

П. А. Киселёв, А. И. Федотов, О. С. Яньков, С. Н. Кривцов

**СПОСОБ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОПИСАНИЯ СКОРОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК
ДВИГАТЕЛЯ ВНУТРЕННЕГО СГОРАНИЯ
АВТОМОБИЛЯ С ГИБРИДНОЙ СИЛОВОЙ УСТАНОВКОЙ**

Иркутский национальный исследовательский технический университет

pavel.kiselev.97.97@mail.ru, fai.abs@yandex.ru, yos913005@mail.ru, krivcov_sergei@mail.ru

Автор, ответственный за переписку: Павел Алексеевич Киселев, pavel.kiselev.97.97@mail.ru

Авторами статьи приводится анализ способов математического описания внешних скоростных характеристик двигателя внутреннего сгорания, по результатам которого отмечено, что практически во всех работах используется аппроксимация известных экспериментальных данных. Однако, не всегда есть возможность получить эти данные для двигателя определенной марки автомобиля. В ходе исследования, в качестве альтернативного инструмента при моделировании процесса функционирования двигателя внутреннего сгорания, было разработано его упрощенное математическое описание, основанное на уравнении С. Р. Лейдермана. Предлагаемое авторами статьи описание, позволяет выполнять расчет частичных характеристик двигателя по известным параметрам: максимальному крутящему моменту и величине управляющего воздействия, который определяется коэффициентом управления силовой установкой и частотой вращения коленчатого вала двигателя. Результатом расчета являются частичные скоростные характеристики на примере двигателя «1NZ-FXE» автомобиля «Toyota Prius NHW20» в зависимости от параметра управления. Полученные результаты планируется использовать при моделировании процессов функционирования двигателя внутреннего сгорания в составе гибридной силовой установки.

Ключевые слова: двигатель внутреннего сгорания, динамические процессы, колесное транспортное средство, гибридная силовая установка, частичная скоростная характеристика, крутящий момент, математическое моделирование

P. A. Kiselyov, A. I. Fedotov, O. S. Yankov, S. N. Krivtsov

**METHOD OF MATHEMATICAL DESCRIBING THE SPEED CHARACTERISTICS
OF AN INTERNAL COMBUSTION ENGINE OF A CAR WITH A HYBRID POWER PLANT**

Irkutsk National Research Technical University

The authors of the article provide an analysis of methods for mathematically describing the external speed characteristics of an internal combustion engine, according to the results of which it is noted that, in almost all works, an approximation of known experimental data is used. However, it is not always possible to obtain this data for an engine of a certain car brand. In the course of the study, as an alternative tool for modeling the process of functioning of an internal combustion engine, a simplified mathematical description based on the S.R. Leiderman equation was

developed. The description proposed by the authors of the article allows the calculation of partial engine characteristics according to known parameters: the maximum torque and the magnitude of the control action, which is determined by the control coefficient of the power plant and the engine crankshaft rotation frequency. The result of the calculation is partial speed characteristics based on the example of the «1NZ-FXE» engine of the «Toyota Prius NHW20» car, depending on the control parameter. The results obtained are planned to be used in modeling the processes of functioning of an internal combustion engine as part of a hybrid power plant.

Keywords: internal combustion engine, dynamic processes, wheeled vehicle, hybrid power plant, partial speed characteristic, torque, mathematical modeling

Актуальность использования двигателя внутреннего сгорания (ДВС) в автомобилестроении, несмотря на рост интереса к альтернативным источникам энергии, продолжает оставаться на высоком уровне. В настоящее время активно развиваются гибридные силовые установки, гармонично сочетающие в себе ДВС и электродвигатель. Такие системы обеспечивают плавный переход к более экологичным видам транспорта. Мировой рынок гибридных автомобилей оценивается в 231,77 млрд. долларов и ожидается, что к 2029 году он достигнет 478,33 млрд. долларов при среднегодовом темпе роста 12,83 % [1].

В настоящее время существует множество схем автомобилей с гибридными силовыми установками, классифицирующихся по конструктивным особенностям. [2; 3]. В данной работе рассмотрен наиболее популярный последовательно-параллельный гибридный силовой привод автомобиля «Toyota Prius NHW20» с двигателем внутреннего сгорания «1NZ-FXE» объемом 1497 см³ и мощностью 57 кВт [4]. В последовательно-параллельной гибридной силовой установке ДВС выполняет несколько важных функций:

1) является основным источником крутящего момента;

2) выполняет подзарядку тяговой высоковольтной батареи;

3) участвует в поддержании энергоснабжения систем автомобиля.

Очевидно, что в условиях эксплуатации автомобилей с гибридными силовыми установками нуждаются в диагностике, техническом обслуживании и ремонте. Поэтому проведение исследований, направленных на разработку методик диагностирования таких автомобилей, является важной научной задачей. Актуальной остается разработка математического описания характеристик двигателя внутреннего сгорания этих автомобилей для моделирования динамических процессов испытаний, диагностики и контроля технического состояния их силовых установок.

Разработка математических описаний процесса функционирования ДВС посвящено множество трудов [5; 6; 7; 8]. В статье Н. С. Соломатина, А. Г. Заморина, Е. М. Зотова [5], которая посвящена аппроксимации частичных скоростных характеристик ДВС, приводится анализ методик для определения и описания внешней скоростной характеристики двигателя. Кроме того, предлагается способ расчета реализованного крутящего момента на коленчатом валу двигателя на основе метода многомерной интерполяции, Н·м:

$$J_2(M_e) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[\left(\frac{\partial^2 M_e}{\partial \omega_e^2} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 M_e}{\partial \omega_e \partial \beta} \right)^2 + \left(\frac{\partial^2 M_e}{\partial \beta^2} \right)^2 \right] d\omega_e d\beta \rightarrow \min : \quad (1)$$

где $J_2(M_e)$ – функционал гладкости (определяемый полной свободной энергией пластинки), Н·м; M_e – крутящий момент на коленчатом валу, Н·м; ω_e – угловая скорость коленчатого вала ДВС, рад⁻¹; β – уровень подачи топлива, проходящей через массив точек, описывающий поверхность в координатах (T_e , ω_e , β), %.

Таким образом, математическое описание зависимости крутящего момента от частоты вращения коленчатого вала ДВС $M_e = f(n_e)$ представлено в виде сплайн-поверхности модели упругой пластинки бесконечной протяженности, как представлено на рис. 1.

В программной среде «Универсальный механизм» [6] предложено задавать скоростные характеристики ДВС двумя способами.

Первый способ заключается в поточечном задании характеристики с использованием сплайновой интерполяции кривых на основе известных данных. Данная характеристика представлена на рис. 2.

Второй способ математического описания заключается в использовании эмпирико-аналитической зависимости, основанной на внешней скоростной и тормозной характеристиках ДВС [6].

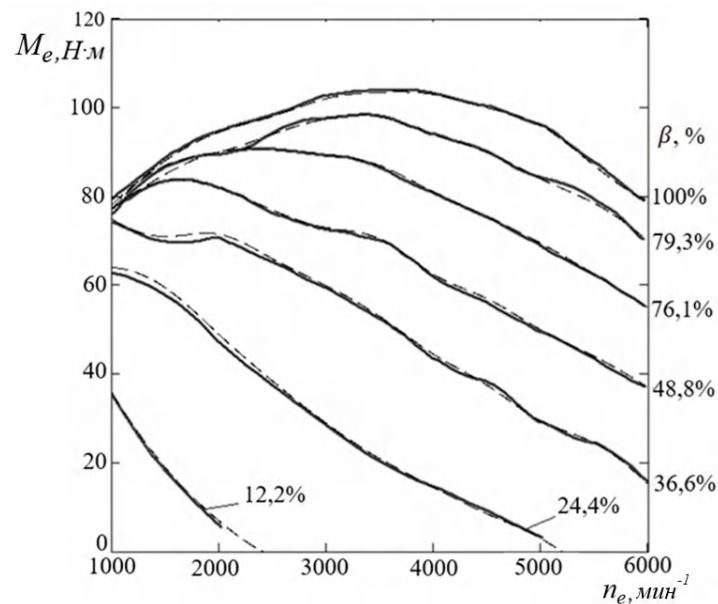


Рис. 1. Частичные скоростные характеристики ДВС в зависимости от уровня подачи топлива [5]

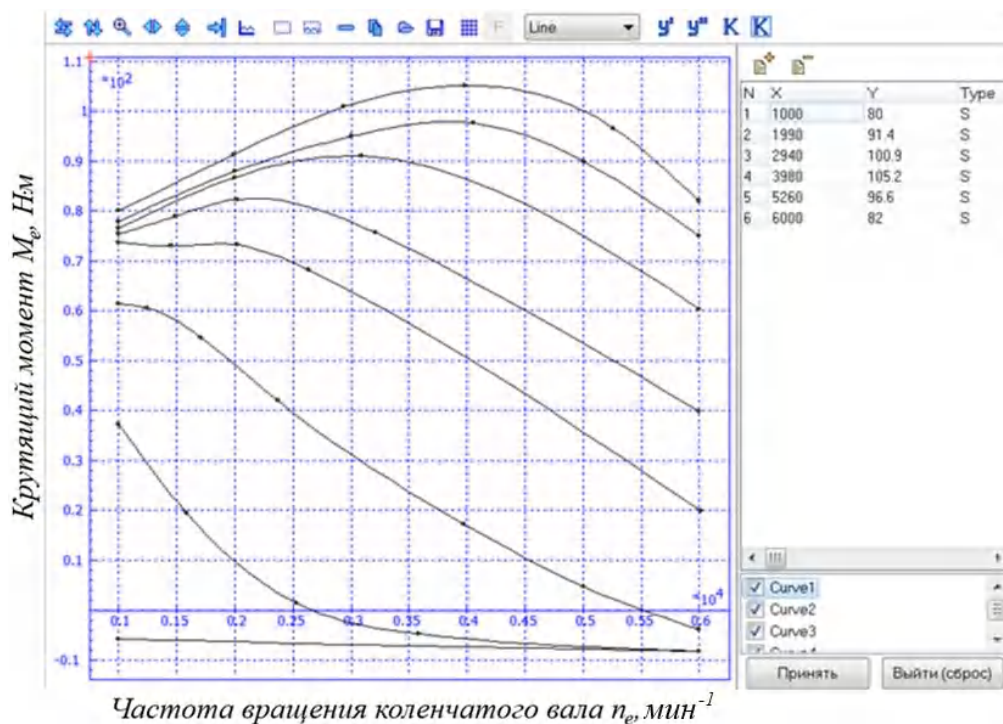


Рис. 2. Диаграмма поточечного задания характеристик в программной среде «Универсальный механизм» [6]

Величина крутящего момента M_e ДВС рассчитывается в зависимости от частоты враще-

ния коленчатого вала n_e и управляющего параметра β :

$$M_e(n_e, \beta) = \frac{M_e(n_e, \beta_i)(\beta_{i-1} - \beta) + M_e(n_e, \beta_{i-1})(\beta - \beta_i)}{\beta_{i-1} - \beta_i}, \beta \in [\beta_i, \beta_{i-1}] \rightarrow \min; \quad (2)$$

где M_e – крутящий момент на коленчатом валу ДВС, Н·м; n_e – частота вращения коленча-

того вала ДВС, мин⁻¹; β – управляющий параметр ДВС.

Тормозная характеристика ДВС определяется моментом внутреннего сопротивления M_f , возникающим вследствие механических потерь. Она вычисляется при $\beta = 0\%$ и рассчитывается с учетом среднего давления механических потерь:

$$M_f = \frac{1000 \cdot V_h}{\pi \cdot m_{str}} \cdot p_{f_{мех}}; \quad (3)$$

где m_{str} – число цилиндров ДВС; V_h – объем двигателя, л; $p_{f_{мех}}$ – среднее давление механических потерь, МПа.

Среднее давление механических потерь определяется в виде функции $p_{f_{мех}} = f(n_e)$:

$$p_{f_{мех}} = p_0 + p_1 \frac{l_{str}}{30} n_e, \quad (4)$$

где p_0 , p_1 – параметры функции; l_{str} – ход поршня, м; n_e – частота вращения коленчатого вала ДВС, мин^{-1} .

Зависимости крутящего момента ДВС от частоты вращения его коленчатого вала, полученные по формулам (2)...(4), приведены на рис. 3.

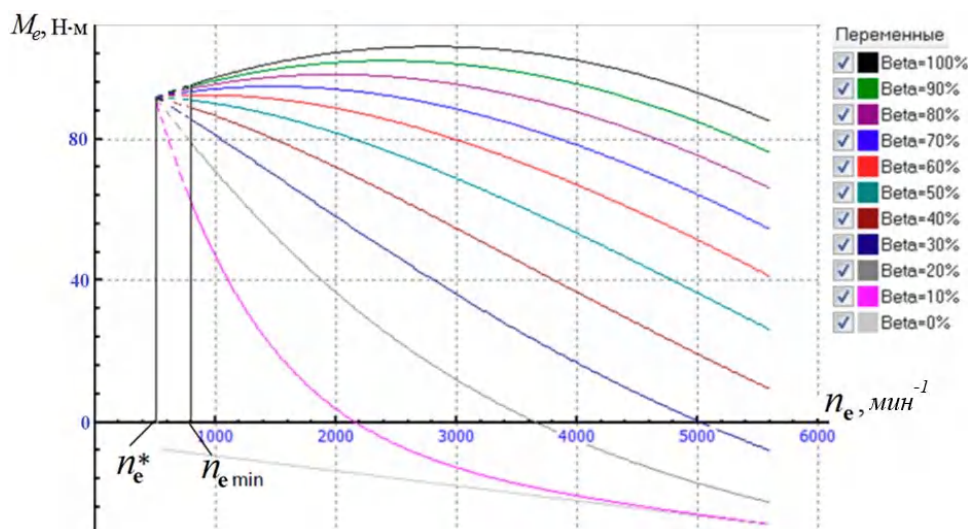


Рис. 3. Диаграмма рассчитанных значений скоростных характеристик бензинового ДВС [6]

В статье Е. А. Сериковой и С. А. Серикова представлены результаты применения искусственных нейронных сетей для построения математической модели двигателя внутреннего сгорания. В работе [7] математическая модель создана путем аппроксимации скоростных характеристик ДВС.

Практически во всех работах, посвященных описанию частичных скоростных характеристик ДВС, используется аппроксимация известных экспериментальных данных. К сожалению, не всегда есть возможность получить такие данные. Поэтому в качестве альтернативного инструмента при моделировании работы ДВС в составе гибридной силовой установки был разработан упрощенный способ математического описания скоростных характеристик, основанный на уравнении С. Р. Лейдермана.

При разработке математической модели гибридной силовой установки с ДВС «1NZ-FXE» в программной среде «Универсальный механизм» была создана ее трехмерная модель, учитывающая механические передачи между

компонентами, а также их геометрические и инерционные характеристики. Внешний вид трехмерной модели представлен на рис. 4. Опи-

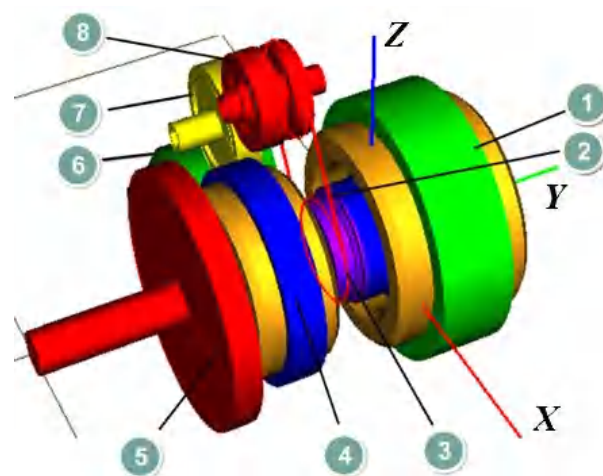


Рис. 4. Трехмерная модель гибридной силовой установки в среде «Универсальный механизм»:

1 – тяговый электродвигатель 50 кВт; 2 – цепная передача; 3 – планетарная передача; 4 – электродвигатель-генератор 18 кВт; 5 – коленчатый вал и маховик ДВС; 6 – главная пара; 7, 8 – промежуточные шестерни

сание принципа функционирования такой гибридной силовой установки, распределение мощности между ее компонентами, приведено в работах [2; 3; 9; 10], а также в руководстве по эксплуатации [4].

Уравнение динамики коленчатого вала ДВС запишем для рассматриваемой модели в виде

$$\frac{d^2\alpha}{dt^2} = \frac{M_e}{J_e}; \quad (5)$$

где α – угол поворота коленчатого вала, рад; M_e – момент, развиваемый на коленчатом валу ДВС, Н·м; J_e – момент инерции коленчатого вала, кг/м².

Крутящий момент, развиваемый ДВС при предельном значении управляющего параметра $\beta = 1$ (рис. 5), описывается в соответствии с полиномом С. Р. Лейдермана:

$$M_{e(\beta=1)} = M_{e(\max)} \cdot \left(a + b \cdot \left(\frac{n_e}{n_{eM}} \right) - c \cdot \left(\frac{n_e}{n_{eM}} \right)^2 \right), \quad (6)$$

где $M_{e(\max)}$ – максимальный крутящий момент

на коленчатом валу ДВС, Н·м; a, b, c – константы полинома; n_e – текущая частота вращения коленчатого вала, мин⁻¹; n_{eM} – частота вращения коленчатого вала ДВС при максимальном моменте, мин⁻¹.

Расчет крутящего момента на коленчатом валу ДВС при управляющем параметре $\beta = 0$ производится с учетом следующих условий:

- если ДВС не работает ($\beta = 0$), то в этом случае момент $M_{e(\beta=0)}$ будет равен моменту внутреннего сопротивления M_f , определяемому по формуле (3).

- если ДВС работает, но при этом управляющий параметр $\beta = 0$, то крутящий момент предлагается определять следующим образом:

$$M_{e(\beta=0)} = e(M_{e(\max)} - M_f) + M_f, \quad (7)$$

где $M_{e(\max)}$ – максимальный реализованный момент, Н·м; M_f – момент сопротивления, Н·м; e – функция, характеризующая изменение крутящего момента $M_{e(\beta=0)}$.

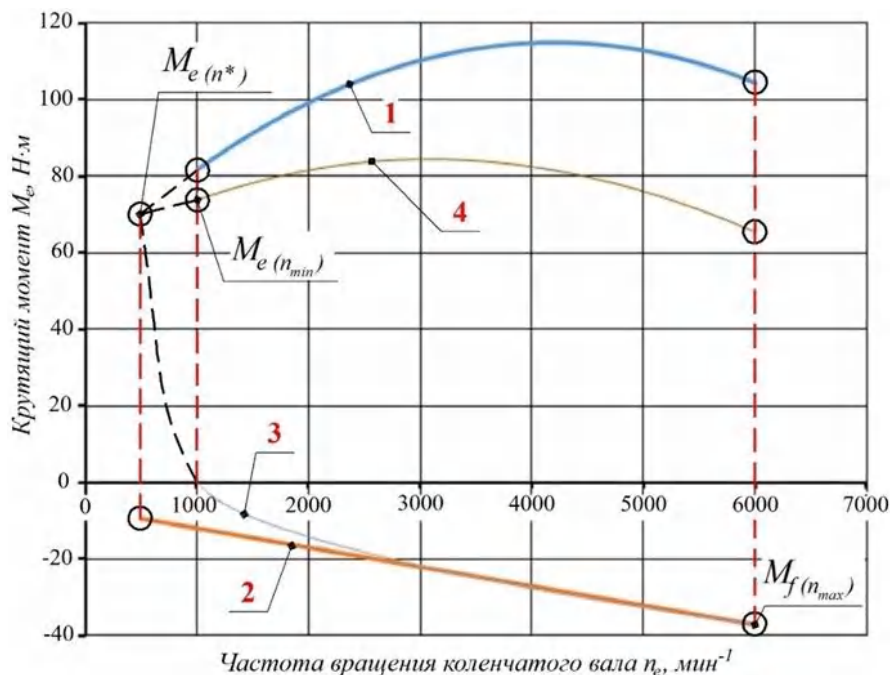


Рис. 5. Внешняя скоростная характеристика ДВС:

1 – момент $M_{e\beta=1}$, развиваемый ДВС при $\beta = 1$; 2 – тормозной момент при $\beta = 0$; 3 – момент, развиваемый ДВС при $\beta = 0$; 4 – момент M_e , развиваемый при $\beta = 0,7$

Расчет частичных скоростных характеристик крутящего момента на коленчатом валу ДВС в пределах изменения управляющего параметра β от 0 до 1 выполняли с помощью формулы (8), выражая значение момента как функцию нескольких переменных $M_e = f(n_e; \beta; d; e)$. Такое

решение позволяет описывать внешнюю скоростную и тормозную характеристики ДВС по моменту:

$$M_e = M_{e(\beta=1)} \cdot \beta^d + M_{e(\beta=0)} \cdot (1 - \beta^e), \quad (8)$$

где $M_{e(\beta=1)}$ – момент, развиваемый ДВС при $\beta = 1$, Н·м; $M_{e(\beta=0)}$ – момент ДВС при $\beta = 0$,

Н·м; d – функция, характеризующая изменение крутящего момента $M_{e(\beta=1)}$; e – функция, характеризующая изменение крутящего момента $M_{e(\beta=0)}$; β – параметр управления.

Функцию d , характеризующую изменение крутящего момента $M_{e(\beta=1)}$, рассчитывали как:

$$d = (1 - \Delta n_e)^{K_2} + K_4 \cdot \Delta n_e^{K_3}, \quad (9)$$

где K_2 – коэффициент корректировки распределения кривых крутящего момента; K_3 – коэффициент корректировки наклона кривых крутящего момента в области минимальной частоты вращения коленчатого вала; K_4 – коэффициент корректировки распределения точек кривых крутящего момента в области максимальной частоты вращения коленчатого вала; Δn_e – относительная частота вращения коленчатого вала.

Относительную частоту вращения коленчатого вала ДВС вычисляли по формуле:

$$\Delta n_e = \frac{n_e - n_e^*}{n_{\max} - n_e^*}, \quad (10)$$

где n_e – текущая частота вращения коленчатого вала; n_e^* – частота вращения коленчатого вала, для которой расчет скоростных характеристик в области низких частот пересекается в одной точке; $n_{\max}$ – максимальная частота вращения коленчатого вала.

Функцию e , характеризующую изменение крутящего момента M_e , рассчитывали как:

$$e = \frac{(1 - \Delta n_e^{K_1}) + (1 - \Delta n_e)^{K_5}}{2}, \quad (11)$$

где K_1 – коэффициент корректировки распределения точек кривых крутящего момента в области минимальной частоты вращения коленчатого вала ДВС; K_5 – коэффициент корректировки наклона кривых крутящего момента в области максимальной частоты вращения коленчатого вала.

В таблице приведены основные значения параметров частичных характеристик крутящего момента, полученные при моделировании ДВС «1 NZ-FXE» гибридного автомобиля «Toyota Prius NHW20».

Основные параметры двигателя внутреннего сгорания «1 NZ-FXE» автомобиля Toyota Prius NHW20

Параметры	Обозначения	Значения	Ед. изм.
Максимальный момент ДВС	M_e	115	Нм
Частота вращения колен. вала при макс. моменте	n_{em}	4200	мин ⁻¹
Объем двигателя внутреннего сгорания	V_H	1,496	л
Число тактов двигателя внутреннего сгорания	i_T	4	–
Параметр функции $P_{f_{мер}} = f(n_e)$	p_0	0,06	МПа
Параметр функции $P_{f_{мер}} = f(n_e)$	p_1	0,015	МПа · с/м
Ход поршня	l_{str}	0,0847	м
Коэффициент корректировки	K_1	0,43	–
Коэффициент корректировки	K_2	50	–
Коэффициент корректировки	K_3	0,5	–
Коэффициент корректировки	K_4	0,9	–
Коэффициент корректировки	K_5	31,311	–

В процессе моделирования получен график зависимости крутящего момента M_e от частоты вращения коленчатого вала n_e ДВС при варьировании коэффициента управления β , который представлен на рис. 6.

В результате проведенной работы можно сделать следующие выводы.

1. Разработано упрощенное математическое описание, позволяющее выполнять расчет частичных скоростных характеристик ДВС при помощи формулы С. Р. Лейдермана.

2. Полученные результаты применимы для моделирования процессов функционирования автомобилей с гибридной силовой установкой, а также автомобилей с ДВС.

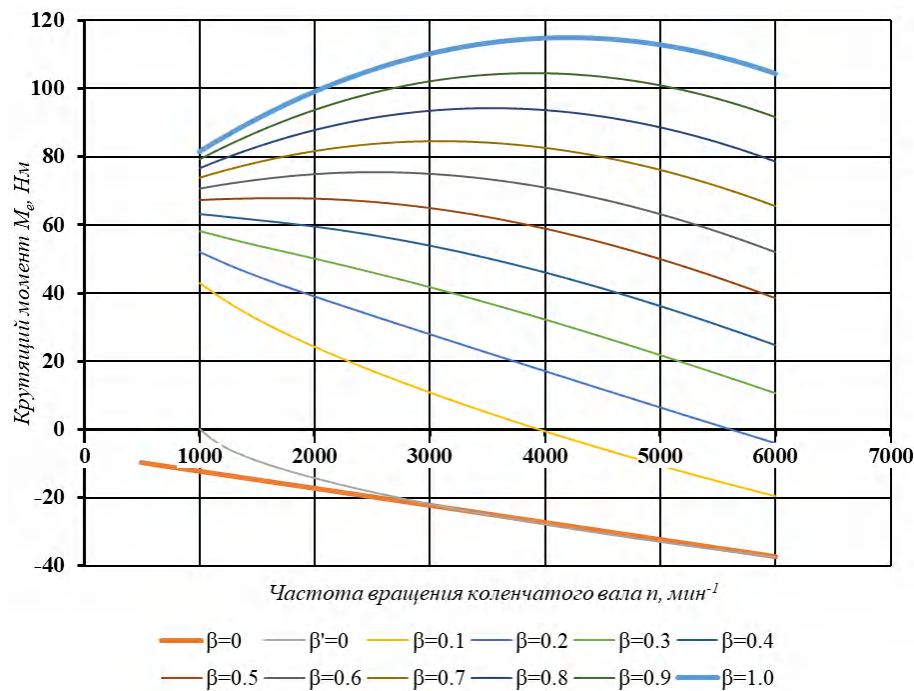


Рис. 6. Частичные скоростные характеристики ДВС 1NZ-FXE в зависимости от параметра управления β

В дальнейшем планируется выполнение проверки адекватности математической модели процесса функционирования автомобиля с гибридной силовой установкой с применением разработанного математического описания.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Анализ размера и доли рынка гибридных автомобилей – тенденции роста и прогнозы (2024–2029 гг.) [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <https://www.mordorintelligence.com/ru/industry-reports/hybrid-vehicle-market>. (дата обращения 09.09.2024 г.).
2. Федотов, А. И., Яньков О. С., Киселёв П. А., Ухватов Д. О. / О диагностике автомобильных гибридных силовых установок на стендах с беговыми барабанами / *International Journal of Advanced Studies*. – 2023. – Т. 13, № 1. – С. 42–61. – DOI 10.12731/2227-930X-2023-13-1-42-61. – EDN OUDNVJ.
3. Яньков, О. С. Колесные транспортные средства с электрическим и гибридным приводом: учеб. пособие / О. С. Яньков. – Иркутск: Изд-во ИРНИТУ, 2022. – 246 с.
4. Руководство по эксплуатации, техническому обслуживанию и ремонту автомобиля Toyota Prius NHW20 [Электронный ресурс]. – Режим доступа – <https://vnx.su/content/avto/toyota/prius-xw20.html>. (дата обращения 05.09.2024 г.).
5. Соломатин, Н. С. Аппроксимация частичных скоростных характеристик двигателя внутреннего сгорания / Н. С. Соломатин, А. Г. Заморин, Е. М. Зотов // *Известия МГТУ «МАМИ»*. – 2009. – Т. 3. – № 1. – С. 68–71. doi: 10.17816/2074-0530-69897.
6. Руководство пользователя «Универсальный механизм: Моделирование трансмиссии» [Электронный ресурс]. – Режим доступа: http://www.universalmechanism.com/download/90/rus/24_um_blockeditor.pdf. (дата обращения: 09.09.2024 г.).
7. Серикова, Е. А. Нейросетевая аппроксимация характеристик двигателя внутреннего сгорания / Е. А. Серикова, С. А. Сериков // *Научно-технические ведомости Санкт-Петербургского государственного политехнического университета. Информатика. Телекоммуникации. Управление*. – 2016. – № 4(252). – С. 70–79. – DOI 10.5862/JCSTCS.252.6. – EDN XUUCMD.
8. Сидоров, В. Н. Расчет внешней скоростной характеристики двигателя внутреннего сгорания / В. Н. Сидоров, О. А. Царев, С. А. Голубина // *Современные проблемы науки и образования*. – 2015. – № 1–1. – С. 250. – EDN VIDWRX.
9. Киселёв, П. А. Обоснование динамических тестовых режимов функционирования транспортного средства с гибридной силовой установкой / П. А. Киселёв, А. И. Федотов, О. С. Яньков, Н. В. Лобов // *Грузовик*. – 2024. – № 7. – С. 27–37. – DOI 10.36652/1684-1298-2024-7-27-37. – EDN DMQTJQ.
10. Киселёв, П. А. Математическое описание процессов функционирования электродвигателя-генератора автомобиля с гибридной силовой установкой / П. А. Киселёв, А. И. Федотов, О. С. Яньков // *International Journal of Advanced Studies*. – 2023. – Т. 13, № 2. – С. 130–149. – DOI 10.12731/2227-930X-2023-13-2-130-149. – EDN XWLUIQ.