

УДК 621.865.8

DOI 10.35211/1990-5297-2025-9-304-36-40

*А. В. Нелюбова, В. В. Николаева***ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ
СТАТИЧЕСКОЙ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЛИНЕЙНОГО ПРИВОДА*****Волгоградский государственный технический университет**

mqdschen@yandex.ru, nikolaeva.lera12@gmail.com

В статье рассматривается линейный привод гибридного манипулятора на основе трипода с дополнительной пассивной связью. Экспериментально определена статическая характеристика линейного привода с электродвигателем постоянного тока. В ходе эксперимента определена скорость движения штока линейного привода при различных внешних нагрузках управляющих напряжений. Получены экспериментальные значения коэффициентов, характеризующих внутренние свойства системы. Составлена диаграмма «скорость–усилие» линейного привода при различных напряжениях.

Ключевые слова: гибридный манипулятор, линейный привод, статическая характеристика.

*A. V. Nelyubova, V. V. Nikolaeva***EXPERIMENTAL DETERMINATION
OF STATIC CHARACTERISTICS OF THE LINEAR ACTUATOR****Volgograd State Technical University**

The paper research the linear drive of a hybrid manipulator based on a tripod with additional passive link. The static characteristic of a linear actuator has been experimentally determined. During the experiment, the speed of movement of the linear actuator rod under various loads was determined. Experimental values of coefficients characterizing the internal properties of the system have been obtained. The «speed-force» diagram of a linear actuator at various voltages has been compiled.

Keywords: hybrid manipulator, linear actuator, static characteristic.

Введение

При динамическом анализе манипуляторов обычно решают две задачи. Первая задача динамики заключается в определении движущих сил и моментов, необходимых для выполнения программного движения, и динамических нагрузок в кинематических парах [1]. Определение динамических нагрузок, действующих на звенья механизмов, используется для оценки жесткости системы. Вторая задача динамики заключается в определении динамической точности, т. е. расчет отклонений законов движений от программных. Динамика исполнительных приводов механической системы манипуляторов оказывает большое влияние на точность реализации про-

граммных перемещений. Для динамического анализа манипуляторов необходимо определить свойства приводов, которые описываются характеристиками двигателей.

Манипулятор [2] обладает четырьмя степенями свободы, движение выходного звена описывается обобщенными координатами $q_k(t)$: $L(t)$, $\psi(t)$, $\delta(t)$, $\varphi(t)$. Длина $L(t)$ характеризует переменную длину полой трубы. Углами $\psi(t)$, $\delta(t)$ задается поворот подвижных осей относительно неподвижных осей. Угол поворота $\varphi(t)$ характеризует угол наклона поворотного основания.

Дифференциальные уравнения движения манипулятора имеют вид [3]:

$$\begin{aligned} & \left(0,172 - \frac{0,14}{\pi} \varphi\right) \ddot{\varphi} - \frac{0,07}{\pi} \dot{\varphi}^2 = \frac{2}{3} m_{bc} g OA \sin \varphi - \frac{OD \cdot OA \cos \varphi}{l_4} F_4 - \\ & - \frac{OA}{l_1} [(DK - L \cos \psi_5 + r \sin \psi_5) \sin \varphi + (OD + L \sin \psi_5 \cos \delta_5 + r \cos \psi_5 \cos \delta_5) \cos \varphi] F_1 + \\ & + m_{42} \frac{OA OD \cos \varphi}{\sqrt{OA^2 + OD^2 - 2OA OD \sin \varphi}} \cdot \frac{\sqrt{l_4^2 - (OD - OA \sin \varphi)^2}}{l_4} g - \\ & - \left[m_{41} l_{c1} + m_{42} (\sqrt{OA^2 + OD^2 - 2OA OD \sin \varphi} - l_{40}) \right] \cdot \frac{(OD - OA \sin \varphi) OA \cos \varphi}{l_4 \sqrt{l_4^2 - (OD - OA \sin \varphi)^2}} g; \end{aligned} \quad (1)$$

© Нелюбова А. В., Николаева В. В., 2025.

* Исследование выполнено при финансовой поддержке ВолгГТУ (из средств программы развития «Приоритет 2030» по соглашению № 075-15-2025-063) в рамках научного проекта №25/639-24.

$$m_5 \ddot{L} - m_5 (L - L_0 + z_{c05}) (\dot{\delta}^2 \sin^2 \psi + \dot{\psi}^2) = -m_5 g \cos \psi +$$

$$+ \frac{L + OD \sin \psi \cos \delta - OA \sin \varphi \sin \psi \cos \delta - DK \cos \psi - OA \cos \psi \cos \varphi}{l_1} F_1 +$$

$$+ \frac{L - (OB \sin \delta - OD \cos \delta) \sin \psi - DK \cos \psi}{l_2} F_2 + \frac{L + (OC \sin \delta + OD \cos \delta) \sin \psi - DK \cos \psi}{l_3} F_3;$$

$$\left[I_5 + m_5 (L - L_0 + z_{c05})^2 \right] \ddot{\psi} + 2m_5 (L - L_0 + z_{c05}) \dot{L} \dot{\psi} - \left[I_5 + m_5 (L - L_0 + z_{c05})^2 \right] \dot{\delta}^2 \sin \psi_5 \cos \psi_5 =$$

$$= \frac{(OD - OA \sin \varphi)(L \cos \psi \cos \delta - r \sin \psi \cos \delta) + (DK + OA \cos \varphi)(r \cos \psi + L \sin \psi)}{l_1} F_1 +$$

$$+ \frac{-(OB \sin \delta - OD \cos \delta) \cdot (r \sin \alpha \sin \psi + L \cos \psi) + DK(L \sin \psi - r \sin \alpha \cos \psi)}{l_2} F_2 +$$

$$+ \frac{(OC \sin \delta + OD \cos \delta)(L \cos \psi + r \sin \alpha \sin \psi) + DK(L \sin \psi - r \sin \alpha \cos \psi)}{l_3} F_3 + m_5 g (L - L_0) \sin \psi;$$

$$(\ddot{\delta}_5 \sin^2 \psi_5 + 2\dot{\delta}_5 \dot{\psi}_5 \sin \psi_5 \cos \psi_5) \left[m_5 (L - L_0 + z_{c05})^2 + I_5 \right] +$$

$$+ 2\dot{\delta}_5 \sin^2 \psi_5 m_5 (L - L_0 + z_{c05}) \dot{L} = \frac{(OD - OA \sin \varphi)(-L \sin \psi \sin \delta - r \cos \psi \sin \delta)}{l_1} F_1 +$$

$$+ \frac{(OB \cos \delta + OD \sin \delta)(r \sin \alpha \cos \psi - L \sin \psi) + r \cos \alpha (OB \sin \delta - OD \cos \delta)}{l_2} F_2 +$$

$$+ \frac{(OC \cos \delta - OD \sin \delta)(L \sin \psi - r \sin \alpha \cos \psi) + r \cos \alpha (OD \cdot \cos \delta + OC \sin \delta)}{l_3} F_3.$$

Для динамического анализа манипулятора и определения динамических ошибок необходимо знать рабочие характеристики электромеханического привода, которые характеризуют его динамические свойства.

При небольших скоростях движения достаточно определить статическую характеристику привода. Статическая характеристика учитывает зависимость скорости выходного звена от обобщенной силы.

Статические характеристики электромеханических приводов (рис. 1) могут быть представлены в форме:

$$F_j = a u_j(t) - b \dot{l}_j, \quad j = 1 \div 4, \quad (5)$$

где a, b – коэффициенты, зависящие от параметров электродвигателя и параметров механической передачи; $u_j(t), \dot{l}_j$ – управляющие напряжения в обмотке возбуждения электродвигателя и линейная скорость штока винтовой передачи.

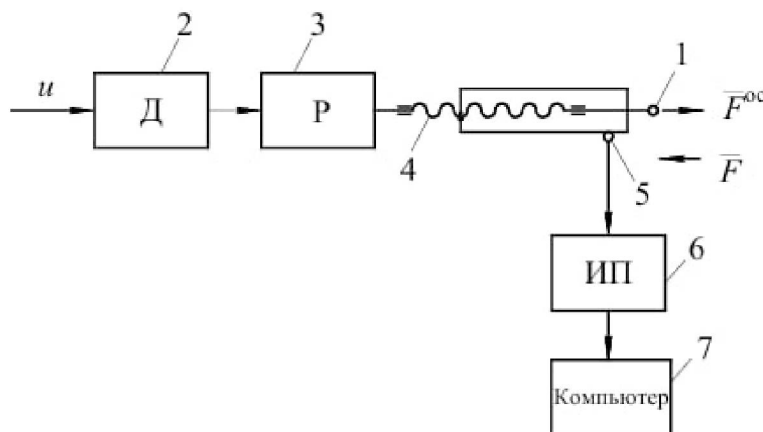


Рис. 1. Структурная схема приводного механизма исполнительного звена манипулятора:
1 – шток; 2 – электродвигатель; 3 – двухступенчатый цилиндрический редуктор; 4 – самотормозящая винтовая передача;
5 – датчик перемещения; 6 – измерительный преобразователь; 7 – компьютер

Уравнения (1)–(4) и (5) образуют полную систему уравнений движения манипулятора. Интегрируя эти уравнения, можно определить законы движения и движущие силы при заданных программных управлениях $u_i(t)$ и заданных начальных условиях

$$L(0) = L_0, \psi(0) = \psi_0, \delta(0) = \delta_0, \varphi(0) = \varphi_0, \\ \dot{L}(0) = v_0, \dot{\psi}(0) = \omega_\psi(0), \dot{\delta}(0) = \omega_\delta(0), \dot{\varphi}(0) = \omega_\varphi(0).$$

Определение статической характеристики линейного привода

Исполнительное звено манипулятора состоит из электродвигателя постоянного тока с независимым возбуждением, двухступенчатого цилиндрического редуктора и винтовой передачи (рис. 1) [4]. Механизм передачи движения от двигателя к перемещаемой массе считается безынерционным. В качестве обобщенной координаты привода выбираем угол поворота α_{1j} выходного вала двигателя [5].

Статическая характеристика двигателя постоянного тока с независимым возбуждением имеет вид:

$$M_{1j} = ru_j(t) - s\omega_{1j}, \quad (6)$$

где M_{1j} – момент на валу двигателя; r, s – коэффициенты, зависящие от параметров двигателя; $u_j(t)$ – управляющее напряжение в обмотке возбуждения; $\omega_{1j} = \dot{\alpha}_{1j}$ – угловая скорость на валу двигателя.

Структурная схема приводного механизма исполнительного звена манипулятора представлена на рис. 1. F – осевая движущая сила на штоке, определяемая нагрузкой при работе манипулятора.

Уравнение, связывающее момент M_{1j} на ва-

лу электродвигателя и на выходном валу редуктора M_{2j} , имеет вид

$$M_{2j} = M_{1j} \cdot i \cdot \eta, \quad (7)$$

где η – коэффициент полезного действия редуктора; i – передаточное отношение редуктора равно $i = \frac{\omega_{1j}}{\omega_{2j}}$, ω_{2j} – угловая скорость винта штока.

Момент на ведущем вращающемся винте связан с осевой силой, действующей на гайку со штоком, выражением [5]:

$$M_{2j} = 0,7F_j \frac{d}{2} \cdot \operatorname{tg}(\beta + \rho), \quad (8)$$

где F_j – усилие на штоке, определяемое нагрузкой на шток; β, ρ – угол подъема винтовой линии и приведенный угол трения, соответственно; d – средний диаметр резьбы ведущего звена.

Угловая скорость винта связана с линейной скоростью штока $\dot{l}_j$ соотношением:

$$\omega_{2j} = \frac{2\pi}{pn} \dot{l}_j, \quad (9)$$

где p – шаг резьбы винтовой пары; n – число заходов резьбы винтовой пары.

Усилие в исполнительных звеньях манипулятора определяется из выражений (6)–(9)

$$F_j = \frac{r\eta}{0,35d \cdot \operatorname{tg}(\beta + \rho)} u_j - \frac{2\pi s}{0,35d \cdot \operatorname{tg}(\beta + \rho)} \dot{l}_j \quad (10)$$

Экспериментальное определение статической характеристики линейного привода

В ходе эксперимента рассматривается линейный актуатор LA-T6 с рабочим ходом 400 мм. Движение штока совершается за счет силы F в приводе, противодействует движению сила трения $F_{тр}$, на груз действует сила тяжести mg (рис. 2).

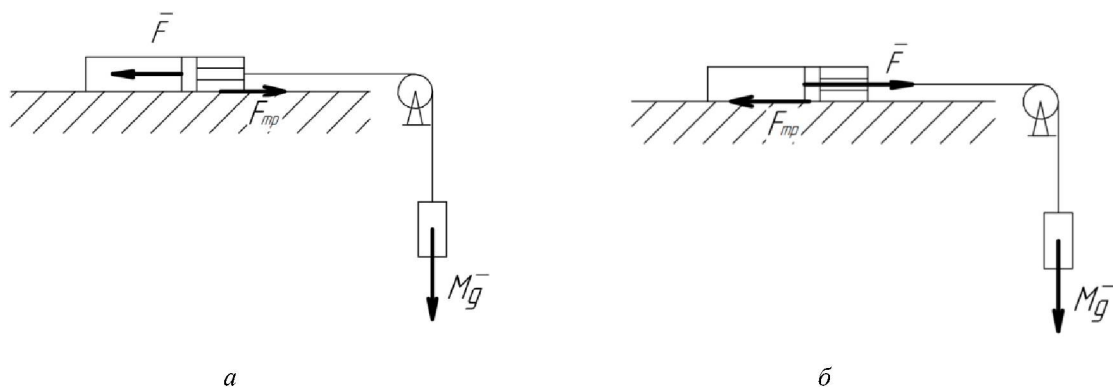


Рис. 2. Силы системы при втягивании (а) и выдвигании (б) штока

Принимаем, что груз движется равномерно, тогда сумма сил в проекции на горизонтальную ось равна нулю:

$$F = mg + F_{np}; \quad (11)$$

$$F = F_{np} - mg, \quad (12)$$

где F – усилие привода; M – масса груза; $F_{тр}$ – сила трения в передаче привода.

Уравнение (11) справедливо для случая втягивания штока привода, а уравнение (12) для случая его выдвигания.

Сила F определяется выражением (10). Значения скорости движения штока получены экспериментальным путем при нагружении приво-

да грузами массой от 2,5 кг до 20 кг. Управляющая программа контроллера фиксирует значения положения штока и времени при заданном напряжении u .

Экспериментальные значения скорости используем для вычисления коэффициентов a и b (см. таблицу) из решения системы уравнений:

$$\begin{cases} F_1 = aU - bv_1 \\ F_2 = aU - bv_2 \end{cases}, \quad (13)$$

Из (10)

$$a = \frac{r\dot{\eta}}{0,35d \cdot \operatorname{tg}(\beta + \rho)}, \quad b = \frac{2\pi s}{0,35d \cdot \operatorname{tg}(\beta + \rho)}.$$

Коэффициенты a и b для разных нагрузок

F , Н	0	25	50	75	100	125	150	175	200
a	18,75	27	14,06	7,81	11,25	11,25	13,54	17,71	11,25
b	8,33	12,5	6,25	3,13	5	5	6,25	8,33	5

Так как a и b – постоянные коэффициенты, примем их значения равными среднему значению. Тогда $a = 12,5$, $b = 6,6$.

Диаграмма «скорость–усилие» (рис. 3) актуатора показывает зависимость между скоростью движения штока и осевым усилием.

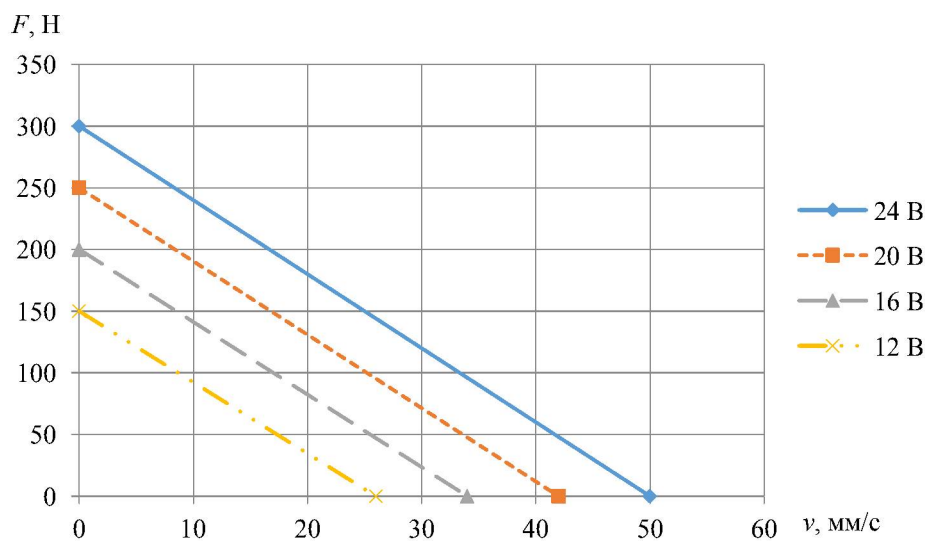


Рис. 3. Диаграмма «скорость–усилие» при различных напряжениях на обмотке возбуждения электродвигателя

Если электродвигатели имеют жесткие характеристики (рис. 3), т. е. нагрузка слабо влияет на закон перемещения, то отклонения от программных движений (динамические ошибки) небольшие

$$\psi_k(t) = q_k(t) - q_{кп}(t), \quad k = 1 \div 4. \quad (14)$$

Подставляя программные законы изменения обобщенных координат $q_{кп}(t)$ в уравнения (1)–

(4), а затем найденные значения программных усилий $F_{jп}(t)$ в (10), найдем:

$$u_{jп}(t) = i_{jп} \frac{2\pi s}{r\dot{\eta}} + F_{jп} \frac{0,35d \cdot \operatorname{tg}(\beta + \rho)}{r\dot{\eta}}. \quad (15)$$

Если система управления формирует управляющие напряжения по полученным законам (15), то механическая система манипулятора должна точно реализовать программные пере-

мещения исполнительных звеньев, а динамические ошибки будут обращаться в нуль.

Значения программных усилий $F_{пл}(t)$ при реализации движения выходного звена манипулятора из начальной точки M_n ($x_{Mn} = 0$ мм, $y_{Mn} = 500$ мм, $z_{Mn} = 400$ мм) в конечную точку M_k ($x_{Mk} = 100$ мм, $y_{Mk} = 700$ мм, $z_{Mk} = 500$ мм) получены в работе [3].

Траектория движения выходного звена задана по закону:

$$S(t) = S_e \left(10 - 15 \frac{t}{\tau} + 6 \frac{t^2}{\tau^2} \right) \frac{t^3}{\tau^3}, \quad (16)$$

где S_e – длина траектории; τ – конечное время перемещения выходного звена манипулятора. Скорости и ускорения точки M в начальный и конечный моменты времени равны нулю.

С учетом выражения (15) найдем значения управляющих напряжений, обеспечивающих перемещения выходного звена из начальной точки в конечную за время $\tau = 10$ с.

На рис. 4 представлены графики изменения управляющих напряжений.

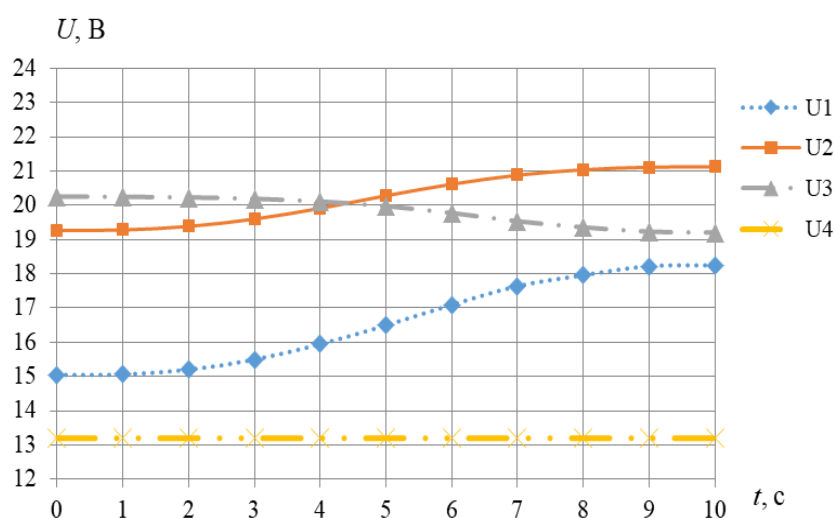


Рис. 4. Графики изменения управляющих напряжений при перемещении выходного звена из начальной точки в конечную

Заключение

Полученные значения управляющих напряжений необходимы при формировании системы управления манипулятором для обеспечения программных перемещений исполнительных звеньев. Чаще всего управление манипулятором осуществляется с помощью обратных связей [6], в этом случае в систему управления вводятся система датчиков, измеряющих в каждый момент времени кинематические параметры движения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Колковский, М. З. Основы динамики промышленных роботов / М. З. Колковский, А. В. Слоущ. – Москва: Наука, 1988. – 239 с.

2. П. м. 218886 Российская Федерация, МПК В66С 23/00 Манипулятор-трипод / В. В. Жога, А. В. Нелюбова, Н. Г. Шаронов, В. В. Чернышев; ФГБОУ ВО ВолгГТУ. – 2023.

3. Нелюбова, А. В. Динамика управляемого движения манипулятора-трипода с дополнительной связью / А. В. Нелюбова, И. П. Вершинина // Известия ВолгГТУ : научный журнал № 4 (299) / ВолгГТУ. – Волгоград, 2025. – (Серия «Роботы, мехатроника и робототехнические системы»). – С. 61–66.

4. Жога, В. В. Динамика и синтез управляющих сигналов манипулятора параллельно-последовательной структуры / В. В. Жога, В. В. Дяшкин-Титов, Н. С. Воробьева, А. В. Дяшкин // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2022. – № 8 (749). – С. 3–12.

5. Юревич, Е. И. Основы робототехники: учеб. пособие. 4-е изд., перераб. и доп. – СПб.: БХВ-Петербург, 2017. – 304 с.

6. Крутько, П. Д. Обратные задачи динамики управляемых систем: Нелинейные модели / П. Д. Крутько. – Москва: Наука, 1988. – 326 с.