

УДК 62-526 + 004.932.4

DOI 10.35211/1990-5297-2025-9-304-16-22

*А. С. Горобцов^{1,3}, В. М. Данилевич¹, Р. М. Щербов², Н. К. Сафонова², А. А. Рогачёв²***РАСЧЕТНЫЙ АНАЛИЗ УПРАВЛЯЕМОГО ДВИЖЕНИЯ
МАНИПУЛЯТОРА С УПРУГИМИ ЗВЕНЬЯМИ**¹ Волгоградский государственный технический университет² НИИ механики МГУ им. М. В. Ломоносова³ ИМАШ РАН

vm@vstu.ru, vlad-danilevich.90@inbox.ru, romanscherbov@gmail.com,

safonova.nk@gmail.com, arogachev@imec.msu.ru

Представлены метод управления механическими системами с упругими телами и результаты моделирования управляемого движения манипулятора с упругим звеном. Выполнен сравнительный анализ программного и управляемого движения в системе моделирования ФРУНД. Анализируется устойчивость управляемого движения рабочего органа манипулятора.

Ключевые слова: моделирование, манипулятор, динамика упругих тел, управление, обратная задача, устойчивость движения.

*A. S. Gorobtsov^{1,3}, V. M. Danilevich¹, R. M. Shcherbov², N. K. Safonova², A. A. Rogachev²***COMPUTATIONAL ANALYSIS OF CONTROLLED MOTION
OF A MANIPULATOR WITH ELASTIC LINKS**¹ Volgograd State Technical University² Institute of Mechanics of Lomonosov Moscow State University³ IMASH RAS

The results of modeling the controlled motion of a manipulator equipped with elastic links are presented. For comparative analysis, program and controlled motions are calculated in the FRUND software package. The inverse kinematics problem is solved. The stability of the controlled motion of the manipulator's working element is analyzed.

Keywords: modeling, manipulator, dynamics of elastic bodies, control, inverse problem, stability of motion.

Введение

Одной из разновидностей роботов являются коллаборативные роботы – коботы [1]. Коботы – это автоматические механизмы, способные работать на производстве различных продуктов совместно с человеком, что, в свою очередь, позволяет не останавливать производство в случае необходимости физического взаимодействия с людьми [2]. Данные роботы в отличие от стандартных промышленных машин способны отслеживать положение работника в их рабочей зоне и не допускать аварийных ситуаций с помощью датчиков. Коботы, как и промышленные роботы, оснащены манипуляторами и программируемыми устройствами управления, однако значительно меньше, компактнее [3]. Коллаборативные роботы применяются на производстве в решении задач, которые нельзя полностью автоматизировать [4–6]. Несмотря на то что коботы намного безопаснее, методы управления такими роботами сложнее и не всегда эффективны. В связи с этим актуальным является синтез законов их управления.

1. Теоретическая часть

Существующие теоретические методы оптимального управления, например, методы Понтрягина и Беллмана, применимы к узкому классу задач, как правило, небольшой размерности. Актуальной является разработка методов, применимых для широкого класса механических систем, математические модели ориентированы на численное решение.

Рассмотрим методы управления, основанные на обобщенной задаче динамического уравнивания [7–8], которая использует уравнения динамики механической системы в виде:

$$\begin{pmatrix} M & D^T \\ D & 0 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \ddot{x} \\ p \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} f(x, \dot{x}, t) \\ h(x, \dot{x}, t) \end{pmatrix}, \quad (1)$$

где x – n -мерный вектор координат; p – k -мерный вектор множителей Лагранжа; M – матрица инерции; D – матрица коэффициентов уравнений связей; $f(x, \dot{x}, t)$ – вектор внешних сил; $h(x, \dot{x}, t)$ – правая часть уравнений связей. При численном интегрировании системы (1) решается система линейных алгебраических уравнений

$$\begin{pmatrix} \ddot{x}_0 \\ p_0 \end{pmatrix} = A^{-1} \begin{pmatrix} f(x, \dot{x}, t) \\ h(x, \dot{x}, t) \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где A – является матрицей коэффициентов из (1). Вектор множителей Лагранжа может быть подразделен как $p = (p_3^T p_2^T p_1^T)^T$, где p_1 – вектор множителей Лагранжа размерности k_1 , соответствующих приводам, p_2 – множители Лагранжа некоторых желаемых реакций выбранных связей размерности k_2 , p_3 – остальные множители. Пусть $p_2 = p_r(t)$, $p_r(t)$ – некоторые функции, задающие желаемые реакции, которые могут быть обеспечены добавлением в правые части уравнений связей, соответствующих p_1 , неизвестных функций $w(t)$, задающих смещения приводов. С учетом этого уравнение (2) может быть переписано следующим образом:

$$\begin{pmatrix} \ddot{x}^T & p_3^T \end{pmatrix}^T = \begin{pmatrix} \ddot{x}_0^T & p_{30}^T \end{pmatrix}^T + \begin{pmatrix} A_1 \\ A_2 \\ A_3 \end{pmatrix} \ddot{w}(t), \quad (3)$$

где A_1, A_2, A_3 являются подматрицами из A^{-1} . Из (3) следует, что

$$\ddot{w}(t) = A_2^{-1} (p_r(t) - p_{20}). \quad (4)$$

Программную скорость и перемещения, необходимые для ПД-регуляторов, можно определить путем интегрирования уравнения (4). Уравнение (3) с учетом (4) описывает управляемое движение нелинейной механической системы при критерии минимизации в следующем виде:

$$I = \int_0^T R(p_r(t)) dt, \quad (5)$$

где R – некоторая положительно определенная функция. В простейшем случае, когда $p_r = 0$, следует $I = 0$. Очевидно, что (4) гарантирует выполнение критерия:

$$J = \int_0^T \sum_{i=1}^{k_2} q_{2i}(x) dt = 0, \quad (6)$$

где $q_{2i}(x)$ является правой частью уравнений связей, соответствующих p_2 . Силы оптимального управления в смысле (5) и (6) определяются из

$$p_1 = p_{10} + A_3 \ddot{w}(t). \quad (7)$$

Управляющая сила (момент) в ПД регуляторе привода с учетом программной силы находится по следующей формуле:

$$M = c\delta + d\dot{\delta} + M_{II}(t), \quad (8)$$

где c – коэффициент обратной связи по ошибке перемещения; d – коэффициент обратной связи по ошибке скорости; δ – ошибка перемещения привода; $\dot{\delta}$ – ошибка скорости привода; $M_{II}(t)$ – программная сила, найденная из (7).

2. Расчетное исследование

2.1. Описание расчетной схемы

Манипулятор состоит из трех подвижных звеньев и основания. Расчетная схема манипулятора в визуализаторе системе моделирования ФРУНД показана на рис. 1. Каждое звено имеет шесть степеней свободы, три звена – 18. Кинематические связи убирают 15 степеней свободы, следовательно, манипулятор имеет три степени свободы и три привода. Кинематическая пара 5 класса – цилиндрический шарнир, моделируется двумя кинематическими парами 3 и 2 класса, расположенными в разных точках – выноски на рис. 1. Все три звена имеют длину равную 500 мм.

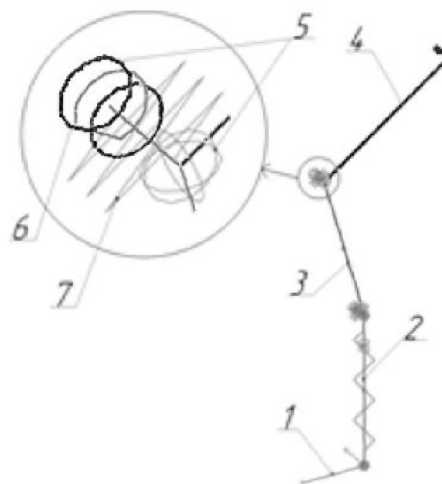


Рис. 1. Модель манипулятора с жесткими звеньями:
1 – основание; 2 – первое звено; 3 – второе звено; 4 – третье звено;
5 – цилиндрический шарнир; 6 – соединительный элемент, задающий программную силу; 7 – соединительный элемент, моделирующий ПД регулятор

В дальнейшем третье звено модели будет заменено на два звена той же суммарной длины с упругим элементом между ними. Звенья манипулятора связаны между собой и с основанием цилиндрическими шарнирами.

2.2. Задание программного движения

Для описания программного движения схвата используются следующие параметры: смещение по осям – Δx , Δy , Δz ; время движения t_2 . Траектория движения интерполируется тригонометрическими функциями с нулевыми зна-

чениями скорости и ускорения в начальной и конечной точках. На рис. 2 показана зависимость движения точки схвата манипулято-

ра при следующих параметрах: $\Delta y = 0,5$; $\Delta x = -0,0025$; $\Delta z = -0,5$; $t_2 = 0,2$, на рис. 3 показана кинограмма движения манипулятора.

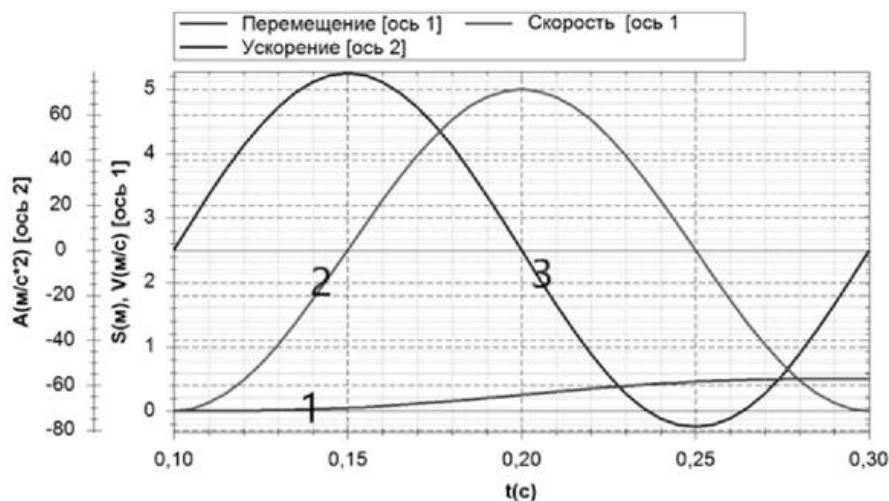


Рис. 2. Программное перемещение, скорость и ускорение точки схвата по оси Y манипулятора с жесткими звеньями:
1 – перемещение; 2 – скорость; 3 – ускорение

2.3. Решение обратной задачи

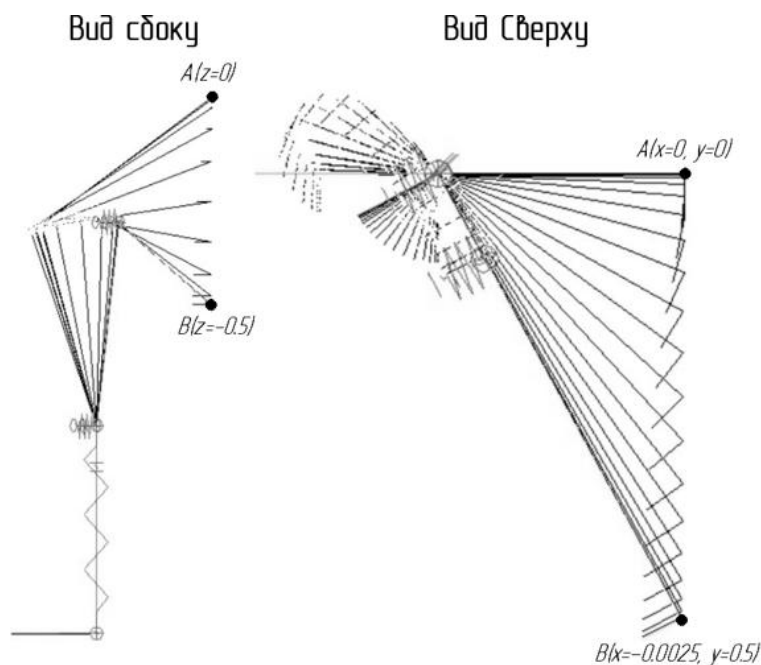


Рис. 3. Кинограмма программного движения манипулятора

Решение обратной задачи позволяет получить законы программного движения приводов. На рис. 4 показаны угловое перемещение

и скорость второго привода в случае жесткого третьего звена.

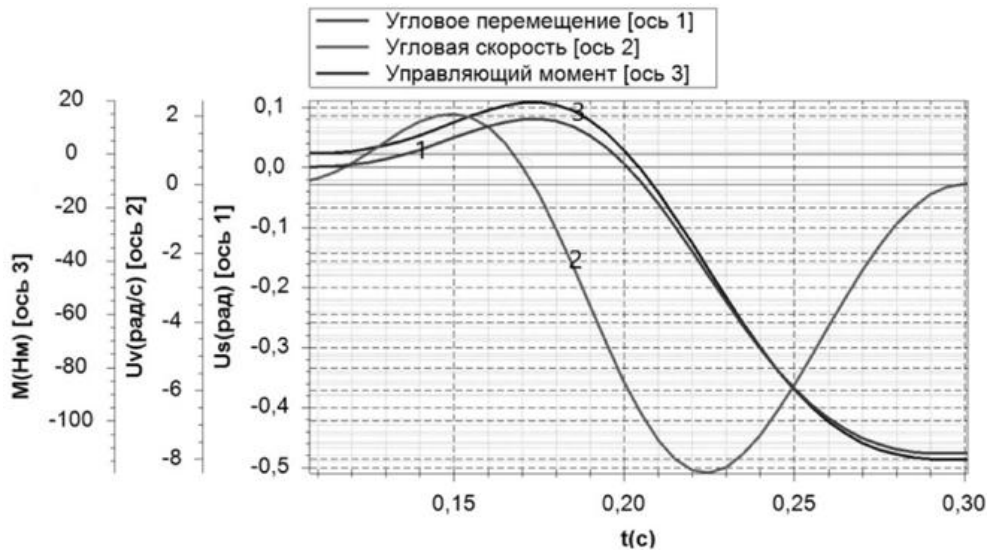


Рис. 4. Угловое перемещение, скорость и управляющий момент второго привода в случае жесткого выходного звена: 1 – угловое перемещение; 2 – угловая скорость; 3 – управляющий момент

2.4. Моделирование управляемого движения манипулятора с упругими звеньями

Для моделирования управляемого движения с учетом упругих звеньев третье звено модели манипулятора было разбито на две части, связанные упругим шарниром по трем угловым координатам. Угловая жесткость по указанным направлениям бралась равной $c_u = 0,5 \text{ Н} \cdot \text{м} / \text{Рад}$. Расчетная схема третьего звена манипулятора показана на рис. 5.

В качестве программного движения использовалось движение, показанное на рис. 2. Результаты моделирования управляемого движения представлены на рис. 6, 7.

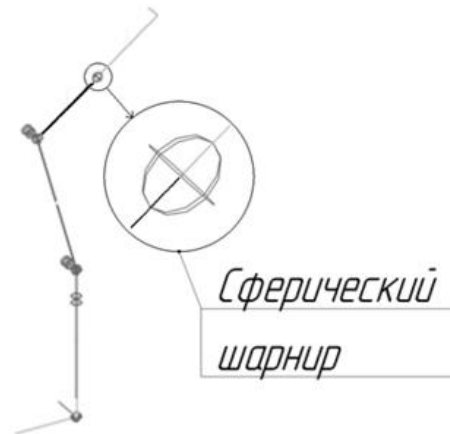


Рис. 5. Модель манипулятора с упругим шарниром

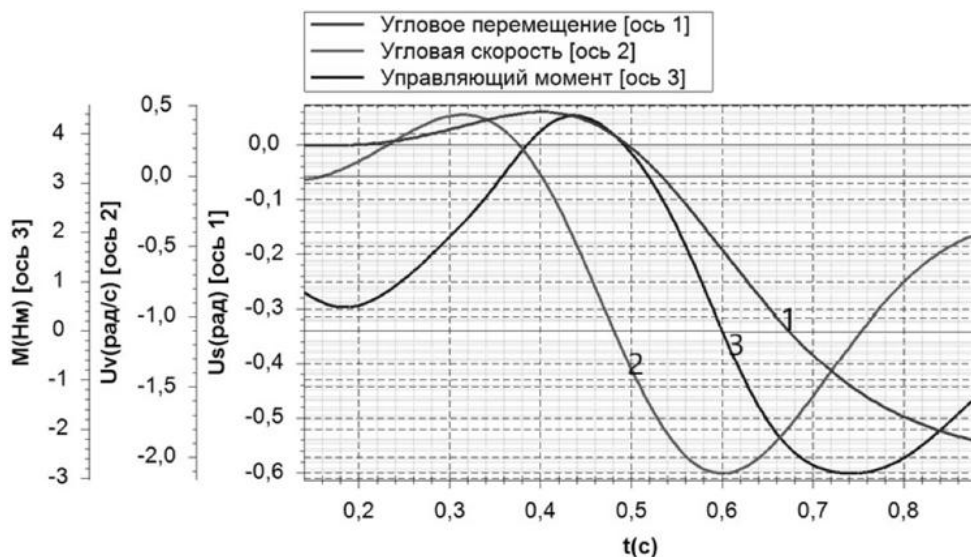


Рис. 6. Угловое перемещение и скорость второго привода в случае упругого выходного звена при управляемом движении: 1 – угловое перемещение; 2 – угловая скорость; 3 – управляющий момент

На рис. 6 показаны графики изменения перемещения, скорости и управляющего момента во втором приводе. В отличие от случая с жестким третьим звеном после достижения схватом целевой точки движение привода не прекращается, а происходит постепенное затухание. Точность положения целевой точки при этом остается достаточно высокой и составляет 0,1–0,2 мм. Таким образом, полученное управление манипулятором с упругим звеном обеспечивает достаточно высокую точность позиционирова-

ния схвата, однако движение звеньев манипулятора не прекращается после выполнения программного движения. В связи с этим выполнен анализ влияния параметров коэффициентов угловой жесткости c_u и демпфирования d_u упругого звена на динамику манипулятора. На рис. 7 показана зависимость угла поворота во втором приводе от угловой жесткости звена. Как и следует ожидать, амплитуда колебаний значительно уменьшается с увеличением угловой жесткости.

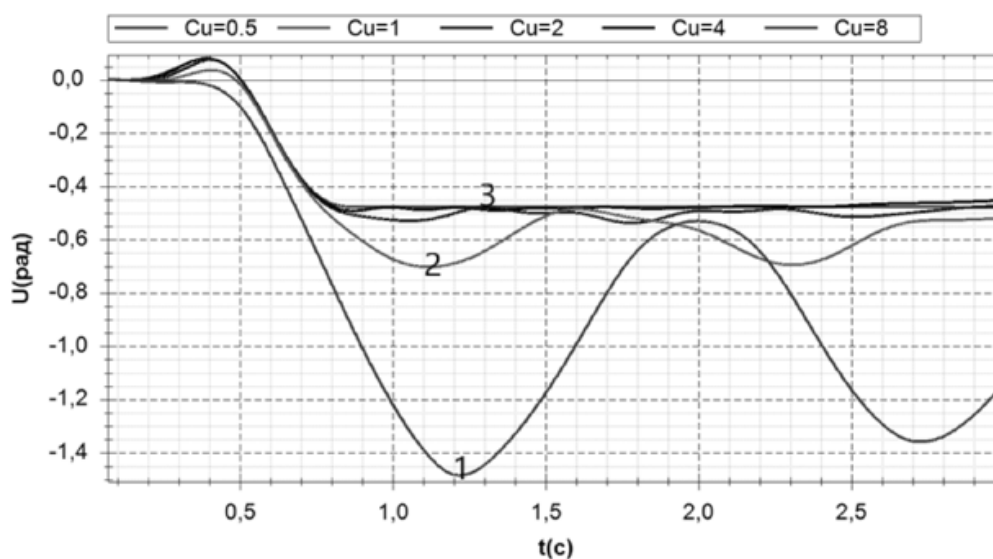


Рис. 7. Зависимость угла поворота второго привода от коэффициента жесткости:
1 – $C_u = 0,5$; 2 – $C_u = 1$; 3 – $C_u \geq 2$

Затухание колебаний в приводах также значительно увеличивается с увеличением демп-

фирования в упругой связи (рис. 8).

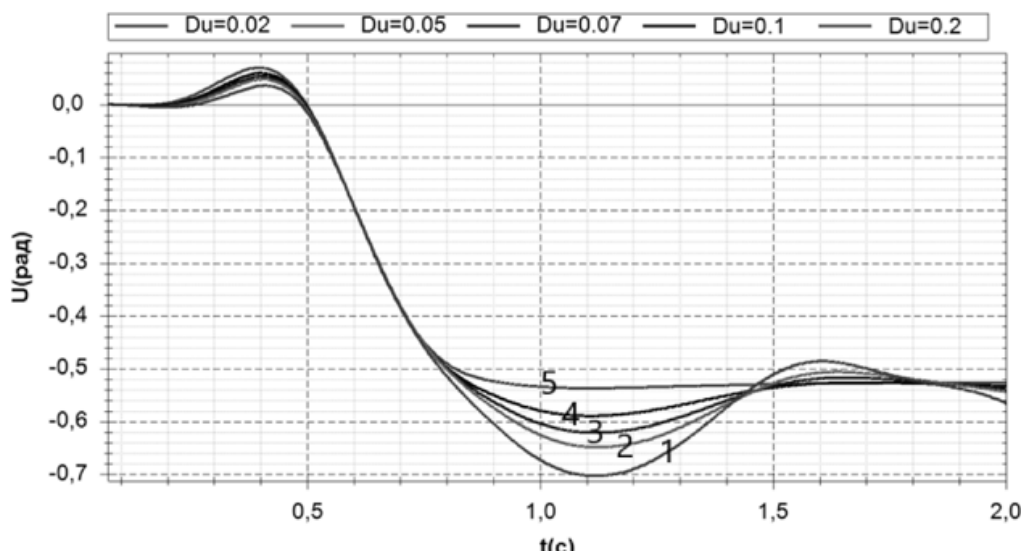


Рис. 8. Зависимость угла поворота второго привода от коэффициента демпфирования:
1 – $D_u = 0,02$; 2 – $D_u = 0,05$; 3 – $D_u = 0,07$; 4 – $D_u = 0,1$; 5 – $D_u = 0,2$

Сравнение показало, что увеличение угловой жесткости и демпфирования также поло-

жительно влияет на затухание управляющего момента в приводах (рис. 9, 10).

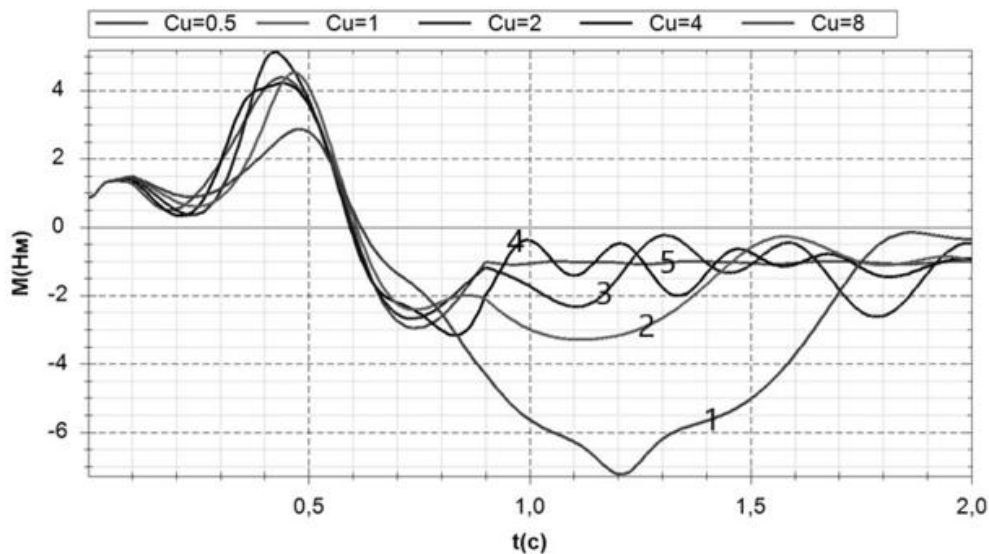


Рис. 9. Зависимость управляющего момента второго привода от коэффициента жесткости:
1 – $C_u = 0,5$; 2 – $C_u = 1$; 3 – $C_u = 2$; 4 – $C_u = 4$; 5 – $C_u = 8$

Увеличение параметра коэффициента жесткости, аналогично угловой скорости, положительно влияет на управляющий момент в при-

водах. На рис. 10 показано влияние на момент упругой силы d_u .

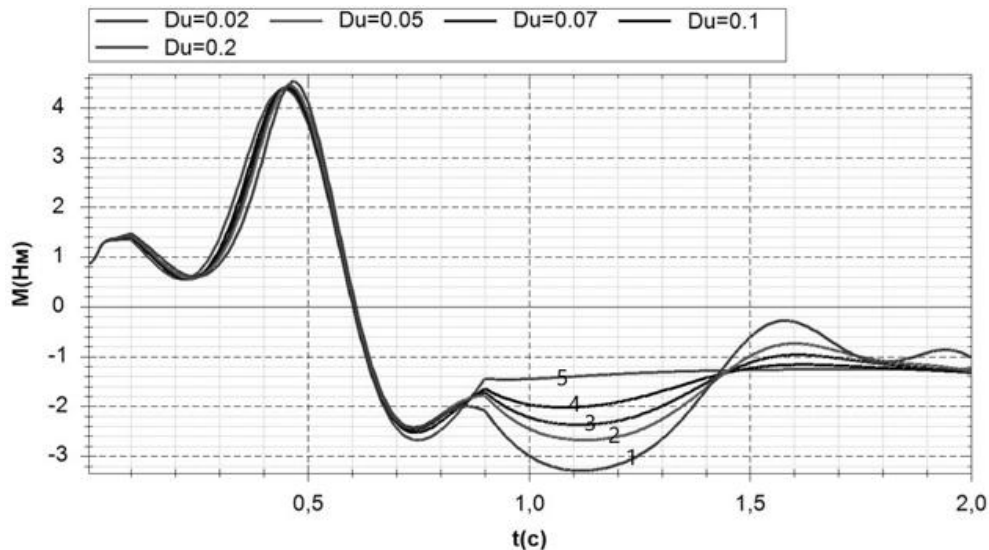


Рис. 10. Зависимость управляющего момента второго привода от коэффициента демпфирования:
1 – $D_u = 0,02$; 2 – $D_u = 0,05$; 3 – $D_u = 0,07$; 4 – $D_u = 0,1$; 5 – $D_u = 0,2$

Численное моделирование показало, что увеличение угловой жесткости и демпфирования в упругой связи незначительно увеличивает точность позиционирования схвата.

Заключение

В работе созданы две модели манипулятора с жесткими и упругими звеньями. Рассчитаны основные параметры управляемого движения

каждой модели и проведен их сравнительный анализ. Результаты сравнительного анализа показали, что рассматриваемый метод управления, позволяет получить достаточную точность программного движения выходного звена для случая существенно податливых звеньев манипулятора. Использование более высоких значений коэффициентов жесткости и демпфирования

ния позволяет снизить колебания в приводах без потери точности перемещения точки схвата. Метод управления может найти применение в коллаборативных роботах, предназначенных для работы в непосредственной близости с человеком.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. *Hameed, A.* 'Control System Design and Methods for Collaborative Robots: Review [https://www.mdpi.com/2076-3417/13/1/675] / A. Hameed, A. Ordys, J. Mozaryn, A. Sibilska-Mroziewicz. // Appl. Sci. – 2023. – №13. – P. 675. – Режим доступа: <https://doi.org/10.3390/app13010675>, свободный (дата обращения 19.05.2024).
2. *Mikkel, S. K.* Collaborative Robots: Frontiers of Current Literature [https://www.researchgate.net/publication/342347381_Collaborative_Robots_Frontiers_of_Current_Literature] / S. K. Mikkil, J. K. Roy // Journal of Intelligent Systems: Theory and Applications. – 2020. – №3(2). – Pp. 13-20. – Режим доступа: <https://www.researchgate.net/publication/342347381>, свободный (дата обращения 19.05.2024).
3. *Сныну, Г. А.* Промышленные роботы. Конструирование и применение: учеб. пособие. – 2-е изд., перераб. и доп. – К.: Вышшк., 1991. – 311 с.
4. *Jacob, F.* Picking with a robot colleague: A systematic literature review and evaluation of technology acceptance in human-robot collaborative warehouses [https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0360835223002863] / F. Jacob, E.H. Grosse, S. Morana, C.J. König // Journal Computers & Industrial Engineering. – 2023. – № 180. – Режим доступа: <https://www.sciencedirect.com/science/article/abs/pii/S0360835223002863>, свободный (дата обращения 19.05.2024).
5. *Borboni, A.* The Expanding Role of Artificial Intelligence in Collaborative Robots for Industrial Applications: A Systematic Review of Recent Works [https://www.mdpi.com/2075-1702/11/1/111] / A. Borboni, K. V. V. Reddy, I. Elamvazuthi, M. S. AL-Quraishi, E. Natarajan, S. S. Azhar Ali // Journal Machines. – 2023. – № 11(1). – P. 111. – Режим доступа: <https://www.mdpi.com/2075-1702/11/1/111>, свободный (дата обращения 19.05.2024).
6. *Yinggang, X.* Review of Collaborative Robot and Its Motion Planning Methods [https://www.researchgate.net/publication/370779755_Review_of_Collaborative_Robot_and_Its_Motion_Planning_Methods] / X. Yinggang, J. Lan // Computer Engineering and Applications Journal. – 2021. – № 57(13). – Pp. 18–13. – Режим доступа: https://www.researchgate.net/publication/370779755_Review_of_Collaborative_Robot_and_Its_Motion_Planning_Methods, свободный (дата обращения 19.05.2024).
7. *Горобцов, А. С.* Синтез параметров управляемого движения многозвенных механических систем произвольной структуры методом обратной задачи / А. С. Горобцов // Мехатроника, автоматизация, управление. – 2004. – № 6. – С. 43–50.
8. *Горобцов, А. С.* Обобщенная задача динамического уравнивания и перспективные направления ее применения / А. С. Горобцов // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2023. – № 3 (756). – С. 14–24. – DOI: 10.18698/0536-1044-2023-3-14-24.