает его относительно рабочей плоскости.

В настоящее время в промышленности широко востребованы и часто используются шарнирные манипуляторы. Например, промышленный робот Mitsubishi RV-2SDB (рисунок 1.4), предназначенный для задач манипулирования, сборки и обслуживания станков.



Рисунок 1.4 – Робот промышленный Mitsubishi RV-2SDB

Манипуляторы такого типа применяются одиночно или в системе робототехнических комплексов, бывают чаще всего включены в автоматизированную линию.

Вопросы повышения точности позиционирования манипулятора при выполнении определенной технологической операции и возможности ее достижения являются наиболее актуальными при учете требований к эксплуатации манипуляторов последовательной структуры. При наличии большого числа звеньев у манипулятора последовательной структуры ошибки позиционирования увеличиваются с увеличением числа звеньев.

Таким образом, с учетом главного преимущества манипуляторов последовательной структуры – наличия большой рабочей зоны и возможностей достижения рабочим органом любой точки рабочего пространства, манипуляторы такой структуры имеют много существенных недостатков. К ним относят очень низкие значения показателей динамической точности позиционирования выходного звена ввиду особенностей конструкции, которые обуславливают низкую жесткость конструкции, также не менее существенным недостатком является большая масса манипулятора по сравнению с массой полезной нагрузки.

Рассмотрим особенности манипуляторов параллельной структуры и их применение в промышленности.

### **1.3 Манипуляторы параллельной структуры**

Робот с параллельной структурой – манипулятор, руки которого имеют звенья, образующие структуры с замкнутым кинематическим контуром [1].

Манипуляторы параллельной структуры состоят из нескольких кинематических цепей, образующих замкнутый контур. Такие механизмы достигают хороших показателей жесткости, и благодаря особенностям кинематической схемы могут реализовать достаточно высокие скорости и ускорения рабочего органа.

Манипуляторы параллельной структуры обладают высокой точностью, повышают возможности работы на высоких скоростях для реализации технологических задач, где необходимо высокоточное позиционирование деталей (например, при установке и позиционировании компонентов в задачах микроэлектроники), в задачах сортировки и упаковки изделий. У манипулятора параллельной структуры ошибки позиционирования и управления считаются по среднему значению ошибок всех звеньев, соединенных параллельно.

Проектирование и создание механизма с параллельной структурой для увеличения его жесткости был реализован сначала Гафом, а затем Стюартом в 50-х–60-х годах XX века. Платформа Стюарта [22] (рисунок 1.5) является одной из первых кинематических схем параллельной структуры, ее основной задачей стала реализация процесса симуляции космических и летательных аппаратов. Механизм представляет собой шесть кинематических цепей, соединяющих подвижную платформу с основанием. За счет изменения длины одного или нескольких исполнительных звеньев положение выходного звена (подвижной платформы) изменяет свое пространственное положение относительно основания. Реализация управления такого механизма является нетривиальной задачей.

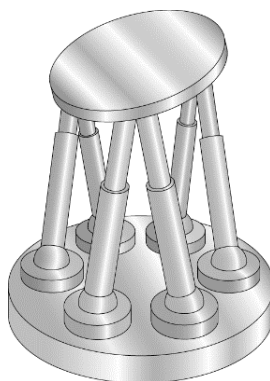


Рисунок 1.5 – Платформа Стюарта

Одним самых из известных примеров роботов с параллельной кинематикой является робот типа *Delta* [23]. Механизм такого манипулятора состоит из трех исполнительных звеньев, оснащенных вращательными приводами, также в конструкцию включена дополнительная телескопическая штанга, осуществляющая и передающая независимое вращение на исполнительный орган. Дельта-роботы выполняют задачи по погрузке, сортировке и упаковке, так как способны достигать значительных скоростей с высокой точностью позиционирования. В массовом производстве активно эксплуатируются дельта-роботы компании *ABB* (рисунок 1.6).



Рисунок 1.6 – Дельта-робот компании ABB IRB Flex Picker

Дельта-роботы способны решать актуальные задачи производства в сфере пищевой промышленности, фармацевтики и микроэлектроники. В основе дельта-робота лежит конструкция механизма шарнирного параллелограмма, он обладает хорошей (для робота параллельной кинематики) рабочей зоной и идеально служит для автоматизации сложных производственных задач, которые невозможно реализовать с помощью манипуляторов последовательной структуры или роботами SCARA.

Коллективом ИМАШ им. А.А. Благонравова РАН разрабатываются различные модификации конструкций манипуляторов параллельной структуры [24, 25, 26]. Изучаются особенности управления и возможности применения параллельных механизмов в медицине, при малоинвазивных

операциях с использованием ручного хирургического инструмента [27, 28, 29].

Отдельное внимание посвящено вопросам моделирования механизмов параллельной структуры с круговой направляющей [30, 31]. В статье [32] авторы С.В. Киселев, А.В. Антонов, А.С. Фомин рассматривают различные схемы роботов параллельной структуры с круговой направляющей, обеспечивающие неограниченный поворот выходного звена вокруг одной из осей. Коллективом затрагиваются вопросы обеспечения робототехническими системами параллельной структуры динамической точности, предлагается использование алгоритма минимизации ошибки по положению, скорости и ускорению выходного звена.

Работы, посвященные структурному синтезу параллельных механизмов [33, 34] и интеллектуальному управлению манипуляторов с параллельной кинематикой, ведутся в Белгородском государственном технологическом университете им. В.Г. Шухова. В качестве параллельных механизмов исследуются робот-гексапод для 3D-печати прецизионных изделий [35], дельта манипулятор для аликвотирования в закрытых камерах [36], платформа Стюарта [37] и манипулятор-трипод [38].

Актуальны исследования в области анализа динамической точности параллельных механизмов. В работе китайских ученых [39] рассматривается параллельный механизм с жестко-гибкими связями (рисунок 1.7), обосновывается метод динамического анализа точности параллельных механизмов с учетом упругих деформаций стержня.

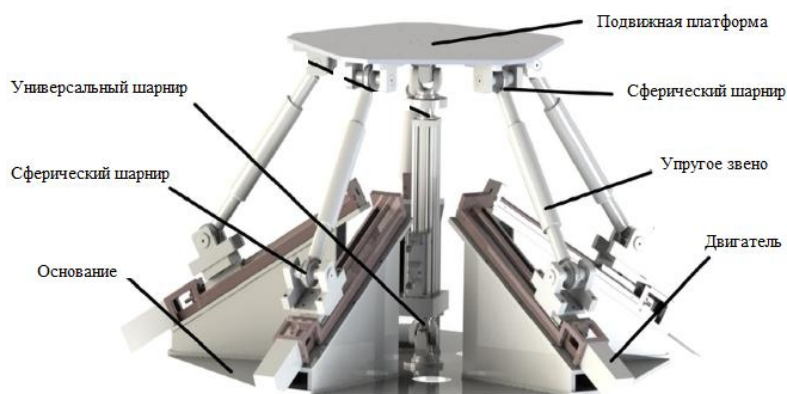


Рисунок 1.7 – Параллельный механизм

В области исследований манипуляторов параллельной структуры отдельное место занимают манипуляторы-триподы, представляющие собой трехосевые механизмы, сформированные в виде треугольной пирамиды. За счет перемещения трех линейных исполнительных звеньев обеспечивается перемещение и ориентация рабочего органа в пространстве. Манипуляторы-триподы в отличие от гексаподов имеют значительно меньшие габариты, небольшую массу конструкции и расходуют меньше энергии. Рабочее пространство таких механизмов зависит от ограничений, накладываемых на изменение длин исполнительных звеньев.

Примером манипулятора параллельной структуры на основе трипода является манипулятор-трипод промышленного назначения [40], разработанный коллективом Волгоградского государственного аграрного университета (рисунок 1.8). Он состоит из трехстержневого механизма, реализованного в виде треугольной пирамиды с исполнительными звеньями переменной длины. Двухступенной управляемый захват содержит два независимых звена в виде полусфер и грузозахватный орган.



Рисунок 1.8 – Манипулятор-трипод промышленного назначения

Захватное устройство обладает дополнительными степенями подвижности, что позволяет ориентировать объект манипулирования в пространстве.

Особенно актуально применение параллельных роботов на основе трипода для задач механической обработки. Например, для фрезерования, полировки и удаления облоя с металлических деталей. Такие механизмы являются эффективной альтернативой станкам с ЧПУ благодаря своим свойствам: высокой точности, повторяемости и жесткости. На рисунке 1.9 представлен гибридный робот *Tricept* [41]. Особенностью конструкции данного механизма является центральное звено, главная задача которого заключается в уменьшении изгибающих моментов в линейных приводах.

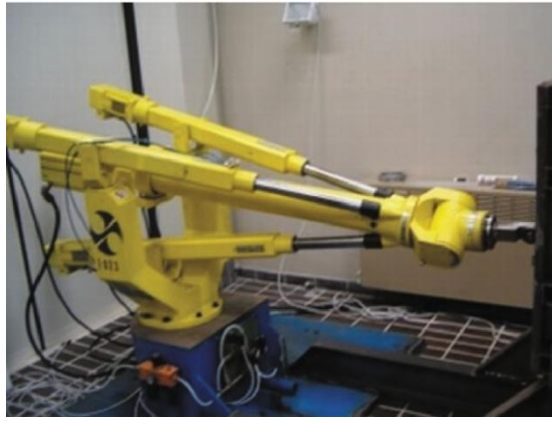
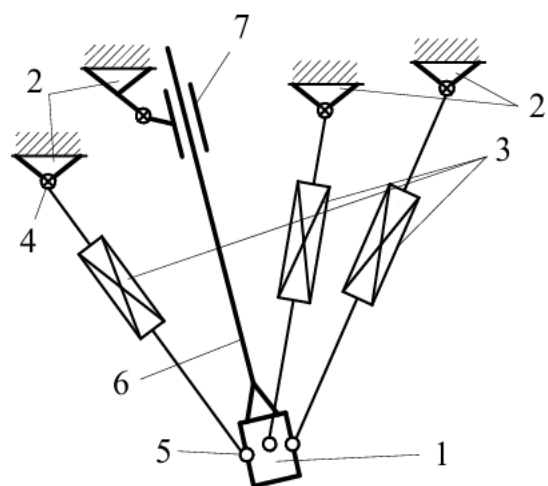


Рисунок 1.9 – Гибридный робот *Tricept HP1* компании *Comau*

Фирмой NEOS Robotics представлен технологический модуль на основе манипулятора параллельной структуры – трипод Tricept TR805 (рисунок 1.10). Манипулятор состоит из трех линейных приводов 3, закрепленных одним концом с помощью шарниров 4 на основании, а другим концом присоединенных к выходному звену 1 с помощью сферических шарниров 5. В конструкцию манипулятора включена центральная металлическая труба 6, которая совершает свободное перемещение вдоль оси втулки 7.



а)



б)

Рисунок 1.10 – Станок *Tricept TR805* фирмы NEOS Robotics: а – общий вид, б – кинематическая схема

При выполнении технологической операции металлическая труба принимает на себя изгибающие моменты, возникающие в процессе работы манипулятора, за счет этого линейные приводы воспринимают только продольную нагрузку (растяжение и сжатие), что предотвращает возможность появления деформаций и поломки исполнительных приводов. Ограниченное рабочее пространство является существенным недостатком роботов типа *Tricept*.

Таким образом, к преимуществам конструкций манипуляторов параллельной структуры относят повышенную жёсткость по сравнению с классическими манипуляторами, вследствие чего робот характеризуется значительной точностью позиционирования рабочего органа. Масса конструкции манипулятора параллельной структуры значительно ниже за счет совмещения элементов конструкции манипулятора и исполнительных приводов. К существенным недостаткам манипуляторов параллельной структуры можно отнести ограниченную рабочую зону по сравнению с последовательными манипуляторами, небольшую маневренность ввиду ограниченности степеней подвижности для замкнутых механизмов и небольшую манипулятивность. Дополнительной сложностью при проектировании таких систем является отсутствие методики и применимых для любых схем общих методов построения алгоритмов управления для осуществления согласованного управления приводами. Для параллельных манипуляторов выдвигаются строгие требования по обеспечению согласованной работы приводных двигателей, так как в противном случае может произойти заклинивание приводов или даже поломка всего манипулятора. Для устранения недостатков манипуляторов параллельной и последовательной структуры активно применяются манипуляторы параллельно-последовательной структуры.

#### 1.4. Манипуляторы параллельно-последовательной структуры

Манипуляторы параллельно-последовательной (гибридной) структуры представляют собой механизмы, состоящие из совокупности параллельно и последовательных соединенных сегментов, перемещающихся вращательно или поступательно друг относительно друга. К особенностям таких манипуляторов относят сочетание отдельных преимуществ манипуляторов последовательной и параллельной структуры. Это позволяет использовать их для задач, требующих работы в большом рабочем пространстве при соблюдении высокой точности обработки. Манипуляторы достигают повышенных показателей грузоподъемности, точности позиционирования и быстродействия за счет наличия параллельно соединенных звеньев. Наличие последовательно соединенных звеньев позволяет расширить рабочую зону и повысить маневренность механизма.

Промышленным примером манипулятора гибридной структуры является коллаборативный двурукий манипулятор *YuMi* [42] от компании АВВ (рисунок 1.11).



Рисунок 1.11 – Двурукий коллаборативный манипулятор *YuMi*

Механизм образует последовательно-параллельную структуру и предназначен для сортировки мелких деталей и любых других контактных операций, схожих с деятельностью человека.

Манипуляторы гибридной структуры активно применяют в медицине, их используют в качестве ассистентов при проведении хирургических операций. Одним из самых известных является робот-ассистированная хирургическая система «*da Vinci*». Аппарат (рисунок 1.12) состоит из двух блоков: первый предназначен для хирурга-оператора, а второй – четырехрукий робот-манипулятор – является исполнительным устройством [43]. Робот обеспечивает большую степень свободы и очень точные движения.



Рисунок 1.12 – Робот-ассистированная хирургическая система «*da Vinci*»

На конференции IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA) компания Disney Research представила робот с гибридной системой приводов (рисунок 1.13) [44]. Робот оснащен двумя манипуляторами с четырьмя степенями свободы, способен обеспечить точность движений, деликатность захвата и удержания хрупких предметов. В конструкции использованы привода, объединяющие гидравлические и пневматические элементы.

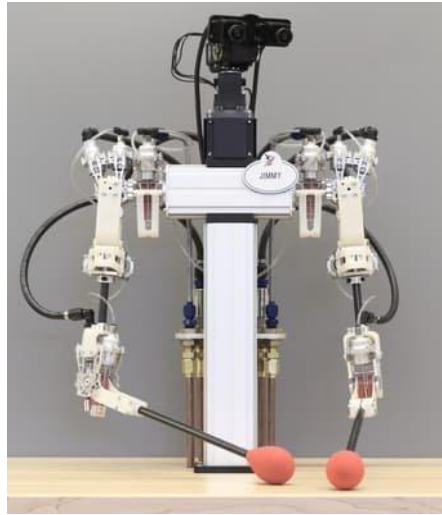


Рисунок 1.13 – Гибридный манипулятор от компании Disney Research

Исследованиями механизмов гибридных манипуляторов широко занимаются китайские ученые. В статье [45] авторами описывается гибридный манипулятор с пятью степенями свободы. Манипулятор предназначен для обработки высокоточных изделий, используемых в авиастроении, автомобилестроении и судостроении.

Вопросам структурного синтеза механизмов параллельно-последовательной структуры с пятью степенями свободы посвящены работы Г.С. Филлипова [46]. В своей докторской работе он приводит классификацию механизмов параллельно-последовательной структуры с пятью степенями свободы. Представляет методики кинематического и динамического анализа механизмов с учетом законов управления для синтезированных механизмов параллельно-последовательной структуры с пятью степенями свободы.

В основе кинематического анализа манипуляторов параллельной и параллельно-последовательной структуры лежит решение обратной задачи кинематики. Разработкой алгоритмов и методов решения обратной задачи о положениях для параллельных и параллельно-последовательных механизмов занимаются коллективы ИМАШ им. А.А. Благонравова РАН, Московский государственный технический университет им. Н.Э. Баумана и другие. В работе [47] представлен пятиподвижный манипулятор гибридной структуры,

который состоит из трехподвижной параллельной и двухподвижной последовательной части, авторами А.В. Антоновым, А.С. Фоминым получено аналитическое решение обратной задачи кинематики для данного манипулятора и представлена методика решения обратной задачи кинематики для гибридных манипуляторов без допущений на геометрию. В работах [48, 49] рассматривается избыточный гибридный механизм параллельной структуры, приводится аналитическое решение обратной задачи кинематики.

Вопросы синтеза механизмов с параллельно-последовательной структурой рассмотрены в статье [50], в работе выполнен структурный анализ нескольких вариантов конструктивных схем механизмов с параллельно-последовательной структурой, обладающих четырьмя степенями свободы.

Отдельной областью исследований манипуляторов является изучение особых положений механизмов параллельной и параллельно-последовательной структуры. В работах П.А. Ларюшкина [51, 52] рассматриваются вопросы управляемости выходного звена манипулятора параллельной и параллельно-последовательной структуры, анализируются участки рабочего пространства, соответствующие особым положениям механизма. Для анализа близости к особым положениям используются скоростные и силовые критерии. Разработаны оригинальные методы оценки близости к особым положениям различных типов, где в качестве критериев предлагается использовать значения скоростей в приводах, приводные усилия или обобщенные реакции, рассчитанные для наихудших возможных направлений скорости выходного звена или внешней нагрузки, что позволяет при анализе учитывать требования к техническим характеристикам механизмов.

В статье [53] проводится анализ влияния сингулярностей на решение прямой задачи кинематики платформы Гофа-Стюарта. Коллективы Белгородского государственного технологического университета им. В.Г.

Шухова проводят исследования в области структурного синтеза параллельных механизмов. В работе [38] рассматриваются вопросы анализа жесткости и точности позиционирования робота-трипода с шестью степенями свободы, по картам жесткости оценивают максимальную и минимальную жесткость в рабочем пространстве робота, рассчитывают погрешность позиционирования выходного звена. Отдельное внимание уделяется методам определения рабочей области робота [54, 55], на основе аппроксимации множества решений системы нелинейных неравенств, описывающих ограничения на геометрические параметры робота, применяются оптимизационные алгоритмы построения рабочих областей отдельных механизмов.

Кинематическим анализом и исследованиями сингулярных положений гибридных промышленных манипуляторов широко занимаются зарубежные ученые. В работе [56] рассматривается гибридный манипулятор, состоящий из двух последовательно соединенных трехстепенных параллельных механизмов. Верхняя платформа совершает поступательное движение относительно средней платформы. Проведен кинематический анализ манипулятора и определены все его сингулярные конфигурации. Решению прямой и обратной задач кинематики гибридного пространственного манипулятора с шестью степенями свободы посвящена работа [57]. В работах [58, 59] исследуются гибридные роботы для фрезерной обработки (рисунок 1.15).



Рисунок 1.15 – Гибридный 5-осевой фрезерный робот

Отдельной категорией среди промышленных гибридных роботов является робот *TriMule* (рисунок 1.16), конструкция которого схожа с манипуляторами типа *Tricept*. В работе [60] проводится динамический анализ робота. Практическое применение робот находит в задачах механической обработки как альтернатива станкам с параллельной кинематикой.

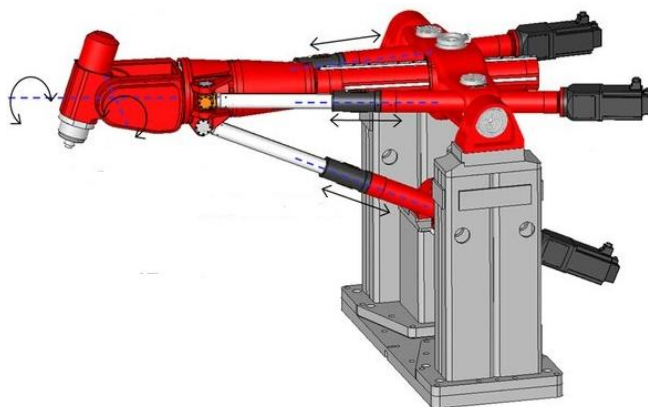


Рисунок 1.16 – Гибридный робот *TriMule*

Манипуляторы параллельно-последовательной структуры широко используются в сельском хозяйстве. В работе [61] предлагаются методы проектирования и оптимизации робототехнической системы для сбора фруктов на примере робототехнической системы, состоящей из колесной мобильной платформы и робота-трипода с центральной пассивной кинематической цепью, телескопическим звеном и захватным устройством.

Одним из существующих разновидностей манипуляторов параллельно-последовательной структуры [62] является манипулятор-трипод на поворотном основании авторов Несмиянова И.А., Воробьевой Н.С. [63] (рисунок 1.17). Конструктивно манипулятор-трипод представляет собой четыре линейных привода, три из которых 1, 2, 3 образуют треугольную пирамиду. Одни концы линейных приводов закреплены в вершинах треугольного основания пирамиды 5 с помощью двухступенных шарниров, а противоположные концы крепятся между собой в сферическом шарнирном устройстве 6. Четвертый линейный привод 4 с помощью цилиндрических

шарниров одним концом соединен с вершиной треугольного поворотного основания пирамиды, а другим концом крепится к неподвижному основанию, на котором располагается манипулятор-трипод. Благодаря перемещениям этого привода, зона обслуживания рабочего органа увеличивается, что является преимуществом описанной схемы.

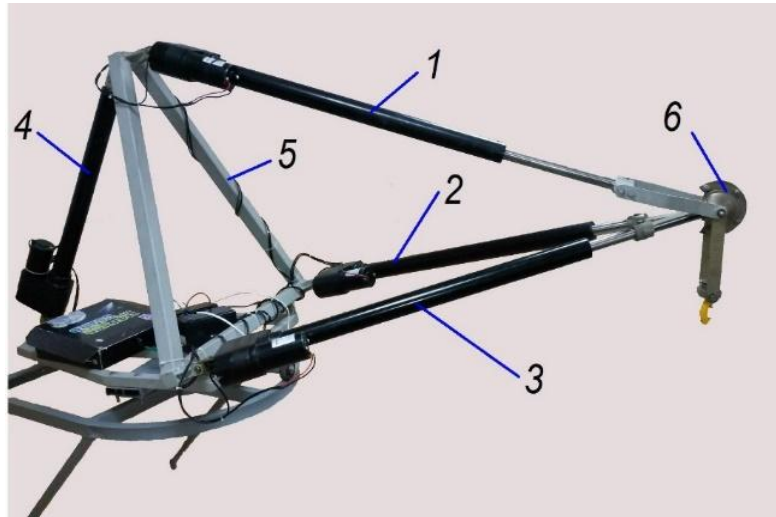


Рисунок 1.17 – Манипулятор-трипод на поворотном основании

Для увеличения манипулятивности рассмотренного выше манипулятора на сферическом шарнире монтируется трехступенное захватное устройство (рисунок 1.18), предназначенное для изменения пространственной ориентации рабочего органа. Рассматриваемый многозвенный манипулятор [63] имеет семь управляемых степеней подвижности.

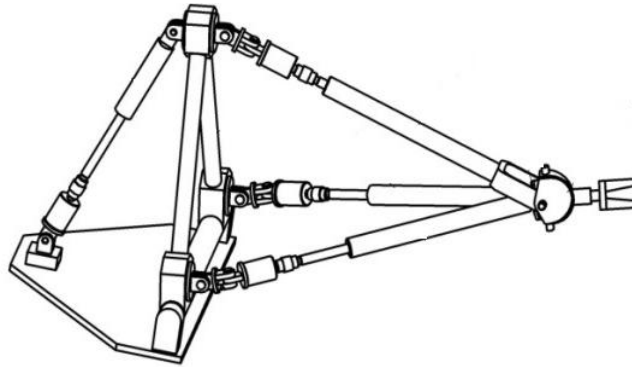


Рисунок 1.18 – Общий вид манипулятора параллельно-последовательной структуры с трехступенным захватным устройством

В последнее время подобные манипуляторы находят все большее применение в различных отраслях промышленности: в машиностроении при механической обработке деталей сложной геометрии, приборостроении, при упаковке продукции, а также в технологических процессах по производству и переработке сельскохозяйственной продукции. В качестве рабочего органа возможна установка сверла, фрезы, захватного устройства и других инструментов, используемых при выполнении технологических операций в сфере машиностроения и сельского хозяйства. В процессе выполнения технологической операции нагрузка на рабочем органе приводит к возникновению изгибающих моментов в линейных приводах, что может привести к заклиниванию или поломке линейных приводов.

Отдельной областью исследований манипуляторов является обеспечение движения выходного звена манипулятора по требуемой траектории. В работах Воробьевой Н.С. [64, 65] разработаны два метода синтеза программных ориентирующих перемещений исполнительных звеньев манипулятора с избыточными координатами, основанных на дискретизации траектории. При использовании первого метода кинематического синтеза проводится интерполяция программных перемещений исполнительных приводов конечным набором сплайнов третьего и четвертого порядка, при втором методе осуществляют замену программных перемещений исполнительных приводов сплайнами пятого

порядка на первом и последнем участках траектории и квадратичную аппроксимацию промежуточных участков траектории.

Предложенные методы дают возможность исключить трудоемкие вычислительные процессы: решение прямой задачи для манипулятора параллельной структуры и обратной задачи для рабочего органа последовательной структуры в режиме реального времени. Недостатками этих методов являются необходимость использования нескольких функций для описания перемещения рабочего органа на различных участках траектории, а также возможное наличие экстремумов аппроксимирующих многочленов, что препятствует синтезу системы управления с организацией обратных связей по скоростям. Сформирована база математических моделей динамики и алгоритмов управления манипуляционными системами в соответствии с технологическими движениями рабочего органа, записанными в базу знаний, обеспечивающих режимы управления регуляторами системы управления. На основе моделей синтезируются алгоритмы управления и значения коэффициентов регулятора обратных связей в соответствии с параметрами технологических движений и содержанием заданных технологических процессов. Недостатком этих моделей является дискретизация параметров звеньев механической системы приведенными массами.

Таким образом, манипуляторы параллельно-последовательной структуры объединяют преимущества манипуляторов на основе механизмов последовательной и параллельной структуры и способны выполнять технологические задачи, для реализации которых необходимо обеспечить как большую рабочую зону, так и повышенную точность позиционирования рабочего органа. С учетом анализа существующих конструкций манипуляторов параллельно-последовательной структуры и их основных недостатков разработано новое усовершенствованное конструктивное решение манипулятора параллельно-последовательной структуры.

### **1.5. Конструкция манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью**

Новое конструктивное решение манипулятора параллельно-последовательной структуры на основе трипода направлено на уменьшение изгибающих моментов в линейных приводах посредством установки центральной металлической трубы и повышение жесткости конструкции. На данную схему манипулятора зарегистрированы патенты на полезную модель [66, 67].

Предлагаемый манипулятор параллельно-последовательной структуры на основе трипода (рисунок 1.19) состоит из трех звеньев переменной длины 1–3, одни концы которых с помощью двухподвижных шарниров 4 установлены на вершинах треугольного основания 5, а другие концы закреплены с помощью сферических шарниров 6 на выходном звене 7 (рисунок 1.20). Треугольное основание 5 крепится к раме двумя нижними вершинами треугольника с помощью цилиндрических шарниров вращения 8. Для поворота треугольного основания 5 и увеличения рабочей зоны манипулятора-трипода предусмотрено дополнительное звено переменной длины 9, которое одним концом соединяется с верхней вершиной треугольного основания 5, а другим концом с рамой с помощью цилиндрических шарниров вращения 8.



трубы 10 внутри трехстепенного шарнирного узла 11.

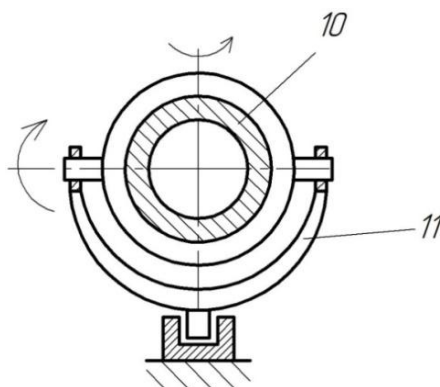


Рисунок 1.21 – Сечение трехстепенного шарнирного узла

Работа манипулятора-трипода происходит следующим образом. Изменение длины одного из звеньев 1–3 механизма способствует изменению конфигурации манипулятора. Вследствие этого выходное звено 7, соединяющее противоположные концы звеньев 1–3, находящейся в вершине пирамиды, перемещает рабочий орган и металлическую трубу 10. За счет изменения длины звена 9 происходит поворот основания 5 в вертикальной плоскости и увеличивается рабочая зона манипулятора. Двухподвижные шарниры 4 соединяют одни концы звеньев 1–3 механизма с вершинами треугольного основания 5 и обеспечивают необходимую подвижность этих звеньев относительно основания 5. В зависимости от вида технологической операции металлическая труба 10 выполняет функцию подвода трубопровода для передачи рабочего раствора к рабочему органу либо подвода привода (вала или гибкого вала) для передачи крутящего момента к рабочему органу. Металлическая труба 10 также воспринимает на себя нагрузку в виде изгибающих моментов, которые могут возникать на трех звеньях переменной длины 1–3. Трехстепенной шарнирный узел 11 является опорным элементом для металлической трубы 10 и обеспечивает ее продольное перемещение вдоль своей оси и поворот относительно двух осей трехстепенного шарнирного узла. Сборочный чертеж манипулятора

параллельно-последовательной структуры приведен в приложении А.

Таким образом, новая конструкция манипулятора позволяет повысить жесткость, что увеличивает точность позиционирования рабочего органа и позволяет расширить его функциональные возможности (рисунок 1.22). Под функциональными возможностями манипулятора понимается его способность выполнять требуемые число технологических операций. Манипулятор может быть использован для задач в сфере сельского хозяйства, например, выполнять операции по обработке и опрыскиванию плодовых деревьев водными растворами, сбору и сортировке яблок и других плодов. Благодаря высокой жесткости и грузоподъемности, манипулятор также может осуществлять погрузочно-разгрузочные работы.

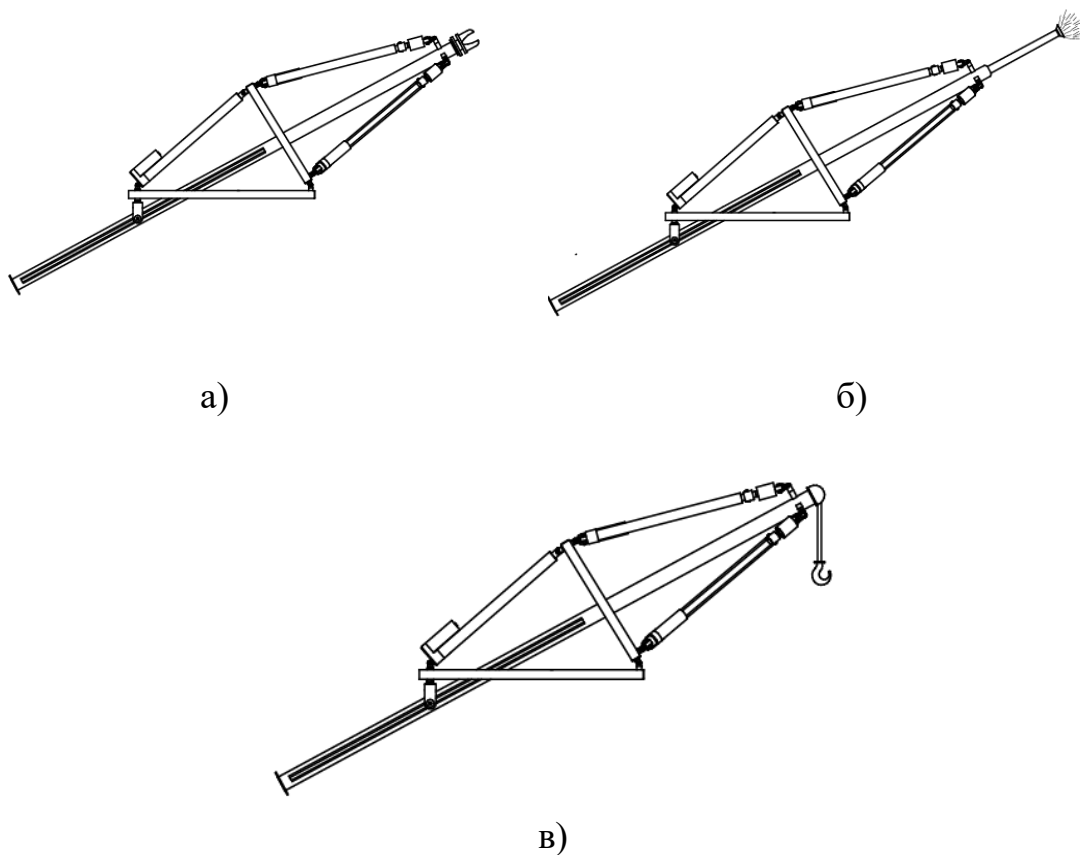


Рисунок 1.22 – Возможные технологические операции: а) манипулятор с захватным устройством для сбора яблок; б) манипулятор с телескопической трубой для опрыскивания плодовых деревьев; в) манипулятор с крюком для перемещения грузов

## 1.6 Сравнительный анализ существующих решений

С учетом особенностей рассмотренных ранее манипуляторов необходимо комплексно сравнить их достоинства и недостатки. Сравнительный анализ трех типов манипуляторов и нового предложенного решения, направленного на устранение недостатков известных конструкций манипуляторов и повышения функциональных возможностей приведен в таблице 1.1.

Таблица 1.1 – Сравнительный анализ качественных показателей манипуляторов

Манипуляторы	Достоинства	Недостатки
Манипулятор-трипод на поворотном основании [63]	Большая рабочая зона по сравнению с манипуляторами параллельной структуры за счет наличия поворотного основания.	- Изгибающие моменты в приводах при нагрузке рабочего органа; - Высокие риски поломок приводов.
Станок Tricert TR805 параллельной структуры [41]	- Высокая жесткость по сравнению с манипуляторами последовательной структуры; - Минимальные изгибающие моменты в приводах.	- Небольшая рабочая зона; - Повышенные требования к работе двигателей; - Необходимость работы с минимальными динамическими ошибками.
Манипулятор-трипод промышленного назначения [40]	- Высокая жесткость конструкции манипулятора; - Достаточная точность позиционирования рабочего органа; - Быстродействие.	- Небольшая рабочая зона по сравнению с другими манипуляторами; - Повышенные требования по согласованной работе приводов.
Дельта-робот [23]	- Быстродействие; - Высокая точность позиционирования; - Небольшие габариты.	- Низкая грузоподъемность; - Небольшая рабочая зона.
Манипулятор последовательной структуры [9]	- Большая рабочая зона; - Высокая маневренность; - Возможность выполнения большого числа технологических операций.	- Небольшая жесткость конструкции и наличие значительных статических и динамических ошибок; - Низкая грузоподъемность по сравнению с собственным весом.

Манипуляторы	Достоинства	Недостатки
Предлагаемая конструкция манипулятора [66, 67]	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Увеличенная рабочая зона по сравнению с манипуляторами параллельной структуры;</li> <li>- Высокая жесткость конструкции за счет установки металлической трубы;</li> <li>- Уменьшение изгибающих моментов в приводах, снижение рисков поломки приводов.</li> <li>- Значительная точность позиционирования рабочего органа.</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>- Уменьшение рабочей зоны по сравнению с манипулятором [62];</li> <li>- Высокие требования по обеспечению согласованной работы приводов.</li> </ul>

Таким образом, предлагаемая конструкция манипулятора позволяет сохранить преимущества манипуляторов последовательной и параллельной структуры, а также уменьшить нагрузку на приводы за счет установки дополнительной связи в виде металлической трубы.

### **1.7 Проблемы, связанные с исследованием механизма манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью, и пути их решения**

Конструкция существующего манипулятора-трипода на поворотном основании [63] (рисунок 1.17) состоит из пирамиды, состоящей из трех исполнительных звеньев переменной длины, концы которых соединены между собой посредством пятиподвижного сферического шарнирного узла, обеспечивающего пересечение геометрических осей этих цилиндров в одной точке. В предлагаемой конструкции манипулятора (рисунок 1.19) геометрические оси трех активных исполнительных звеньев 1-3 (рисунок 1.20) не пересекаются в одной точке, поэтому методы расчета [68], разработанные для механизма манипулятора-трипода (рисунок 1.18) нельзя

распространить на манипулятор параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью.

Для нового механизма манипулятора необходимо провести кинематические и динамические исследования, на основании которых решаются задачи управления манипулятором при выполнении различных технологических операций.

Законы перемещения манипулятора определяются непосредственной реализацией заданной технологической операцией, например, сбором плодов, прополкой грядок и т.п. В этом случае система управления должна обеспечивать перемещение рабочего органа в заданную точку рабочей зоны с необходимой точностью. Перемещение рабочего органа из известного текущего положения в заданное конечное положение при отсутствии препятствий в рабочей зоне, возможно реализовать изменением длин  $l_1(t)$ ,  $l_2(t)$ ,  $l_3(t)$ ,  $l_4(t)$  исполнительных звеньев манипулятора. Задача решается в два этапа.

Первым этапом идет решение задачи позиционирования, суть которой состоит в том, что при известной исходной конфигурации манипулятора с обобщенными координатами  $l_{10}$ ,  $l_{20}$ ,  $l_{30}$ ,  $l_{40}$  требуется найти обобщенные координаты манипулятора  $l_{1к}$ ,  $l_{2к}$ ,  $l_{3к}$ ,  $l_{4к}$  в конечном положении при заданных координатах характерной точки  $M_k(x_{Mk}, y_{Mk}, z_{Mk})$  выходного звена в абсолютной системе координат. Для решения этой задачи необходимо решить прямую задачу кинематики, т.е. определить декартовы координаты точки  $M(x_M, y_M, z_M)$  в абсолютной системе отсчета  $Oxyz$ . Решение этой задачи носит оптимизационный характер за счет того, что число обобщенных координат равно 4, а число декартовых координат равно 3.

На втором этапе необходимо определить законы изменения обобщенных координат  $l_1(t)$ ,  $l_2(t)$ ,  $l_3(t)$ ,  $l_4(t)$ , удовлетворяющих заданным граничным условиям. Здесь возможно несколько вариантов решения задачи. Проще всего задача решается выбором для каждой обобщенной координаты одного из известных законов изменения ускорения: прямоугольного,

линейного, синусоидального, полиномиального. В этом случае траектория точки  $M$  с координатами  $x_M(t)$ ,  $y_M(t)$ ,  $z_M(t)$  будет заранее неизвестна.

Решение задачи определения закона изменения обобщенных координат возможно в постановке слабого терминального управления. Слабое терминальное управление переводит объект из заданного начального состояния в заданную окрестность конечного состояния за требуемое время. В этом случае траектория точки  $M$  с координатами  $x_M(t)$ ,  $y_M(t)$ ,  $z_M(t)$  также заранее неизвестна.

Для реализации многих технологических процессов необходимо перемещать рабочий орган манипулятора по заданной траектории, сохраняя заданное пространственное положение рабочего органа. Для формирования системы управления перемещением звеньев манипулятора требуется определить законы формирования управляющих сил  $F_s(t)$  ( $s = 1 \div 4$ ), обеспечивающих перемещение рабочего органа в заданное положение за заданное время по программной траектории. Для решения этой задачи используется математическая модель динамики манипулятора.

## 1.8 Результаты и выводы по главе

По результатам проведенного литературного и патентного обзора рассмотрены основные манипуляционные системы последовательной, параллельной и параллельно-последовательной структуры, выявлены основные недостатки существующих механизмов. Изучены методы управления движением данных манипуляторов, особенности решения прямой и обратной задач кинематики. По результатам анализа недостатков, рассмотренных схем, предложена новая кинематическая схема манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью. Данная схема не изменяет число степеней свободы по сравнению с аналогом, увеличивает объем рабочей зоны и позволяет уменьшить изгибающие моменты в линейные приводах манипулятора. Новое конструктивное

решение манипулятора позволяет увеличить число возможных выполняемых технологических операций по сравнению с существующими аналогами. Предложенная схема манипулятора параллельно-последовательной структуры на основе трипода обладает ненулевой маневренностью, вследствие чего заданным координатам конечной точке соответствует бесконечное множество конфигураций механической системы.

## ГЛАВА 2. Анализ кинематических характеристик манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью

Для решения поставленных задач управления приводами необходимо определить законы движения исполнительных приводов манипулятора при перемещении выходного звена по программной траектории.

### 2.1. Описание структуры манипулятора

Для разработки структурной модели манипулятора принимаем следующие допущения:

- звенья манипулятора рассматриваются как абсолютно твердые тела;
- упругие звенья в процессе работы принимаются недеформируемыми;
- конструктивные элементы, осуществляющие связи, накладываемые на движение, считаются недеформируемыми.

Механизм манипулятора при заданных допущениях моделируется как система абсолютно твердых тел, на перемещения которых наложены голономные стационарные удерживающие связи [69]. В конструкцию манипулятора параллельно-последовательной структуры (рисунок 2.1) без учета поворотного основания входят 12 кинематических пар 5-го класса и 3 сферических шарнира, которые представляют собой кинематические пары 3-го класса. Рассматриваемая конструкция манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью состоит из 12 твердых тел, совершающих вращательное движение вокруг неподвижной оси (треугольное основание – звено  $ABC$ ), плоскопараллельное движение (шток линейного привода – звено  $AD$ ) и пространственное движение (звенья  $KM$ ,  $AM_1$ ,  $BM_2$ ,  $CM_3$ ). Для манипулятора выбираются геометрические параметры основания манипулятора и точек крепления на поворотном основании ( $OA$ ,  $OB$ ,  $OC$ ,  $OD$ ,  $DK$ ).

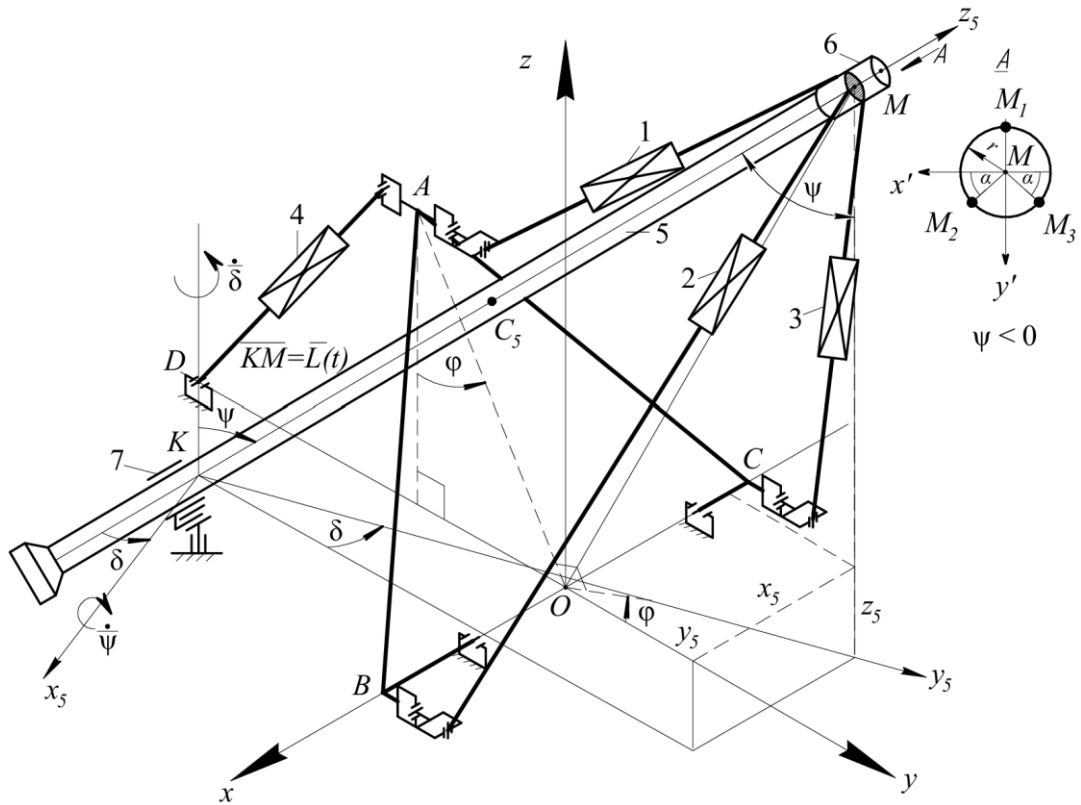


Рисунок 2.1 – Кинематическая схема манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью

Основным показателем структуры манипулятора является число степеней подвижности – это характеристика кинематической цепи, которая определяет минимальное количество независимых переменных, необходимых для полного описания ее конфигурации [70].

Число степеней подвижности по формуле Сомова–Малышева определяется выражением

$$W = 6n - 5p_5 - 4p_4 - 3p_3 - 2p_2 - p_1, \quad (2.1)$$

где  $n$  – количество подвижных звеньев;  $p_i$  – число кинематических пар  $i$ -го класса.

Тогда найдем число степеней подвижности манипулятора параллельно-последовательной структуры без учета поворотного основания

$$W = 6n - 5p_5 - 3p_3 = 6 \cdot 12 - 5 \cdot 12 - 3 \cdot 3 = 3. \quad (2.2)$$

Без учета поворотного основания число степеней подвижности равно 3, с учетом поворотного основания число степеней подвижности манипулятора равно 4.

Не менее важным параметром для описания конструктивных возможностей манипулятора является его маневренность. Под маневренностью манипулятора понимается разность между числом степеней подвижности исполнительного механизма и числом обобщенных координат объекта манипулирования. Маневренность может быть определена как число степеней подвижности, остающихся у исполнительного механизма при закреплении захвата. Для манипулятора-трипода с дополнительной связью маневренность равняется 1, с учетом того, что число степеней подвижности равно 3, а число обобщенных координат манипулятора равно 4.

Для определения положений звеньев манипулятора в пространстве вводятся системы координат (подвижные и неподвижная). Абсолютная система координат  $Oxyz$  связана с неподвижным основанием. Подвижные системы координат связаны с корпусом каждого линейного исполнительного звена и полый трубой 5  $x_i y_i z_i$  ( $i = 1 \div 5$ ), начало каждой системы находится в точке их крепления. Ориентация каждой подвижной системы координат  $x_i y_i z_i$  ( $i = 1 \div 5$ ) относительно абсолютной  $Oxyz$  задается двумя углами –  $\delta_i$  при повороте вокруг оси  $z_i$ , параллельной неподвижной оси  $Oz$  и углом  $\psi_i$  при повороте вокруг оси  $x_i^*$ . Ориентация подвижной системы координат в пространстве не зависит от последовательности поворотов (рисунок 2.2) [71].

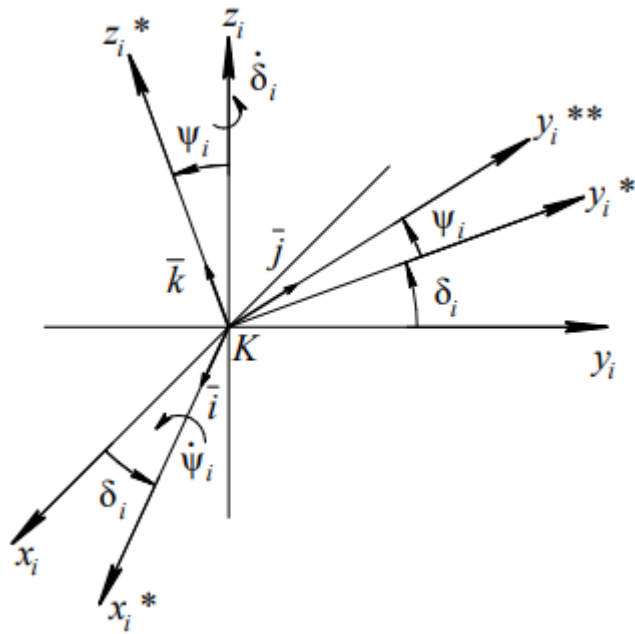


Рисунок 2.2 – К определению направляющих косинусов подвижных осей координат

Таблица направляющих косинусов имеет вид

$$\left( \begin{array}{ccc} \alpha_{11i} = \cos \delta_i & \alpha_{12i} = \sin \delta_i & \alpha_{13i} = 0 \\ \alpha_{21i} = -\cos \psi_i \sin \delta_i & \alpha_{22i} = \cos \psi_i \cos \delta_i & \alpha_{23i} = \sin \psi_i \\ \alpha_{31i} = \sin \psi_i \sin \delta_i & \alpha_{32i} = -\sin \psi_i \cos \delta_i & \alpha_{33i} = \cos \psi_i \end{array} \right). \quad (2.3)$$

Для четвертого звена  $\delta_4 = 0$ .

## 2.2. Прямая и обратная задачи кинематики манипулятора

К основным задачам, решаемым манипулятором, относят обеспечение перемещения по заданной траектории и возможность выполнения технологических операций рабочего органа. Именно поэтому в процессе кинематического синтеза манипулятора в первую очередь ставится вопрос о решении двух задач о положениях выходного звена манипулятора - прямой и обратной.

Под прямой задачей кинематики понимают задачу [72, 73], решением

которой является нахождение декартовых координат характерной точки выходного звена манипулятора при заданных значениях обобщенных координат манипулятора. Таким образом определяется траектория движения выходного звена по заданным законам движения приводных звеньев.

Под обратной задачей кинематики понимают математическую задачу определения обобщенных координат манипулятора, определяющих его конфигурацию в пространстве, через декартовые координаты характерной точки выходного звена. Таким образом, находятся законы перемещения приводных звеньев по заданному закону перемещения выходного звена. Решение обратной задачи кинематики является важным этапом для решения задачи позиционирования.

В качестве обобщенных координат  $q_s$ , ( $s = 1 \div 4$ ) манипулятора возможно принять длины исполнительных звеньев в системе  $l$ -координат [72]:  $q_1 = l_1(t)$ ,  $q_2 = l_2(t)$ ,  $q_3 = l_3(t)$ ,  $q_4 = l_4(t)$ . В системе  $l$ -координат положение твердого тела в пространстве определяется с помощью четырех длин отрезков  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$ ,  $l_4$ , соединяющих точки тела с точками неподвижного основания таким образом, что при заданных значениях  $l_1$ ,  $l_2$ ,  $l_3$ ,  $l_4$  образуется геометрически неизменяемая структура. В отличие от общепринятых уравнений движения свободного тела с использованием углов Эйлера уравнения в системе  $l$ -координат описывают движение тела при помощи только линейных величин.

Для обеспечения управляемости и получения аналитических выражений при решении прямой задачи кинематики целесообразно задать обобщенные координаты  $q_s$ , ( $s = 1 \div 4$ ) также в системе координат дополнительного звена. Обобщенными координатами являются переменная длина отрезка полой трубы  $q_1 = KM(t) = L(t)$ , углы  $q_2 = \psi_5(t)$ ,  $q_3 = \delta_5(t)$ , которые определяют положение подвижной системы координат  $Kx_5y_5z_5$  относительно неподвижной системы  $Oxyz$ , угол поворота  $q_4 = \varphi(t)$  основания манипулятора  $ABC$ .

В качестве характерной точки выходного звена манипулятора

выбираем точку  $M(x_M(t), y_M(t), z_M(t))$ . Для получения выражений, характеризующих решения прямой и обратной задачи кинематики, необходимо определить геометрические связи между декартовыми координатами характерной точки выходного звена  $x_M(t), y_M(t), z_M(t)$  в абсолютной системе отсчета  $Oxyz$  и обобщенными координатами манипулятора.

### 2.2.1. Решение обратной задачи кинематики в случае задания конфигурации манипулятора в системе $l$ -координат

Положение точки  $M$  на выходном звене 6 определяется координатами  $x_M, y_M, z_M$  относительно неподвижной системы координат  $Oxyz$ . Зависимости между декартовыми координатами точек крепления исполнительных звеньев на выходном звене  $M_1(x_{M_1}, y_{M_1}, z_{M_1}), M_2(x_{M_2}, y_{M_2}, z_{M_2}), M_3(x_{M_3}, y_{M_3}, z_{M_3})$  в абсолютной системе отсчета  $Oxyz$  и длинами звеньев имеют вид

$$\begin{aligned} l_1(t) &= \sqrt{x_{M_1}^2 + (y_{M_1} - y_A)^2 + (z_{M_1} - z_A)^2}, \\ l_2(t) &= \sqrt{(x_{M_2} - OB)^2 + y_{M_2}^2 + z_{M_2}^2}, \\ l_3(t) &= \sqrt{(x_{M_3} + OC)^2 + y_{M_3}^2 + z_{M_3}^2}, \\ l_4(t) &= \sqrt{(y_A - y_D)^2 + z_A^2}, \end{aligned} \quad (2.4)$$

где  $OB, OC, y_D$  – геометрические параметры поворотного основания и точек его крепления.

Так как координаты точки  $A$  являются однозначными функциями угла поворота основания  $\varphi$ , то выражения для  $y_A$  и  $z_A$  имеют вид:

$$y_A = -OA \sin \varphi, z_A = OA \cos \varphi. \quad (2.5)$$

Формулы преобразования координат вектора в подвижной системе координат в координаты относительно неподвижной системы координат, имеют вид [74]

$$\begin{aligned}x &= x_0 + \alpha_{11i}x_i^* + \alpha_{21i}y_i^* + \alpha_{31i}z_i^*, \\y &= y_0 + \alpha_{12i}x_i^* + \alpha_{22i}y_i^* + \alpha_{32i}z_i^*, \\z &= z_0 + \alpha_{13i}x_i^* + \alpha_{23i}y_i^* + \alpha_{33i}z_i^*,\end{aligned}\quad (2.6)$$

где  $x, y, z$  – координаты вектора в абсолютной системе координат;  $x_i^*, y_i^*, z_i^*$  – координаты вектора в подвижной системе координат;  $x_0, y_0, z_0$  – координаты полюса подвижной системы координат;  $\alpha_{11i}$  – направляющие косинусы подвижной системы координат относительно неподвижной.

Тогда проекции вектора  $\overrightarrow{OM_1} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MM_1}$ ,  $x_{M_1}^* = 0, y_{M_1}^* = -r, z_{M_1}^* = 0$  определяются выражениями:

$$\begin{aligned}x_{M_1} &= x_M + \alpha_{115}x_{M_1}^* + \alpha_{215}y_{M_1}^* + \alpha_{315}z_{M_1}^* = x_M + r \cos \psi_5 \sin \delta_5, \\y_{M_1} &= y_M + \alpha_{125}x_{M_1}^* + \alpha_{225}y_{M_1}^* + \alpha_{325}z_{M_1}^* = y_M - r \cos \psi_5 \cos \delta_5, \\z_{M_1} &= z_M + \alpha_{135}x_{M_1}^* + \alpha_{235}y_{M_1}^* + \alpha_{335}z_{M_1}^* = z_M - r \sin \psi_5.\end{aligned}\quad (2.7)$$

Подставляя в (2.4) выражения (2.5) и (2.7), получаем выражение для  $l_1(t)$ :

$$\begin{aligned}l_1^2(t) &= x_M^2 + y_M^2 + z_M^2 + r^2 + OA^2 - 2y_M r \cos \psi_5 \cos \delta_5 - \\&- 2OA \sin \varphi (r \cos \psi_5 \cos \delta_5 - y_M) - 2z_M r \sin \psi_5 + 2OA \cos \varphi (r \sin \psi_5 - z_M).\end{aligned}\quad (2.8)$$

Проекции вектора  $\overrightarrow{MM_2}$  на оси подвижной системы координат равны  $x_{M_2}^* = r \cos \alpha, y_{M_2}^* = r \sin \alpha, z_{M_2}^* = 0$ .

Тогда проекции вектора  $\overrightarrow{OM_2} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MM_2}$  на оси неподвижной системы координат определяются выражениями

$$\begin{aligned} x_{M_2} &= x_M + \alpha_{11}x_{M_2}^* + \alpha_{21}y_{M_2}^* + \alpha_{31}z_{M_2}^* = x_M + r \cos \delta_5 \cos \alpha - r \cos \psi_5 \sin \delta_5 \sin \alpha, \\ y_{M_2} &= y_M + \alpha_{12}x_{M_2}^* + \alpha_{22}y_{M_2}^* + \alpha_{32}z_{M_2}^* = y_M + r \sin \delta_5 \cos \alpha + r \cos \psi_5 \cos \delta_5 \sin \alpha, \\ z_{M_2} &= z_M + \alpha_{13}x_{M_2}^* + \alpha_{23}y_{M_2}^* + \alpha_{33}z_{M_2}^* = z_M + r \sin \psi_5 \sin \alpha. \end{aligned} \quad (2.9)$$

Подставляя в (2.4) выражения (2.9), получаем

$$\begin{aligned} l_2^2(t) &= (x_M - OB)^2 + y_M^2 + z_M^2 + r^2 + 2z_M r \sin \psi_5 \sin \alpha + \\ &+ 2r(x_M - OB)(\cos \delta_5 \cos \alpha - \cos \psi_5 \sin \delta_5 \sin \alpha) + \\ &+ 2ry_M(\sin \delta_5 \cos \alpha + \cos \psi_5 \cos \delta_5 \sin \alpha). \end{aligned} \quad (2.10)$$

Проекции вектора  $\overrightarrow{MM_3}$  на оси подвижной системы координат определяются выражениями  $x_{M_3}^* = -r \cos \alpha$ ,  $y_{M_3}^* = r \sin \alpha$ ,  $z_{M_3}^* = 0$ .

Тогда проекции вектора  $\overrightarrow{OM_3} = \overrightarrow{OM} + \overrightarrow{MM_3}$  на оси неподвижной системы координат определяются выражениями

$$\begin{aligned} x_{M_3} &= x_M + \alpha_{11}x_{M_3}^* + \alpha_{21}y_{M_3}^* + \alpha_{31}z_{M_3}^* = \\ &= x_M - r \cos \delta_5 \cos \alpha - r \cos \psi_5 \sin \delta_5 \sin \alpha, \\ y_{M_3} &= y_M + \alpha_{12}x_{M_3}^* + \alpha_{22}y_{M_3}^* + \alpha_{32}z_{M_3}^* = \\ &= y_M - r \sin \delta_5 \cos \alpha + r \cos \psi_5 \cos \delta_5 \sin \alpha, \\ z_{M_3} &= z_M + \alpha_{13}x_{M_3}^* + \alpha_{23}y_{M_3}^* + \alpha_{33}z_{M_3}^* = z_M + r \sin \psi_5 \sin \alpha. \end{aligned} \quad (2.11)$$

Подставляя в (2.4) выражения (2.11), получаем

$$\begin{aligned}
l_3^2(t) &= (x_M + OC)^2 + y_M^2 + z_M^2 + r^2 - \\
&- 2r(x_M + OC)(\cos \delta_5 \cos \alpha + \cos \psi_5 \sin \delta_5 \sin \alpha) + \\
&+ 2ry_M(-\cos \alpha \sin \delta_5 + \cos \psi_5 \cos \delta_5 \sin \alpha) + 2z_M r \sin \psi_5 \sin \alpha.
\end{aligned} \tag{2.12}$$

Подставляя (2.5) в выражение (2.4) и учитывая  $y_D = -OD$ , получаем

$$l_4(t) = \sqrt{(OA \sin \varphi - OD)^2 + OA^2 \cos^2 \varphi}. \tag{2.13}$$

Выражения для углов  $\psi_5(t)$ ,  $\delta_5(t)$  ориентации звена  $KM = L(t)$  через координаты точки  $M$  имеют вид

$$\begin{aligned}
\sin \delta_5 &= -\frac{x_M}{\sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2}}, \quad \sin \psi_5 = -\frac{\sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2}}{\sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2}}, \\
\cos \delta_5 &= \frac{(y_M + OD)}{\sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2}}, \quad \cos \psi_5 = \frac{(z_M + DK)}{\sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2}}.
\end{aligned} \tag{2.14}$$

Подставляя (2.14) в (2.8), (2.10), (2.12), окончательно получаем выражения обобщенных координат манипулятора через декартовые координаты характерной точки выходного звена

$$\begin{aligned}
l_1^2(t) &= x_M^2 + y_M^2 + z_M^2 + r^2 + OA^2 - \frac{2ry_M(z_M + DK)(y_M + OD)}{\sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2} \cdot \sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2}} - \\
&- 2OA \left( \frac{r(z_M + DK)(y_M + OD)}{\sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2} \cdot \sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2}} - y_M \right) \sin \varphi + \\
&+ 2z_M r \sqrt{\frac{x_M^2 + (y_M + OD)^2}{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2}} - 2OA \left( r \sqrt{\frac{x_M^2 + (y_M + OD)^2}{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2}} + z_M \right) \cos \varphi,
\end{aligned} \tag{2.15}$$

$$\begin{aligned}
l_2^2(t) = & (x_M - OB)^2 + y_M^2 + z_M^2 + r^2 - 2z_M r \sqrt{\frac{x_M^2 + (y_M + OD)^2}{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2}} \sin \alpha + \\
& + 2r(x_M - OB) \left( \frac{(y_M + OD) \cos \alpha \sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2} + (z_M + DK)x_M \sin \alpha}{\sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2} \cdot \sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2}} \right) + \\
& + 2ry_M \left( \frac{-x_M \cos \alpha \sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2} + (z_M + DK)(y_M + OD) \sin \alpha}{\sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2} \cdot \sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2}} \right),
\end{aligned} \quad (2.16)$$

$$\begin{aligned}
l_3^2(t) = & (x_M + OC)^2 + y_M^2 + z_M^2 + r^2 - 2z_M r \sqrt{\frac{x_M^2 + (y_M + OD)^2}{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2}} \sin \alpha - \\
& - 2r(x_M + OC) \left( \frac{(y_M + OD) \cos \alpha \sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2} - (z_M + DK)x_M \sin \alpha}{\sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2} \cdot \sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2}} \right) + \\
& + 2ry_M \left( \frac{x_M \cos \alpha \sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2} + (z_M + DK)(y_M + OD) \sin \alpha}{\sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2} \cdot \sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2}} \right).
\end{aligned} \quad (2.17)$$

Для четвертого исполнительного звена из (2.4) с учетом (2.5) получаем

$$l_4^2(t) = (OD - OA \sin \varphi)^2 + OA^2 \cos^2 \varphi. \quad (2.18)$$

Таким образом, получено четыре выражения (2.15 – 2.18) для обобщенных координат  $l_1(t)$ ,  $l_2(t)$ ,  $l_3(t)$ ,  $l_4(t)$ .

Анализ прямой и обратной задачи кинематики применительно к  $l$ -координатным манипуляторам показывает, что обратная задача решается достаточно просто, а прямую задачу в аналитических выражениях удастся решить далеко не всегда. Учитывая данные законы изменения обобщенных координат, можно переходить к решению задачи позиционирования и определению траектории движения выходного звена манипулятора. Решение прямой задачи кинематики для данной конструкции манипулятора-трипода сложно представить аналитически.

### 2.2.2. Решение прямой задачи кинематики в случае задания конфигурации манипулятора в системе координат дополнительного звена

При выборе в качестве обобщенных координат углов  $\psi(t)$ ,  $\delta(t)$ ,  $\varphi(t)$  и длины  $KM = L(t)$  решение прямой задачи кинематики имеет вид (рисунок 2.1)

$$\begin{aligned}x_M &= L \sin \psi_5 \sin \delta_5, \\y_M &= -OD - L \sin \psi_5 \cos \delta_5, \\z_M &= -DK + L \cos \psi_5.\end{aligned}\tag{2.19}$$

Решение обратной задачи кинематики имеет вид

$$\begin{aligned}\operatorname{tg} \psi_5 &= -\frac{\sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2}}{(z_M + DK)}, \\ \operatorname{tg} \delta_5 &= -\frac{x_M}{y_M + OD}, \\ L &= \sqrt{x_M^2 + (y_M + OD)^2 + (z_M + DK)^2}.\end{aligned}\tag{2.20}$$

Оптимальный угол поворота треугольного основания  $\varphi$  определяется решением задачи позиционирования.

### 2.3 Построение зоны обслуживания манипулятора

Под зоной обслуживания любого промышленного манипулятора понимают пространство (часть рабочей зоны), в пределах которого фактически выполняются все движения манипулятора и его рабочего органа в соответствии с определенной и заданной оператором технологической операцией.

По определению рабочее пространство манипулятора намного больше его зоны обслуживания. Таким образом, рабочее пространство – это

пространство или область, в которой может находиться рабочий орган манипулятора с учетом его конструктивных особенностей и числа степеней подвижности [1]. Но стоит учитывать, что не во всех точках рабочего пространства конфигурация манипулятора будет однозначной, тем самым не во всех точках рабочего пространства рабочий орган может располагаться в произвольном положении ввиду ограничений самой конструкции манипулятора (ограничения по углам поворота в шарнирах, ограничения по габаритам манипулятора и перемещениям его линейных приводов). Таким образом, реальное рабочее пространство всегда меньше заданного и соответствует зоне обслуживания манипулятора.

Конфигурация зоны обслуживания формируется исходя из конструктивных ограничений, образующихся в результате особенностей конструкции манипулятора. Для манипулятора при определении зоны обслуживания учитываются пределы углов поворота шарниров в местах точек крепления актуаторов на поворотном основании и пределы изменения угла сектора – это угол между двумя крайними положениями конфигурации манипулятор в горизонтальной плоскости. Значение угла сектора соответствует ограничениям  $\vartheta \geq 90^\circ$ . Максимальное значение угла сектора  $\vartheta$  реализуется при максимальных и минимальных значениях длин второго и третьего исполнительных звеньев. Таким образом, в результате перемещения исполнительных звеньев 2 и 3 из одного крайнего положения в другое крайнее положение, длина актуатора изменяется от  $l_{\min}$  до  $l_{\max}$ , за это время другие актуаторы поворачиваются на определенный угол, соответствующий оптимальному расположению и конфигурации всего манипулятора.

Зона обслуживания предложенного манипулятора [66, 67] значительно меньше по сравнению с ранее рассмотренным манипулятором-триподом параллельно-последовательной структуры с трехступенным захватным устройством [63] за счет установленной дополнительной связи, которая ограничивает поворот исполнительных звеньев 2 и 3 в крайние максимальные и минимальные положения.

Процесс определения зоны обслуживания манипулятора основывается на численном решении системы уравнений (2.15 – 2.18) при учете уравнений (2.19). Алгоритм построения кривых, формирующих контур пространства зоны обслуживания, представлен в таблице 2.1.

Таблица 2.1 – Алгоритм построения кривых перемещения характерной точки выходного звена для формирования зоны обслуживания

Кривая	Этапы изменения длин звеньев	Кривая	Этапы изменения длин звеньев
1	$l_{1min} = \text{const}, l_{2min} \rightarrow l_{2max}$ $l_{3min} = \text{const}, l_{4min} = \text{const}$	9	$l_{1min} \rightarrow l_{1max}, l_{2min} = \text{const}$ $l_{3max} = \text{const}, l_{4max} = \text{const}$
2	$l_{1min} = \text{const}, l_{2min} = \text{const}$ $l_{3min} \rightarrow l_{3max}, l_{4min} = \text{const}$	10	$l_{1min} = \text{const}, l_{2max} = \text{const}$ $l_{3min} = \text{const}, l_{4min} \rightarrow l_{4max}$
3	$l_{1min} = \text{const}, l_{2max} = \text{const}$ $l_{3min} \rightarrow l_{3max}, l_{4min} = \text{const}$	11	$l_{1min} = \text{const}, l_{2min} = \text{const}$ $l_{3max} = \text{const}, l_{4min} \rightarrow l_{4max}$
4	$l_{1min} = \text{const}, l_{2min} \rightarrow l_{2max}$ $l_{3max} = \text{const}, l_{4min} = \text{const}$	12	$l_{1max} = \text{const}, l_{2max} \rightarrow l_{2min}$ $l_{3max} = \text{const}, l_{4max} = \text{const}$
5	$l_{1min} = \text{const}, l_{2max} = \text{const}$ $l_{3max} = \text{const}, l_{4min} \rightarrow l_{4max}$	13	$l_{1max} = \text{const}, l_{2max} = \text{const}$ $l_{3max} \rightarrow l_{3min}, l_{4max} = \text{const}$
6	$l_{1min} \rightarrow l_{1max}, l_{2max} = \text{const}$ $l_{3max} = \text{const}, l_{4max} = \text{const}$	14	$l_{1max} = \text{const}, l_{2max} \rightarrow l_{2min}$ $l_{3min} = \text{const}, l_{4max} = \text{const}$
7	$l_{1min} \rightarrow l_{1max}, l_{2max} = \text{const}$ $l_{3min} = \text{const}, l_{4max} = \text{const}$	15	$l_{1max} = \text{const}, l_{2min} = \text{const}$ $l_{3max} \rightarrow l_{3min}, l_{4max} = \text{const}$
8	$l_{1min} \rightarrow l_{1max}, l_{2min} = \text{const}$ $l_{3min} = \text{const}, l_{4min} = \text{const}$	16	$l_{1max} = \text{const}, l_{2min} = \text{const}$ $l_{3max} = \text{const}, l_{4min} \rightarrow l_{4max}$

Объем зоны обслуживания (рисунок 2.3) образуется посредством нахождения пересечений для шести сферических поверхностей с учетом ограничений в крайних точках. Данные узловые точки являются точками перегиба, в них происходит смена направлений перемещений звеньев манипулятора. Перемещения звеньев ограничиваются допустимыми углами поворота в шарнирах. При построении рабочей зоны использовалась расчетная программа для ЭВМ [75].

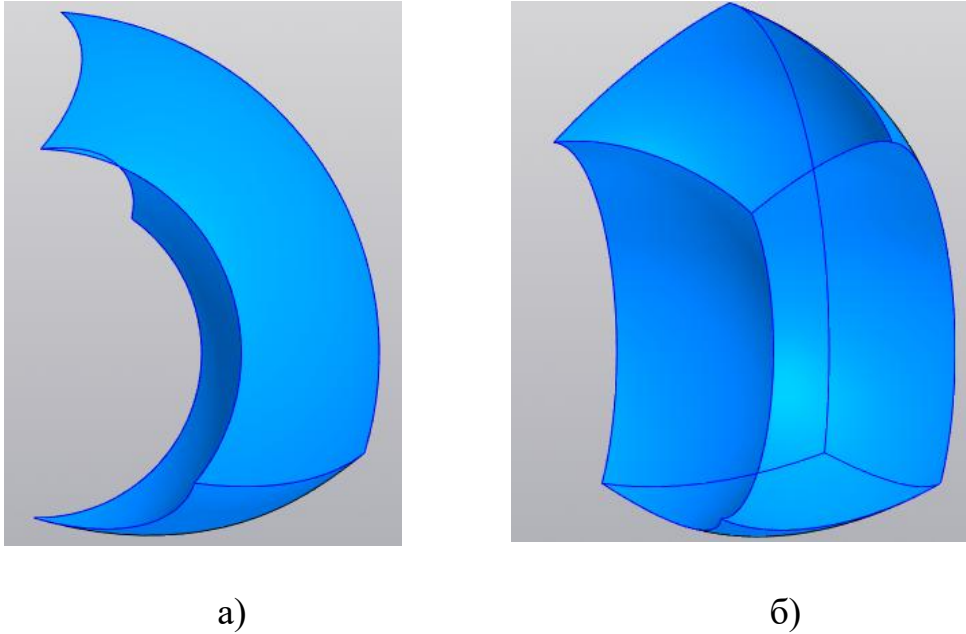


Рисунок 2.3 – Конфигурация зоны обслуживания для фиксированного угла поворота основания: а) вид сбоку; б) вид спереди

Таким образом, на основе алгоритма, представленного в таблице 2.1 и с учетом алгебраических уравнений (2.15–2.18) и (2.19) получено геометрическое место точек, образующий пространство зоны обслуживания манипулятора-трипода [66, 67]. Сечения зоны обслуживания манипулятора-трипода с дополнительной геометрической связью координатными плоскостями  $yOz$  и  $xOy$  представлены на рисунке 2.4 с учетом полномасштабных размеров манипулятора.

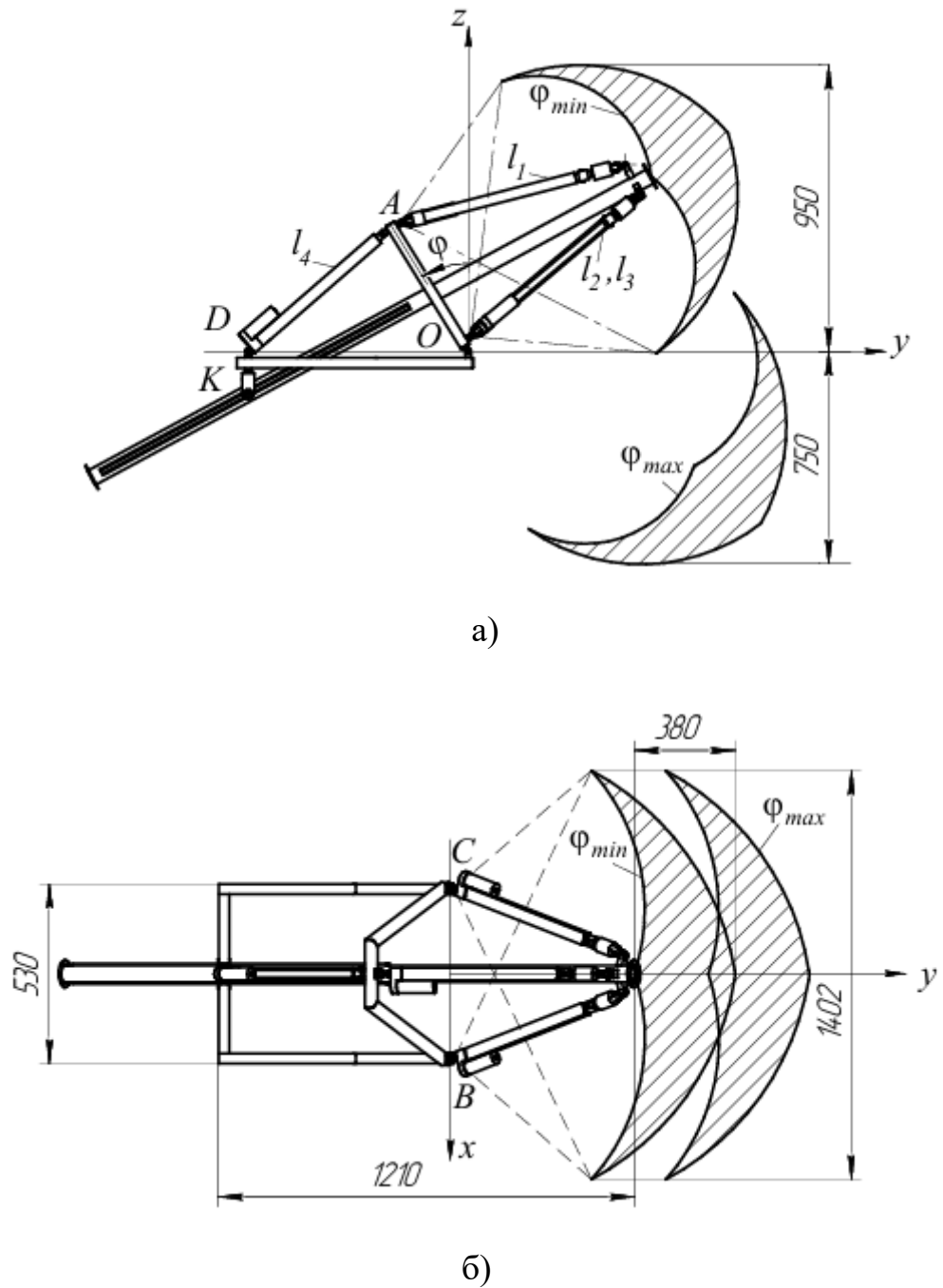


Рисунок 2.4 – Сечения зоны обслуживания манипулятора-трипода координатными плоскостями  $yOz$  (а) и  $xOy$  (б)

## 2.4 Решение задачи позиционирования

После решения прямой и обратной задачи кинематики следующим этапом кинематического анализа является решение задачи позиционирования. Суть задачи позиционирования состоит в том, что при известной исходной конфигурации манипулятора  $l_{10}$ ,  $l_{20}$ ,  $l_{30}$ ,  $l_{40}$ , где

манипулятор находится нулевым положении (длины исполнительных звеньев 1-3 минимальны, угол поворота поворотного основания  $\varphi = 0^\circ$ ), требуется найти обобщенные координаты манипулятора  $l_{1н}, l_{2н}, l_{3н}, l_{4н}$  при заданных начальных координатах  $(x_{Mн}, y_{Mн}, z_{Mн})$  характерной точки  $M$  (рисунок 2.1) выходного звена в абсолютной системе координат.

Для решения этой задачи используем результаты решения обратной задачи кинематики при определении конфигурации манипулятора в системе  $l$ -координат, представленные в выражениях (2.15 – 2.18). Так как маневренность манипулятора равна единице, т.е. число декартовых координат характерной точки  $M(x_M, y_M, z_M)$  выходного звена равно трем, а число обобщенных координат манипулятора равно четырем, то решение этой задачи носит оптимизационный характер.

Таким образом, при выполнении процесса позиционирования сначала необходимо переместить точку выходного звена  $M_0(x_{M0}, y_{M0}, z_{M0})$  манипулятора из исходного нулевого положения в начальную точку  $M_n(x_{Mн}, y_{Mн}, z_{Mн})$  траектории движения, а далее за время  $\tau$  переместить выходное звено манипулятора из начальной точки в конечную  $M_k(x_{Mк}, y_{Mк}, z_{Mк})$ .

Для решения задачи позиционирования и однозначного определения конфигурации манипулятора известно несколько критериев качества управления движением [76] при отсутствии особых ограничений на допустимые значения обобщенных координат. Рассмотрим алгоритм, для которого характерно, что исходная нулевая конфигурация манипулятора изначально является заданной, при этом также заданы координаты начальной  $M_n(x_{Mн}, y_{Mн}, z_{Mн})$  и конечной точек  $M_k(x_{Mк}, y_{Mк}, z_{Mк})$ , а необходимо определить только начальное и конечное положение звеньев в этих точках. При проектировании конструкций реальных роботов необходимо помнить о существовании реальных ограничений конструктивного характера, которые накладываются на допустимые значения координат и имеют прямую связь с ограниченностью полученных значений обобщенных координат

манипулятора  $q_s$ , ( $s = 1 \div 4$ ) и недопустимостью столкновения звеньев. Такие ограничения записываются в виде  $q_{\min} \leq q \leq q_{\max}$ .

Для манипулятора (рисунок 2.1) решение задачи позиционирования сводится к решению оптимизационной задачи из-за ненулевой маневренности манипулятора – так как число обобщенных координат манипулятора (равно 4) больше числа декартовых координат (равно 3) характерной точки выходного звена, то маневренность манипулятора равна единице, и для решения задачи позиционирования рассматриваемой конструкции манипулятора необходимо сформулировать дополнительное условие [77]. Обеспечение позиционирования манипулятора при выполнении технологических операций состоит в перемещении его из исходного нулевого положения в начальную точку, которая определяется координатами точки  $M_0(x_{M0}, y_{M0}, z_{M0})$  в начальное положение  $M_n(x_{Mn}, y_{Mn}, z_{Mn})$ , и далее из начального положения  $M_n(x_{Mn}, y_{Mn}, z_{Mn})$  в конечную точку  $M_k(x_{Mk}, y_{Mk}, z_{Mk})$ . То есть, при заранее известной нулевой конфигурации манипулятора, определяемой обобщенными координатами  $l_{10}, l_{20}, l_{30}, l_{40}$ , необходимо найти начальную конфигурацию – значения обобщенных координат  $l_{1n}, l_{2n}, l_{3n}, l_{4n}$ , а далее переместить выходное звено в конечную точку, определяемую обобщенными координатами  $l_{1k}, l_{2k}, l_{3k}, l_{4k}$ .

Алгоритм решения задачи позиционирования состоит в следующем. Изначально манипулятор находится в исходном нулевом положении, его конфигурация определяется нулевым значением угла поворотного основания  $\varphi_0 = 0^\circ$  и минимальными длинами исполнительных звеньев манипулятора 1-3, которые описываются обобщенными координатами  $l_{10}, l_{20}, l_{30}, l_{40}$ . Координаты нулевой точки выходного звена манипулятора  $M_0(x_{M0}, y_{M0}, z_{M0})$ , из которой необходимо осуществлять начало движения, находятся по выражениям (2.15 – 2.18).

Далее выбираем координаты начальной точки  $M_n(x_{Mn}, y_{Mn}, z_{Mn})$  траектории движения выходного звена манипулятора и координаты конечной точки  $M_k(x_{Mk}, y_{Mk}, z_{Mk})$ , в которую необходимо переместить выходное звено

манипулятора. Значения длин второго  $l_2(t)$  и третьего  $l_3(t)$  исполнительных звеньев однозначно находятся из выражений (2.16, 2.17), так как они зависят только от декартовых координат начальной  $M_H(x_{M_H}, y_{M_H}, z_{M_H})$  и конечной точек  $M_K(x_{M_K}, y_{M_K}, z_{M_K})$ . Длины первого  $l_1(\varphi)$  и четвертого  $l_4(\varphi)$  исполнительных звеньев зависят от угла поворотного основания  $\varphi$  и могут принимать любые значения в пределах допустимого изменения своих геометрических параметров при фиксированном положении характерных точек  $M_H$  и  $M_K$  выходного звена.

Условие для определения конфигурации манипулятора при заданных координатах характерной точки выходного звена можно получить, минимизируя следующую функцию минимума критерия обобщенной энергии [76]:

$$\Phi(\varphi) = C_1 [l_{1H}(\varphi) - l_{10}]^2 + C_4 [l_{4H}(\varphi) - l_{40}]^2, \quad (2.21)$$

с ограничениями типа неравенств

$$\varphi_{\min} \leq \varphi^* \leq \varphi_{\max}, \quad (2.22)$$

где  $C_1, C_4$  – весовые коэффициенты;  $\varphi_{\min}, \varphi_{\max}$  – минимальное и максимальное допустимые значения угла поворота основания манипулятора-трипода;  $\varphi^*$  – оптимальное значение угла поворота.

Значения весовых коэффициентов  $C_1, C_4$  следует выбирать так, чтобы тем обобщенным координатам, для изменения которых требуется приложить большие усилия, соответствовали и большие значения весовых коэффициентов [78]. В данной работе не исследуется влияние величин весовых коэффициентов, поэтому для упрощенного описания системы они принимаются постоянными. Функция (2.21) имеет смысл минимума изменения длин исполнительных звеньев при изменении декартовых координат характерной точки выходного звена. Выбор квадратичного критерия оправдан простотой нахождения оптимальных значений.

Условия (2.22) накладывают ограничения на максимальные и минимальные значения длин исполнительных звеньев  $l_1, l_4$ . Целевая функция Лагранжа имеет вид [78]

$$\Phi^* = C_1(l_{1н} - l_{10})^2 + C_4(l_{4н} - l_{40})^2 + \lambda_1(u_1^2 + \varphi^* - \varphi_{\max}) + \lambda_2(u_2^2 + \varphi_{\min} - \varphi^*), \quad (2.23)$$

где  $u_1^2, u_2^2$  – вспомогательные переменные;  $\lambda_1, \lambda_2$  – множители Лагранжа.

Необходимые условия минимума функции (2.23) записываются в форме

$$\frac{\partial \Phi^*}{\partial \varphi} = C_1 \frac{\partial (l_{1н} - l_{10})^2}{\partial \varphi} + C_4 \frac{\partial (l_{4н} - l_{40})^2}{\partial \varphi} + \lambda_1 - \lambda_2 = 0, \quad (2.24)$$

где  $\lambda_1 = 0$  при  $\varphi^* < \varphi_{\max}$ ;  $\lambda_2 = 0$  при  $\varphi^* > \varphi_{\min}$ ;  $\lambda_1 > 0$  при  $\varphi^* = \varphi_{\max}$ ;  $\lambda_2 > 0$  при  $\varphi^* = \varphi_{\min}$ .

Достаточные условия минимума функции состоят в положительной определенности второй производной

$$\left( \frac{\partial^2 \Phi^*}{\partial \varphi^2} \right)_{\Phi(\varphi)=0}. \quad (2.25)$$

Так как функция Лагранжа (2.23) выпуклая, а множители  $\lambda_1 \geq 0, \lambda_2 \geq 0$ , то необходимые условия (2.24) являются достаточными.

Решая совместно уравнения (2.8, 2.13, 2.24), находится оптимальное значение  $\varphi_n$ , а, следовательно, и длины звеньев  $l_1$  и  $l_4$ , а также значения множителей Лагранжа  $\lambda_1, \lambda_2$ . В случае, если решений для  $\varphi_n$  несколько, то выбор оптимального находится при подстановке решения в уравнение (2.21) и осуществляется сравнение значений оптимизируемого функционала. При перемещении выходного звена из точки  $M_n(x_{M_n}, y_{M_n}, z_{M_n})$  в точку  $M_k(x_{M_k}, y_{M_k}, z_{M_k})$  алгоритм решения задачи позиционирования аналогичен. В общем виде блок-схема алгоритма решения задачи позиционирования представлена на рисунке 2.5.

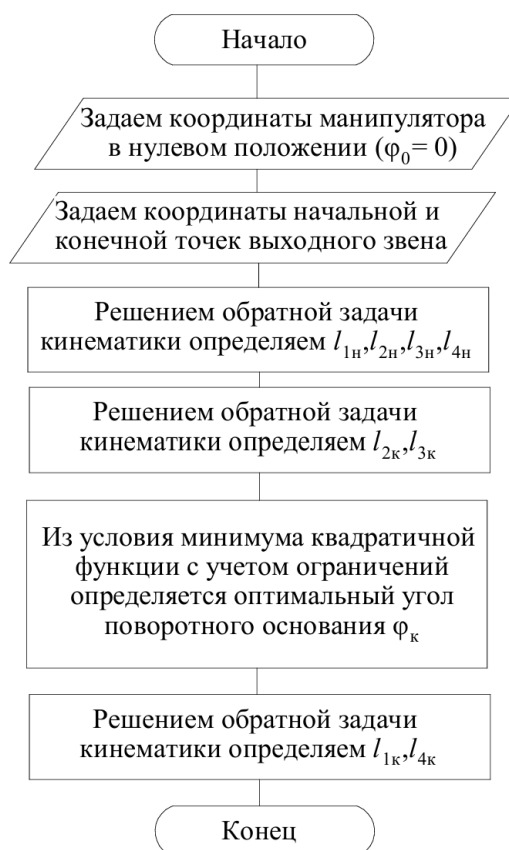


Рисунок 2.5 – Блок-схема алгоритма решения задачи позиционирования манипулятора

Для расчетов кинематических характеристик манипулятора в качестве исполнительных звеньев манипулятора выбраны линейные актуаторы *LA-T6* с максимальным рабочим ходом 400 мм, скоростью 50 мм/с, рабочей нагрузкой 300 Н.

Рассмотрим реализацию предложенного метода для манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью с учетом ограничений, накладываемых на изменения длин актуаторов. Изначально манипулятор находится в нулевом положении, выходное звено манипулятора зафиксировано в точке  $M_0$  с координатами  $x_{M_0} = 0$  мм,  $y_{M_0} = 720$  мм,  $z_{M_0} = 78$  мм. В данном положении длины исполнительных звеньев 1-3 манипулятора минимальны:  $l_{10} = 757$  мм,  $l_{20} = 760$  мм,  $l_{30} = 760$  мм, а угол поворота поворотного основания  $ABC$  равен  $\varphi_0 = 0^\circ$ , длина звена 4 с учетом геометрических параметров манипулятора равна  $l_{40} = 750$  мм. Далее задаемся координатами начальной точки  $M_n$  выходного звена манипулятора

$x_{Mн} = 100$  мм,  $y_{Mн} = 850$  мм,  $z_{Mн} = 442$  мм. Из выражений (2.16) и (2.17) однозначно определяются конечные положения длин звеньев  $l_{2н} = 963$  мм и  $l_{3н} = 1011$  мм. Затем из условия минимума квадратичной функции (2.24) с учетом ограничений определяется угол основания  $ABC$   $\varphi_n = -0,16$  рад. ( $-9,2^\circ$ ). Далее находятся длины исполнительных звеньев  $l_{1н} = 800$  мм и  $l_{4н} = 798$  мм для конфигурации манипулятора. Для решения задачи позиционирования использовалась программа [75] с целью определения оптимального угла поворотного основания  $\varphi_n$  из условия минимума квадратичной функции (2.24) и ограничений ( $-53,7^\circ \leq \varphi \leq 30,8^\circ$ ), а затем и значения обобщенных координат манипулятора, соответствующие координатам конечной точки выходного звена. Расчетные значения обобщенных координат манипулятора  $l_1, l_2, l_3, l_4$  должны находиться в пределах конструктивных ограничений параметров механизма и актуаторов  $l_{s\min} \leq l_s \leq l_{s\max}$  и проверяются соответствие геометрических параметров механизма. Аналогично задача позиционирования решается при перемещении выходного звена из начальной точки  $M_n(x_{Mн}, y_{Mн}, z_{Mн})$  в конечную точку  $M_k(x_{Mк}, y_{Mк}, z_{Mк})$ . Численное решение задачи позиционирования с учетом нулевых, начальных и конечных значений представлено в таблице 2.2.

Таблица 2.2 – Результаты численного решения задачи позиционирования

	Значения в нулевом положении	Значения начальной точки	Значения конечной точки
Координаты характерной точки $M$ выходного звена $x_M, y_M, z_M$	$x_{M0} = 0$ мм $y_{M0} = 720$ мм $z_{M0} = 78$ мм	$x_{Mн} = 100$ мм; $y_{Mн} = 850$ мм; $z_{Mн} = 442$ мм.	$x_{Mк} = -100$ мм; $y_{Mк} = 950$ мм; $z_{Mк} = 600$ мм.
Обобщенные координаты $l_1, l_2, l_3, l_4$	$l_{10} = 757$ мм; $l_{20} = 760$ мм; $l_{30} = 760$ мм; $l_{40} = 750$ мм.	$l_{1н} = 800$ мм; $l_{2н} = 963$ мм; $l_{3н} = 1011$ мм; $l_{4н} = 798$ мм.	$l_{1к} = 856$ мм; $l_{2к} = 1168$ мм; $l_{3к} = 1128$ мм; $l_{4к} = 866$ мм.
Обобщенные координаты $L, \psi, \delta, \varphi$	$L_0 = 1392$ мм; $\psi_0 = -1.42$ ; $\delta_0 = 0$ ; $\varphi_0 = 0$ .	$L_n = 1616$ мм; $\psi_n = -1.21$ ; $\delta_n = -0.07$ ; $\varphi_n = -0.16$ .	$L_k = 1770$ мм; $\psi_k = -1.15$ ; $\delta_k = 0.06$ ; $\varphi_k = -0.41$ .

Дополнительно найдены значения обобщенных координат манипулятора в системе координат дополнительного звена  $L$ ,  $\psi$ ,  $\delta$  и ранее найденном значении угла поворота поворотного основания  $\varphi$ . Значения обобщенных координат манипулятора в системе координат дополнительного звена в дальнейшем могут быть использованы при описании динамической системы манипулятора.

Решена задача позиционирования для манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью, теперь начальные и конечные значения конфигурации манипулятора системы известны.

На следующем этапе решается задача кинематического синтеза, т.е. формируются законы изменения обобщенных координат при перемещении характерной точки выходного звена из начального положения в конечное за конечное время  $\tau$  по заданной программной траектории.

## **2.5 Условия управляемости манипулятора параллельно-последовательной структуры**

Для механизмов, построенных на основе параллельной структуры, характерна проблема наличия особых (сингулярных) положений. Задача определения близости к особым положениям имеет большое значение для параметрического синтеза механизмов, планирования траектории и эксплуатации, поскольку ее решение позволяет повысить точность и достоверность инженерных расчетов реальных устройств и совершенствовать методы их конструирования [79]. Наличие так называемых особых положений (сингулярностей) считают одним из главных недостатков манипуляторов параллельной структуры. Под этим термином понимают такие положения выходного звена и промежуточных звеньев механизма, в которых происходит мгновенное изменение его определенных свойств и потеря управляемости звеньев. При этом чаще всего

подразумевается изменение подвижности выходного звена: потеря степени свободы или его неконтролируемое перемещение [79].

При приближении выходного звена механизма параллельной структуры к точке, соответствующей особому положению, возрастают скорости в исполнительных звеньях, что позволяет использовать значения данных скоростей в качестве критерия близости к особым положениям. Рассчитанное значение скорости затем сравнивают с допустимым значением, и если хотя бы для одного исполнительного звена оно оказывается больше, то тогда механизм находится «близко» к особому положению. Преимуществом такого подхода является его ясный физический смысл и относительная простота определения допустимого значения скорости, так как последнее определяется возможностями привода механизма [79].

Рассматриваемый манипулятор-трипод (рисунок 2.6) имеет четыре степени подвижности, и его конфигурация описана обобщенными координатами с системе координат дополнительного звена:  $q_1(t) = KM(t) = L(t)$ , углами  $q_2(t) = \psi(t)$ ,  $q_3(t) = \delta(t)$ , определяющими положение подвижной системы координат  $Kx_5y_5z_5$  относительно неподвижной  $Oxyz$ , а также угол  $q_4(t) = \varphi(t)$  наклона основания манипулятора [80].

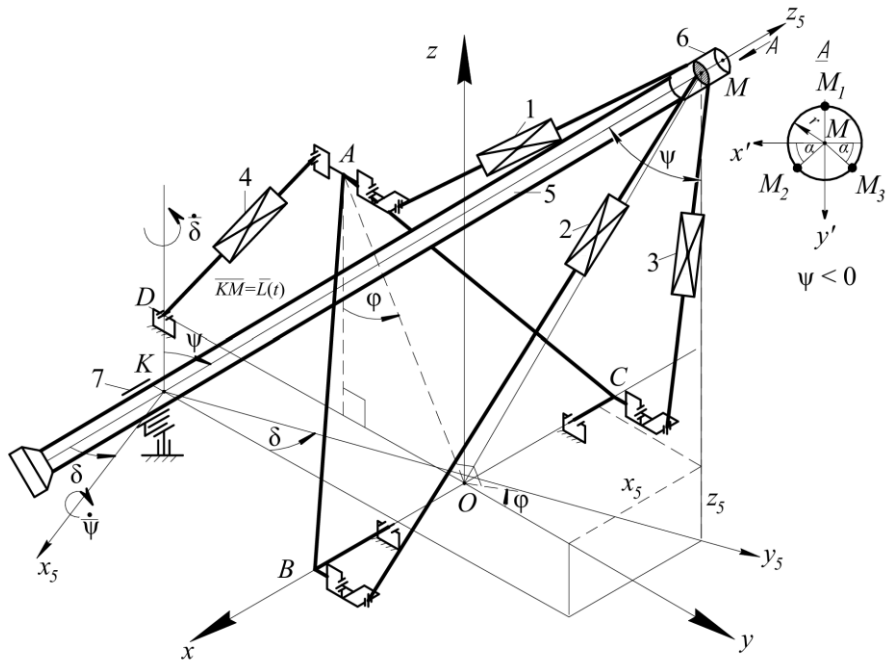


Рисунок 2.6 – К определению условий управляемости манипулятора

Уравнения, связывающие обобщенные координаты и длины исполнительных звеньев, получены из (2.15 - 2.18) с учетом (2.19) имеют вид [80]

$$l_1(t) = \sqrt{L^2 + r^2 + OD^2 + OA^2 + DK^2 - 2OA(OD \sin \varphi + DK \cos \varphi) + 2 \cos \delta (OA \sin \varphi - OD)(r \cos \psi - L \sin \psi) - 2(DK + OA \cos \varphi)(L \cos \psi + r \sin \psi)}, \quad (2.26)$$

$$l_2(t) = \sqrt{L^2 + OB^2 + OD^2 + DK^2 + r^2 - 2DK(L \cos \psi + r \sin \psi \sin \alpha) - 2r \cos \alpha (OB \cos \delta + OD \sin \delta) + 2(OB \sin \delta - OD \cos \delta)(r \cos \psi \sin \alpha - L \sin \psi)}, \quad (2.27)$$

$$l_3(t) = \sqrt{L^2 + OC^2 + OD^2 + DK^2 + r^2 - 2DK(L \cos \psi + r \sin \psi \sin \alpha) + 2r \cos \alpha (OD \sin \delta - OC \cos \delta) + 2(OC \sin \delta + OD \cos \delta)(L \sin \psi - r \cos \psi \sin \alpha)}, \quad (2.28)$$

$$l_4(t) = \sqrt{OD^2 + OA^2 - 2OD \cdot OA \sin \varphi}. \quad (2.29)$$

Управляемостью исполнительных приводов манипулятора можно называть наличие взаимно однозначного соответствия между перемещениями исполнительных приводов и перемещениями выходного звена манипулятора. Таким образом, ставится задача определения аналитических зависимостей между задаваемыми программными перемещениями выходного звена манипулятора и перемещениями исполнительных приводов. Связь между вектором скоростей исполнительных приводов, и вектором скоростей изменения длины отрезка  $\dot{L}$ , его угловых скоростей  $\dot{\psi}$ ,  $\dot{\delta}$  и угловой скоростью поворотного основания  $\dot{\varphi}$ , имеет вид

$$V_l = I(L, \psi, \delta, \varphi) \cdot V_q, \quad (2.30)$$

где  $V_l = |\dot{l}_1, \dot{l}_2, \dot{l}_3, \dot{l}_4|^T$  – вектор скоростей исполнительных линейных звеньев манипулятора;  $V_q = |\dot{L}, \dot{\psi}, \dot{\delta}, \dot{\varphi}|^T$  – вектор скоростей изменения длины отрезка  $L$ , его угловых скоростей и угловой скорости поворотного основания.

Функциональная матрица Якоби 4x4  $I(L, \psi, \delta, \varphi)$  состоит из частных производных

$$\zeta_{ij} = \frac{\partial l_i}{\partial q_j}, \quad (i, j = 1 \div 4). \quad (2.31)$$

Эту матрицу принято называть управляющей, обращение определителя матрицы Якоби в нуль является признаком особого положения механизма. Неравенство определителя нулю является необходимым и достаточным условием существования и единственности решения уравнения (2.30), то есть

обеспечение однозначного соответствия между задаваемыми программными скоростями обобщенных координат и скоростями исполнительных приводов.

Элементы матрицы определяем по формулам (2.31) с учетом (2.26 – 2.29)

$$\zeta_{11} = \frac{\partial l_1}{\partial L} = \frac{L + OD \sin \psi \cos \delta - OA \sin \varphi \sin \psi \cos \delta - DK \cos \psi - OA \cos \psi_5 \cos \varphi}{l_1}, \quad (2.32)$$

$$\zeta_{12} = \frac{\partial l_1}{\partial \psi} = \frac{(OD - OA \sin \varphi)(L \cos \psi \cos \delta - r \sin \psi \cos \delta) + (DK + OA \cos \varphi)(r \cos \psi + L \sin \psi)}{l_1}, \quad (2.33)$$

$$\zeta_{13} = \frac{\partial l_1}{\partial \delta} = \frac{(OD - OA \sin \varphi) \cdot (-L \sin \psi \sin \delta - r \cos \psi \sin \delta)}{l_1}, \quad (2.34)$$

$$\zeta_{14} = \frac{\partial l_1}{\partial \varphi} = -\frac{OA}{l_1} [(DK - L \cos \psi_5 + r \sin \psi_5) \sin \varphi + (OD + L \sin \psi_5 \cos \delta_5 + r \cos \psi_5 \cos \delta_5) \cos \varphi], \quad (2.35)$$

$$\zeta_{21} = \frac{\partial l_2}{\partial L} = \frac{L - (OB \sin \delta - OD \cos \delta) \sin \psi - DK \cos \psi}{l_2}, \quad (2.36)$$

$$\zeta_{22} = \frac{\partial l_2}{\partial \psi} = \frac{DK(L \sin \psi - r \sin \alpha \cos \psi) - (OB \sin \delta - OD \cos \delta)(r \sin \alpha \sin \psi + L \cos \psi)}{l_2}, \quad (2.37)$$

$$\zeta_{23} = \frac{\partial l_2}{\partial \delta} = \frac{(OB \cos \delta + OD \sin \delta)(r \sin \alpha \cos \psi - L \sin \psi) + r \cos \alpha (OB \sin \delta - OD \cos \delta)}{l_2}, \quad (2.38)$$

$$\zeta_{24} = \frac{\partial l_2}{\partial \varphi} = 0, \quad (2.39)$$

$$\zeta_{31} = \frac{\partial l_3}{\partial L} = \frac{L + (OC \sin \delta + OD \cos \delta) \sin \psi - DK \cos \psi}{l_3}, \quad (2.40)$$

$$\zeta_{32} = \frac{\partial l_3}{\partial \psi} = \frac{(OC \sin \delta + OD \cos \delta)(L \cos \psi + r \sin \alpha \sin \psi) + DK(L \sin \psi - r \sin \alpha \cos \psi)}{l_3}, \quad (2.41)$$

$$\zeta_{33} = \frac{\partial l_3}{\partial \delta} = \frac{(OC \cos \delta - OD \sin \delta)(L \sin \psi - r \sin \alpha \cos \psi) + r \cos \alpha (OD \cos \delta + OC \sin \delta)}{l_3}, \quad (2.42)$$

$$\zeta_{34} = \frac{\partial l_3}{\partial \varphi} = 0, \quad (2.43)$$

$$\zeta_{41} = \frac{\partial l_4}{\partial L} = 0, \quad \zeta_{42} = \frac{\partial l_4}{\partial \psi} = 0, \quad \zeta_{43} = \frac{\partial l_4}{\partial \delta} = 0, \quad \zeta_{44} = \frac{\partial l_4}{\partial \varphi} = \frac{-OD \cdot OA \cos \varphi}{l_4}. \quad (2.44)$$

Приравнивая определитель матрицы Якоби нулю, найдем особые точки механизма манипулятора.

$$\Delta_I = \begin{vmatrix} \zeta_{11} & \zeta_{12} & \zeta_{13} & \zeta_{14} \\ \zeta_{21} & \zeta_{22} & \zeta_{23} & 0 \\ \zeta_{31} & \zeta_{32} & \zeta_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \zeta_{44} \end{vmatrix} = \zeta_{44} \begin{vmatrix} \zeta_{11} & \zeta_{12} & \zeta_{13} \\ \zeta_{21} & \zeta_{22} & \zeta_{23} \\ \zeta_{31} & \zeta_{32} & \zeta_{33} \end{vmatrix} = 0. \quad (2.45)$$

Из (2.45) следует, что  $\Delta_I = 0$  при  $\varphi = -\pi/6$ . Это означает, что четвертый исполнительный привод находится в сингулярном положении. При выборе значений конструктивных параметров основания это условие необходимо учитывать.

Подставляя в (2.45) выражения (2.32 – 2.44), получаем уравнение, связывающее геометрические параметры манипулятора с обобщенными координатами:

$$\begin{aligned} & (L + OD \sin \psi \cos \delta - OA \sin \varphi \sin \psi \cos \delta - DK \cos \psi) \cdot \\ & \cdot [OD(r \sin \alpha \sin \psi + L \cos \psi) + DK(L \sin \psi - r \sin \alpha \cos \psi)] - \\ & - (L + OD \sin \psi - DK \cos \psi) \cdot \begin{bmatrix} -OA \cdot L \sin \varphi \cos \psi + OAr \sin \varphi \sin \psi + OD \cdot L \cos \psi - \\ -ODr \sin \psi + OAr \cos \varphi \cos \psi + DK \cdot L \sin \psi + DKr \cos \psi \end{bmatrix} = 0. \end{aligned} \quad (2.46)$$

Близость выражения (2.46) к нулю означает резкий рост программных усилий исполнительных звеньев. Аналитические исследования показали, что значение угла  $\delta$  не влияет на наличие особых положений.

Таким образом, получены аналитические выражения управляющей матрицы, связывающей скорости исполнительных звеньев с программными скоростями обобщенных координат манипулятора. Близость механизма к особым положениям требует сравнения необходимых затрат механической энергии исполнительных приводов с допустимыми параметрами приводов исполнительных звеньев манипулятора. Наличие аналитического выражения для управляющей матрицы позволяет учитывать взаимное влияние приводов

на перемещение рабочего органа манипулятора и определять особые положения механизма.

Выражения (2.32 – 2.44) элементов матрицы Якоби являются аналогами линейных скоростей исполнительных звеньев. Выражения для скоростей четырех исполнительных звеньев имеет вид

$$\begin{aligned} \dot{l}_1 &= \zeta_{11}\dot{L} + \zeta_{12}\dot{\psi} + \zeta_{13}\dot{\delta} + \zeta_{14}\dot{\phi}, \\ \dot{l}_2 &= \zeta_{21}\dot{L} + \zeta_{22}\dot{\psi} + \zeta_{23}\dot{\delta}, \\ \dot{l}_3 &= \zeta_{31}\dot{L} + \zeta_{32}\dot{\psi} + \zeta_{33}\dot{\delta}, \\ \dot{l}_4 &= \zeta_{44}\dot{\phi}. \end{aligned} \quad (2.47)$$

Тогда, зная выражения для программной траектории  $L(t)$ ,  $\psi(t)$ ,  $\delta(t)$  в сферической системе координат, легко определить требуемый закон изменения скорости привода этого звена. На рисунках (2.7 – 2.10) представлены зависимости аналогов линейных скоростей исполнительных звеньев от обобщенных координат  $L$ ,  $\psi$ ,  $\delta$ ,  $\phi$ .

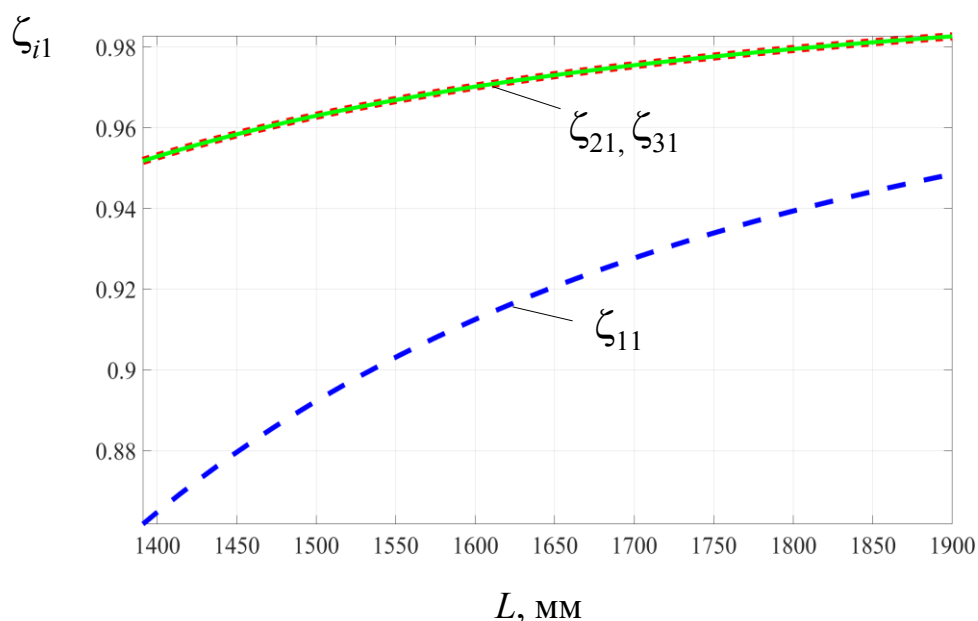


Рисунок 2.7 – Зависимости аналогов линейных скоростей исполнительных приводов от обобщенной координаты  $L$

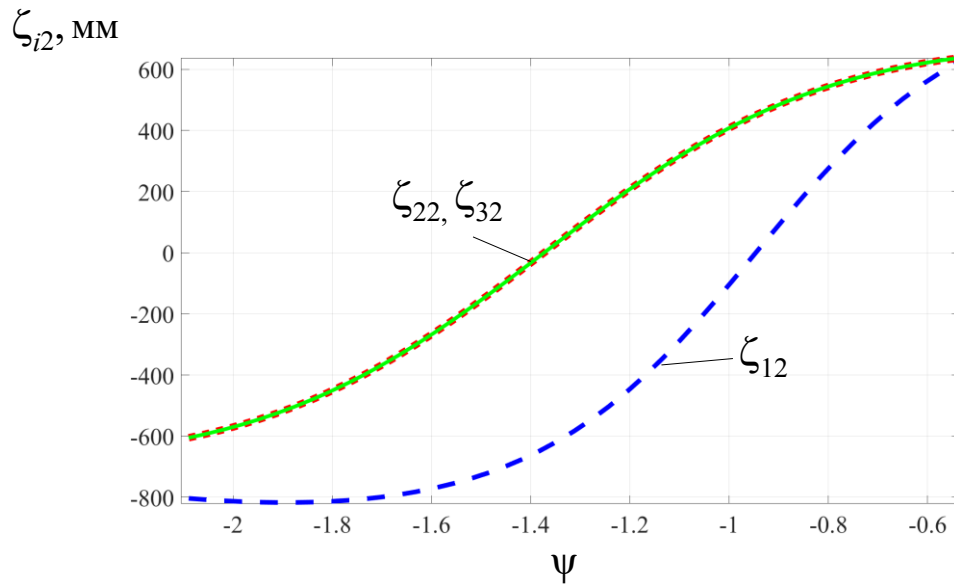


Рисунок 2.8 – Зависимости аналогов линейных скоростей исполнительных приводов от обобщенной координаты  $\psi$

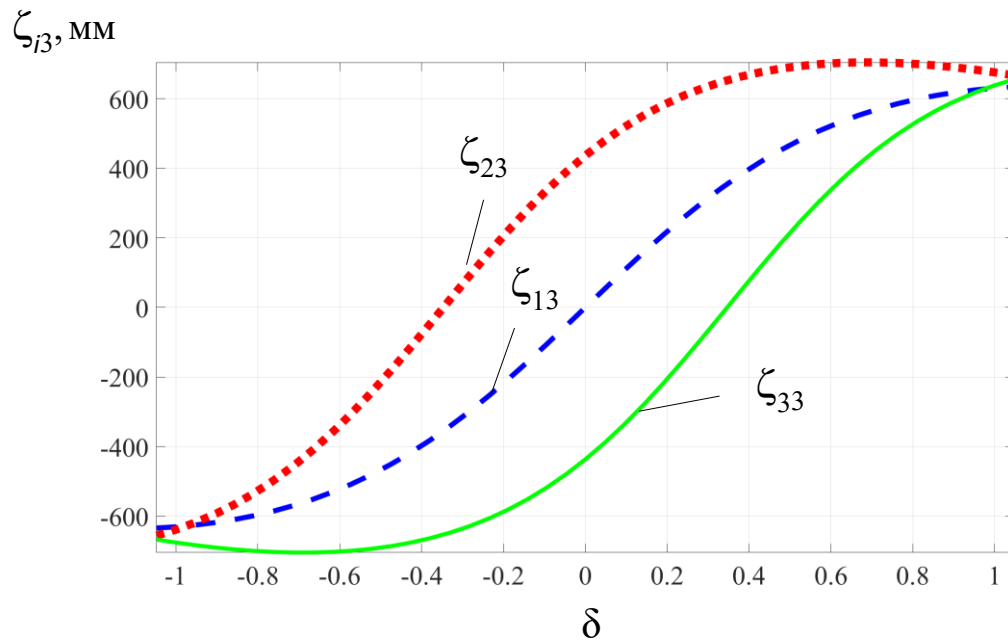


Рисунок 2.9 – Зависимости аналогов линейных скоростей исполнительных приводов от обобщенной координаты  $\delta$

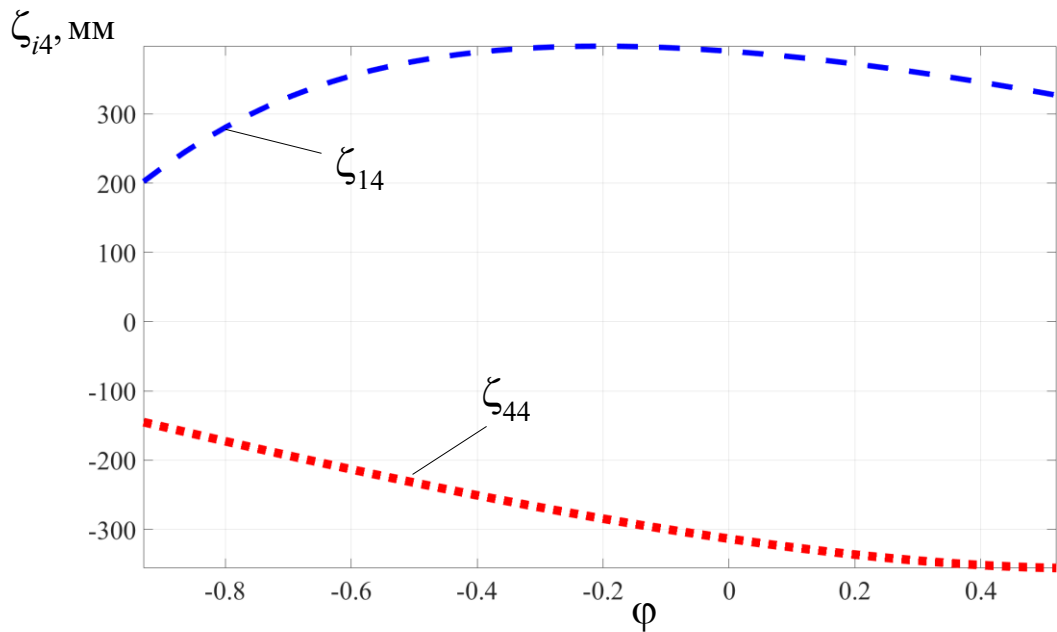


Рисунок 2.10 – Зависимости аналогов линейных скоростей исполнительных приводов от обобщенной координаты  $\varphi$

Полученные зависимости позволяют определить требуемый закон изменения скорости исполнительных приводов каждого звена.

## 2.6 Результаты и выводы по главе

В главе представлено описание кинематической схемы механизма манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью. Конструкция манипулятора представляет собой параллельный механизм в виде трипода с последовательно соединенным звеном. Механизм образует систему из твердых тел и кинематических пар 5-го и 3-го класса. Число степеней подвижности манипулятора без учета поворотного основания равно трем, с учетом поворотного основания число степеней подвижности равно четырем.

Обобщенные координаты манипулятора представлены в двух видах: в системе  $l$ -координат и в системе координат дополнительного звена. Обобщенные координаты в системе  $l$ -координат представляют собой четыре переменные длины исполнительных звеньев манипулятора. Для данного

набора обобщенных координат получено аналитическое решение обратной задачи кинематики, прямая задача кинематики решена только в численном виде в связи с тем, что получить аналитические выражения достаточно сложно.

Обобщенные координаты манипулятора также записаны в системе координат дополнительного звена и представляют собой два угла поворота дополнительного звена подвижной системы координат относительно неподвижной системы координат, угол поворота поворотного основания и отрезок переменной длины дополнительного звена. Для данного набора обобщенных координат представлено решение прямой и обратной задачи кинематики в аналитическом виде, что позволяет использовать данные обобщенные координаты для формирования динамической модели манипулятора.

Исследованы возможности возникновения особых положений механизма манипулятора, при которых происходят неуправляемые изменения кинематических параметров выходного звена. Записаны аналитические выражения управляющей матрицы, связывающей скорости исполнительных звеньев с программными скоростями обобщенных координат манипулятора. Близость механизма к особым положениям требует сравнения необходимых затрат механической энергии исполнительных приводов с допустимыми параметрами приводов исполнительных звеньев манипулятора. Наличие аналитического выражения для управляющей матрицы позволяет учитывать взаимное влияние приводов на перемещение рабочего органа манипулятора и определять особые положения механизма.

### ГЛАВА 3. Кинематический синтез перемещений исполнительных программных приводов

#### 3.1 Постановка задачи кинематического синтеза

После решения задачи позиционирования решается задача выбора траектории и законов перемещения выходного звена манипулятора по траектории, а именно, законов изменения обобщённых координат  $q_s(t)$ , ( $s = 1 \div 4$ ). Программная траектория и закон перемещения выходного звена выбираются в зависимости от конкретного технологического процесса. Благодаря решению задачи позиционирования, определены начальная и конечная конфигурации манипулятора. Законы изменения обобщённых координат манипулятора определяются одним из методов кинематического синтеза. Определение программных аналитических выражений, законов изменения кинематических параметров исполнительных приводов основываются на дискретизации траектории, заданной набором координат  $x(t)$ ,  $y(t)$ ,  $z(t)$ .

Для манипуляторов параллельно-последовательной структуры часто применяют два метода кинематического синтеза перемещений исполнительных управляющих приводов. Первый метод заключается в интерполяции значений обобщённых координат конечным набором сплайнов третьего и четвертого порядка [81]. Метод простой в реализации и часто применяется для траекторий с небольшим количеством заданных точек с целью получения быстрого результата. Второй метод заключается в интерполяции первого и последнего участков траектории сплайнами пятого порядка и методом точечной квадратичной аппроксимации промежуточных участков траектории [81]. Недостатки этих методов состоят в необходимости использования нескольких функций для описания перемещения рабочего органа на различных участках траектории, а также возможное наличие

экстремумов аппроксимирующих многочленов, что препятствует синтезу системы управления с организацией обратных связей по скоростям.

С учетом недостатков существующих методов сформируем новый метод решения задачи кинематического синтеза перемещений исполнительных приводов, обеспечивающих перемещение выходного звена манипулятора по заданной траектории.

### 3.2 Описание метода кинематического синтеза

Метод кинематического синтеза сводится к определению законов движения исполнительных звеньев манипулятора, обеспечивающих перемещение рабочего органа по заданной траектории, что необходимо использовать при формировании системы управления манипулятора.

Функцией системы управления является определение законов изменения обобщенных координат манипулятора  $q_s(t)$ , которые обеспечивают решение поставленной задачи, функции времени  $q_s(t)$  определяют программное движение робота.

Перед решением задачи кинематического синтеза переместим выходное звено манипулятора из нулевого положения из точки  $x_{M0}, y_{M0}, z_{M0}$  в начальную точку траектории  $x_{Mн}, y_{Mн}, z_{Mн}$  решением задачи позиционирования. Далее переходим к решению задачи перемещения выходного звена по требуемой траектории, необходимость перемещения выходного звена по заданной траектории подразумевает решение траекторной задачи. В данном случае заданы начало и конец траектории и время перемещения  $\tau$ . Первый этап решения такой задачи заключается в решении задачи позиционирования, которая сводится к перемещению выходного звена манипулятора из начального положения с координатами  $x_{Mн}, y_{Mн}, z_{Mн}$  в конечное положение  $x_{Mк}, y_{Mк}, z_{Mк}$  за заданное время  $\tau$ .

Задача контурного управления сводится к реализации движения выходного звена манипулятора по определенной траектории при заданном

законе движения по этой траектории. Требуется обеспечить заданные законы изменения во времени координат  $x_M(t)$ ,  $y_M(t)$ ,  $z_M(t)$ . В данном случае выбирается характер движения по требуемой траектории, что позволяет обеспечить управление по скорости и ускорению.

Предлагается метод кинематического синтеза аналитических законов программных перемещений исполнительных приводов манипуляторов параллельно-последовательной структуры с избыточным числом степеней свободы, реализующих перемещение характерной точки выходного звена по заданной траектории. Метод основан на точечной квадратичной аппроксимации искомого закона полиномом на множестве точек последовательных положений исполнительных приводов. Время перемещения рабочего органа  $\tau$  задается в зависимости от конкретной технологической операции с учетом реализуемости процесса приводами манипулятора. Траекторию разбиваем на  $m$  отрезков через интервалы времени  $\Delta t$ . Для каждой точки на траектории с координатами  $x(t_i)$ ,  $y(t_i)$ ,  $z(t_i)$  путем решения оптимизационной задачи позиционирования выходного звена манипулятора находим последовательность значений обобщенных координат  $q_s(t_i)$ . Полученные значения обобщенных координат аппроксимируются полиномом степени  $n$  на интервале времени от  $t = 0$  до  $t = \tau$ . Общий вид полинома для каждой обобщенной координаты имеет вид

$$q_s(t) = A_{ns}t^n + A_{n-1,s}t^{n-1} + \dots + A_{1,s}t + A_{0,s}. \quad (3.1)$$

Также можно задать граничные условия для моментов времени  $t = 0$  до  $t = \tau$ . значения обобщенных координат  $q_s(0)$  и  $q_s(\tau)$ , значения скоростей  $\dot{q}_s(0)$  и  $\dot{q}_s(\tau)$ . Также могут использоваться и значения ускорений  $\ddot{q}_s(0)$  и  $\ddot{q}_s(\tau)$ , которые выбираются исходя из принятого закона изменения ускорения.

С учетом шести значений граничных условий необходимо составить еще  $(n - 5)$  уравнений для расчета оставшихся коэффициентов полинома. Для определения этих коэффициентов применяем метод точечной квадратичной аппроксимации [82]. В соответствии с этим методом коэффициенты полинома определяем из условия минимума квадратичной функции, представляющей сумму квадратов отклонений значений полинома от значений обобщенных координат  $q_s(t_i)$

$$\Phi = \sum_{i=1}^{n-1} [q_s(t_i) - l_s(t_i)]^2. \quad (3.2)$$

Рассмотрим реализацию предложенного метода на примере решения траекторной задачи при перемещении выходного звена манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью по полуокружности.

### 3.3. Движение выходного звена по полуокружности

Для обеспечения реализации технологического процесса необходимо заранее задаться траекторией перемещения выходного звена манипулятора [83]. В приведенном примере движение точки  $M$  выходного звена манипулятора реализуется по полуокружности в плоскости, параллельной  $Oxz$ . Примем,  $y_M = const = 850$  мм. Уравнение окружности запишем в виде

$$(x_M - x_0)^2 + (z_M - z_0)^2 = R^2, \quad (3.3)$$

где  $y_M = const = 850$  мм;  $x_0, z_0$  – координаты центра окружности;  $R$  – радиус окружности.

Задаем центр окружности в точке  $O(0;850;100)$  и радиус  $R = 200$  мм (рисунок 3.1). Необходимо переместить выходное звено манипулятора по

полуокружности из точки  $M_H(x_H = 200 \text{ мм}, y_H = 850 \text{ мм}, z_H = 100 \text{ мм})$  в точку  $M_K(x_K = -200 \text{ мм}, y_K = 850 \text{ мм}, z_K = 100 \text{ мм})$  за время  $\tau = 10 \text{ с}$ . Следует отметить, что в заданном примере не учитывается закон движения по траектории.

Полуокружность разбиваем на 8 отрезков ( $m = 8$ ) через равные интервалы времени  $\Delta t = 1.25 \text{ с}$ . Конечное время перемещения выходного звена составляет  $\tau = 10 \text{ с}$ .

Перед началом выполнения технологической операции манипулятор находится в исходном нулевом положении (угол поворота поворотного основания  $\varphi = 0^\circ$ , длины приводов минимальны и принимают значения  $l_{1\min}$ ,  $l_{2\min}$ ,  $l_{3\min}$ ). Конфигурацию манипулятора в момент начала выполнения технологической операции  $l_{0s}$  определяем из условия минимума функции

$$\Phi = \frac{1}{2}[l_{01} - l_{1\min}]^2 + \frac{1}{2}[l_{04} - l_{4\min}]^2, \quad (3.4)$$

с учетом выражений (2.15 – 2.18).

Далее манипулятор совершает перемещение из исходного положения в начальную точку программной траектории по полуокружности (рисунок 3.1). Законы изменения длин исполнительных приводов манипулятора на этом этапе не регламентируются.

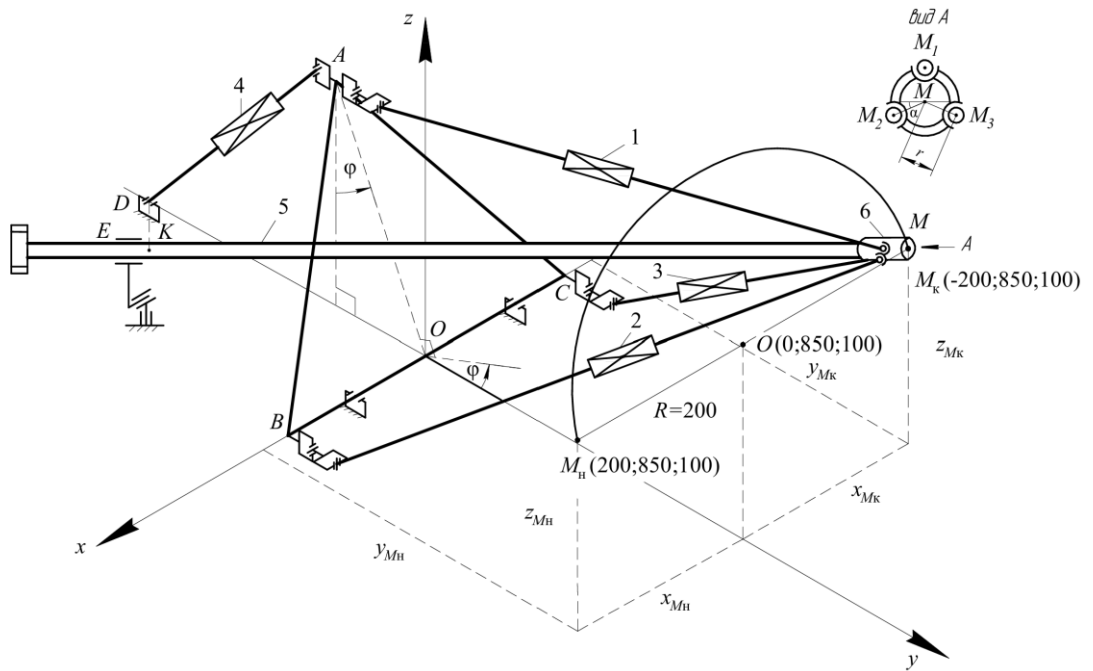


Рисунок 3.1 – Перемещение манипулятора по полуокружности

Исследуется случаи аппроксимации траектории полиномом восьмой степени ( $n = 8$ ). Таким образом, для нахождения коэффициентов аппроксимирующих полиномов необходимо 7 уравнений соответственно. С учетом граничных условий

$$\begin{aligned}
 l_{0s}(0) &= A_{0s}, \\
 l_s(\tau) &= A_{ns}\tau^n + A_{n-1,s}\tau^{n-1} + \dots + A_{1,s}\tau + A_{0,s}.
 \end{aligned}
 \tag{3.5}$$

Сформированы два уравнения (3.5) для начальных и конечных значений длин исполнительных звеньев, оставшиеся уравнения находятся из условия (3.2), записываемые по коэффициентам полиномов, значения которых не определены из (3.1).

В результате записаны выражения полиномов для законов изменения длин исполнительных приводов при аппроксимации траектории полиномами восьмой степени:

$$\begin{cases} l_1(t) = (-10^{-4})t^8 + 0,004t^7 - 0,071t^6 + 0,62t^5 - 3t^4 + 8,5t^3 - 12t^2 - 0,9t + 816 \\ l_2(t) = (-1,5 \cdot 10^{-4})t^8 + 0,006t^7 - 0,1t^6 + 0,9t^5 - 4,5t^4 + 12t^3 - 14t^2 + 15,3t + 858 \\ l_3(t) = (-1,3 \cdot 10^{-4})t^8 + 0,001t^7 - 0,001t^6 + 0,01t^5 - 0,05t^4 + 0,1t^3 - 3t^2 + 6t + 958 \\ l_4(t) = 6,5 \cdot 10^{-5}t^8 - 0,003t^7 + 0,04t^6 - 0,4t^5 + 1,8t^4 - 4,88t^3 + 6,8t^2 - 12t + 823 \end{cases} \quad (3.6)$$

На рисунке 3.2 представлены законы изменения длин исполнительных приводов  $l_1(t)$ ,  $l_2(t)$ ,  $l_3(t)$ ,  $l_4(t)$  для аппроксимирующих полиномов (3.6) в течение времени  $\tau = 10$  с.

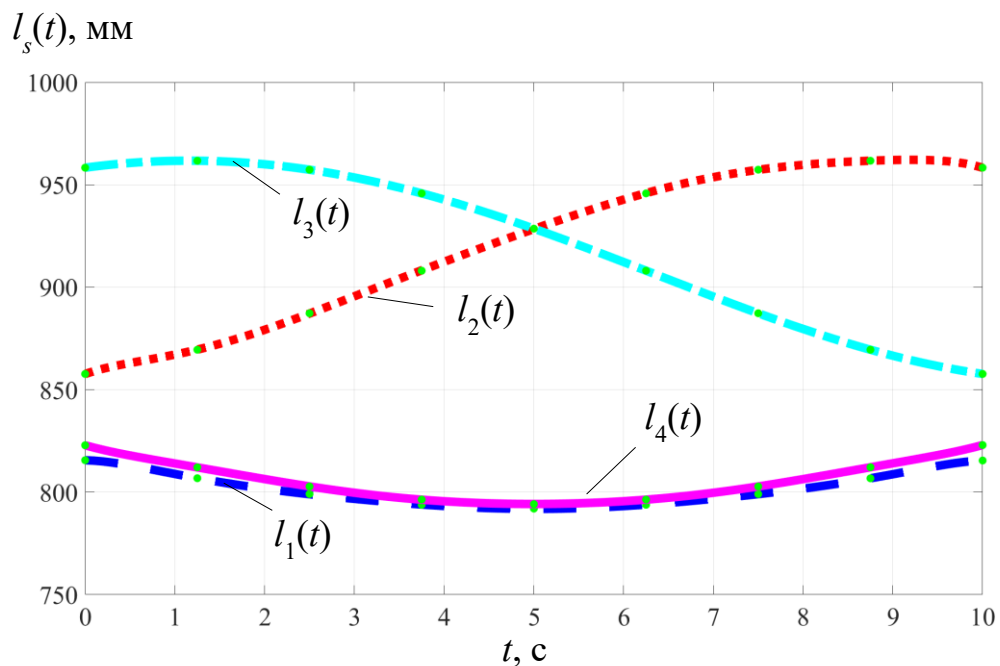


Рисунок 3.2 – Законы изменения обобщенных координат манипулятора при перемещении по полуокружности

Максимальные отклонения значения аппроксимирующего полинома восьмой степени от исходного значения  $\Delta l_1(t) = 0,3$  мм,  $\Delta l_2(t) = 0,2$  мм,  $\Delta l_3(t) = 0,2$  мм,  $\Delta l_4(t) = 0,1$  мм. На рисунке 3.3 представлена траектория движения манипулятора.

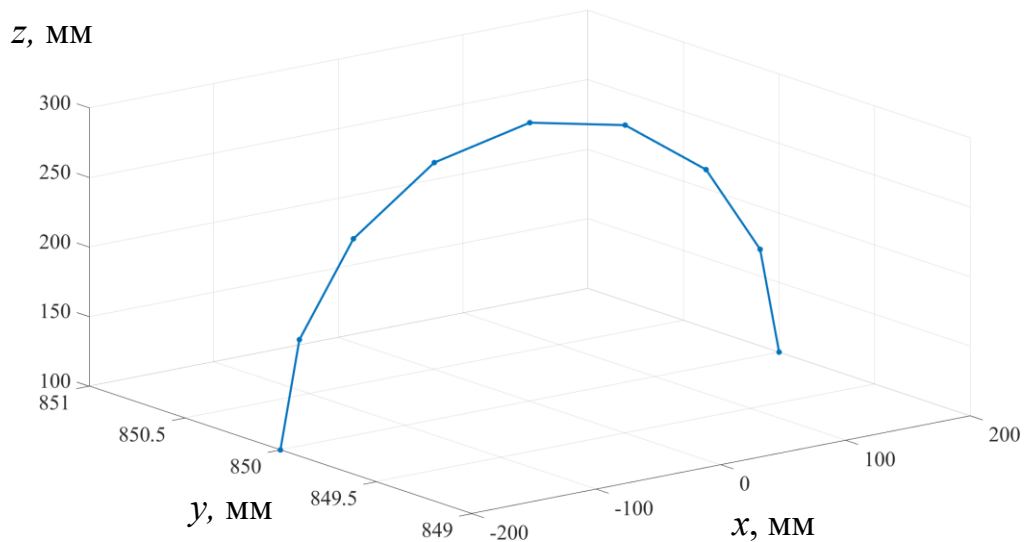


Рисунок 3.3 – Траектория движения манипулятора по полуокружности

Описанная методика расчета аналитических зависимостей законов изменения управляющих приводов манипулятора параллельно-последовательной структуры позволяет сформировать алгоритм системы управления с обратными связями по положению и скорости.

### 3.4 Движение выходного звена по прямой

Теперь рассмотрим пример реализации предложенного метода кинематического синтеза программных перемещений исполнительных приводов манипулятора при программном перемещении выходного звена по прямой линии (рисунок 3.3) с учетом заданного закона движения. В качестве обобщенных координат также принимаем длины линейных исполнительных приводов  $l_1(t)$ ,  $l_2(t)$ ,  $l_3(t)$ ,  $l_4(t)$ . Конечное время движение по прямой примем  $\tau = 14$  с.

При задании вида движения по траектории чаще всего используют несколько стандартных законов изменения ускорения [84]:

1. Прямоугольный закон изменения ускорения:

$$\ddot{q}_s = \begin{cases} a_s = \text{const}, & 0 \leq t \leq t_{1s} \\ 0, & t_{1s} < t \leq t_{2s} \\ -a_s = \text{const}, & \tau - t_{2s} < t \leq \tau \end{cases}. \quad (3.7)$$

В этом случае закон изменения скорости – трапецеидальный, а закон изменения координаты параболический. Параметры этого закона обусловлены требованиями и ограничениями, накладываемыми на максимальное ускорения и максимальную скорость приводов. Значение максимального ускорения определяется допустимым значением обобщенной движущей силой. Для предельной скорости важную роль играют характеристики двигателя. Преимущественным недостатком и негативным фактором прямоугольного закона являются скачкообразные изменения ускорения, что вызвать колебания с выходного звена с большими амплитудами.

## 2. Синусоидальный закон изменения ускорения выходного звена

$$\ddot{q}_s = \frac{2\pi[q_\tau - q_0]}{\tau^2} \sin \frac{2\pi}{\tau} t. \quad (3.8)$$

## 3. Полиномиальный закон изменения ускорения

$$\ddot{q}_s = 12[q_\tau - q_0] \frac{t^3}{\tau^5} + [q_\tau - q_0] \left( -15 \frac{1}{\tau} + 12 \frac{t}{\tau^2} \right) \frac{6t^2}{\tau^3} + [q_\tau - q_0] \left( 10 - 15 \frac{t}{\tau} + 6 \frac{t^2}{\tau^2} \right) \frac{6t}{\tau^3}. \quad (3.9)$$

В общем случае, для определения значений коэффициентов полинома (3.1) с учетом граничных условий получаем шесть алгебраических уравнений

$$\begin{aligned} q_s(0) &= A_0, & \dot{q}_k(0) &= A_{1s}, & \ddot{q}_s(0) &= 2A_{2s}, \\ q_s(\tau) &= A_{ns}\tau^n + A_{n-1,s}\tau^{n-1} + \dots + A_{1s}\tau + A_{0s}, \\ \dot{q}_s(\tau) &= nA_{ns}\tau^{n-1} + A_{n-1,s}(n-1)\tau^{n-2} + \dots + 2A_{2s}\tau + A_{1s}, \\ \ddot{q}_s(\tau) &= n(n-1)A_{ns}\tau^{n-2} + A_{n-1,s}(n-1)(n-2)\tau^{n-3} + \dots + 6A_{3s}\tau + 2A_{2s}. \end{aligned} \quad (3.10)$$

Уравнение прямой задается двумя точками начальной и конечной, для которых ранее решена задача позиционирования. Уравнение прямой проходящей через две точки  $M_H(x_H, y_H, z_H)$  и  $M_K(x_K, y_K, z_K)$  имеет вид

$$\frac{x - x_H}{x_K - x_H} = \frac{y - y_H}{y_K - y_H} = \frac{z - z_H}{z_K - z_H}. \quad (3.11)$$

Движение характерной точки  $M$  выходного звена манипулятора (рисунок 3.3) рассматривается из точки с координатами  $M_H(x_H = 100, y_H = 850, z_H = 442)$  в точку с координатами  $M_K(x_K = -100, y_K = 950, z_K = 600)$  по закону изменения дуговой координаты:

$$S(t) = \left(10 - 15\frac{t}{\tau} + 6\frac{t^2}{\tau^2}\right)\frac{t^3}{\tau^3} S_e, \quad (3.12)$$

где  $S_e$  – длина траектории.

Длину траектории  $S_e$  находим по выражению

$$S_e = \sqrt{(x_K - x_H)^2 + (y_K - y_H)^2 + (z_K - z_H)^2}. \quad (3.13)$$

Делим весь отрезок длиной  $S_e$  на 14 равных частей ( $m = 14$ ). Через одинаковый интервал  $\Delta t = 1$  с находим координаты остальных узловых точек по формулам

$$x(t_i) = x_H + S(t_i)K_X, \quad y(t_i) = y_H + S(t_i)K_Y, \quad z(t_i) = z_H + S(t_i)K_Z. \quad (3.14)$$

Коэффициенты находим по формулам

$$K_X = \frac{\Delta x}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}}, \quad K_Y = \frac{\Delta y}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}}, \quad K_Z = \frac{\Delta z}{\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2 + \Delta z^2}}, \quad (3.15)$$

где  $\Delta x = (x_K - x_H)$ ,  $\Delta y = (y_K - y_H)$ ,  $\Delta z = (z_K - z_H)$ .

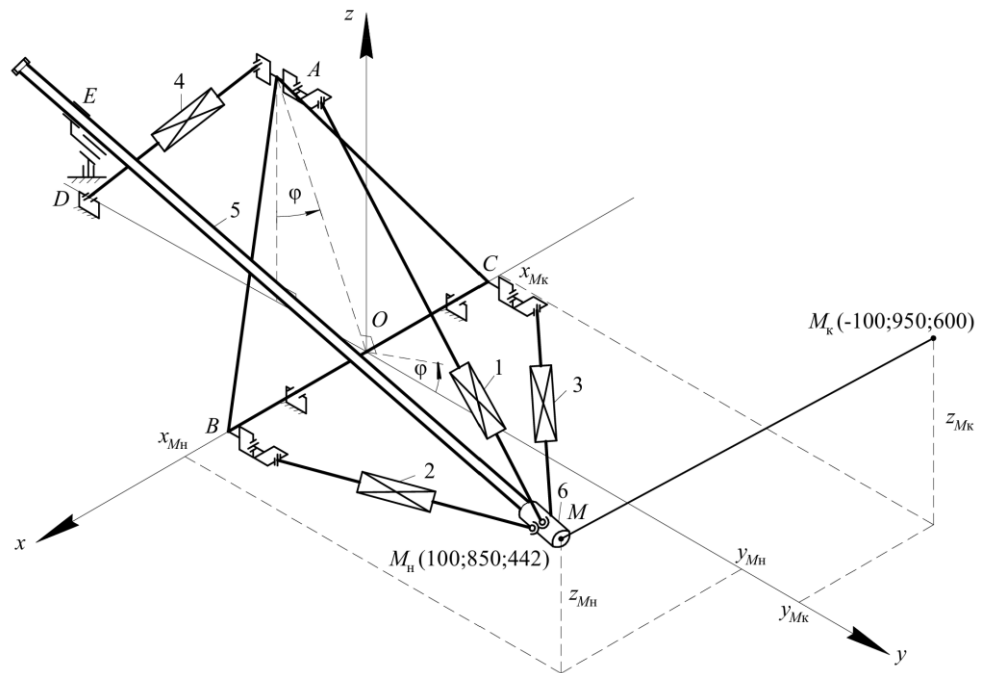


Рисунок 3.3 – Перемещение манипулятора по прямой в пространстве

Степень полинома принимаем  $n = 12$ . Граничные условия находим в начальный и конечный момент времени из значений обобщенных координат  $q_s(0)$  и  $q_s(\tau)$ . Значения скоростей  $\dot{q}_s(0)$  и  $\dot{q}_s(\tau)$ , значения ускорений  $\ddot{q}_s(0)$  и  $\ddot{q}_s(\tau)$  принимаем равными нулю, в соответствии с выбранным полиномиальным законом изменения ускорения (3.9). Таким образом, с учетом граничных условий формируется 6 уравнений (3.10) для каждой обобщенной координаты, остальные 7 уравнений получаются из условия минимума квадратичной функции (3.2).

В результате применения выражений (3.1), (3.2), (3.10) получены следующие уравнения полиномов для законов изменения обобщенных координат манипулятора – длин исполнительных приводов.

$$\begin{cases}
 l_1(t) = -2,2 \cdot 10^{-9} t^{12} + 2 \cdot 10^{-7} t^{11} - 8 \cdot 10^{-6} t^{10} + 1,8 \cdot 10^{-4} t^9 - 0,003 t^8 + \\
 + 0,03 t^7 - 0,2 t^6 + 0,6 t^5 - 1,4 t^4 + 1,4 t^3 + 799 \\
 l_2(t) = 2 \cdot 10^{-8} t^{12} - 1,8 \cdot 10^{-6} t^{11} + 7,5 \cdot 10^{-5} t^{10} - 0,002 t^9 + 0,03 t^8 - 0,2 t^7 + \\
 + 1,5 t^6 - 5,8 t^5 + 12,5 t^4 - 11 t^3 + 966 \\
 l_3(t) = 1,7 \cdot 10^{-8} t^{12} - 1,6 \cdot 10^{-6} t^{11} + 6,5 \cdot 10^{-5} t^{10} - 0,002 t^9 + 0,02 t^8 - 0,2 t^7 + \\
 + 1,3 t^6 - 5 t^5 + 11 t^4 - 10 t^3 + 1012 \\
 l_4(t) = -1,5 \cdot 10^{-10} t^{12} + 1,5 \cdot 10^{-8} t^{11} - 6,5 \cdot 10^{-7} t^{10} + 1,5 \cdot 10^{-5} t^9 - 2,4 t^4 + \\
 + 0,003 t^7 - 0,02 t^6 + 0,07 t^5 - 0,18 t^4 + 0,3 t^3 + 798
 \end{cases} \quad (3.16)$$

На рисунке 3.4 представлены законы изменения обобщенных координат, полученных с помощью полиномов, при перемещении из начальной точки в конечную по прямой за конечное время  $\tau = 14$  с.

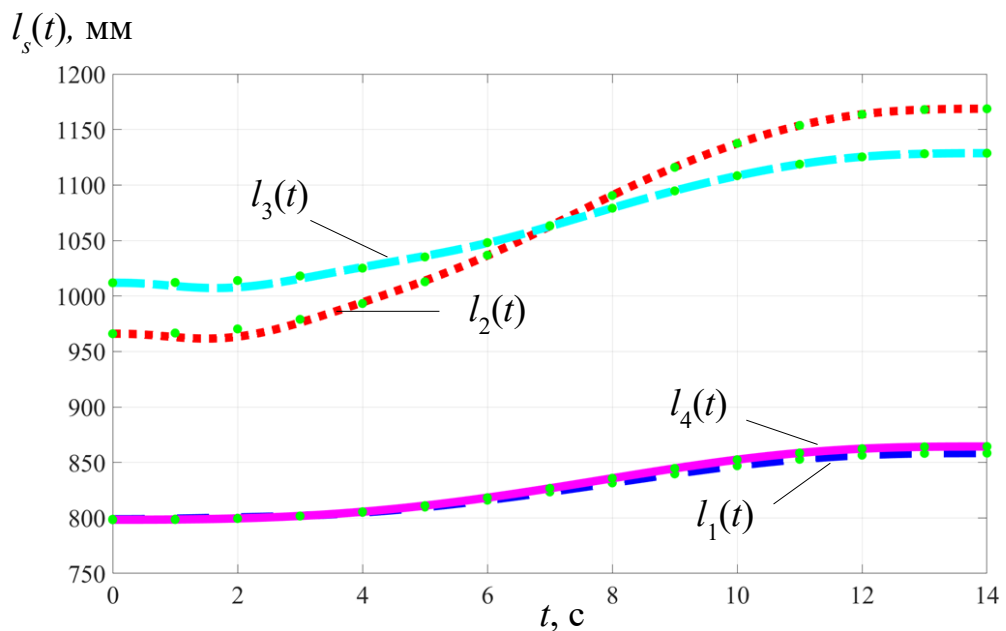


Рисунок 3.4 – Законы изменения исполнительных звеньев манипулятора при перемещении по прямой

На рисунке 3.5 представлена траектория, построенная по уравнениям (3.14) и по уравнениям прямой, построенной на основании уравнений полиномов (3.16).

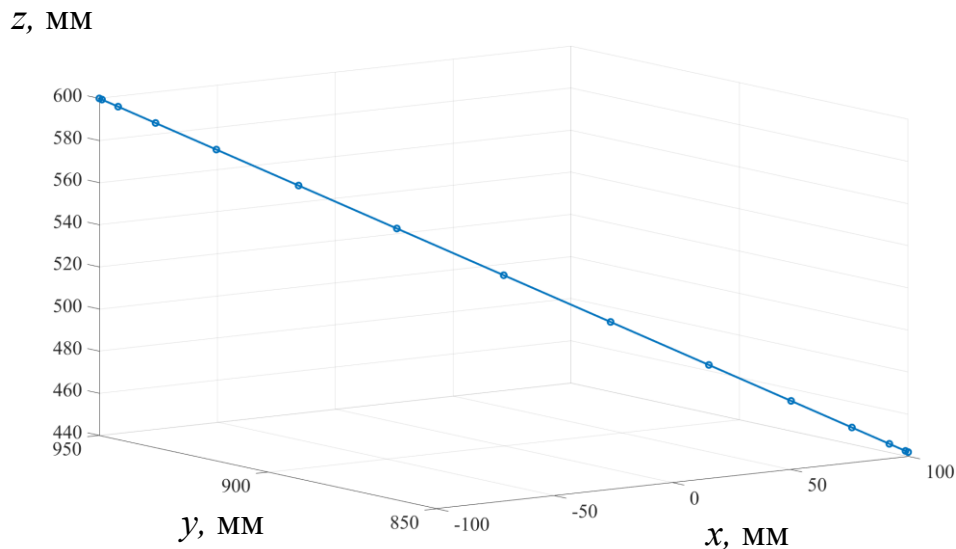


Рисунок 3.5 – Траектория движения манипулятора по прямой

Следует отметить, что программное движение, полученное таким способом, может иметь недостатки. Движение по координатам может сопровождаться частыми остановками, реверсами, резкими изменениями скоростей и ускорений. Эти недостатки обусловлены характером заданной траектории, но в случае ненулевой маневренности можно улучшить законы движения. Наличие избыточных степеней подвижности позволяет поставить задачу оптимизации закона изменения конфигурации робота, однако при постановке оптимизационной задачи должна приниматься во внимание сложность управления двигателями по траектории. С точки зрения управления целесообразно обеспечивать траекторное движение обработкой минимального числа приводных устройств.

Точность аппроксимации программной траектории при формировании управляющих перемещений исполнительных приводов оценивается отношением максимального отклонения от траектории к длине траектории.

### 3.5. Влияние числа граничных условий на точность аппроксимации программных перемещений исполнительных приводов

На примере перемещения выходного звена манипулятора с дополнительной связью необходимо исследовать влияние числа заданных граничных условий и степени аппроксимирующего полинома на максимальные отклонения значений обобщенных координат от исходных с целью выбора оптимального значения степени аппроксимирующего полинома  $n$ . В качестве граничных условий принимаются значения обобщенных координат, скоростей и ускорений в начальный и конечный моменты времени.

Исследуются случаи аппроксимации траектории полиномами со степенями  $n = 5, 7, 9, 11$ , так как для того, чтобы система линейных уравнений (3.1), получаемых при применении метода точечной квадратичной аппроксимации [82] имела единственное решение, необходимо выполнение неравенства  $n \leq m$ . Значения и количество граничных условий задаются в зависимости от требований выполняемой технологической операции.

В соответствии с ранее рассмотренным примером перемещения выходного звена манипулятора по прямой решения методом кинематического синтеза примем также конечное время перемещения  $\tau = 14$  с., траекторию разбиваем на  $m = 14$  отрезков через интервалы времени  $\Delta t = 1$  с. Для каждой точки на траектории с координатами  $x(t_i), y(t_i), z(t_i)$ , решением задачи позиционирования, находим последовательность значений обобщенных координат  $l_s(t_i)$ .

Рассмотрим четыре случая заранее заданных значений граничных условий и сравним максимальные отклонения значений обобщенных координат  $q_s(t_i)$  полиномов с точечными расчетными значениями обобщенных координат  $l_s(t_i)$ , полученными при решении задачи позиционирования.

В первом рассматриваемом случае граничные условия не заданы, т.е. равны 0. Во втором случае заданы значения обобщенных координат в начальный и конечный моменты времени. В третьем случае заданы значения обобщенных координат и скоростей в начальный и конечный моменты времени, в четвертом случае заданы обобщенные координаты, скорости и ускорения в начальный и конечный моменты времени. Для каждой обобщенной координаты формируются полиномы 5, 7, 9, 11 степени.

На рисунках 3.6 – 3.9 показаны значения максимальных отклонений обобщенных координат  $\Delta l_1, \Delta l_2, \Delta l_3, \Delta l_4$  в зависимости от степени полинома и числа граничных условий.

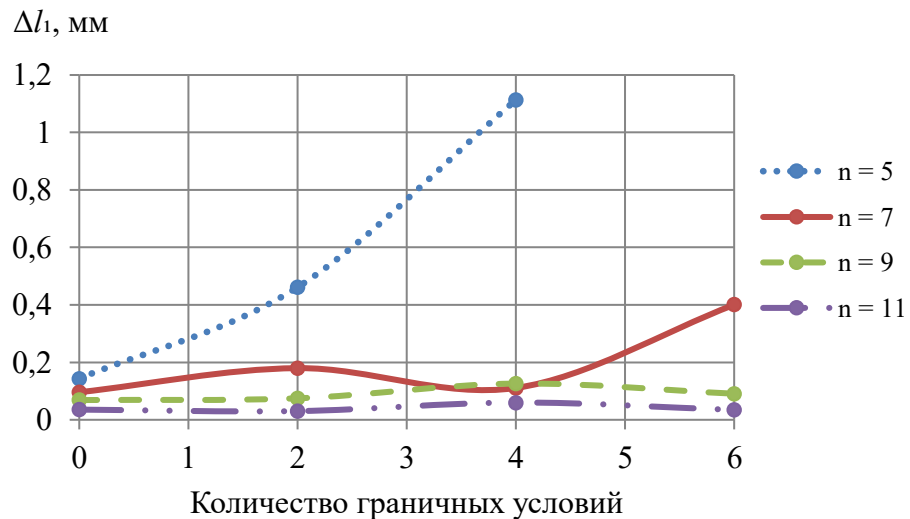


Рисунок 3.6 – Зависимость значений максимальных отклонений обобщенной координаты  $\Delta l_1$  от степени полинома  $n$  и числа граничных условий

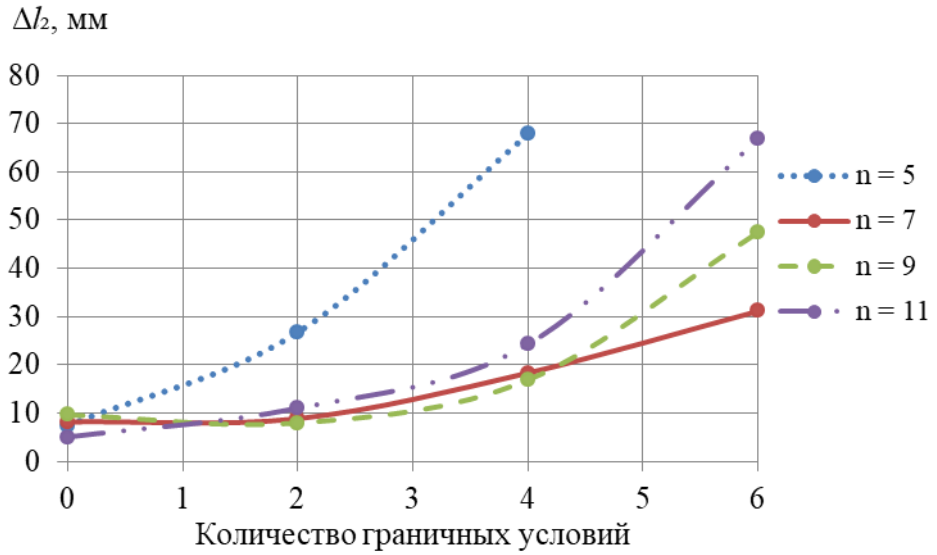


Рисунок 3.7 – Зависимость значений максимальных отклонений обобщенной координаты  $\Delta l_2$  от степени полинома  $n$  и числа граничных условий

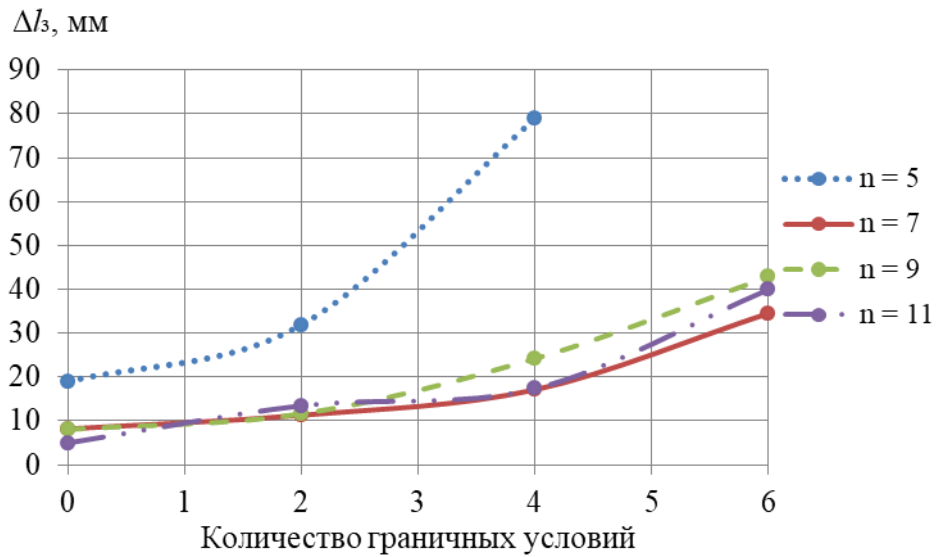


Рисунок 3.8 – График зависимости значений максимальных отклонений обобщенной координаты  $\Delta l_3$  от степени полинома  $n$  и числа граничных условий

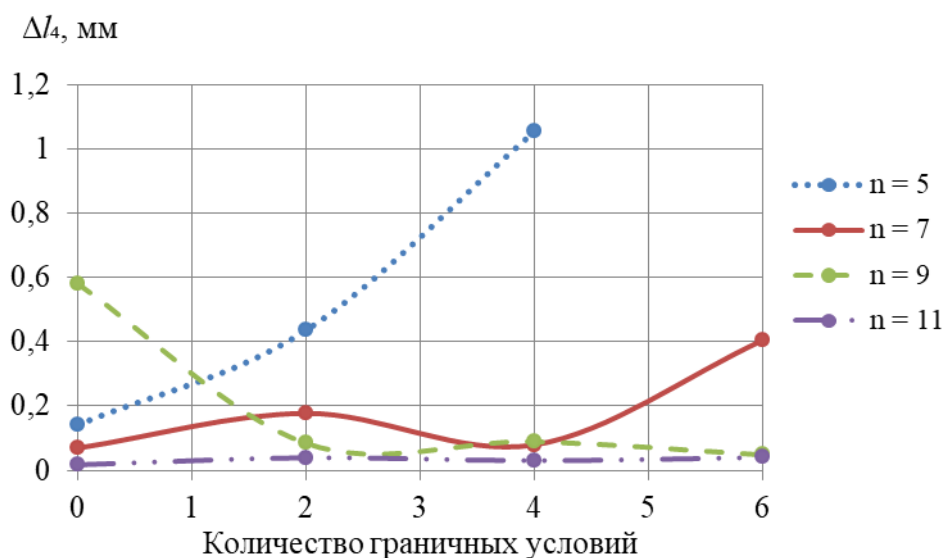


Рисунок 3.9 – Зависимость значений максимальных отклонений обобщенной координаты  $\Delta l_4$  от степени полинома  $n$  и числа граничных условий

Результаты математического моделирования показывают, что при отсутствии граничных условий для обеспечения необходимой точности аппроксимации достаточно применять полином 5 степени. При учете шести граничных условий наименьшие максимальные отклонения наблюдаются при аппроксимации траектории полиномом 11 степени. При использовании полинома 5 степени зависимость точности аппроксимации от количества граничных условий носит не монотонный характер. Таким образом, при решении задачи кинематического синтеза следует выбирать степень полинома высокого порядка с учетом ограничений  $n \leq m$  для увеличения точности полученных результатов.

Таким образом, для решения задачи кинематического синтеза предложенным методом рекомендуется разбивать траекторию движения рабочего органа на 12-20 отрезков с целью повышения точности полученных результатов.

### 3.6 Результаты и выводы по главе

Рассмотрены существующие методы кинематического синтеза для манипуляторов параллельно-последовательной структуры. Предложен новый метод решения задачи кинематического синтеза программных перемещений выходного звена аппроксимацией дискретных значений перемещений исполнительных звеньев полиномом. Предложенный метод реализован на примере движения выходного звена манипулятора по полуокружности и по прямой.

В рассматриваемом случае движения по полуокружности не учитывается характер движения по траектории, в случае движения по прямой выбирается закон изменения ускорения и учитываются граничные условия при формировании программных законов перемещений исполнительных приводов.

Проанализировано влияние числа заданных граничных условий, выбранной степени аппроксимирующего полинома и количества точек разбиения траектории на величины максимальных значений отклонений исполнительных звеньев от требуемых. Разработанный математический аппарат может быть реализован в системе управления манипулятором параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью.

#### ГЛАВА 4. Динамическая модель манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью

Манипулятор как многозвенный пространственный механизм с несколькими степенями подвижности представляет собой сложную многомерную динамическую систему, к которой предъявляют высокие требования по точности и быстродействию при отработке заданных траекторий. Эффективность работы манипулятора в значительной степени определяется качеством управления, высокий уровень которого можно обеспечить только при адекватном учете их кинематических и динамических свойств на этапах проектирования. Динамический анализ является одним из основных этапов проектирования промышленных манипуляторов. Проведение динамического анализа манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью сводится к составлению динамической модели, адекватно описывающей режимы работы манипулятора.

Для реализации программных законов перемещения исполнительных звеньев манипулятора обычно решают две задачи динамики. Первая задача динамики сводится к определению движущих сил, необходимых для реализации программного движения с учетом известных законов движения  $q_s(t)$  всех звеньев манипулятора при выполнении требуемого технологического процесса. Определив движущие силы, можно выбрать двигатели, способные осуществить программные движения манипулятора. Определение динамических нагрузок, действующих на звенья механизмов, необходимо также для оценки прочности, жесткости и надежности системы.

Вторая задача динамики заключается в определении динамических ошибок – отклонений законов движения  $q_s(t)$  от программных. Задача определения динамических ошибок сводится к интегрированию уравнений движения механической системы совместно с уравнениями динамических характеристик двигателей.

Существует несколько способов составления дифференциальных уравнений движения манипуляторов. Например, с использованием уравнений Лагранжа 2-го рода [84], уравнений Лагранжа с неопределенными множителями, уравнений Аппеля, принципа наименьшего принуждения Гаусса, метода кинетостатики.

Для применения методов аналитического анализа и синтеза управляющих сигналов приводных двигателей необходимо разработать динамическую модель манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью. Методы аналитического синтеза предъявляют повышенные требования как к адекватности динамической модели, так и к точности определения ее массово-геометрических параметров. Целью динамического анализа является определение движущих сил и моментов, обеспечивающих выполнение программных движений звеньев манипулятора, а также динамических нагрузок в кинематических парах.

#### **4.1 Обоснование расчетной схемы динамики манипулятора**

Манипулятор параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью [66, 67] представляет собой многомассовый пространственный механизм, динамика его движений описывается сложной системой нелинейных дифференциальных уравнений. Исполнительные звенья манипулятора принимаем абсолютно жесткими по сравнению с податливостью кинематических пар приводного механизма. Для упрощения дифференциальных уравнений движения целесообразно реальный механизм манипулятора заменить динамически эквивалентным.

Расчетную схему манипулятора представляем как механизм из четырех твердых тел. Рассмотрим звено  $AD$  (рисунок 4.1) – это линейный привод, который состоит из двух твердых тел: цилиндра и штока. Цилиндр совершает вращательное движение вокруг неподвижной оси, параллельной оси  $Ox$ ,



Массово-геометрические параметры манипулятора приведены в таблице 4.1. Расчет массово-геометрических параметров модели манипулятора проводится в программе КОМПАС-3D с учетом характеристик выбранных линейных приводов и заданных геометрических параметров манипулятора.

Таблица 4.1 – Массово-геометрические параметры манипулятора

	Масса, кг	Момент инерции, кг·м <sup>2</sup>	Координаты центра масс в собственной системе координат, м
Рама поворотного основания <i>ABC</i>	$m_{BC} = 2,03$	$I_{OA} = 0,1$	$x_C = 0, y_C = 0, z_C = 0,18$
Корпус электроцилиндра	$m_{41} = 3,68$	$I_{41} = 0,08$	
Шток электроцилиндра	$m_{42} = 1,11$	$I_{42} = 0,02$	$x_{C04} = 0, y_{C04} = 0, z_{C04} = 0,23$
Полая труба <i>L</i>	$m_5 = 6,28$	$I_5 = 2,06$	$z_{C05} = 1$

Так как механизм манипулятора имеет четыре степени свободы, то его конфигурация описывается четырьмя обобщенными координатами: длиной отрезка полой трубы  $q_1(t) = KM(t) = L(t)$ , углами  $q_2(t) = \psi(t)$ ,  $q_3(t) = \delta(t)$ , которые определяют положение подвижной системы координат  $Kx_5y_5z_5$  (орты  $i_5, j_5, k_5$ ) относительно неподвижной  $Oxyz$  (орты  $i, j, k$ ), а также угол поворота основания *ABC*  $q_4 = \varphi(t)$  манипулятора.

Перемещения звеньев манипулятора формируются под действием движущих сил  $F_s, s = 1, 2, 3, 4$ , действующих со стороны штоков линейных актуаторов.

Для определения пространственного положения исполнительных звеньев манипулятора вводятся системы координат – абсолютная  $Oxyz$ , связанная с неподвижным основанием (рисунок 4.2). С исполнительным звеном 4 связана подвижная система координат  $x_4y_4z_4$ . Ориентация подвижной системы координат  $x_4y_4z_4$  относительно абсолютной  $Oxyz$

задается углом  $\psi_4$  при повороте вокруг оси  $x'_4$ . Отсутствует поворот вокруг оси  $z_4$ .

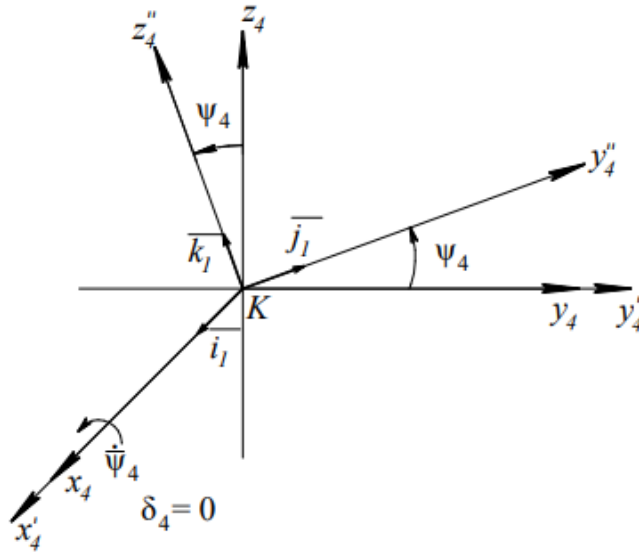


Рисунок 4.2 – Углы поворота подвижной системы исполнительного звена 4

Таблица направляющих косинусов для четвертого звена ( $\delta_4 = 0$ ) имеет вид [74].

$$\begin{pmatrix} \alpha_{114} = 1 & \alpha_{124} = 0 & \alpha_{134} = 0 \\ \alpha_{214} = 0 & \alpha_{224} = \cos \varphi & \alpha_{234} = \sin \varphi \\ \alpha_{314} = 0 & \alpha_{324} = -\sin \varphi & \alpha_{334} = \cos \varphi \end{pmatrix}. \quad (4.1)$$

Для формирования дифференциальных уравнений движения воспользуемся уравнениями Лагранжа 2-го рода

$$\frac{d}{dt} \left( \frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_s} = Q_s - \frac{\partial \Pi}{\partial q_s} + Q_s^\Phi, \quad s = 1 \div 4, \quad (4.2)$$

где  $T$  – кинетическая энергия манипулятора;  $Q_s$  – обобщенная сила активных сил, соответствующая  $s$  обобщенной координате;  $Q_s^\Phi$  – обобщенная сила сил

сопротивления;  $-\frac{\partial \Pi}{\partial q_s}$  – обобщенная сила потенциальных сил,

соответствующая обобщенной координате  $s$  ( $s = 1 \div 4$ ).

Полная кинетическая энергия манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью складывается из кинетической энергии плоского механизма  $DABC - T_4$  и кинетической энергии дополнительного звена манипулятора –  $T_5$ .

#### 4.1.1 Кинетическая энергия механизма $DABC$

Кинетическая энергия  $T_4$  линейного привода 4 складывается из кинетической энергии корпуса линейного привода при его вращательном движении вокруг неподвижной оси и кинетической энергии штока при движении вместе с корпусом и относительно корпуса (рисунок 4.3) [85].

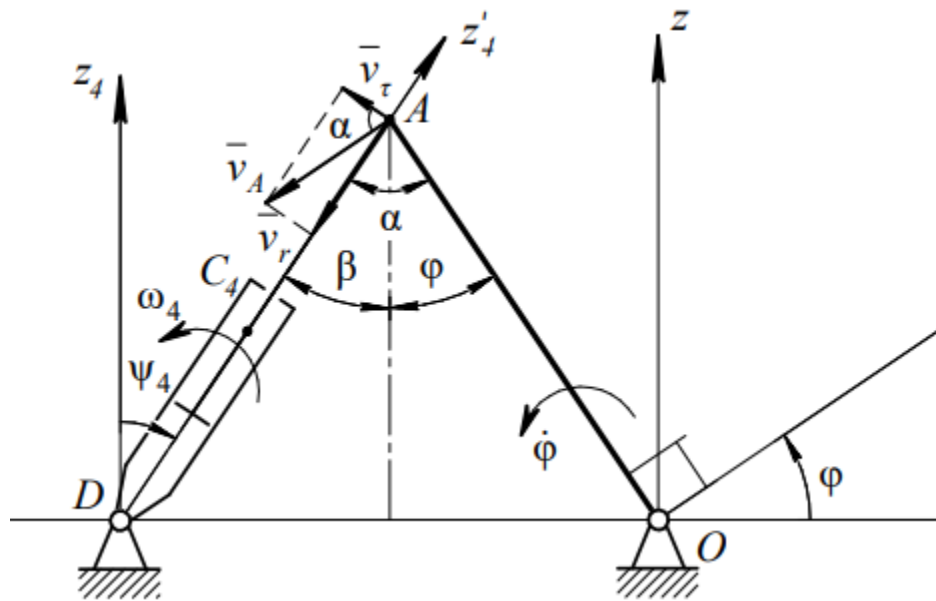


Рисунок 4.3 – Схема для определения кинетической энергии механизма  $DABC$

Кинетическая энергия механизма складывается из кинетической энергии корпуса линейного привода, штока и поворотного основания  $ABC$ .

$$T_4 = T_{41} + T_{42} + T_{OA}. \quad (4.3)$$

Кинетическая энергия корпуса электроцилиндра

$$T_{41} = \frac{1}{2} I_{41} \omega_4^2. \quad (4.4)$$

Кинетическая энергия штока

$$T_{42} = \frac{1}{2} I_{42} \omega_4^2 + \frac{1}{2} m_{42} v_{C4}^2. \quad (4.5)$$

Кинетическая энергия поворотного основания

$$T_{OA} = \frac{1}{2} I_{OA} \dot{\varphi}^2. \quad (4.6)$$

Выразим  $\omega_4$  и  $v_{C4}$  через угловую скорость поворотного основания  $\dot{\varphi}$ .

Скорость точки  $A$  как точки звена  $OA$

$$v_A = \dot{\varphi} \cdot OA. \quad (4.7)$$

Скорость точки  $A$  как точки звена  $DA$

$$\bar{v}_A = \bar{v}_r + \bar{v}_\tau, \quad v_r = \dot{l}_4, \quad v_\tau = \omega_4 \cdot l_4, \quad (4.8)$$

где  $v_r$  – относительная скорость.

Так как  $l_4(\varphi) = \sqrt{OA^2 + OD^2 - 2OA \cdot OD \cdot \sin \varphi}$ , то относительная скорость

$$\frac{dl_4}{dt} = \dot{l}_4 = -\frac{OA \cdot OD \cos \varphi}{l_4} \cdot \dot{\varphi}. \quad (4.9)$$

Из рисунка 4.3 видно, что тангенс угла  $\alpha$  равен  $\operatorname{tg} \alpha = \frac{v_r}{v_\tau} = \frac{\dot{l}_4}{\omega_4 \cdot l_4}$ , откуда

$$\omega_4 = \frac{\dot{l}_4}{l_4 \cdot \operatorname{tg} \alpha}. \quad (4.10)$$

Выражение для угла  $\alpha$  имеет вид

$$\alpha = \varphi + \beta; \sin \beta = \frac{OD - OA \sin \varphi}{l_4}; \beta = \arcsin \frac{OD - OA \sin \varphi}{l_4},$$

Тогда тангенс угла  $\alpha$ , после подстановки этих выражений, имеет вид

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{\sin \alpha}{\cos \alpha} = \frac{\sin(\varphi + \arcsin \frac{OD - OA \sin \varphi}{l_4})}{\cos(\varphi + \arcsin \frac{OD - OA \sin \varphi}{l_4})} = \frac{OD \cdot \cos \varphi}{OA - OD \sin \varphi} \quad (4.11)$$

Тогда из (4.10) с учетом (4.11) получаем выражение для угловой скорости

$$\omega_4 = -\frac{OA(OA - OD \sin \varphi)}{l_4^2} \dot{\varphi}. \quad (4.12)$$

Кинетическая энергия механизма  $DABC$  с учетом (4.4), (4.5), (4.6), (4.12)

$$T_4 = \frac{1}{2}(I_{41} + I_{42})\omega_4^2 + \frac{1}{2}m_{42}[\dot{l}_4^2 + \omega_4^2(l_4 - l_{40} + z_{C04})^2] + \frac{1}{2}I_{OA}\dot{\varphi}^2, \quad (4.13)$$

где  $\dot{l}_4^2 + \omega_4^2(l_4 - l_{40} + z_{C04})^2 = v_{C4}^2$  – квадрат скорости центра масс штока электроцилиндра 4; координата центра масс  $z_C(t) = (l_4 - l_{40} + z_{C04})$ .

С учетом выражений (4.9) и (4.12) кинетическая энергия механизма  $DABC$  (4.13)

$$T_4 = \frac{1}{2}\dot{\varphi}^2 \left\{ \left[ I_{41} + I_{42} + m_{42}(l_4 - l_{40} + z_{C04})^2 \right] \cdot \frac{OA^2(OA - OD \sin \varphi)^2}{l_4^4} + \right. \\ \left. + I_{OA} + m_{42} \frac{OA^2 OD^2 \cos^2 \varphi}{l_4^2} \right\}. \quad (4.14)$$

$$T_4 = \frac{1}{2}I_{np}(\varphi) \cdot \dot{\varphi}^2$$

Рассмотрим слагаемые, входящие в функцию приведенного момента инерции, и исследуем величину вклада каждого слагаемого в формулу (4.14).

Первое слагаемое в формуле (4.14) представляет собой выражение, пропорциональное квадрату угловой скорости  $\omega_4$  линейного актуатора 4

$$K_1(\varphi) = \left[ I_{41} + I_{42} + m_{42} (l_4(\varphi) - l_{40} + z_{C04})^2 \right] \cdot \frac{OA^2 (OA - OD \sin \varphi)^2}{l_4(\varphi)}.$$

Второе слагаемое представляет собой момент инерции рамы поворотного основания и является постоянной. Третье слагаемое в формуле представляет собой выражение, пропорциональное квадрату линейной скорости штока линейного актуатора 4

$$K_3(\varphi) = m_{42} \frac{OA^2 OD^2 \cos^2 \varphi}{l_4^2}.$$

На рисунке 4.4 представлены графики, отражающие изменения величины каждого слагаемого от угла поворотного основания  $\varphi$ .

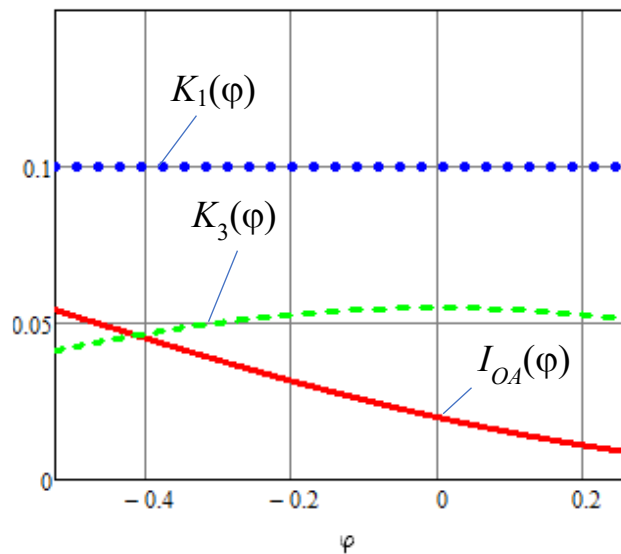


Рисунок 4.4 – Зависимость слагаемых приведенного момента инерции  $I_{пр}(\varphi)$  от угла поворотного основания  $\varphi$

Таким образом, вклад каждого слагаемого кинетической энергии системы линейный привод 4 и поворотное основание значителен, и принимать приведенный момент инерции постоянным некорректно [85].

На рисунке 4.5 приведена зависимость приведенного момента инерции  $I_{пр}(\varphi)$  от угла поворота  $\varphi$  основания  $ABC$ .

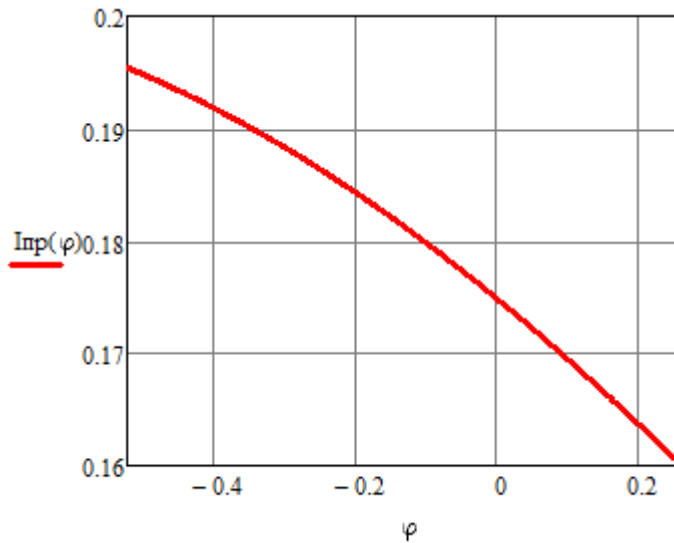


Рисунок 4.5 – График зависимости приведенного момента инерции  $I_{пр}(\varphi)$  от угла поворота основания  $\varphi$

Зависимость (4.14)  $I_{пр}(\varphi)$  интерполируем линейной функцией  $I_{пр}(\varphi) \approx 0.172 - \frac{0.14}{\pi}\varphi$ . Тогда выражение для кинетической энергии механизма  $DABC$  принимает вид

$$T_4 = \frac{1}{2} \left( 0.172 - \frac{0.14}{\pi}\varphi \right) \cdot \dot{\varphi}^2. \quad (4.15)$$

Таким образом, для адекватного представления модели динамики манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью необходимо применять уточненное выражение кинетической энергии, что позволит обоснованно использовать методы аналитического программирования входных управляющих сигналов приводных двигателей.

#### 4.1.2 Кинетическая энергия пятого звена.

Кинетическая энергия дополнительного звена  $L$ , согласно теореме Кёнига, определяется как

$$T_5 = \frac{1}{2} \left( m_5 V_{c5}^2 + I_{x5} \omega_{x5}^2 + I_{y5} \omega_{y5}^2 + I_{z5} \omega_{z5}^2 \right), \quad (4.16)$$

где  $m_5$  – масса звена;  $V_{c5}$  – скорость центра масс звена;  $\omega_{x5}$ ,  $\omega_{y5}$ ,  $\omega_{z5}$  – проекции на оси подвижной системы координат  $Kx_5y_5z_5$  вектора угловой скорости звена  $L$ .

Принимаем, что главный центральный момент инерции  $I_{z5} = 0$ , а  $I_{x5} = I_{y5} = I_5$ .

Вектор скорости центра масс звена  $L$  складывается из относительной скорости, равной скорости изменения расстояния  $L$  и переносной скорости во вращательном движении с угловой скоростью  $\bar{\omega}_5$ .

Вектор угловой скорости звена  $KM(t) = L(t)$

$$\bar{\omega}_5 = \dot{\psi} \vec{i}_5 + \dot{\delta}_5 \vec{k}. \quad (4.17)$$

Его проекции на оси подвижной системы координат  $Kx_5y_5z_5$  равны

$$\omega_{x5} = \dot{\psi}_5, \quad \omega_{y5} = \dot{\delta}_5 \sin \psi_5, \quad \omega_{z5} = \dot{\delta}_5 \cos \psi_5. \quad (4.18)$$

Скорость центра масс звена актуатора по теореме Эйлера определяется выражением

$$\bar{V}_{c5} = \bar{\omega}_5 \times \bar{r}_{c5} = \begin{vmatrix} \bar{i}_5 & \bar{j}_5 & \bar{k}_5 \\ \omega_{x5} & \omega_{y5} & \omega_{z5} \\ x_{c5} & y_{c5} & z_{c5} \end{vmatrix} = (\omega_{y5} z_{c5} - \omega_{z5} y_{c5}) \bar{i}_5 + (\omega_{z5} x_{c5} - \omega_{x5} z_{c5}) \bar{j}_5 + (\omega_{x5} y_{c5} - \omega_{y5} x_{c5}) \bar{k}_5.$$

Откуда проекции скорости центра масс на оси подвижной системы координат  $Kx_5y_5z_5$  равны

$$\begin{aligned} V_{c5x} &= (\omega_{y_5} z_{c5} - \omega_{z_5} y_{c5}), \quad V_{c5y} = (\omega_{z_5} x_{c5} - \omega_{x_5} z_{c5}), \quad V_{c5z} = (\omega_{x_5} y_{c5} - \omega_{y_5} x_{c5}), \\ V_{c5x} &= \omega_{y_5} z_{c5}, \quad V_{c5y} = -\omega_{x_5} z_{c5}, \quad V_{c5z} = 0. \end{aligned} \quad (4.19)$$

где  $x_{c5}$ ,  $y_{c5}$ ,  $z_{c5}$  – координаты центра масс звена в подвижной системе координат  $Kx_5y_5z_5$

$$x_{c5} = 0, \quad y_{c5} = 0, \quad z_{c5} = L - L_0. \quad (4.20)$$

Тогда выражения (4.19) с учетом относительной скорости звена  $L$  принимают вид

$$V_{c5x} = \dot{\delta}_5 \sin \psi_5 (L - L_0), \quad V_{c5y} = -\dot{\psi}_5 (L - L_0), \quad V_{c5z} = \dot{L}.$$

Кинетическая энергия звена  $L$

$$T_5 = \frac{1}{2} [I_5 + m_5 (L - L_0)^2] (\dot{\delta}_5^2 \sin^2 \psi_5 + \dot{\psi}_5^2) + \frac{1}{2} m_5 \dot{L}^2. \quad (4.21)$$

Выражение полной кинетической энергии манипулятора представляет собой выражение [86]

$$T = T_4 + T_5 = \frac{1}{2} \left( 0.172 - \frac{0.14}{\pi} \varphi \right) \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} [I_5 + m_5 (L - L_0)^2] (\dot{\delta}_5^2 \sin^2 \psi_5 + \dot{\psi}_5^2) + \frac{1}{2} m_5 \dot{L}^2. \quad (4.22)$$

#### 4.1.3 Потенциальная энергия манипулятора

Выражение для потенциальной энергии манипулятора имеет вид

$$\Pi = [m_{41} l_{c1} + m_{42} (l_4 - l_{40})] g \cos \beta + m_5 g (L - L_0) \cos \psi + \frac{1}{3} m_{BC} g OA \cos \varphi, \quad (4.23)$$

где  $\beta = \arcsin \frac{OD - OA \sin \varphi}{l_4}$ .

Таким образом, с учетом выражений для  $l_4$  и  $\beta$  потенциальная энергия

$$\begin{aligned} \Pi = & \left[ m_{41}l_{c1} + m_{42}(\sqrt{OA^2 + OD^2 - 2OAOD \sin \varphi} - l_{40}) \right] \frac{\sqrt{l_4^2 - (OD - OA \sin \varphi)^2}}{l_4} g + \\ & + m_5 g (L - L_0) \cos \psi + \frac{1}{3} m_{BC} g OA \cos \varphi, \end{aligned} \quad (4.24)$$

Обобщенные силы потенциальных сил

$$\begin{aligned} -\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} = & m_{42} \frac{OAOD \cos \varphi}{\sqrt{OA^2 + OD^2 - 2OAOD \sin \varphi}} \cdot \frac{\sqrt{l_4^2 - (OD - OA \sin \varphi)^2}}{l_4} g - \\ & - \left[ m_{41}l_{c1} + m_{42}(\sqrt{OA^2 + OD^2 - 2OAOD \sin \varphi} - l_{40}) \right] \cdot \frac{(OD - OA \sin \varphi) OA \cos \varphi}{l_4 \sqrt{l_4^2 - (OD - OA \sin \varphi)^2}} g + \\ & + \frac{1}{3} m_{BC} g OA \sin \varphi, \\ -\frac{\partial \Pi}{\partial L} = & -m_5 g, \quad -\frac{\partial \Pi}{\partial \psi} = m_5 g (L - L_0) \sin \psi, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial \delta} = 0. \end{aligned} \quad (4.25)$$

Обобщенные силы сил сопротивления в случае линейного вязкого трения вычисляются через диссипативную функцию Рэлея, которая для системы с четырьмя степенями свободы записывается в форме

$$\Phi = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \mu_{ij} \dot{q}_i \dot{q}_j \quad (4.26)$$

где  $\mu_{ij}$  - постоянные приведенные коэффициенты сопротивления.

Выполнив для функции  $\Phi$  разложение в ряд в окрестности положения равновесия и отбросив члены третьего и более высокого порядков, а также пренебрегая взаимным влиянием сил сопротивления, принимаем

$$\Phi(\dot{q}_k) = \frac{1}{2} (\mu_1 \dot{\varphi}_1^2 + \mu_2 \dot{L}^2 + \mu_3 \dot{\psi}^2 + \mu_4 \dot{\delta}^2). \quad (4.27)$$

Обобщенные силы сопротивления в выражении (4.2) равны

$$Q_j^\Phi = -\frac{\partial \Phi}{\partial \dot{q}_j} \quad (4.28)$$

Для вычисления обобщенных сил находим возможную работу активных сил  $F_s$  на возможных перемещениях системы. Движущими силами являются силы  $F_s$  приложенные со стороны штоков линейных актуаторов и возможная работа равная  $\delta A = \sum_{s=1}^4 F_s \delta l_s$ , вычисляется на возможных перемещениях штоков.

## 4.2 Система дифференциальных уравнений

Используя формализм (4.2), с учетом (4.22) и (4.27), (4.28), получаем систему нелинейных дифференциальных уравнений, описывающих движение манипулятора. Таким образом, с учетом найденных выражений кинетической и потенциальной энергии механизма манипулятора система нелинейных дифференциальных уравнений второго порядка для четырех обобщенных координат принимает вид

$$\begin{aligned}
 & \left( 0.172 - \frac{0.14}{\pi} \varphi \right) \ddot{\varphi} - \frac{0.07}{\pi} \dot{\varphi}^2 + \mu_1 \dot{\varphi} = \\
 & = -\frac{OA}{l_1} \left[ DK \sin \varphi + OD \cos \varphi + L \cos \varphi \sin \psi \cos \delta + r \cos \varphi \cos \psi \cos \delta + \right. \\
 & \quad \left. + r \sin \varphi \sin \psi - L \cos \psi \sin \varphi \right] F_1 - \\
 & - \frac{OD \cdot OA \cos \varphi}{l_4} F_4 + m_{42} g \frac{OA^2 OD \cos^2 \varphi}{l_4^2} + \frac{1}{3} m_{BC} g OA \sin \varphi - \\
 & - [m_{41} l_{c4} + m_{42} (l_4 - l_{40} + z_{C04})] \cdot \left[ \frac{OA^2 OD \cos^2 \varphi}{l_4^3} - \frac{OA \sin \varphi}{l_4} \right] g + Q_\varphi
 \end{aligned} \tag{4.29}$$

$$\begin{aligned}
 & m_5 \ddot{L} - m_5 (L - L_0 + z_{c05}) \cdot (\dot{\delta}^2 \sin^2 \psi + \dot{\psi}^2) + \mu_2 \dot{L} = \\
 & = \frac{L + OD \cdot \sin \psi \cos \delta - OA \cdot \sin \varphi \sin \psi \cos \delta - DK \cdot \cos \psi - OA \cos \psi \cos \varphi}{l_1} F_1 + \\
 & + \frac{L - (OB \sin \delta - OD \cos \delta) \sin \psi - DK \cos \psi}{l_2} F_2 + \\
 & + \frac{L + (OC \sin \delta + OD \cos \delta) \sin \psi - DK \cos \psi}{l_3} F_3 - m_5 g \cos \psi + Q_L
 \end{aligned} \tag{4.30}$$

$$\begin{aligned}
& \left[ I_5 + m_5(L - L_0 + z_{c05})^2 \right] \ddot{\psi} + 2m_5(L - L_0 + z_{c05}) \dot{\psi} \dot{L} - \\
& - \left[ I_5 + m_5(L - L_0 + z_{c05})^2 \right] \dot{\delta}^2 \sin \psi \cos \psi + \mu_3 \dot{\psi} = \\
& = \frac{-OA \cdot L \sin \varphi \cos \psi \cos \delta + OAr \sin \varphi \sin \psi \cos \delta + OD \cdot L \cos \psi \cos \delta}{l_1} F_1 + \\
& + \frac{-ODr \sin \psi \cos \delta + OAr \cos \varphi \cos \psi + DK \cdot L \sin \psi + DKr \cos \psi + OA \cdot L \sin \psi \cos \varphi}{l_1} F_1 + \quad (4.31) \\
& + \frac{-(OB \sin \delta - OD \cos \delta) \cdot (r \sin \alpha \sin \psi + L \cos \psi) + DK(L \sin \psi - r \sin \alpha \cos \psi)}{l_2} F_2 + \\
& + \frac{(OC \sin \delta + OD \cos \delta) \cdot (L \cos \psi + r \sin \alpha \sin \psi) + DK(L \sin \psi - r \sin \alpha \cos \psi)}{l_3} F_3 + \\
& + m_5 g [L(t) - KM_0 + z_{c05}] \sin \psi + Q_\psi, \\
& (\ddot{\delta} \sin^2 \psi + 2\dot{\delta} \dot{\psi} \sin \psi \cos \psi) \left[ I_5 + m_5(L - L_0 + z_{c05})^2 \right] + \\
& + 2m_5 \dot{\delta} \dot{L} \sin^2 \psi (L - L_0 + z_{c05}) + \mu_4 \dot{\delta} = \\
& = \frac{OA \cdot L \sin \varphi \sin \psi \sin \delta + OAr \sin \varphi \cos \psi \sin \delta - OD \cdot L \sin \psi \sin \delta}{l_1} F_1 - \frac{ODr \cos \psi \sin \delta}{l_1} F_1 + \quad (4.32) \\
& + \frac{(OB \cos \delta + OD \sin \delta) \cdot (r \sin \alpha \cos \psi - L \sin \psi) + r \cos \alpha (OB \sin \delta - OD \cos \delta)}{l_2} F_2 + \\
& + \frac{(OC \cos \delta - OD \sin \delta) \cdot (L \sin \psi - r \sin \alpha \cos \psi) + r \cos \alpha (OD \cdot \cos \delta + OC \sin \delta)}{l_3} F_3 + Q_\delta.
\end{aligned}$$

### 4.3 Система дифференциальных уравнений в матричной форме

Уравнения Лагранжа 2-го рода (4.29 – 4.32) также можно представить в матричной форме

$$A(q)\ddot{q} + B(q, \dot{q})\dot{q} + C(q) = D(q)F(t) + Q^\Phi, \quad (4.33)$$

где  $A(q)$ ,  $B(q, \dot{q})$ ,  $C(q)$ ,  $D(q)$  – матрицы, зависящие от параметров механизма манипулятора, обобщенных координат и обобщенных скоростей,  $F(t)$  – вектор сил, развиваемых приводами в степенях подвижности манипулятора,  $Q^\Phi$  – вектор обобщенных сил сопротивления.

Вектор-строки обобщенных координат  $q^T$ , обобщенных скоростей  $\dot{q}$ , обобщенных ускорений и движущих сил  $F^T$

$$q^T = |\varphi \quad L \quad \psi \quad \delta|, \quad \dot{q}^T = |\dot{\varphi} \quad \dot{L} \quad \dot{\psi} \quad \dot{\delta}|, \quad \ddot{q}^T = |\ddot{\varphi} \quad \ddot{L} \quad \ddot{\psi} \quad \ddot{\delta}|, \quad (4.34)$$

$$F^T = |F_1 \quad F_2 \quad F_3 \quad F_4|. \quad (4.35)$$

Инерционная матрица  $A(q)$  является диагональной и имеет вид

$$A(q) = \begin{vmatrix} I_{np}(\varphi) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{5K} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{5K} \sin^2 \psi_5 \end{vmatrix}, \quad (4.36)$$

где  $I_{np}(\varphi) = 0,17 - \frac{0,14}{\pi} \varphi$  – приведенный момент инерции,  $m_5$  – масса полой трубы;  $I_{5K} = [m_5(L - L_0)^2 + I_5]$  – момент инерции относительно точки  $K$ .

Матрица  $B(q, \dot{q})$  параметров механизма, зависящая от обобщенных координат и обобщенных скоростей имеет вид

$$B(q, \dot{q}) = \begin{vmatrix} -\frac{0,07}{\pi} \dot{\varphi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -m_5(L - L_0)\dot{\psi}_5 & -m_5(L - L_0)\sin^2 \psi_5 \dot{\delta}_5 \\ 0 & m_5(L - L_0)\dot{\psi}_5 & m_5(L - L_0)\dot{L} & -I_{5K} \sin \psi_5 \cos \psi_5 \dot{\delta}_5 \\ 0 & m_5(L - L_0)\sin^2 \psi_5 \dot{\delta}_5 & I_{5K} \dot{\delta}_5 \sin \psi_5 \cos \psi_5 & m_5(L - L_0)\sin^2 \psi_5 \dot{L} + I_{5K} \dot{\psi}_5 \sin \psi_5 \cos \psi_5 \end{vmatrix}. \quad (4.37)$$

Матрица  $C(q)$  учитывает потенциальные силы

$$C(q) = \begin{vmatrix} -m_{42}g \frac{OAOD \cos \varphi \sqrt{l_4^2 - (OD - OA \sin \varphi)^2}}{l_4^2} - \frac{1}{3} m_{BC} g OA \sin \varphi + \\ + [m_{41} l_{c1} + m_{42}(l_4 - l_{40})] \cdot \frac{(OD - OA \sin \varphi) OA \cos \varphi}{l_4 \sqrt{l_4^2 - (OD - OA \sin \varphi)^2}} g \\ m_5 g \cos \psi \\ -m_5 g (L - L_0) \sin \psi \\ 0 \end{vmatrix}. \quad (4.38)$$

Матрица коэффициентов движущих сил  $D(q)$

$$D(q) = \begin{pmatrix} d_{11} & 0 & 0 & d_{14} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & 0 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} & 0 \end{pmatrix}, \quad (4.39)$$

где элементы матрицы

$$d_{11} = -\frac{OA}{l_1} \cdot [(DK - L \cos \psi_5 + r \sin \psi_5) \sin \varphi + (OD + L \sin \psi_5 \cos \delta_5 + r \cos \psi_5 \cos \delta_5) \cos \varphi],$$

$$d_{14} = \frac{-OD \cdot OA \cos \varphi}{l_4},$$

$$d_{21} = \frac{L + OD \sin \psi \cos \delta - OA \sin \varphi \sin \psi \cos \delta - DK \cos \psi - OA \cos \psi_5 \cos \varphi}{l_1},$$

$$d_{22} = \frac{L - (OB \sin \delta - OD \cos \delta) \sin \psi - DK \cos \psi}{l_2},$$

$$d_{23} = \frac{L + (OC \sin \delta + OD \cos \delta) \sin \psi - DK \cos \psi}{l_3},$$

$$d_{31} = \frac{(OD - OA \sin \varphi)(L \cos \psi \cos \delta - r \sin \psi \cos \delta) + (DK + OA \cos \varphi)(r \cos \psi + L \sin \psi)}{l_1},$$

$$d_{32} = \frac{DK(L \sin \psi - r \sin \alpha \cos \psi) - (OB \sin \delta - OD \cos \delta)(r \sin \alpha \sin \psi + L \cos \psi)}{l_2},$$

$$d_{33} = \frac{(OC \sin \delta + OD \cos \delta)(L \cos \psi + r \sin \alpha \sin \psi) + DK(L \sin \psi - r \sin \alpha \cos \psi)}{l_3},$$

$$d_{41} = \frac{(OD - OA \sin \varphi)(-L \sin \psi \sin \delta - r \cos \psi \sin \delta)}{l_1},$$

$$d_{42} = \frac{(OB \cos \delta + OD \sin \delta)(r \sin \alpha \cos \psi - L \sin \psi) + r \cos \alpha (OB \sin \delta - OD \cos \delta)}{l_2},$$

$$d_{43} = \frac{(OC \cos \delta - OD \sin \delta)(L \sin \psi - r \sin \alpha \cos \psi) + r \cos \alpha (OD \cos \delta + OC \sin \delta)}{l_3}.$$

В дальнейшем предполагается провести динамический синтез управляющих сигналов электродвигателей. В матричной форме удобнее проводить математические преобразования.

#### 4.4 Решение первой задачи динамики

Для решения первой задачи динамики манипулятора необходимо определить движущие силы. Изначально конфигурация манипулятора задана в нулевом положении, выходное звено манипулятора находится в точке  $M_0$  ( $x_{M_0} = 0$  мм,  $y_{M_0} = 720$  мм,  $z_{M_0} = 78$  мм). В данном положении все длины звеньев манипулятора минимальны:  $l_{10} = 757$  мм,  $l_{20} = 760$  мм,  $l_{30} = 760$  мм, угол поворота поворотного основания  $ABC$  равен  $\varphi_0 = 0^\circ$  ( $l_{40} = 750$  мм). Координате точки  $M_0$  соответствуют значения обобщенных координат  $\varphi_0 = 0$ ,  $L_0 = 1392$  мм,  $\psi_0 = -1.42$ ,  $\delta_0 = 0$ .

Необходимо рассчитать движущие силы исполнительных звеньев манипулятора для обеспечения перемещения выходного звена из нулевого положения  $M_0$  в начальную точку  $M_H$  ( $x_{M_H} = 100$  мм,  $y_{M_H} = 850$  мм,  $z_{M_H} = 442$  мм). И далее из начальной точки  $M_H$  реализовать движение выходного звена по прямой в конечную точку  $M_K$  ( $x_{M_K} = -100$  мм,  $y_{M_K} = 950$  мм,  $z_{M_K} = 600$  мм). Ранее решением задачи позиционирования найдены значения обобщенных координат  $L$ ,  $\psi$ ,  $\delta$ ,  $\varphi$  через декартовы координаты  $x_M$ ,  $y_M$ ,  $z_M$  (таблица 2.2). В качестве закона изменения обобщенных координат ( $L$ ,  $\psi$ ,  $\delta$ ,  $\varphi$ ) выбираем полиномиальный закон, соответствующий «мягкому» касанию [69]

$$q_s(t) = q_{sh} + (q_{sk} - q_{sh}) \cdot \left( 10 - 15 \frac{t}{\tau} + 6 \frac{t^2}{\tau^2} \right) \frac{t^3}{\tau^3}, \quad (4.40)$$

где  $s$  – номер обобщенной координаты;  $\tau$  – конечное время перемещения выходного звена манипулятора.

В рассматриваемом примере время перемещения из нулевого положения  $M_0$  в начальную точку  $M_H$  составляет  $\tau_0 = 5$  с. С учетом реальных скоростей для выбранных актуаторов манипулятора максимальная скорость для исполнительных звеньев  $l_2(t)$  и  $l_3(t)$  составляет 48 мм/с. Скорость исполнительного звена  $l_1(t)$  – 15 мм/с, скорость исполнительного звена  $l_4$  –

8 мм/с. Время перемещения из начальной точки  $M_H$  в конечную точку  $M_K$  составляет  $\tau_1 = 10$  с. Максимальная скорость для исполнительного звена  $l_3(t)$  составляет 46 мм/с. Скорость исполнительного звена  $l_2(t)$  – 30 мм/с, скорость исполнительного звена  $l_1(t)$  – 25 мм/с, скорость исполнительного звена  $l_4(t)$  – 10 мм/с.

На рисунке 4.6 представлены законы изменения движущих сил манипулятора в процессе перемещения выходного звена из нулевого положения  $M_0$  в начальную точку  $M_H$ .

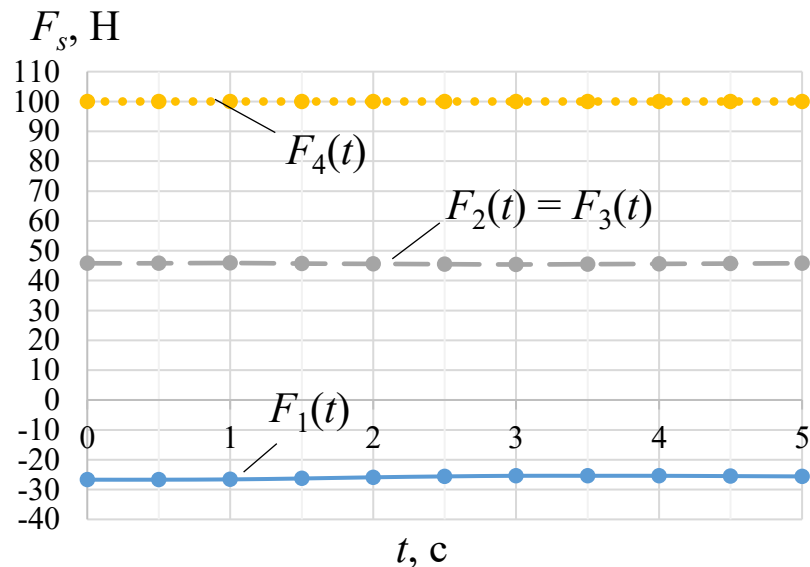


Рисунок 4.6 – Зависимости изменения движущих сил  $F_1, F_2, F_3, F_4$  при перемещении выходного звена из нулевого положения в начальную точку за конечное время  $\tau_0$

На рисунке 4.7 представлены графики изменения движущих сил манипулятора в процессе перемещения выходного звена из начальной точки  $M_H$  в конечную  $M_K$ .

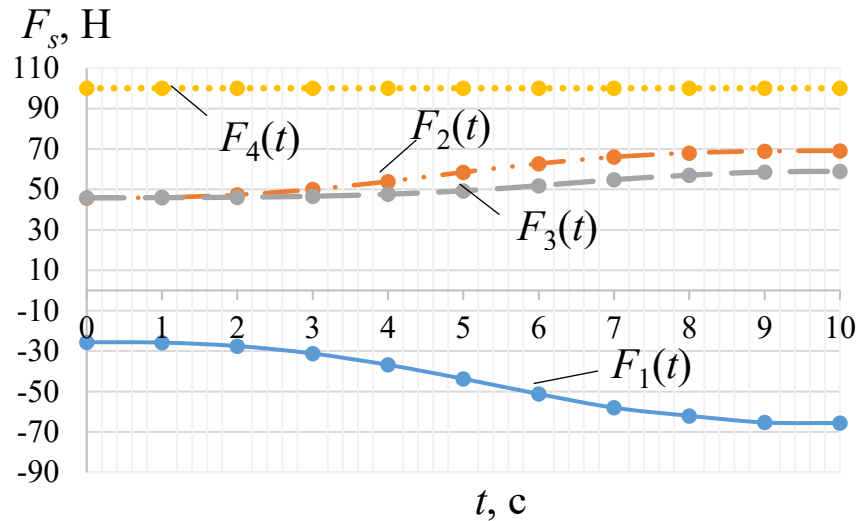


Рисунок 4.7 – Зависимости изменения движущих сил  $F_1, F_2, F_3, F_4$  при перемещении выходного звена из начальной точки в конечную за конечное время  $\tau_1$

Из анализа рисунков 4.6 и 4.7 можно сделать вывод, что самым нагруженным является звено 4, максимальные значения движущих сил  $F_4$  не превышают 100 Н. Рассмотренная методика решения прямой задачи динамики позволяет определить программные усилия, необходимые для реализации перемещения выходного звена манипулятора за конечное время. Характеристики двигателей зависят от вида выполняемых манипулятором технологических операции, внешних нагрузок и ограничений на быстродействие.

#### 4.5 Результаты и выводы по главе

Сформирована динамическая модель манипулятора с жесткими звеньями. Представлено уточненное выражение кинетической энергии манипулятора, что позволит обоснованно использовать методы аналитического синтеза программных управляющих сигналов приводных двигателей.

Решена первая задача динамики: определены движущие силы, необходимые для обеспечения заданных законов перемещения выходного звена манипулятора. С учетом максимальных значений управляющих сил

можно осуществлять подбор электродвигателей приводов манипулятора. Рассмотренная методика решения прямой задачи динамики позволяет определить программные усилия, необходимые для реализации перемещения выходного звена манипулятора по задаваемой траектории и по заданному закону за конечное время.

## **ГЛАВА 5. Экспериментальные исследования на полномасштабном образце манипулятора и научно-технические решения**

В главе описана конструкция и технические характеристики экспериментального образца манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью. Представлена однопроцессорная система управления манипулятором, с помощью которой экспериментально реализованы законы движения выходного звена манипулятора.

Для проверки результатов теоретических исследований проведены эксперименты для двух видов движения.

### **5.1 Технические характеристики манипулятора**

На основе предложенной кинематической схемы [66, 67] разработан полномасштабный образец манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью (рисунок 5.1) для проведения экспериментальных исследований и проверки результатов теоретических исследований. Конструкция манипулятора представляет собой пространственный механизм, который состоит из трех линейных приводов 1–3, которые с помощью двухступенных шарниров крепятся на поворотном основании 5. Другими концами линейные приводы 1, 2, 3 соединены посредством трехступенных шарниров 6 с выходным звеном 7. Четвертый линейный привод 4 за счет изменения хода штока поворачивает поворотное основание 5 и расширяет рабочую зону манипулятора. Дополнительная геометрическая связь реализована в виде полой металлической трубы 8, которая совершает пространственное движение с помощью двухступенного шарнира 9. Манипулятор крепится к стене с помощью рамы 10.

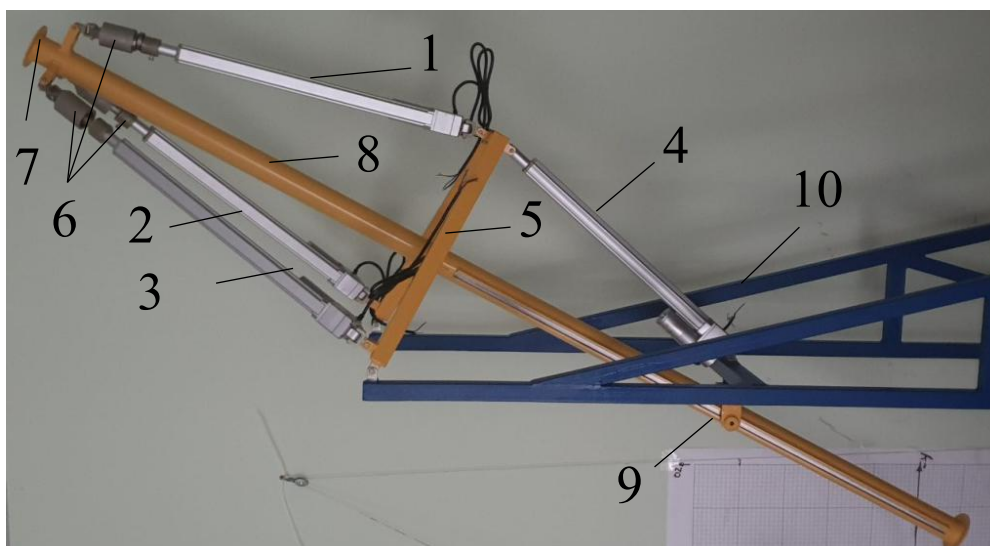


Рисунок 5.1 – Экспериментальный образец манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной геометрической связью

На рисунке 5.2 представлен экспериментальный образец манипулятора параллельно-последовательной структуры с установленным на него захватным устройством 11.



Рисунок 5.2 – Манипулятор с захватным устройством

Технические характеристики, исследуемого манипулятора приведены в таблице 5.1.

Таблица 5.1 – Технические характеристики стенда для испытаний манипулятора

Ограничения изменения угла поворота поворотного основания	$-54^{\circ} \leq \varphi \leq 31^{\circ}$
Номинальная грузоподъемность, кг	30
Максимальная грузоподъемность, кг	60
Стабильность повторяемости позиций, мм	$\pm 5$
Количество осей	4
Площадь установки, м <sup>2</sup>	3,8
Вес, кг	47

Отдельно рассмотрим линейные приводы – электроактуаторы (рисунок 5.3), установленные на манипуляторе в качестве исполнительных звеньев 1–4.



Рисунок 5.3 – Общий вид электроактуатора *LA-T6*

Конструкция электроактуатора (рисунок 5.4) состоит из двигателя постоянного тока, редуктора и механического винтового привода с выходным штоком. Выходной вал мотора соединен с группой металлических шестеренок, которые пропорционально позволяют увеличить крутящий момент, но при этом снизить скорость вращения вала. Механический привод представляет собой винтовую передачу, где гайка установлена на винтовую направляющую ось и неподвижно соединена со штоком.



а)



б)

Рисунок 5.4 – Конструкция актуатора: а) передаточный механизм от двигателя; б) червячный привод аналогового потенциометра

При работе двигателя, гайка перемещается по резьбе вдоль всего винта, соответственно перемещая шток актуатора. Шток выдвигается или втягивается, перемещаясь по направляющей, направление перемещения задается направлением вращения двигателя. В корпусе актуатора расположены концевые выключатели для фиксации крайних выдвинутого и втянутого положений. В таблице 5.2 приведены технические характеристики электроактуатора.

Таблица 5.2 – Технические характеристики электроактуатора

Максимальная нагрузка	300 Н
Скорость при полной нагрузке	30 мм/с
Рабочий ход	400 мм
Напряжение питания	24В
Температура работы	от -26 до +65°C
Класс защиты	IP65
Обратная связь	есть
Датчик обратной связи	потенциометр

## 5.2 Экспериментальное определение статической характеристики линейного привода

Для динамического анализа манипулятора и определения динамических ошибок необходимо знать рабочие характеристики

электромеханического привода, которые характеризуют его динамические свойства. При небольших скоростях движения достаточно определить статическую характеристику привода. Статическая характеристика учитывает зависимость скорости выходного звена от обобщенной силы.

Статические характеристики электромеханических приводов (рисунок 5.5) могут быть представлены в форме

$$F_j = au_j(t) - bl_j, \quad j = 1 \div 4 \quad (5.1)$$

где  $a, b$  – коэффициенты, зависящие от параметров электродвигателя и параметров механической передачи;  $u_j(t), l_j$  – управляющие напряжения в обмотке возбуждения электродвигателя и линейная скорость штока винтовой передачи.

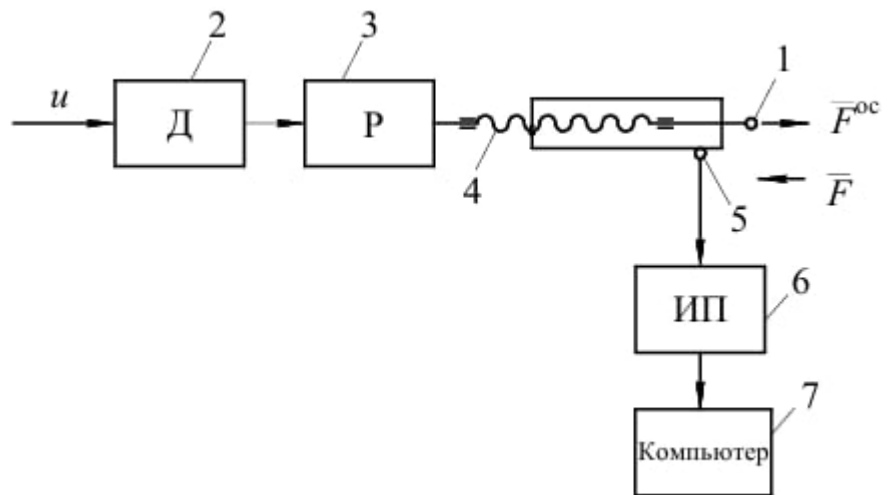


Рисунок 5.6 – Структурная схема приводного механизма исполнительного звена манипулятора: 1 – шток; 2 – электродвигатель; 3 – двухступенчатый цилиндрический редуктор; 4 – самотормозящая винтовая передача; 5 – датчик перемещения; 6 – измерительный преобразователь; 7 – компьютер

Исполнительное звено манипулятора состоит из электродвигателя постоянного тока с независимым возбуждением, двухступенчатого цилиндрического редуктора и винтовой передачи. Механизм передачи движения от двигателя к перемещаемой массе считается безынерционным. В

качестве обобщенной координаты привода выбираем угол поворота  $\alpha_{1j}$  выходного вала двигателя.

Статическая характеристика двигателя постоянного тока с независимым возбуждением имеет вид [87]

$$M_{1j} = ru_j(t) - s\omega_{1j}, \quad (5.2)$$

где  $M_{1j}$  – момент на валу двигателя;  $r, s$  – коэффициенты, зависящие от параметров двигателя;  $u_j(t)$  – управляющее напряжение в обмотке возбуждения;  $\omega_{1j} = \dot{\alpha}_{1j}$  – угловая скорость на валу двигателя.

Уравнение, связывающее момент  $M_{1j}$  на валу электродвигателя и на выходном валу редуктора  $M_{2j}$ , имеет вид

$$M_{2j} = M_{1j} \cdot i \cdot \eta, \quad (5.3)$$

где  $\eta$  – коэффициент полезного действия редуктора;  $i$  – передаточное отношение редуктора равно  $i = \frac{\omega_{1j}}{\omega_{2j}}$ ,  $\omega_{2j}$  – угловая скорость винта штока.

Момент на ведущем вращающемся винте связан с осевой силой, действующей на гайку со штоком, выражением

$$M_{2j} = 0.7F_j \frac{d}{2} \cdot \operatorname{tg}(\beta + \rho), \quad (5.4)$$

где  $F_j$  – усилие на штоке, определяемое нагрузкой на шток;  $\beta, \rho$  – угол подъема винтовой линии и приведенный угол трения, соответственно;  $d$  – средний диаметр резьбы ведущего звена.

Угловая скорость винта связана с линейной скоростью штока  $\dot{l}_j$  соотношением

$$\omega_{2j} = \frac{2\pi}{pn} \dot{l}_j, \quad (5.5)$$

где  $p$  – шаг резьбы винтовой пары;  $n$  – число заходов резьбы винтовой пары.

Усилие в исполнительных звеньях манипулятора определяется из выражений (4.29 – 4.32)

$$F_j = \frac{r i \eta}{0.35 d \cdot \operatorname{tg}(\beta + \rho)} u_j - \frac{2 \pi s}{0.35 d \cdot \operatorname{tg}(\beta + \rho)} i_j. \quad (5.6)$$

Движение штока совершается за счет силы  $F$  в приводе, противодействует движению сила трения  $F_{\text{тр}}$ , на груз действует сила тяжести  $mg$  (рисунок 5.7).

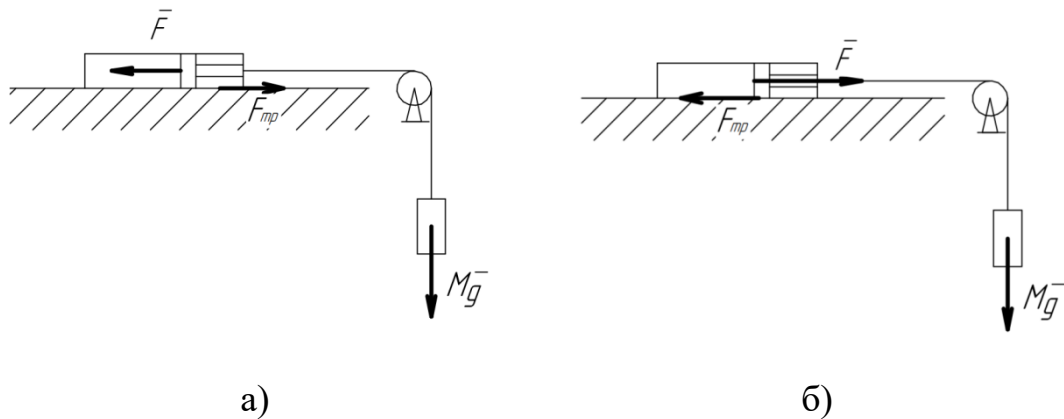


Рисунок 5.7 – Силы системы при втягивании (а) и выдвигании (б) штока

Принимаем, что груз движется равномерно, тогда сумма сил в проекции на горизонтальную ось равна нулю

$$F = mg + F_{\text{тр}}, \quad (5.7)$$

$$F = F_{\text{тр}} - mg, \quad (5.8)$$

где  $F$  – усилие привода;  $M$  – масса груза;  $F_{\text{тр}}$  – сила трения в передаче привода.

Уравнение (5.7) справедливо для случая втягивания штока привода, а уравнение (5.8) для случая его выдвигания.

Сила  $F$  определяется выражением (5.7). Значения скорости движения штока получены экспериментальным путем при нагружении привода грузами

массой от 2,5 кг до 20 кг. Управляющая программа контроллера фиксирует значения положения штока и времени при заданном напряжении  $u$ .

Экспериментальные значения скорости используем для вычисления коэффициентов  $a$  и  $b$  (таблица 5.2) из решения системы уравнений

$$\begin{cases} F_1 = aU - bv_1 \\ F_2 = aU - bv_2 \end{cases} \quad (5.9)$$

$$\text{Из (5.6) и (5.9)} \quad a = \frac{r\eta}{0.35d \cdot \operatorname{tg}(\beta + \rho)}, \quad b = \frac{2\pi s}{0.35d \cdot \operatorname{tg}(\beta + \rho)}.$$

Таблица 5.3 – Коэффициенты  $a$  и  $b$  для разных нагрузок

$F$ , Н	0	25	50	75	100	125	150	175	200
$a$	18,75	27	14,06	7,81	11,25	11,25	13,54	17,71	11,25
$b$	8,33	12,5	6,25	3,13	5	5	6,25	8,33	5

Так как  $a$  и  $b$  – постоянные коэффициенты, примем их значения равными среднему значению. Тогда  $a = 12,5$ ,  $b = 6,6$ .

Диаграмма «скорость-усилие» (рисунок 4.10) актуатора показывает зависимость между скоростью движения штока и осевым усилием.

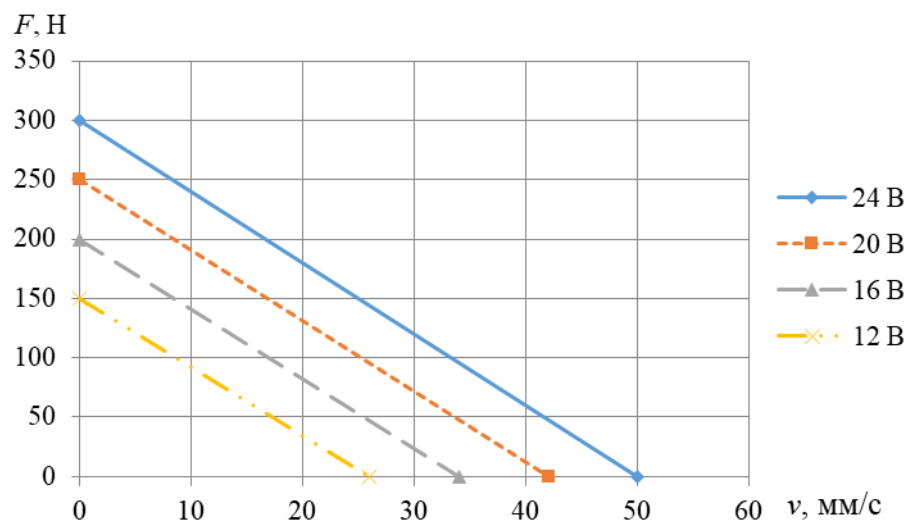


Рисунок 5.8 – Диаграмма «скорость-усилие» при различных напряжениях на обмотке возбуждения электродвигателя

Если электродвигатели имеют жесткие характеристики, т.е. нагрузка слабо влияет на закон перемещения, то отклонения от программных движений (динамические ошибки) небольшие

$$\psi_s(t) = q_s(t) - q_{s\Pi}(t), \quad s = 1 \div 4. \quad (5.10)$$

Подставляя программные законы изменения обобщенных координат  $q_{s\Pi}(t)$  в уравнения (4.29 – 4.32), а затем найденные значения программных усилий  $F_{j\Pi}(t)$  в (5.6), найдем

$$u_{j\Pi}(t) = i_{j\Pi} \frac{2\pi s}{r i \eta} + F_{j\Pi} \frac{0.35d \cdot \operatorname{tg}(\beta + \rho)}{r i \eta}. \quad (5.11)$$

Если система управления формирует управляющие напряжения по полученным законам (5.10), то механическая система манипулятора должна точно реализовать программные перемещения исполнительных звеньев, а динамические ошибки будут обращаться в нуль. Значения программных усилий  $F_{j\Pi}(t)$  при реализации движения выходного звена манипулятора из начальной точки  $M_n$  ( $x_{M_n} = 100$  мм,  $y_{M_n} = 850$  мм,  $z_{M_n} = 442$  мм) в конечную точку  $M_k$  ( $x_{M_k} = -100$  мм,  $y_{M_k} = 950$  мм,  $z_{M_k} = 600$  мм). Скорости и ускорения точки  $M$  в начальный и конечный момент времени равны нулю.

С учетом выражения (5.11) находятся значения управляющих напряжений, обеспечивающих перемещение выходного звена из начальной точки в конечную за время  $\tau = 10$  с. На рисунке 5.9 представлены зависимости управляющих напряжений от времени.

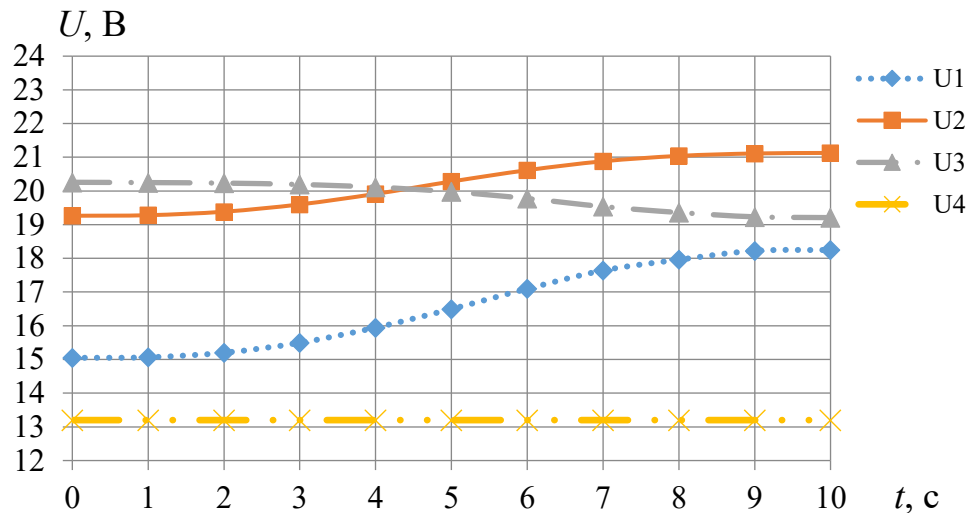


Рисунок 5.9 – Зависимости изменения управляющих напряжений при перемещении выходного звена из начальной точки в конечную

Полученные значения управляющих напряжений необходимы при формировании системы управления манипулятором для обеспечения программных перемещений исполнительных звеньев. Чаще всего управление манипулятором осуществляется с помощью обратных связей, в этом случае в систему управления вводятся система датчиков, измеряющие в каждый момент времени кинематические параметры движения.

### 5.3 Описание системы управления манипулятора

В качестве системы управления используется однопроцессорная система управления исполнительными звеньями манипулятора. Структурная схема однопроцессорной системы управления исполнительными звеньями манипулятора представлена на рисунке 5.10. Данная система позволяет управлять 4 актуаторами манипулятора, также контролировать состояние исполнительных звеньев и перемещать выходное звено по программно-заданным законам.

Система построена на микроконтроллере платформы STM-32F401 Discovery, который имеет 32-битный ARM Cortex-M4. В контур управления ШИМ-сигналами, генерируемыми встроенными таймерами

микроконтроллера, включается микросхема мостового усилителя. Функции усилителя выполняет двухканальный полный Н-мост на микросхеме VN13SP30, пропускающий максимальный ток до 30А по каждому каналу.

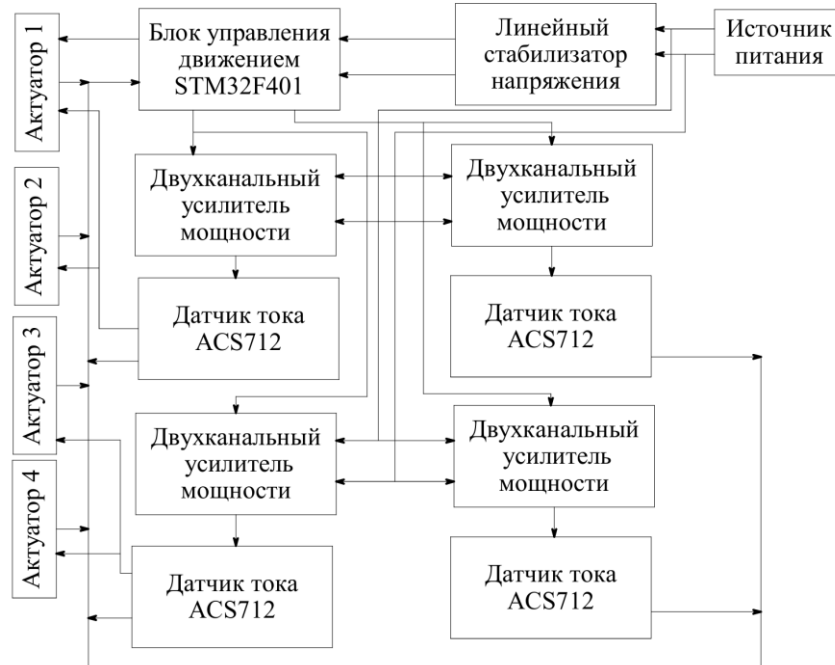


Рисунок 5.10 – Однопроцессорная система управления манипулятором

Реверсирование вращения двигателя (направление движения штока) задается управляющими сигналами на выводах GPIO контроллера. Для измерения тока, протекающего по обмоткам двигателя актуатора, в разрыв цепи: выход мостового усилителя – силовая обмотка привода включается датчик тока в интегральном исполнении ACS 712.

Выходной аналоговый сигнал датчика пропорционален протекающему току. Этот сигнал поступает на один из входов коммутатора встроенного АЦП контроллера и содержит информацию, необходимую для оценки момента на валу двигателя, сил трения и определения состояния останова или заклинивания штока актуатора. На входы 16-канального коммутатора АЦП поступают аналоговые сигналы обратной связи от энкодеров всех приводов, а также датчиков тока в обмотках этих же электроприводов.

Встроенная система управления подключена к аккумуляторным батареям с напряжением +24 В. Понижение напряжения питания до необходимых уровней +5 В для интегральных схем обрамления и +3,3 В для контроллера осуществляется с помощью двух последовательно включенных электронных стабилизаторов – LM2596 и LM1117.

В блоке управления реализованы основные операции по обработке данных от датчика тока и энкодера, а также алгоритмы управления приводом: цифровые фильтры, вычислители расстояния по данным от энкодера, ПИД-регуляторы, генераторы ШИМ-сигналов, формирователи сигналов управления по заданной траектории перемещения штока актуатора.

На вход в качестве  $q_n$  подается обобщенная координата очередной точки позиционирования, т.е. величина  $q_n$  остается неизменной, пока система не достигнет заданного положения (рисунок 5.11).

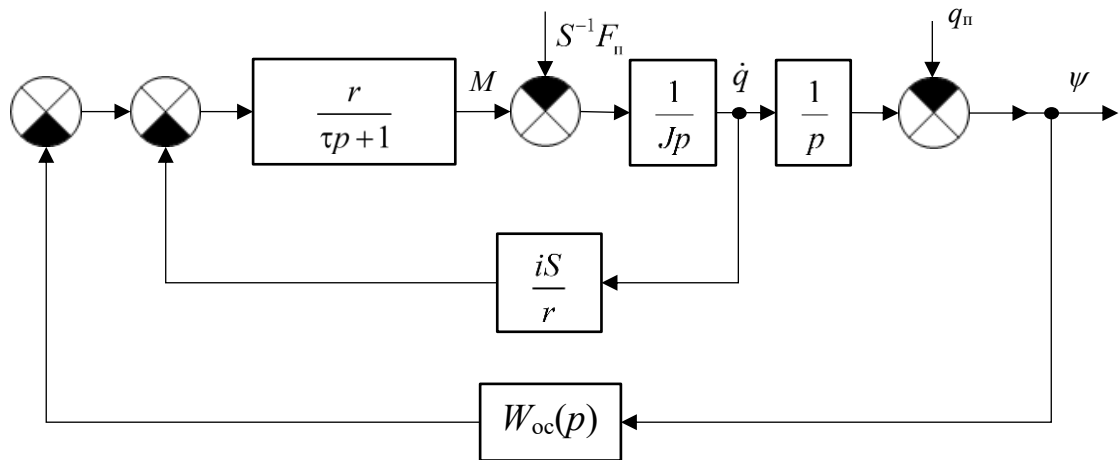


Рисунок 5.11– Блок-схема системы управления

Если в цепи обратной связи используется пропорциональный регулятор с передаточной функцией  $W_{oc} = k = \text{const}$ , то при  $q_n = \text{const}$  и при отсутствии возмущения  $F_n$  статическая ошибка равна нулю, а при постоянном статическом возмущении статическая ошибка ограничена. Фотография системы управления представлена на рисунке 5.12.

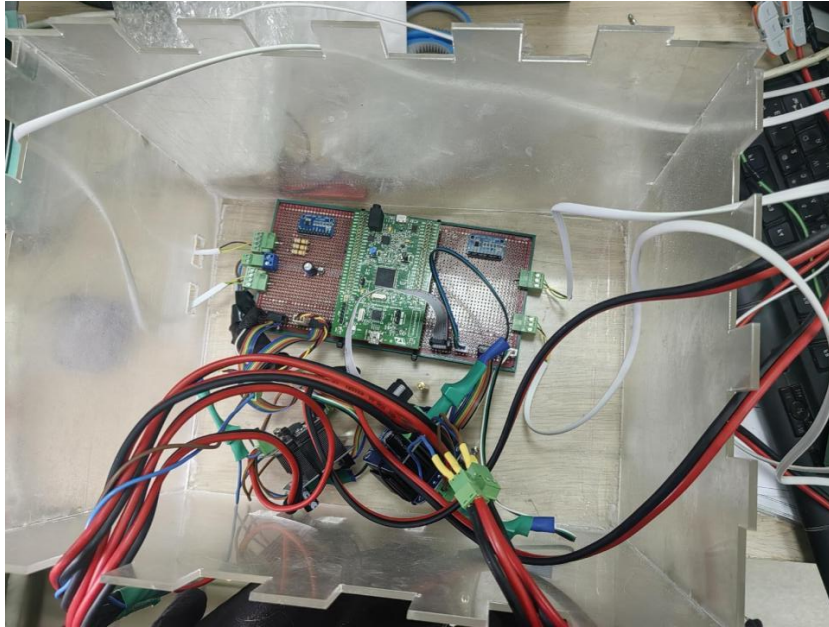


Рисунок 5.12 – Система управления манипулятора с корпусом

#### **5.4 Экспериментальные исследования перемещений звеньев манипулятора**

Для подтверждения аналитических выражений, полученных при решении задачи позиционирования выходного звена манипулятора, необходимо задаться начальной и конечной точками и определить максимальные отклонения теоретических значений от экспериментальных. Численное моделирование проводилось в программной среде MATLAB, экспериментальное – средствами программного обеспечения представленной системы управления. Экспериментально решается задача позиционирования – перемещение из начальной точки в конечную, фиксируются отклонения экспериментальных значений обобщенных координат от расчетных.

Для подтверждения адекватности математической модели проведены экспериментальные исследования при перемещении выходного звена из одной точки в другую по прямой. Получены экспериментальные и расчетные (теоретические) кривые изменениями длин звеньев манипулятора от времени при движении выходного звена из нулевой точки  $x_{M0} = 0$  мм,  $y_{M0} = 720$  мм,  $z_{M0} = 78$  мм в конечную точку  $x_{Mк} = -100$  мм,  $y_{Mк} = 820$  мм,  $z_{Mк} = 400$  мм

(рисунок 5.13) по прямой по полиномиальному закону изменения ускорения (3.9).

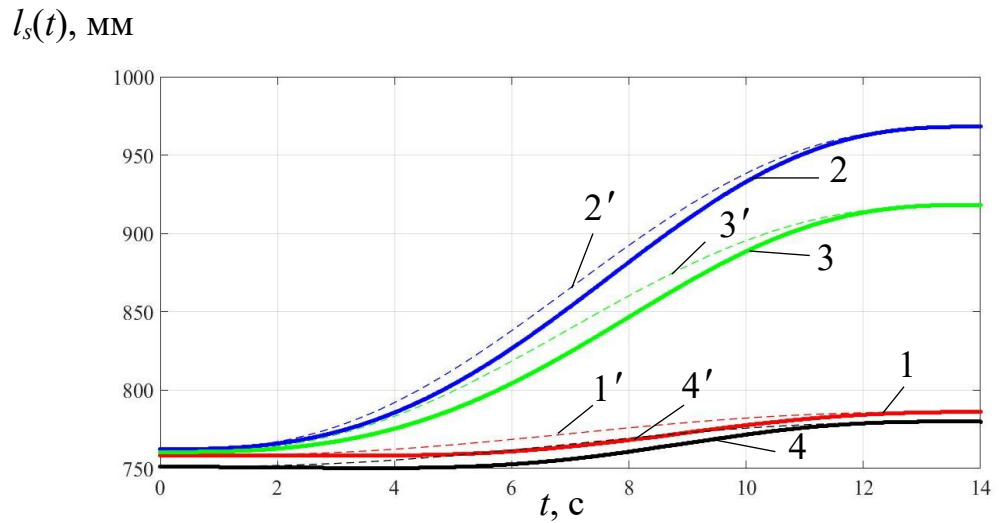


Рисунок 5.13 – Расчетные (кривые 1 – 4) и экспериментальные (кривые 1' – 4') зависимости изменения длин звеньев 1 – 4 манипулятора от времени при движении из начальной точки в конечную точку по прямой

На рисунке 5.14 представлена траектория движения манипулятора.

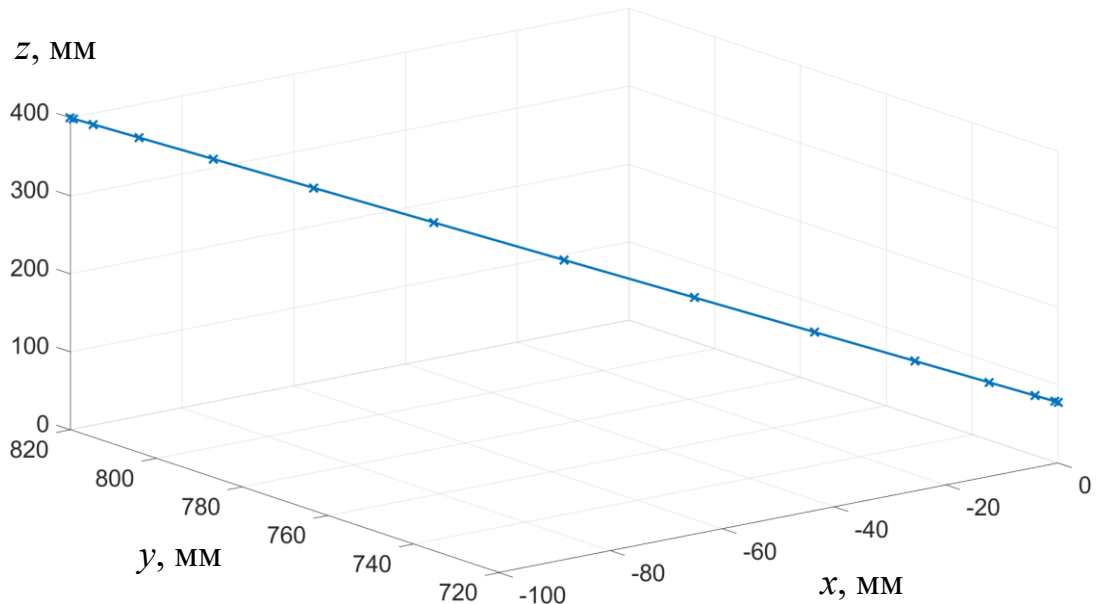


Рисунок 5.14 – Траектория движения манипулятора по прямой по полиномиальному закону

На рисунке 5.15 представлены экспериментальные зависимости токов на линейных приводах от времени.

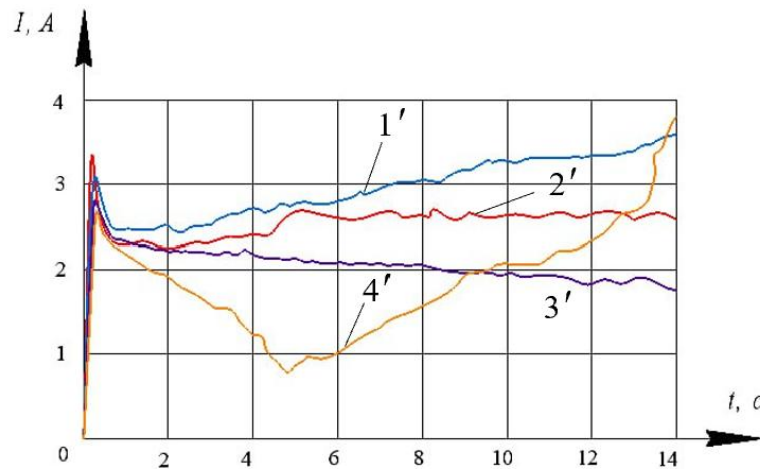


Рисунок 5.15 – Зависимости токов на линейных приводах от времени

Результаты показали, что максимальное расхождение теоретических и экспериментальных результатов не превышает 10%. Совпадения с учетом ошибок измерений, теоретических и экспериментальных результатов моделирования движения выходного звена манипулятора параллельно-последовательной структуры могут служить подтверждением практической реализуемости разработанных аналитических алгоритмов управления. Акт внедрения результатов исследования манипулятора представлен в приложении Б.

## 5.5 Результаты и выводы по главе

Описывается конструкция манипулятора на основе предложенной кинематической схемы. Рассмотрены основные элементы конструкции манипулятора и особенности линейных актуаторов, установленных на манипуляторе. Для данного манипулятора представлена однопроцессорная система управления, с помощью которой можно реализовать перемещение

выходного звена манипулятора по задаваемым координатам характерной точки захвата манипулятора.

Экспериментально получены значения длин actuators при решении задачи позиционирования при перемещении выходного звена манипулятора из начальной точки в конечную. Максимальные отклонения теоретических и экспериментальных результатов составили не более 10%.

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате диссертационного исследования разработана новая кинематическая схема манипулятора параллельно-последовательной структуры на основе трипода с дополнительной геометрической связью. Механизм манипулятора позволяет обеспечить необходимые параметры манипулятивности и разгрузить линейные приводы от изгибающих моментов.

Для предложенной кинематической схемы манипулятора получены аналитические решения прямой и обратной задач кинематики манипулятора в системе обобщенных координат дополнительного звена. Аналитически решена обратная задача кинематики в системе  $l$ -координат. Решена оптимизационная задача позиционирования манипулятора, в которой определяется конфигурация манипулятора через длины исполнительных звеньев в зависимости заданных декартовых координат выходного звена.

Получены аналитические выражения управляющей матрицы, связывающей скорости исполнительных звеньев с программными скоростями обобщенных координат манипулятора. Сформированы критерии близости механизма к особым положениям. Наличие аналитического выражения для управляющей матрицы позволяет учитывать взаимное влияние приводов на перемещение рабочего органа манипулятора и определять особые положения механизма.

Предложен новый метод кинематического синтеза программных перемещений выходного звена, аппроксимацией дискретных значений перемещений исполнительных звеньев полиномом. Степень аппроксимирующего полинома зависит от вида и количества граничных условий. Разработанный математический аппарат реализован в системе управления манипулятором параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью.

Сформирована математическая модель динамики манипулятора с уточненным выражением кинетической энергии, что позволит обоснованно

использовать методы аналитического синтеза программных входных управляющих сигналов приводных двигателей. Решена прямая задача динамики, что позволяет подобрать параметры двигателей в зависимости от типа выполняемых манипулятором технологических операции, нагрузок и времени перемещения.

Проведены экспериментальные исследования на полномасштабном образце манипулятора параллельно-последовательной структуры. Экспериментально установлено, что разработанные математические модели кинематики и динамики описывают движения звеньев манипулятора с достаточной для практического применения точностью (ошибка позиционирования не превышает 10%).

**СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. ГОСТ Р 60.0.0.4-2023/ИСО 8373:2021 – национальный стандарт Российской Федерации «Роботы и робототехнические устройства. Термины и определения».

2. Патент на полезную модель № 218833 U1 Российская Федерация, МПК В25J 11/00. Высокоскоростной прецизионный порталный робот-манипулятор: № 2021130459: заявл. 19.10.2021: опубл. 14.06.2023 / И. О. Зенин.

3. Патент № 2830680 С1 Российская Федерация, МПК В28В 15/00, В25J 11/00, В66С 19/00. Портальный манипулятор № 2024106598: заявл. 13.03.2024: опубл. 25.11.2024 / А. А. Степанов, А. Ю. Левестам; заявитель Общество с ограниченной ответственностью "Завод трубопроводной арматуры".

4. Патент на полезную модель № 208976 U1 Российская Федерация, МПК В25J 5/00. Мобильный робот для обработки поверхностей крупногабаритных стационарных объектов: № 2021110989: заявл. 16.04.2021: опубл. 25.01.2022 / А. А. Перегородов, Н. В. Бекренев, И. В. Злобина, И. Н. Иванилов; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю.А.".

5. Патент № 2758385 С1 Российская Федерация, МПК В25J 1/10. круговой пространственный сферический манипулятор: № 2021104633: заявл. 24.02.2021: опубл. 28.10.2021 / В. И. Пожбелко.

6. Колюбин, С. А. Энергоэффективное траекторное управление манипуляторами с избыточным числом степеней свободы / С. А. Колюбин, О. Д. Заводовский // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. – 2018. – Т. 61, № 2. – С. 141-147. – DOI 10.17586/0021-3454-2018-61-2-141-147.

7. Калушев, К. А. Разработка математической модели управления роботом SCARA на базе шаговых двигателей / К. А. Калушев, Л. И. Воронова // Робототехника и техническая кибернетика. – 2025. – Т. 13, № 2. – С. 104-114.

8. Ларионова, П. Е. Исследование возможностей применения коботов Kuika LBR iiwa / П. Е. Ларионова, Н. В. Дмитриев // Мехатроника, автоматика и робототехника. – 2024. – № 13. – С. 28-31. – DOI 10.26160/2541-8637-2024-13-28-31.

9. Asgari, M. Singularities of ABB's YuMi 7-DOF robot arm / M. Asgari, I. A. Bonev, C. Gosselin // Mechanism and Machine Theory. – 2025. – V. 205. – P. 105884. – DOI 10.1016/j.mechmachtheory.2024.105884.

10. Глазунов, В. А. Разработка механизмов параллельной структуры с четырьмя степенями свободы и четырьмя кинематическими цепями / В. А. Глазунов, В. А. Борисов // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2017. – № 5. – С. 3-12.

11. Филаретов, В. Ф. Система телеуправления многозвенным манипулятором, установленным на мобильном роботе / В. Ф. Филаретов, А. А. Кацурин // Информационно-измерительные и управляющие системы. – 2018. – Т. 16, № 12. – С. 40-48. – DOI 10.18127/j20700814-201812-05.

12. Патент № 2786065 С1 Российская Федерация, МПК В25J 5/00, В25J 13/08, F16L 55/00. адаптивный мобильный пространственный робот-манипулятор для перемещения в межтрубном пространстве: № 2022119406: заявл. 15.07.2022: опубл. 16.12.2022 / С. Н. Саяпин; заявитель Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук.

13. Адамов, Б. И. Идентификация параметров математической модели мобильной роботизированной платформы всенаправленного движения Kuika youBot / Б. И. Адамов, А. И. Кобрин // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2018. – Т. 19, № 4. – С. 251-258. – DOI 10.17587/mau.19.251-258.

14. Макарова, Е. А. Адаптивные захваты робототехнических систем / Е. А. Макарова, М. Ю. Ветлицын, Н. Г. Шаронов // Известия Волгоградского государственного технического университета. – 2023. – № 4(275). – С. 57-63. – DOI 10.35211/1990-5297-2023-4-275-57-63.

15. Хомченко, В. Г. Робототехнические системы: учеб. пособие / Хомченко В.Г. – Омск, 2016. – 195 с.

16. Егоров, И. Н. Системы управления электроприводов технологических роботов и манипуляторов: учеб. пособие / И. Н. Егоров, В. П. Умнов; Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. – Владимир: Изд-во ВлГУ, 2022. – 314 с.

17. Робототехнический комплекс для автоматизированной покраски поверхностей судов / Н. А. Мостаков, А. О. Винокуров, А. А. Фильченков, А. А. Захарова // XIV Всероссийское совещание по проблемам управления: сборник научных трудов, Москва, 17–20 июня 2024 года. – Москва: Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова РАН, 2024. – С. 1580-1585.

18. Белов, Н. В. Определение объекта захвата для технологического процесса сортировки с применением промышленного манипулятора / Н. В. Белов // Телекоммуникации и информационные технологии. – 2024. – Т. 11, № 1. – С. 48-55.

19. Швандт, А. Исследование возможностей промышленного манипуляционного робота при выполнении сложных технологических операций / А. Швандт, А. С. Ющенко // Экстремальная робототехника. – 2013. – Т. 1, № 1. – С. 189-198.

20. Щербаков, А. В. Особенности построения манипуляторов для электронно-лучевых сварочных установок / А. В. Щербаков, В. П. Рубцов // Электротехника. – 2011. – № 7. – С. 58-62.

21. Ассистирующие роботохирургические комплексы для малоинвазивных операций / Е. И. Велиев, Р. Ф. Ганиев, В. А. Глазунов [и др.] // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2022. – № 3. – С. 83-94.

22. Karmakar S., Turner C.J. Forward kinematics solution for a general Stewart platform through iteration based simulation // The International Journal of Advanced Manufacturing Technology. – 2023. – V. 126. – P. 813–825. – <https://doi.org/10.1007/s00170-023-11130-9>.

23. Создание трехмерной кинематической модели манипулятора Delta при помощи системы автоматизированного проектирования в NX / А. А. Волошкин, Л. А. Рыбак, В. М. Скитова [и др.] // Робототехника и техническая кибернетика. – 2023. – Т. 11, № 1. – С. 20-29.

24. Патент № 2800733 С1 Российская Федерация, МПК F16H 21/00. Пространственный манипулятор параллельной структуры с пятью степенями свободы: № 2023103785: заявл. 20.02.2023: опубл. 27.07.2023 / П. А. Ларюшкин, А. С. Фомин, В. А. Глазунов [и др.] ; заявитель Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук.

25. Патент № 2817720 С1 Российская Федерация, МПК В25J 1/00, В33У 30/00, В22F 3/105. промышленный гибридный робот для лазерной технологии : № 2023115231: заявл. 09.06.2023: опубл. 19.04.2024 / В. А. Глазунов, Г. В. Рашоян, А. К. Алешин [и др.]; заявитель Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук.

26. Патент № 2714147 С1 Российская Федерация, МПК В25J 11/00, F16H 21/02. ориентирующая платформа с шестью степенями свободы: № 2019120866: заявл. 02.07.2019: опубл. 12.02.2020 / А. С. Фомин, Д. В. Петелин, В. А. Глазунов; заявитель Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Сибирский государственный индустриальный университет».

27. Глазунов, В. А. Структура, кинематика и прототипирование параллельного манипулятора с удаленным центром вращения / В. А. Глазунов, П. А. Ларюшкин, К. А. Шалюхин // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2023. – № 6. – С. 54-61.

28. Глазунов, В. А. Решение задачи о положении хирургического робота-ассистента для манипулирования эндоскопом Soloassist (aktormed) / В. А. Глазунов, Н. Л. Ковалева, К. А. Шалюхин // Проблемы машиностроения и автоматизации. – 2024. – № 4. – С. 93-99.

29. Механизм манипулятора с параллельной структурой для использования в роботизированном хирургическом комплексе / Г. С. Филиппов, К. А. Шалюхин, Г. В. Рашоян [и др.] // Технологии и качество. – 2021. – № 1(51). – С. 46-51.

30. К решению обратной кинематической задачи для гексапода с круговой направляющей / А. С. Фомин, А. В. Антонов, Д. В. Петелин, П. А. Швец // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2021. – № 3. – С. 11-21.

31. Киселев, С. В. Синтез, кинематическое и динамическое моделирование складных механизмов параллельной структуры с круговой направляющей / С. В. Киселев, А. С. Фомин, А. В. Антонов // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2023. – № 12(765). – С. 20-27.

32. Киселев, С. В. Роботы параллельной структуры с круговой направляющей: систематический обзор кинематических схем, методов синтеза и анализа / С. В. Киселев, А. В. Антонов, А. С. Фомин // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2022. – № 1. – С. 26-38.

33. Оптимальный синтез структуры и параметров роботизированной системы для восстановительной механотерапии на базе параллельных механизмов / Л. А. Рыбак, А. А. Волошкин, В. С. Перевузник, Д. И. Малышев // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2024. – № 1(237). – С. 88-100.

34. Рыбак, Л. А. Структурный синтез параллельных механизмов, обеспечивающих плоскопараллельное движение выходного звена на основе теории винтов и виртуальных кинематических цепей / Л. А. Рыбак, Е. В. Гапоненко, Д. И. Малышев // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. – 2017. – № 1. – С. 185-194.

35. Рыбак, Л. А. Разработка алгоритмов и управляющих программ для реализации движений выходного звена робота-гексапода для 3D-печати прецизионных изделий / Л. А. Рыбак, Е. В. Гапоненко, Д. И. Малышев // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2016. – Т. 17, № 12. – С. 821-827.

36. Роботизированная система на базе дельта манипулятора для аликвотирования в закрытых камерах и боксах / А. А. Волошкин, Л. А. Рыбак, А. В. Ноздрачева [и др.] // Экстремальная робототехника. – 2022. – № 1(33). – С. 436-444.

37. Интеллектуальная система управления платформой Стюарта на основе применения метода обучения с подкреплением / И. А. Дуюн, П. С. Кабелянц, Т. А. Дуюн, Л. А. Рыбак // Вестник Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. – 2024. – № 11. – С. 102-115.

38. Гапоненко, Е. В. Анализ жесткости и точности позиционирования робота-трипода / Е. В. Гапоненко, Л. А. Рыбак, Л. Г. Вирабян // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2020. – № 1. – С. 21-30.

39. Li Y., Wang Z., Chen C. [et al.] Dynamic Accuracy Analysis of a 5PSS/UPU Parallel Mechanism Based on Rigid-Flexible Coupled Modeling // Chinese Journal of Mechanical Engineering. – 2022. – V. 35. – No. 33. – <https://doi.org/10.1186/s10033-022-00693-5>.

40. Патент № 2651781 С1 Российская Федерация, МПК В66С 23/44. Манипулятор-трипод промышленного назначения: № 2017112648: заявл. 12.04.2017: опубл. 23.04.2018 / В. В. Жога, В. В. Дяшкин-Титов, А. В. Дяшкин [и др.] ; заявитель федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Волгоградский государственный аграрный университет" (ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ).

41. Palpacelli M., Palmieri G., Carbonari, L., Callegari, M. Experimental identification of the static model of the HPKM Tricept industrial robot // Advanced Robotics. – 2014. – V. 28. – No. 19. – P. 1291–1304. – <https://doi.org/10.1080/01691864.2014.933127>.

42. Серебрянный, В.В. Программирование скоординированных перемещений двух роботов-манипуляторов на базе коллаборативного робота IRB14000 (YuMi) : учебное пособие / В. В. Серебрянный, П. В. Леонидов. — Москва : МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2019. – 88 с.

43. Патент на полезную модель № 208913 U1 Российская Федерация, МПК А61В 34/30, В25J 18/00. хирургический робот-манипулятор: № 2021127913: заявл. 23.09.2021: опубл. 21.01.2022 / Е. И. Велиев, Р. Ф. Ганиев, В. А. Глазунов [и др.] ; заявитель Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт машиноведения им. А.А. Благонравова Российской академии наук.

44. Whitney J. Chen T., Mars J., Hodgins J. A hybrid hydrostatic transmission and human-safe haptic telepresence robot // IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA). – 2016. – P. 690-695.

45. Xu Y., Yang F., Mei Y. [et al.] Kinematic, Workspace and Force Analysis of A Five-DOF Hybrid Manipulator R(2RPR)R/SP+RR // Chinese Journal of Mechanical Engineering. – 2022. – V. 35. – No. 123. – <https://doi.org/10.1186/s10033-022-00792-3>.

46. Филиппов, Г. С. Научное обоснование и разработка механизмов параллельно-последовательной структуры для многокоординатных манипуляционных систем: специальность 05.02.00 "Машиностроение и машиноведение": диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук / Филиппов Глеб Сергеевич. – Москва, 2019. – 324 с.

47. Антонов, А. В. Решение обратной кинематической задачи для пятиподвижного манипулятора гибридной структуры / А. В. Антонов, А. С. Фомин // Автоматика и телемеханика. – 2023. – № 3. – С. 106-125.

48. Захаров, М. Н. Решение обратной задачи о положениях кинематически избыточного гибридного механизма параллельной структуры / М. Н. Захаров, П. А. Ларюшкин, А. В. Семенов // Вестник машиностроения. – 2024. – Т. 103, № 9. – С. 739-743.

49. Ларюшкин, П. А. Решение задачи о положениях и исследование рабочей зоны плоского кинематически избыточного механизма параллельной структуры / П. А. Ларюшкин, Е. М. Исполов, А. И. Долгих // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2023. – № 11(764). – С. 20-28.

50. Рабичева, Т. С. Разработка и структурный анализ механизма параллельно-последовательной структуры с четырьмя степенями свободы, обеспечивающего постоянство точки ввода выходного звена / Т. С. Рабичева, Ю. И. Бровкина, В. А. Глазунов // Транспортное, горное и строительное машиностроение: наука и производство. – 2024. – № 29. – С. 9-13.

51. К вопросу структурного синтеза кинематических цепей сферических механизмов параллельной структуры с линейными приводами / П. А. Ларюшкин, А. А. Хрестина, Ю. В. Сеницына, А. В. Семенов // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2025. – № 2. – С. 3-11.

52. Ларюшкин, П. А. Исследование особых положений механизма параллельной структуры с шестью степенями свободы типа Гексаглайд / П. А. Ларюшкин // Справочник. Инженерный журнал. – 2022. – № 6(303). – С. 31-37.

53. Анализ влияния сингулярностей на решение прямой задачи кинематики и геометрию рабочего пространства платформы Гофа-Стюарта / Д. И. Малышев, Л. А. Рыбак, А. С. Писаренко, В. В. Черкасов // Известия ЮФУ. Технические науки. – 2022. – № 1(225). – С. 152-162.

54. Гапоненко, Е. В. Численный метод определения рабочей области робота с механизмами относительного манипулирования / Е. В. Гапоненко, Л. А. Рыбак, Д. И. Малышев // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2020. – № 6. – С. 16-34.

55. Аппроксимация рабочей области манипуляторов параллельной и последовательной структуры в составе мультироботизированной системы / Л. А. Рыбак, Л. Бехера, Д. И. Малышев, Л. Г. Вирабян // Вестник

Белгородского государственного технологического университета им. В.Г. Шухова. – 2019. – № 8. – С. 121-128.

56. Modak S., Rama K. Kinematics and singularity analysis of a novel hybrid industrial manipulator // *Robotica*. – 2023. – V. 42. – P. 1-32.

57. Golla P., Ramesh S., Bandyopadhyay S. Kinematics of the Hybrid 6-Axis (H6A) manipulator // *Robotica*. 2023. – V.41. – P. 1-32.

58. Qin X., Li Y., Feng G. [et al.] A novel surface topography prediction method for hybrid robot milling considering the dynamic displacement of end effector // *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*. – 2024. – V. 130. – P. 3495–3508.

59. Petko M., Gac K., Gora G. [et al.] CNC system of the 5-axis hybrid robot // *Mechatronics*. – 2016. – V. 36. – DOI: 10.1016/j.mechatronics.2016.03.001.

60. Liu Qi, Yan T., Li Bin, Ma Yue. Dynamic formulation and inertia fast estimation of a 5-DOF hybrid robot // *Scientific Reports*. – 2024. – V. 14. – DOI: 10.1038/s41598-024-68408-5. 42

61. Rybak L., Carbone G., Mohan S. [et al.] New design and construction of a mechanical gripping device with a telescopic link of a fruit harvesting robot // *Robotica*. – 2024. – V. 43. – P. 1-17.

62. Патент № 2207317 С1 Российская Федерация, МПК В66С 23/44. кран-манипулятор: № 2001128681/28: заявл. 24.10.2001 опубл. 27.06.2003 / В. И. Пындак, А. Н. Макаренко; заявитель Волгоградская государственная сельскохозяйственная академия.

63. Патент № 2616493 С Российская Федерация, МПК В66С 23/44. Манипулятор-трипод параллельно-последовательной структуры: № 2016110927: заявл. 24.03.2016: опубл. 17.04.2017 / В. В. Жога, В. В. Дяшкин-Титов, А. В. Дяшкин [и др.] ; заявитель федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Волгоградский государственный аграрный университет" (ФГБОУ ВО Волгоградский ГАУ).

64. Воробьева, Н. С. Методы управления манипуляторами на базе трипода при выполнении технологических операций / Н. С. Воробьева // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2022. – № 3(744). – С. 3-14.

65. Методы кинематического синтеза алгоритмов управления манипулятором-триподом / Н. С. Воробьева, А. В. Дяшкин, В. В. Дяшкин-Титов [и др.] // Известия Нижневолжского агроуниверситетского комплекса: Наука и высшее профессиональное образование. – 2020. – № 2(58). – С. 384-396.

66. П. м. 218886 Российская Федерация, МПК В66С 23/00 Манипулятор-трипод / В.В. Жога, А.В. Нелюбова, Н.Г. Шаронов, В.В. Чернышев; ФГБОУ ВО ВолгГТУ. - 2023.

67. П. м. 218887 Российская Федерация, МПК В66С 23/44 Манипулятор-трипод / В.В. Жога, А.В. Нелюбова, Н.Г. Шаронов, В.В. Чернышев; ФГБОУ ВО ВолгГТУ. - 2023.

68. Воробьева, Н. С. Отслеживание приводами манипулятора параллельно-последовательной структуры программных перемещений рабочего органа / Н. С. Воробьева, В. В. Жога, И. А. Несмиянов // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 2019. – № 2. – С. 154-165.

69. Основы динамики промышленных роботов. / Коловский М.З., Слоущ А.В. – Москва : Наука. Гл. ред. Физ.-мат. лит. – 1988. – 240 с.

70. Кун С., Госселин К. Структурный синтез параллельных механизмов / Пер. с англ. д.т.н. Л.А. Рыбак, к.т.н. А.В. Чичварина под ред. д.т.н. А.В. Синева. – Москва : ФИЗМАТЛИТ. – 2012. – 276 с.

71. Нелюбова, А.В. Расчет кинематических характеристик манипулятора-трипода с дополнительной кинематической связью / А.В. Нелюбова, В.В. Жога, И.П. Вершинина // Известия ВолгГТУ. Сер. Роботы, мехатроника и робототехнические системы. - Волгоград, 2023. - № 4 (275). - С. 71-76. - DOI 10.35211/1990-5297-2023-4-275-71-76

72. Корендясев А.И. Теоретические основы робототехники. В 2 кн./ А.И. Корендясев, Б.Л. Саламандра, Л.И. Тывес ; отв. ред. С.М. Каплунов ; Ин-т машиноведения им. А.А. Благонравова РАН. – Москва : Наука. – 2006.

73. Манипуляционные системы роботов/ А.И. Корендясев, Б.Л. Саламандра, Л.И. Тывес и др.; Под общ. ред. А.И. Корендясева. – Москва : Машиностроение. –1989. – 472 с.

74. Лурье, А.И. Аналитическая механика. – Москва: Физматгиз. – 1961. – 824 с.

75. Свид. о гос. регистрации программы для ЭВМ № 2025683772 от 8 сентября 2025 г. Российская Федерация. Алгоритм синтеза программных перемещений исполнительных звеньев манипулятора с избыточным числом степеней свободы / А.В. Нелюбова, В.В. Жога; ФГБОУ ВО ВолГТУ. - 2025.

76. Юревич Е. И. Основы робототехники: учеб. пособие. – 4-е изд., перераб. и доп. – СПб.: БХВ-Петербург, 2017. – 304 с.,

77. Динамика управления роботами / В.В. Козлов, В.П. Макарычев, А.В. Тимофеев, Е.И. Юревич; под ред. Е.И. Юревича. — Москва : Наука, 1984. – 334 с. ил.

78. Зенкевич С.Л., Ющенко А.С. Управление роботами. Основы управления манипуляционными роботами: учеб. для вузов – Москва: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана. – 2000. – 400 с.

79. Ларюшкин, П. А. Синтез и анализ механизмов параллельной структуры с использованием технически обоснованных условий близости к особым положениям: диссертация на соискание ученой степени доктора технических наук / Ларюшкин Павел Андреевич, 2023. – 304 с.

80. Жога, В.В. Определение кинематических параметров исполнительных приводов для реализации программных траекторий / В.В. Жога, А.В. Нелюбова // Известия ВолГТУ. Сер. Роботы, мехатроника и робототехнические системы. - Волгоград, 2023. - № 9 (280). - С. 26-30.

81. Методы кинематического синтеза алгоритмов управления манипулятором-триподом / Н. С. Воробьева, А. В. Дяшкин, В. В. Дяшкин-Титов [и др.] // Известия Нижневолжского агроуниверситетского комплекса: Наука и высшее профессиональное образование. – 2020. – № 2(58). – С. 384-396.

82. Демидович, Б. П. Численные методы анализа. Приближение функций, дифференциальные и интегральные уравнения: учебное пособие / Б. П. Демидович, И. А. Марон, Э. З. Шувалова. — 5-е изд., стер. — Санкт-Петербург : Лань, 2022. — 400 с.

83. Жога, В.В. Кинематический синтез аналитических законов перемещений исполнительных приводов манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью / В.В. Жога, А.В. Нелюбова // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. - 2024. - № 9 (774). - С. 29-36.

84. Коловский, М. З. Основы динамики промышленных роботов / М. З. Коловский, А. В. Слоущ. - М.: Наука, 1988. - 240 с.

85. Жога, В.В. Обоснование расчетной схемы динамики манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью / В.В. Жога, А.В. Нелюбова // Известия ВолгГТУ. Сер. Роботы, мехатроника и робототехнические системы. - Волгоград, 2024. - № 4 (287). - С. 60-65. – DOI: 10.35211/1990-5297-2024-4-287-60-65.

86. Нелюбова, А.В. Динамическая модель манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью / А.В. Нелюбова, В.В. Жога, И.П. Вершинина // Известия ВолгГТУ. Сер. Роботы, мехатроника и робототехнические системы. - Волгоград, 2024. - № 9 (292). - С. 51-57.

87. Нелюбова, А.В. Экспериментальное определение статической характеристики линейного привода / А.В. Нелюбова, В.В. Николаева // Известия ВолгГТУ. Сер. Роботы, мехатроника и робототехнические системы. - Волгоград, 2025. - № 9 (304). - С. 36-40. – DOI: 10.35211/1990-5297-2025-9-304-36-40.





## ПРИЛОЖЕНИЕ Б

## Справка о внедрении результатов диссертационной работы



ОБЩЕСТВО С ОГРАНИЧЕННОЙ ОТВЕТСТВЕННОСТЬЮ  
«ТЕХНОТРЕЙД»

403003, Волгоградская обл., Городищенский р-н,  
рп Городище, ул. Дорожников, строение 1, комната 1  
Р/с 40702810526000030800  
Южный филиал АО «Райффайзенбанк», г. Краснодар  
БИК 040349556, Корр. 30101810900000000556  
ИНН/КПП 3460081727/ 345501001  
ОГРН 1213400011659  
ОКПО 53172089  
Тел.+79033703392

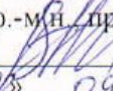
**ТЕХНОТРЕЙД**  
**+7 8442 22 01 70**  
**+7 8442 22 01 50**  
**8 800 511 27 32**

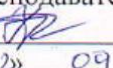
## АКТ

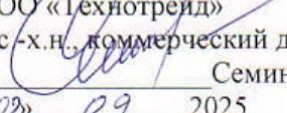
## Внедрения результатов исследования


Мы, нижеподписавшиеся представители ООО «Технотрейд» к.с.-х.н., коммерческий директор Семина Н.И., руководитель сервисной службы Терехов С.А. и представители ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный технический университет» д.ф.-м.н., профессор Жога В.В. и преподаватель Нелюбова А.В., составили настоящий акт о том, что ООО «Технотрейд» провело сравнительные испытания роботизированного манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной геометрической связью на погрузочно-разгрузочных работах с грузами массой до 10 кг.

Испытания показали, что использование данного манипулятора со встроенной системой управления позволяет автоматизировать технологический процесс погрузки-разгрузки, повысить точность позиционирования и степень автономности, тем самым увеличить производительность на 10-20% в зависимости от технологического процесса.

Представители  
ФГБОУ ВО ВолгГТУ,  
д.ф.-м.н., профессор  
  
Жога В.В.  
«02» 09 2025

преподаватель  
  
Нелюбова А.В.  
«02» 09 2025

Представители  
ООО «Технотрейд»  
к.с.-х.н., коммерческий директор  
  
Семина Н.И.  
«02» 09 2025

руководитель сервисной службы  
  
Терехов С.А.  
«02» 09 2025

