

УДК 681.5.015

DOI 10.35211/1990-5297-2025-4-299-71-78

*М. С. Суханов, С. А. Воротников***ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ИДЕНТИФИКАЦИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ  
МАНИПУЛЯЦИОННОГО РОБОТА С ШЕСТЬЮ СТЕПЕНЯМИ ПОДВИЖНОСТИ****Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана**

mih.suhanov@gmail.com, s\_vorotnikov@mail.ru

В статье рассмотрена процедура экспериментальной идентификации динамических параметров манипуляционного робота методом наименьших квадратов с использованием обратной динамической модели манипулятора (ОДМ-МНК). Затрагиваются вопросы учета трения и оптимизации идентификационной траектории. Представлено описание используемого метода. Приведены результаты экспериментов над роботом ARM105.

*Ключевые слова:* манипулятор, идентификация динамических параметров, метод наименьших квадратов.

*M. S. Sukhanov, S. A. Vorotnikov***EXPERIMENTAL IDENTIFICATION OF DYNAMIC PARAMETERS  
OF A MANIPULATION ROBOT WITH SIX DEGREES OF FREEDOM****Bauman Moscow State Technical University**

The article considers the procedure of experimental identification of the dynamic parameters of a robotic manipulator with the inverse dynamic identification model and ordinary least squares method (IDIM-OLS). The issues of taking friction into account and optimizing an identification trajectory are touched upon. A description of the method used is presented. The results of experiments on the ARM105 robot are presented.

*Keywords:* manipulator, dynamic parameters identification, least squares method.

**Введение**

Обеспечение взаимодействия манипуляционного робота с человеком продолжает оставаться одной из актуальных задач современной робототехники. Для взаимодействия с человеком робот должен уметь адаптироваться к его действиям, движениям и потребностям в режиме реального времени. При реализации такого подхода манипулятор может работать с людьми, повышая эффективность как человека, так и робота, а также обеспечивать безопасность работы.

Авторами данной статьи рассматривалась реализация двух типов взаимодействия. Первый тип подразумевает безопасную реакцию робота на столкновение с человеком, наиболее простым видом которой является остановка робота. Второй тип подразумевает управление механической проводимостью [1] или импедансом [2] робота, позволяющее ему следовать за внешними силами, и в том числе двигать манипулятор вручную. Оба рассмотренных типа взаимодействия базируются на возможности точной оценки системой управления робота внешнего усилия, что, в свою очередь, требует точного знания параметров его динамической модели.

В наиболее простом случае параметры динамической модели манипулятора могут быть оценены при помощи его CAD-моделей. Однако такие оценки получаются довольно грубыми. Более точным методом является экспериментальная идентификация динамических па-

раметров. К настоящему времени существует широкий спектр методов решения данной задачи [3–6]. Существуют также готовые программные библиотеки [7; 8], реализующие эти методы. Их использование позволяет снизить ошибку оценки динамических параметров приблизительно с 15 до 2,5 % [7].

В данной статье представлены общие сведения об используемом методе идентификации и результаты экспериментальной идентификации динамических параметров модели шестиосевого манипулятора ARM105 компании «Прикладная робототехника» (рис. 1). Манипулятор предполагается использовать для решения широкого класса производственных задач, что требует точных сведений о его динамической модели.



Рис. 1. Манипулятор ARM105

Текст статьи разбит на три раздела. В первом кратко рассматриваются общие вопросы идентификации динамических параметров манипуляторов, во втором – описываются исследуемый манипулятор и предлагаемый алгоритм идентификации, в третьем – представлены результаты экспериментов и их интерпретация.

### 1. Общие сведения об идентификации динамических параметров манипуляторов

Уравнение обратной динамической модели манипулятора (ОДМ) имеет следующий вид [9]:

$$\mathbf{X}_i = (m_i, c_{x,i}m_i, c_{y,i}m_i, c_{z,i}m_i, I_{xx,i}, I_{xy,i}, I_{xz,i}, I_{yy,i}, I_{yz,i}, I_{zz,i}, I_{a,i})^T, \quad (2)$$

где  $m_i$  – масса  $i$ -го звена,  $c_{x,i}$ ,  $c_{y,i}$ ,  $c_{z,i}$  – координаты центра масс  $i$ -го звена в связанной с ним системе координат,  $I_{xx,i}$ ,  $I_{xy,i}$ ,  $I_{xz,i}$ ,  $I_{yy,i}$ ,  $I_{yz,i}$ ,  $I_{zz,i}$  – компоненты тензора инерции  $i$ -го звена  $I_i$  в связанной с ним системе координат,  $I_{a,i}$  – приведенный к выходному валу момент инерции движущихся частей привода – ротора двигателя, зубчатых колес редуктора, тормозной муфты и т. п.

$$I_i = \begin{pmatrix} I_{xx,i} & I_{xy,i} & I_{xz,i} \\ I_{xy,i} & I_{yy,i} & I_{yz,i} \\ I_{xz,i} & I_{yz,i} & I_{zz,i} \end{pmatrix}.$$

ОДМ линейна [9] относительно СИП звеньев механизма. Следовательно, уравнение (1) может быть переписано в следующей форме:

$$\boldsymbol{\tau} = D(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})\mathbf{X}, \quad (3)$$

где  $D(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})$  – матрица весовых коэффициентов,  $\mathbf{X} = (\mathbf{X}_1 \cdots \mathbf{X}_n)^T$  – вектор инерционных параметров манипулятора,  $n$  – число степеней подвижности механизма.

В дальнейшем для краткости  $D(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})$  будем обозначать как  $D$ . Уравнение (3) описывает динамику манипулятора в одной точке. Перепишем его для нескольких точек (4).

$$\mathbf{Y} = W(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})\mathbf{X}, \quad (4)$$

где  $\mathbf{Y} = (\boldsymbol{\tau}_{t_1} \cdots \boldsymbol{\tau}_{t_N})^T$ ,  $W(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}) = (D_{t_1} \cdots D_{t_N})^T$ ,  $D_{t_k} = D(\mathbf{q}_{t_k}, \dot{\mathbf{q}}_{t_k}, \ddot{\mathbf{q}}_{t_k})$ ,  $\langle \cdot \rangle_{t_k}$  – величина, измеренная в момент времени  $t_k$ .

Для краткости  $W(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}})$  будем обозначать как  $W$ . С учетом случайных возмущений при измерениях выражение (4) преобразуется следующим образом:

$$\mathbf{Y} = W\mathbf{X} + \mathbf{e}, \quad (5)$$

где  $\mathbf{e}$  – вектор случайных ошибок.

$$A(\mathbf{q})\ddot{\mathbf{q}} + B(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})\dot{\mathbf{q}} + C(\mathbf{q})\mathbf{q} = \boldsymbol{\tau}, \quad (1)$$

где  $A(\mathbf{q})$  – матрица инерции манипулятора,  $B(\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}})$  – матрица, описывающая влияние центробежных и кориолисовых сил,  $C(\mathbf{q})$  – матрица, описывающая влияние потенциальных сил,  $\mathbf{q}, \dot{\mathbf{q}}, \ddot{\mathbf{q}}$  – векторы координат, скоростей и ускорений сочленений манипулятора,  $\boldsymbol{\tau}$  – вектор крутящих моментов в сочленениях манипулятора.

Введем вектор стандартных инерционных параметров (СИП)  $i$ -го звена:

Практически всегда некоторые из СИП либо не входят в уравнения движения манипулятора, либо входят в него в устойчивых комбинациях [9]. Первый из описываемых случаев приводит к появлению в матрице  $W$  нулевых столбцов, второй – к появлению в матрице  $W$  линейно зависимых наборов столбцов. В обоих случаях матрица  $W$  становится вырожденной, что приводит к невозможности решения СЛАУ (4). В связи с этим требуется предварительное определение минимального набора параметров  $\boldsymbol{\pi}$ , достаточного для описания движения манипулятора. В литературе такой набор называется набором базовых инерционных параметров (БИП) механизма. Он может быть определен при помощи правил перегруппировки параметров [10; 11], численно [9; 12] либо при помощи аналитических методов [13; 14]. В данной работе использовался метод, основанный на QR-разложении матрицы  $W$  [12] с перестановкой столбцов. Номерам неопределимых СИП будут соответствовать номера столбцов матрицы  $R$  с нулевыми диагональными элементами.

После исключения из матрицы  $W$  столбцов, соответствующих неопределимым СИП, вектор БИП  $\boldsymbol{\pi}$  может быть оценен методом наименьших квадратов [9]:

$$\boldsymbol{\pi} = (W_r^T W_r)^{-1} W_r^T \mathbf{Y}, \quad (6)$$

где  $W_r$  – преобразованная матрица  $W$ .

Уравнения (4)–(6) описывают идентификацию БИП методом наименьших квадратов с использованием обратной динамической модели (ОДМ-МНК). Несмотря на то, что часть параметров модели была исключена и перегруппирована, БИП могут быть непосредственно использованы в моделировании или управлении для решения прямой или обратной задачи динамики соответственно. Однако для повышения

точности определения БИП следует дополнительно учесть ряд факторов.

Значительное влияние на движение манипулятора оказывает трение в сочленениях. Идентификации динамических параметров с учетом трения посвящен ряд работ [15; 16], в которых предлагается использование широкого спектра моделей. Из них в данной работе предлагается использовать модель, учитывающую трение Кулона, вязкое трение и смещение нуля датчика крутящего момента [15] (рис. 2). Как указы-

вается в работе [7], в большинстве случаев данная модель обеспечивает приемлемую точность. Она описывается следующим уравнением:

$$\tau_{f,i} = f_{c,i} \cdot \text{sign}(\dot{q}_i) + f_{v,i} \cdot \dot{q}_i + f_{o,i},$$

где  $\tau_{f,i}$  – крутящий момент трения, действующий в  $i$ -ом сочленении;  $f_{c,i}$  – крутящий момент трения Кулона для  $i$ -го сочленения;  $f_{v,i}$  – коэффициент вязкого трения для  $i$ -го сочленения;  $f_{o,i}$  – смещение нуля датчика крутящего момента  $i$ -го сочленения;  $\dot{q}_i$  – скорость  $i$ -го сочленения.

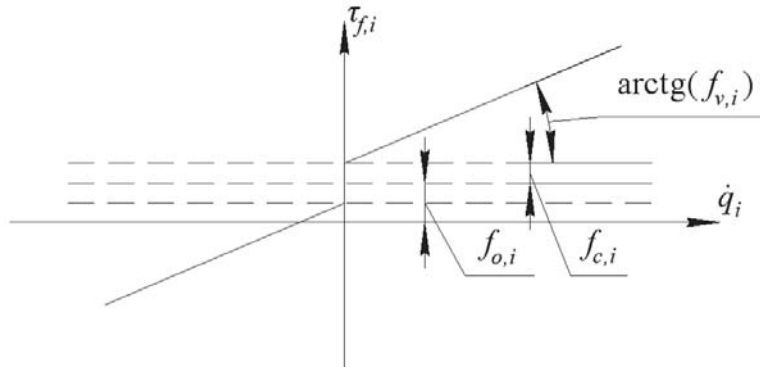


Рис. 2. Зависимость крутящего момента трения в сочленении от его скорости

Оценка вектора параметров данной модели трения  $\chi_{f,i} = (f_{c,i}, f_{v,i}, f_{o,i})^T$  может быть выполнена совместно с инерционными парамет-

рами звеньев путем расширения вектора  $\chi_i$  и добавления векторов весовых коэффициентов  $w_i = (\text{sign}(\dot{q}_i), \dot{q}_i, 1)$  в матрицу  $D$ :

$$\chi_{a,i} = (\chi_i, \chi_{f,i})^T, \quad (7)$$

$$D_a = \begin{pmatrix} D_{1,1:11} & \mathbf{w}_1 & D_{1,12:22} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \cdots & D_{1,11(n-1)+1:11n} & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ D_{2,1:11} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & D_{2,12:22} & \mathbf{w}_2 & \cdots & D_{2,11(n-1)+1:11n} & \mathbf{0}_{1 \times 3} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ D_{n,1:11} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & D_{n,12:22} & \mathbf{0}_{1 \times 3} & \cdots & D_{n,11(n-1)+1:11n} & \mathbf{w}_n \end{pmatrix},$$

где  $\chi_{a,i}$  – расширенный вектор динамических параметров,  $D_a$  – расширенная матрица весовых коэффициентов,  $D_{x,y:z}$  – элементы  $x$ -й строки матрицы  $D$  с  $y$  до  $z$ .

Для уменьшения влияния случайных ошибок измерения и улучшения качества определения параметров также важно использование оптимальных идентификационных траекторий. В данной области внимание исследователей было направлено на две основные проблемы.

Первая из проблем – поиск критериев оптимальности траектории. В различных работах предлагались следующие варианты:

а) минимальность числа обусловленности матрицы  $W_r^T W_r$  [7; 9; 17; 18];

б) максимальность минимального сингулярного значения матрицы  $W_r^T W_r$  [7; 9];

в) максимальность определителя матрицы  $W_r^T W_r$  [9; 17];

г) минимальность суммы элементов матрицы  $W_r^T W_r$ , находящихся вне главной диагонали [19].

Как отмечается в [5], траектории, синтезированные с использованием данных критериев, обеспечивают похожие результаты. В используемом в данной работе программном обеспечении [7] был реализован следующий критерий оптимальности:

$$J = k_1 \cdot \text{cond}(W_r^T W_r) + \frac{k_2}{\sigma_{\min}},$$

где  $\text{cond}(\cdot)$  – число обусловленности;  $\sigma_{\min}$  – минимальное сингулярное значение матрицы  $W_r^T W_r$ ;  $k_1, k_2$  – весовые коэффициенты, подбираемые эмпирически. В данном случае было выбрано  $k_1 = 1, k_2 = 100$ .

Вторая из проблем – поиск параметризации траектории. В данной работе была реализована параметризация в виде первых 20 гармоник ряда Фурье [7; 9]:

$$q_i(t) = \sum_{j=1}^{20} \left( \frac{a_{i,j}}{\omega_f j} \sin(\omega_f j t) - \frac{b_{i,j}}{\omega_f j} \cos(\omega_f j t) \right) + q_{i0},$$

где  $\omega_f$  – базовая частота,  $a_{i,j}$ ,  $b_{i,j}$  – оптимизируемые коэффициенты,  $q_{i0}$  – начальное положение сочленения.

На траекторию дополнительно накладываются ограничения по максимально допустимым перемещениям, скоростям и ускорениям. Далее производится оптимизация  $a_{i,j}$  и  $b_{i,j}$  в соответствии с выбранным критерием.

## 2. Описание исследуемого манипулятора и алгоритма оценки параметров

Манипулятор ARM105 имеет шесть вращательных степеней подвижности. Его кинематическая схема в нулевом положении представлена на рис. 3.

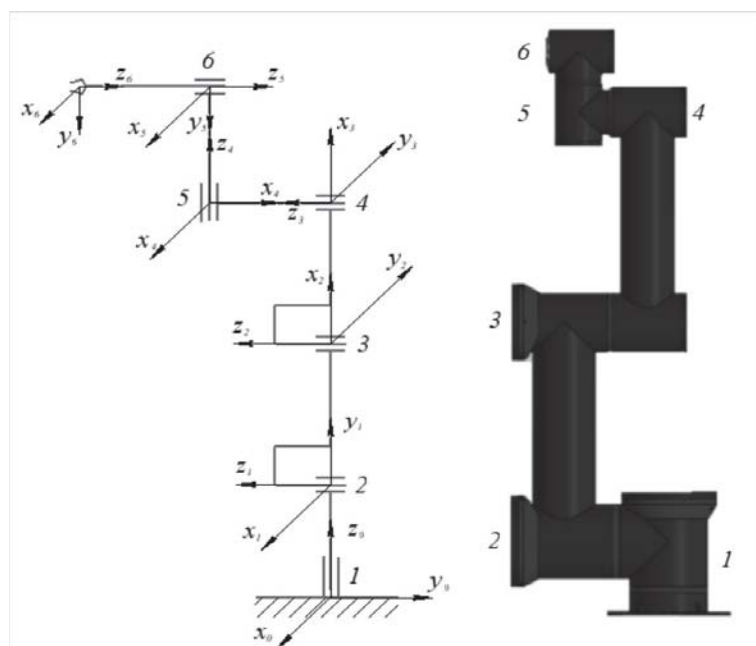


Рис. 3. Кинематическая модель манипулятора ARM105 с пронумерованными сочленениями

Для описания кинематической модели использовалась стандартная нотация Денавита-Хартенберга [20]. Геометрические параметры робота представлены в табл. 1.

Таблица 1

Геометрические параметры манипулятора ARM105

| $i$ | $\theta_i$ | $d_i$ , м | $a_i$ , м | $\alpha_i$ |
|-----|------------|-----------|-----------|------------|
| 1   | 0          | 0,16      | 0         | $\pi/2$    |
| 2   | $\pi/2$    | 0         | 0,47      | 0          |
| 3   | 0          | 0         | 0,45      | 0          |
| 4   | $-\pi/2$   | 0,184     | 0         | $-\pi/2$   |
| 5   | 0          | 0,13      | 0         | $-\pi/2$   |
| 6   | 0          | -0,065    | 0         | 0          |

Для идентификации динамических параметров в статье использовалась программа

BIRDy [7]. На настоящий момент это наиболее полный проект в области идентификации динамических параметров манипуляционных роботов, имеющий открытый исходный код и широкий набор реализованных алгоритмов.

Общий алгоритм состоит из следующих этапов (рис. 4, а):

1. Генерация идентификационной модели робота. На данном этапе производятся определение БИП и построение символьной модели робота. Так как каждое звено в соответствии с (2) и (7) описывается 14 параметрами, то модель робота ARM105 содержит 84 СИП. Из них было исключено и перегруппировано 26 неопределимых, к которым относятся:

- для первого звена – все параметры, кроме коэффициентов трения;
- для второго звена –  $m_2$ ,  $c_{z,2}m_2$ ,  $I_{yy,2}$ ,  $I_{zz,2}$ ;
- для третьего звена –  $m_3$ ,  $c_{z,3}m_3$ ,

- для четвертого звена –  $m_4, c_{y,4}m_4, c_{z,4}m_4, I_{zz,4}$ ;
- для пятого звена –  $m_5, c_{z,5}m_5, I_{yy,5}, I_{zz,5}$ ;
- для шестого звена –  $m_6$ .

Остальные 58 параметров после перегруппировки с неопределимыми составляют БИП и могут быть оценены. По результатам данного этапа составляются формулы для  $D_r$  – матриц  $D$  с исключенными неопределимыми параметрами.

2. Генерация траектории. Выполняется в соответствии с процедурой, описанной в п. 1. Для ее реализации была использована MATLAB функция *fmincon* [21], выполняющая однокритериальную оптимизацию с наложением ограничений. В результате данного этапа получаются массивы целевых положений  $q_t$ , скоростей  $\dot{q}_t$  и ускорений  $\ddot{q}_t$  сочленений в каждый момент времени.

3. Передача сформированной траектории на контроллер робота и проведение эксперимента. Для этой задачи был реализован программный интерфейс. Получение данных о положениях и крутящих моментах в сочленениях осуще-

ствляется с частотой  $f_s = 1 \text{ кГц}$ . В результате данного этапа получают массивы измеренных положений  $q_r$  и крутящих моментов в сочленениях  $\tau_r$ .

4. Фильтрация данных. На этом этапе  $q_r$  фильтруется и на основе отфильтрованных данных  $\hat{q}$  путем численного дифференцирования вычисляются оценки скоростей  $\dot{\hat{q}}$  и ускорений  $\ddot{\hat{q}}$  сочленений. Для фильтрации использовался фильтр низких частот Баттерворта 4-го порядка с частотой среза  $f_c = 10 \text{ Гц}$  и фильтрация в прямом и обратном направлении [22]. Далее над  $\hat{q}$ ,  $\dot{\hat{q}}$ ,  $\ddot{\hat{q}}$  и  $\tau_r$  выполняется процедура прореживания – на каждые 125 измерений выбирают одно, в результате чего получаются массивы  $\hat{q}_d$ ,  $\dot{\hat{q}}_d$ ,  $\ddot{\hat{q}}_d$  и  $\tau_d$ . Параметры фильтра и процедуры прореживания были выбраны в соответствии с рекомендациями [18].

5. Вычисление матрицы  $W_r$  и вектора  $Y$  на основе  $\hat{q}_d$ ,  $\dot{\hat{q}}_d$ ,  $\ddot{\hat{q}}_d$  и  $\tau_d$ .

6. Оценка  $\pi$  согласно (6).

Структура взаимодействия блоков эксперимента представлена на рис. 4, б.

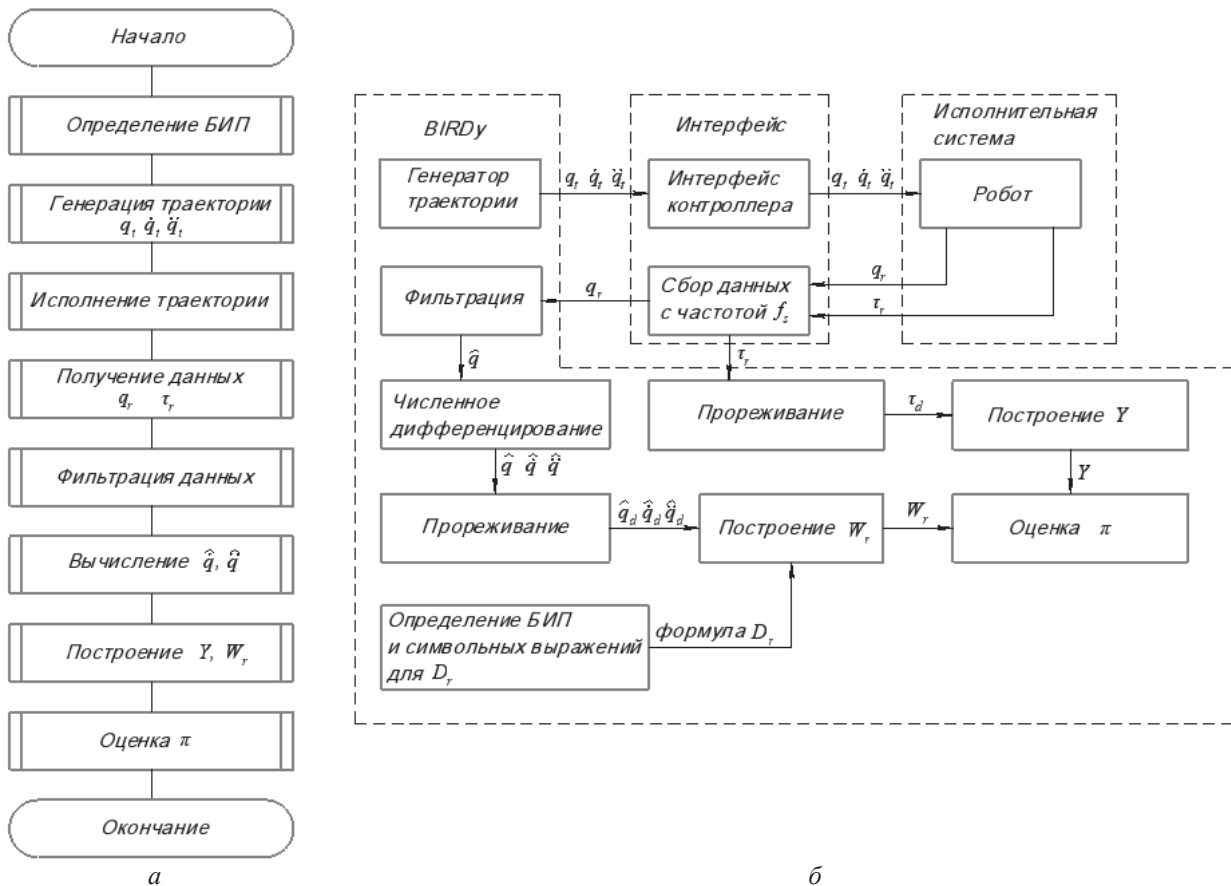


Рис. 4. Эксперимент по идентификации параметров:  
а – блок-схема алгоритма; б – структура взаимодействия блоков эксперимента

### 3. Результаты экспериментов с роботом

В заключение был проведен натурный эксперимент с роботом в соответствии с описанной процедурой. Установка для его проведения состоит из следующих частей (рис. 5): манипулятор ARM105, установленный на основание; контроллер манипулятора; компьютер, выполняющий обработку получаемых данных.



Рис. 5. Фотография экспериментальной установки

Данный манипулятор оснащен абсолютными энкодерами разрядностью 19 бит и датчиками тока, обеспечивающими измерение с шагом 0,1 % от максимально допустимого значения. Моменты в сочленениях вычислялись на основе данных о токе в приводах. Коэффициенты, связывающие ток и момент, были вычислены на основе паспортных данных приводов. Длительность эксперимента составила 42 с.

Качество определения динамических параметров можно оценить путем сравнения моментов, получаемых при помощи динамической модели с измеренными параметрами и получаемых датчиками робота. Основные показатели качества – *среднеквадратичное отклонение ошибки* (СКО) оценки момента в сочленениях  $\sigma_i$  и средняя относительная ошибка оценки момента  $\varepsilon_{i,cp}$ , вычисляемые по следующим формулам:

$$\varepsilon_{k,i} = \tau_{k,i,a} - \tau_{k,i,m},$$

$$\bar{\varepsilon}_i = \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N \varepsilon_{k,i},$$

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{N-1} \sum_{k=1}^N (\varepsilon_{k,i} - \bar{\varepsilon}_i)^2},$$

$$\varepsilon_{i,cp} = \sqrt{\frac{\sum_{k=1}^N \varepsilon_{k,i}^2}{\sum_{k=1}^N \tau_{k,i,a}^2}} \cdot 100 \%,$$

где  $\tau_{k,i,a}$  – крутящий момент, измеренный в момент времени  $k$  в сочленении  $i$ ,  $\tau_{k,i,m}$  – крутящий момент, полученный с динамической модели в момент времени  $k$  в сочленении  $i$ ,  $\varepsilon_{k,i}$  – ошибка оценки крутящего момента в момент времени  $k$  в сочленении  $i$ ,  $\bar{\varepsilon}_i$  – математическое ожидание ошибки оценки крутящего момента в сочленении  $i$ .

В табл. 2 представлено СКО оценки момента в сочленениях  $\sigma_i$  и средняя относительная ошибка оценки момента  $\varepsilon_{i,cp}$ . Относительно измеряемых значений момента СКО достаточно малы по всем сочленениям. Относительные ошибки получились достаточно большими, что связано с высокой зашумленностью исходных измерений момента и оценок ускорения путем численного дифференцирования.

Таблица 2

Погрешности оценки момента в сочленениях

| Номер сочленения         | 1       | 2       | 3      | 4       | 5      | 6       |
|--------------------------|---------|---------|--------|---------|--------|---------|
| $\sigma_i$ , Н·м         | 3,99    | 10,3    | 3,32   | 1,24    | 0,41   | 0,074   |
| $\varepsilon_{i,cp}$ , % | 17,92 % | 25,44 % | 8,74 % | 11,74 % | 6,09 % | 13,21 % |

Графики измеренного и восстановленного на основании модели момента в сочленениях представлены на рис. 6.

Как можно видеть, оценки модели достаточно точно повторяют измерения.

На рис. 7 представлены гистограммы  $\varepsilon_{k,i}/\sigma_i$ . В случае качественного определения параметров распределение ошибок близко к нормальному и  $\bar{\varepsilon}_i \rightarrow 0$  [23]. Как можно видеть, этому условию удовлетворяют ошибки по всем сочленениям, кроме второго.

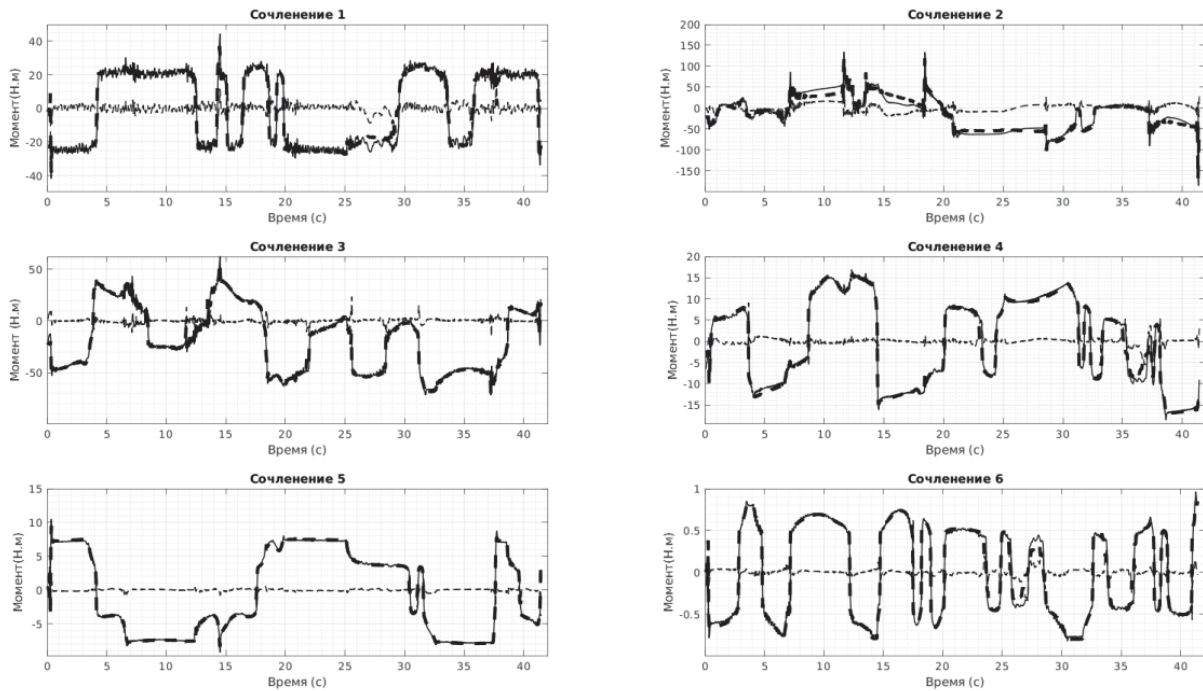


Рис. 6. Измеренные и восстановленные моменты в сочленениях при движении по идентификационной траектории (Н·м). Тонкая сплошная линия – измеренный момент; жирная штриховая линия – оценка на основе идентифицированной модели; тонкая штриховая линия – ошибка оценки

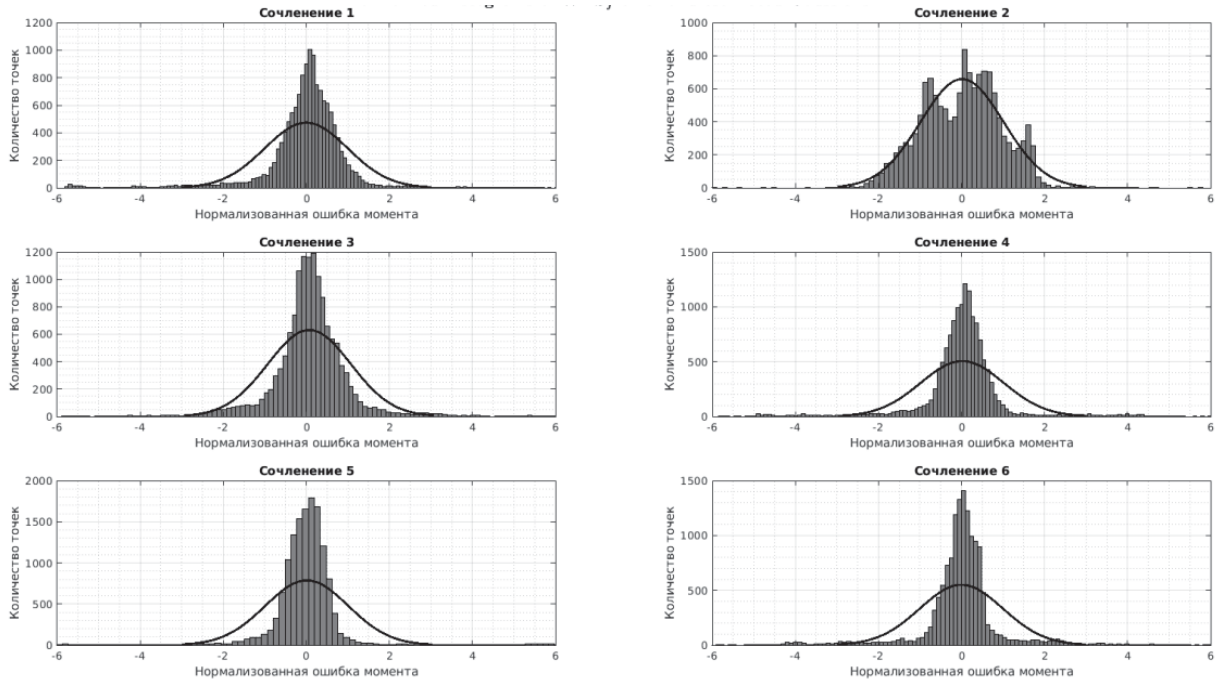


Рис. 7. Гистограммы ошибок оценки. Сплошная линия – оцениваемое нормальное распределение

Таким образом, в целом алгоритм демонстрирует удовлетворительный результат, достаточный для применения на практике. Основная проблема полученных данных – наличие в распределении  $\varepsilon_{k,i}/\sigma_i$  для второго сочленения не-

скольких мод, что говорит о низкой точности оценок момента.

Вероятнее всего, эта проблема вызвана не совсем корректной постановкой эксперимента и требует дальнейшего изучения.

### Заключение

В статье рассмотрена идентификация динамических параметров манипулятора на основе обратной динамической модели и метода наименьших квадратов. Данный подход может быть использован при реализации и настройке системы управления робота, нацеленного на тесное взаимодействие с человеком. Был выполнен эксперимент с реальным роботом, по итогам которого была проведена оценка параметров. Полученные с его помощью результаты оказались достаточно точны для применения на практике. Предложенный подход обеспечивает более высокую точность определения параметров по сравнению с традиционными методами, основанными на использовании CAD моделей.

### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Bascetta, L. Walk-through programming for robotic manipulators based on admittance control / L. Bascetta, G. Ferretti, G. Magnani, P. Rocco // *Robotica*. – 2013. – Vol. 31. – P. 1143–1153.
2. Hogan, N. Impedance control: An approach to manipulation: Part I –theory // *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*. – 1985. – Vol. 107, № 1. – P. 1–7.
3. An, C. H. Estimation of inertial parameters of rigid body links of manipulators / C. H. An, C. G. Atkeson, J. M. Hollerbach. // 24th IEEE Conference on Decision and Control – Fort Lauderdale, FL, USA, 1985. – P. 990–995.
4. Jubien, A. Effectiveness of the DIDIM method with respect to the usual CLOE method. Application to the dynamic parameters identification of an industrial robot / A. Jubien, M. Gautier, A. Janot. // 9th Asian Control Conference (ASCC) – Istanbul, Turkey, 2013. – P. 1–6.
5. Janot, A. A Generic Instrumental Variable Approach for Industrial Robot Identification / A. Janot, P. O. Vandanjon, M. Gautier. // *IEEE Transactions on Control Systems Technology*. – Jan. 2014. – Vol. 22, № 1. – P. 132–145.
6. Gautier, M. DIDIM: A new method for the dynamic identification of robots from only torque data / M. Gautier, A. Janot, P. O. Vandanjon. // *IEEE International Conference on Robotics and Automation* – Pasadena, CA, USA, 2008. – P. 2122–2127.
7. Quentin, L. Inertial Parameter Identification in Robotics: A Survey / L. Quentin, J. Roux, A. Janot, J. Guadarrama-Olvera, G. Cheng. // *Applied Sciences* 11. – 2021. – № 9. – P. 4303.
8. Mamedov, S. Practical Aspects of Model-Based Collision Detection / S. Mamedov, S. Mikhel // *Front Robot AI*. – Nov. 2020. – Vol. 7. – P. 571574.
9. Siciliano, B. *Springer Handbook of Robotics* / B. Siciliano, O. Khatib // Springer, New York. – 2016.
10. Khalil, W. Modeling, identification and control of robots / W. Khalil, E. Dombre. – 2004.
11. Mayeda, H. Base parameters of manipulator dynamic models / H. Mayeda, K. Yoshida, K. Osuka. // *IEEE Transactions on Robotics and Automation*. – June, 1990. – Vol. 6, № 3. – P. 312–321.
12. Gautier, M. Numerical calculation of the base inertial parameters of robots // *IEEE International Conference on Robotics and Automation* – Cincinnati, OH, USA, 1990. – Vol. 2. – P. 1020–1025.
13. Крутиков, С. Л. Базовые инерционные параметры манипуляционных роботов / С. Л. Крутиков // *Вестник МГТУ. Серия «Приборостроение»*. – 2011. – Т. 1. – С. 28–45.
14. Wensing, P. A geometric characterization of observability in inertial parameter identification / P. Wensing, G. Niemeyer, J.-J. E. Slotine // *The International Journal of Robotics Research*. – 2024. – № 43(1). – P. 2274–2302.
15. Hamon, P. New dry friction model with load- and velocity-dependence and dynamic identification of multi-DOF robots / P. Hamon, M. Gautier, P. Garrec // *IEEE International Conference on Robotics and Automation*. – Shanghai, China, May 2011. – P. 1077–1084.
16. Kermani, M. R. Friction Identification in Robotic Manipulators: Case Studies / M. R. Kermani, R. V. Patel, M. Moallem // *IEEE Conference on Control Applications*. – Toronto, Canada, 2005. – P. 28–31.
17. Indri, M. Optimized dynamic calibration of a SCARA robot / M. Indri, G. Calafiore, G. Legnani, F. Jatta, A. Visioli // *IFAC Proceedings Volumes*. – 2002. – Vol. 35, Issue 1. – P. 431–436.
18. Колубин, С. А. Динамика робототехнических систем: учебное пособие / С. А. Колубин. – СПб.: Университет ИТМО, 2017. – 117 с.
19. Villagrossi, E. Robot Dynamic Model Identification Through Excitation Trajectories Minimizing the Correlation Influence among Essential Parameters / E. Villagrossi, G. Legnani, N. Pedrocchi, F. Vicentini, L. MolinariTosatti, F. Abbà, A. Bottero // *Proceedings of the 11th International Conference on Informatics in Control, Automation and Robotics*. 2. – 2014. – P. 475–482.
20. Denavit, J. A Kinematic Notation for Lower-Pair Mechanisms Based on Matrices / J. Denavit, R. S. Hartenberg // *ASME. J. Appl. Mech.* – June 1955. – 22(2). – P. 215–221.
21. MathWorks, Optimization Toolbox: User's Guide (R2024a): [Электронный ресурс]. – 2024. – Режим доступа: [https://www.mathworks.com/help/optim/index.html?s\\_tid=CRUX\\_lftnav](https://www.mathworks.com/help/optim/index.html?s_tid=CRUX_lftnav) (дата обращения: 21.12.2024 г.).
22. Gustafsson, F. Determining the initial states in forward-backward filtering // *IEEE Transactions on Signal Processing*. – April 1996. – Vol. 44, № 4. – P. 988–992.
23. Jubien, A. Dynamic identification of the Kuka LWR robot using motor torques and joint torque sensors data / A. Jubien, M. Gautier, A. Janot // *IFAC Proceedings Volumes*. – 2014. – Vol. 47, Issue 3. – P. 8391–8396.