

УДК 621.865.8
DOI 10.35211/1990-5297-2025-4-299-61-66

А. В. Нелюбова, И. П. Вершинина

ДИНАМИКА УПРАВЛЯЕМОГО ДВИЖЕНИЯ МАНИПУЛЯТОРА-ТРИПОДА С ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ СВЯЗЬЮ*

Волгоградский государственный технический университет

mqdschen@yandex.ru, i_vershinina@vstu.ru

В статье рассматривается модель динамики движений манипулятора-трипода с дополнительной пассивной связью. Представлена система дифференциальных уравнений Лагранжа 2-го рода в матричной форме. Приводятся результаты решения первой задачи динамики, определяются управляющие силы, необходимые для выполнения программных перемещений звеньев манипулятора из выбранной начальной точки в конечную.

Ключевые слова: манипулятор-трипод, динамика управляемого движения, первая задача динамики, управляющие силы.

A. V. Nelyubova, I. P. Vershinina

DYNAMICS CONTROLLED MOVEMENT OF THE MANIPULATOR-TRIPOD WITH ADDITIONAL LINK

Volgograd State Technical University

The article presents a model of the dynamics of movements of a manipulator-tripod with an additional passive link. A system of Lagrange differential equations is in matrix form presented. The results of solving the first dynamics problem are presented. The control forces necessary to perform program movements of the manipulator links from the point to point are determined.

Keywords: manipulator-tripod, dynamics of controlled movement, the first task of dynamics, controlling forces.

Введение

Промышленный манипулятор как многозвенный пространственный механизм с несколькими степенями подвижности представляет собой сложную многомерную динамическую систему, к которой предъявляют высокие требования по точности и быстродействию при обработке заданных траекторий. Эффективность работы манипулятора в значительной степени определяется качеством управления, высокий уровень которого можно обеспечить только при адекватном учете их кинематических и динамических свойств на этапах проектирования. В работе ставится задача динамического анализа, то есть определение движущих сил, обеспечивающих выполнение программных движений звеньев манипулятора.

Анализ объекта исследования

Для расширения рабочего пространства и сохранения таких характеристик, как жесткость, точность и быстродействие, рассматриваются манипуляторы, в основе которых присутствуют механизмы как параллельной, так и последовательной структуры, так называемые гибридные манипуляторы. В таких манипуля-

торах последовательный механизм комбинируется с параллельным механизмом. Гибридные манипуляторы обеспечивают высокую производительность и теоретически большее рабочее пространство.

В качестве объекта исследования рассматривается гибридный манипулятор – манипулятор-трипод с дополнительной связью [1]. Под дополнительной пассивной связью понимается полая металлическая труба, которая одним концом крепится к выходному звену манипулятора, а другим концом к двухстепенному шарниру. Труба перемещается вдоль направляющих и вращается относительно вертикальной и горизонтальной осей, но не вращается вокруг своей оси. Кинематическая схема манипулятора приведена на рис. 1. Манипулятор состоит из четырех линейных исполнительных звеньев. Три звена (1, 2, 3) связаны с поворотным основанием ABC с помощью двух подвижных шарниров. Другие концы этих звеньев закреплены с помощью сферических шарниров на выходном звене 6.

Дополнительная связь в виде полой металлической трубы 5 обеспечивает жесткость конструкции и принимает на себя изгибающие мо-

© Нелюбова А. В., Вершинина И.П., 2025.

* Исследование выполнено за счет средств программы развития ВолгГТУ «Приоритет 2030», в рамках научного проекта №25/639-24.

менты, возникающие при выполнении технологических операций рабочим органом. Также полая труба позволяет передавать моменты от двигателей, установленных на неподвижном основании, к рабочему органу манипулятора или служить проводником для рабочей жидкости, таким образом, расширяет функциональ-

ные возможности по сравнению с аналогами [2]. Изменение длины хотя бы одного линейного исполнительного звена 1, 2 или 3 изменяет положение выходного звена 6. Четвертый линейный привод 4 обеспечивает поворот треугольного основания вокруг горизонтальной оси, увеличивая рабочую зону манипулятора.

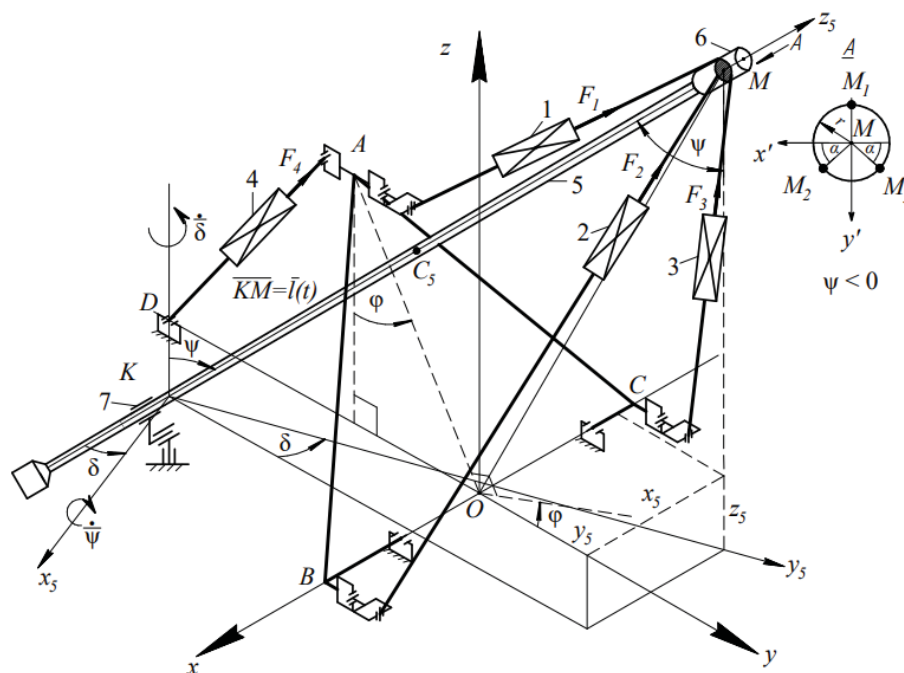


Рис. 1. Схема манипулятора-трипода с дополнительной связью

Механическая система манипулятора рассматривается как совокупность механизмов с жесткими звеньями. Динамическая модель манипулятора описывается как механизм, состоящий из четырех твердых тел. Звено AD (электроцилиндр) включает в себя два твердых тела: цилиндр и шток. Цилиндр совершает вращательное движение вокруг неподвижной оси, параллельной оси Ox , шток совершает плоское движение. Учитываются массово-геометрические характеристики реального манипулятора [3],

масса цилиндра m_{41} , его момент инерции относительно оси вращения I_{41} , масса штока m_{42} , его центральный момент инерции I_{42} . Поворотное основание ABC рассматривается как твердое тело, вращающееся вокруг неподвижной оси Ox (BC) с моментом инерции относительно оси вращения I_{0A} . Звено L – отрезок KM переменной длины полой трубы 5, основа эксплуатационных свойств манипулятора, совершает пространственное движение. Масса звена L и главные центральные моменты инерции соответственно

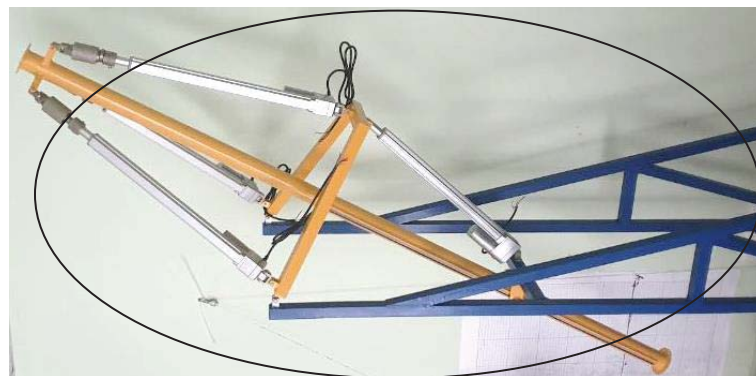


Рис. 2. Манипулятор-трипод с дополнительной пассивной связью

равны m_5 и I_5 . Массово-геометрические параметры полноразмерной физической модели манипулятора (рис. 2) приведены в работе [3].

Система дифференциальных уравнений динамики в матричной форме

Для реализации программных законов перемещения исполнительных звеньев манипулятора необходимо решить две задачи динамики. Первая задача динамики сводится к определению движущих сил, необходимых для реализации программного движения, с учетом известных законов движения всех звеньев робота при выполнении требуемого технологического процесса. Определив движущие силы, можно выбрать двигатели, способные осуществить программные движения манипулятора. Определение динамических нагрузок, действующих на звенья механизмов, необходимо также для оценки прочности, жесткости и надежности системы [4]. Вторая задача динамики заключается в определении динамических ошибок – отклонений законов движения от программных. Задача определения динамических ошибок сводится к интегрированию уравнений движения механической системы совместно с уравнениями динамических характеристик двигателей.

Механизм рассматриваемого манипулятора-трипода с дополнительной связью имеет четы-

ре степени свободы. Конфигурация манипулятора описывается четырьмя обобщенными координатами: угол поворота основания ABC манипулятора $q_1 = \varphi(t)$, длина отрезка полой трубы $q_2 = L(t)$, углы $q_3 = \psi(t)$, $q_4 = \delta(t)$, которые определяют положение подвижной системы координат $Kx_5y_5z_5$ (орты i_5, j_5, k_5) относительно неподвижной $Oxyz$ (орты i, j, k) [5]. Геометрические параметры основания манипулятора и точек крепления на поворотном основании $OA, OB = OC, OD, DK$ (рис. 1). Перемещения звеньев манипулятора происходит под действием движущих сил, действующих со стороны штоков электроцилиндров (рис. 1).

Для формирования дифференциальных уравнений движения используются уравнения Лагранжа 2-го рода [6]. Кинетическая энергия манипулятора складывается из кинетической энергии плоского механизма $DABC$ и кинетической энергии полой трубы L . Кинетическая энергия плоского механизма $DABC$ включает в себя кинетическую энергию корпуса актуатора 4 (звено AD) при его вращательном движении вокруг неподвижной оси и кинетическую энергию штока при движении вместе с корпусом и относительно корпуса.

Полная кинетическая энергия манипулятора [6]:

$$T = \frac{1}{2} \left(0,17 - \frac{0,14}{\pi} \varphi \right) \dot{\varphi}^2 + \frac{1}{2} [I_5 + m_5 (L - L_0)^2] (\dot{\delta}_5^2 \sin^2 \psi_5 + \dot{\psi}_5^2) + \frac{1}{2} m_5 \dot{L}^2. \quad (1)$$

Уравнение Лагранжа 2-го рода в матричной форме имеет вид:

$$A(q)\ddot{q} + B(q, \dot{q})\dot{q} + C(q) = D(q)F(t), \quad (2)$$

где $A(q)$, $B(q, \dot{q})$, $C(q)$, $D(t)$ – матрицы, зависящие от параметров механизма манипулятора, обобщенных координат и обобщенных скоростей, $F(t)$ – вектор сил, развиваемых приводами в степенях подвижности манипулятора.

Вектор-строки обобщенных координат q^T , обобщенных скоростей $\dot{q}$, обобщенных ускорений и движущих сил F^T :

$$q^T = [\varphi \quad L \quad \psi \quad \delta], \quad \dot{q}^T = [\dot{\varphi} \quad \dot{L} \quad \dot{\psi} \quad \dot{\delta}],$$

$$\ddot{q}^T = [\ddot{\varphi} \quad \ddot{L} \quad \ddot{\psi} \quad \ddot{\delta}], \quad (3)$$

$$F^T = [F_1 \quad F_2 \quad F_3 \quad F_4]. \quad (4)$$

Инерционная матрица $A(q)$ является диагональной и имеет вид:

$$A(q) = \begin{vmatrix} I_{np}(\varphi) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & m_5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & I_{5K} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & I_{5K} \sin^2 \psi_5 \end{vmatrix}, \quad (5)$$

где $I_{np}(\varphi) = 0,17 - \frac{0,14}{\pi} \varphi$ – приведенный момент инерции [6], m_5 – масса полой трубы, $I_{5K} = [m_5 (L - L_0)^2 + I_5]$ – момент инерции относительно точки K .

Матрица $B(q, \dot{q})$ параметров механизма, зависящая от обобщенных координат и обобщенных скоростей, имеет вид:

$$B(q, \dot{q}) = \begin{vmatrix} -\frac{0,07}{\pi} \dot{\phi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -m_5(L-L_0)\dot{\psi}_5 & -m_5(L-L_0)\sin^2\psi_5\dot{\delta}_5 \\ 0 & m_5(L-L_0)\dot{\psi}_5 & m_5(L-L_0)\dot{L} & -I_{5K}\sin\psi_5\cos\psi_5\dot{\delta}_5 \\ 0 & m_5(L-L_0)\sin^2\psi_5\dot{\delta}_5 & I_{5K}\dot{\delta}_5\sin\psi_5\cos\psi_5 & m_5(L-L_0)\sin^2\psi_5\dot{L} + I_{5K}\dot{\psi}_5\sin\psi_5\cos\psi_5 \end{vmatrix}. \quad (6)$$

Матрица $C(q)$ учитывает потенциальные силы:

$$C(q) = \begin{vmatrix} -m_{42}g \frac{OAOD \cos \varphi \sqrt{l_4^2 - (OD - OAsin \varphi)^2}}{l_4^2} - \frac{1}{3} m_{BC} g OAsin \varphi + \\ + [m_{41}l_{c1} + m_{42}(l_4 - l_{40})] \cdot \frac{(OD - OAsin \varphi) OA \cos \varphi}{l_4 \sqrt{l_4^2 - (OD - OAsin \varphi)^2}} g \\ m_5 g \cos \psi \\ -m_5 g (L - L_0) \sin \psi \\ 0 \end{vmatrix}. \quad (7)$$

Матрица коэффициентов движущих сил $D(q)$:

$$D(q) = \begin{vmatrix} d_{11} & 0 & 0 & d_{14} \\ d_{21} & d_{22} & d_{23} & 0 \\ d_{31} & d_{32} & d_{33} & 0 \\ d_{41} & d_{42} & d_{43} & 0 \end{vmatrix}, \quad (8)$$

где элементы матрицы [7]:

$$\begin{aligned} d_{11} &= -\frac{OA}{l_1} \cdot \left[(DK - L \cos \psi_5 + r \sin \psi_5) \sin \varphi + \right. \\ &\quad \left. + (OD + L \sin \psi_5 \cos \delta_5 + r \cos \psi_5 \cos \delta_5) \cos \varphi \right], \\ d_{14} &= \frac{-OD \cdot OA \cos \varphi}{l_4}, \\ d_{21} &= \frac{L + OD \sin \psi \cos \delta - OAsin \varphi \sin \psi \cos \delta - DK \cos \psi - OA \cos \psi_5 \cos \varphi}{l_1}, \\ d_{22} &= \frac{L - (OB \sin \delta - OD \cos \delta) \sin \psi - DK \cos \psi}{l_2}, \\ d_{23} &= \frac{L + (OC \sin \delta + OD \cos \delta) \sin \psi - DK \cos \psi}{l_3}, \\ d_{31} &= \frac{(OD - OAsin \varphi)(L \cos \psi \cos \delta - r \sin \psi \cos \delta) + (DK + OA \cos \varphi)(r \cos \psi + L \sin \psi)}{l_1}, \\ d_{32} &= \frac{DK(L \sin \psi - r \sin \alpha \cos \psi) - (OB \sin \delta - OD \cos \delta)(r \sin \alpha \sin \psi + L \cos \psi)}{l_2}, \\ d_{33} &= \frac{(OC \sin \delta + OD \cos \delta)(L \cos \psi + r \sin \alpha \sin \psi) + DK(L \sin \psi - r \sin \alpha \cos \psi)}{l_3}, \\ d_{41} &= \frac{(OD - OAsin \varphi)(-L \sin \psi \sin \delta - r \cos \psi \sin \delta)}{l_1}, \\ d_{42} &= \frac{(OB \cos \delta + OD \sin \delta)(r \sin \alpha \cos \psi - L \sin \psi) + r \cos \alpha (OB \sin \delta - OD \cos \delta)}{l_2}, \\ d_{43} &= \frac{(OC \cos \delta - OD \sin \delta)(L \sin \psi - r \sin \alpha \cos \psi) + r \cos \alpha (OD \cos \delta + OC \sin \delta)}{l_3}. \end{aligned}$$

Определение движущих сил

Для решения первой задачи динамики манипулятора необходимо определить движущие силы. Изначально конфигурация манипулятора задана в нулевом положении, выходное звено манипулятора находится в точке M_0 ($x_{M0} = 0$ мм, $y_{M0} = 405$ мм, $z_{M0} = 305$ мм). В данном положении все длины звеньев манипулятора минимальны: $l_1 = 535$ мм, $l_2 = 535$ мм, $l_3 = 535$ мм, $l_4 = 535$ мм, угол поворота поворотного основания ABC равен $\varphi_0 = 20^\circ$. Координаты точки M_0 соответствуют значениям обобщенных координат $\varphi_n = 0,35$, $L_n = 1018$ мм, $\psi_n = -1,14$, $\delta_n = 0$.

В качестве исполнительных звеньев манипулятора (рис. 2) используются актуаторы LA-T6 с рабочим ходом 400 мм и максимальной скоростью 50 мм/с.

Необходимо рассчитать движущие силы исполнительных звеньев манипулятора для обеспечения перемещения выходного звена из нулевого положения M_0 в начальную точку M_n ($x_{Mn} = 0$ мм, $y_{Mn} = 500$ мм, $z_{Mn} = 400$ мм). И далее из начальной точки M_n реализовать движение выходного звена по прямой в конечную точку M_k ($x_{Mk} = 100$ мм, $y_{Mk} = 700$ мм, $z_{Mk} = 500$ мм). Решением задачи позиционирования находим обобщенные координаты L , ψ , δ через декартовы координаты x_M , y_M , z_M [6]. Таким образом, начальной точке M_n соответствуют значения обобщенных координат $\varphi_n = 0,22$, $L_n = 1145$ мм, $\psi_n = -1,01$, $\delta_n = 0$. Конечной точке M_k соответствуют значения обобщенных координат

$\varphi_k = -0,11$, $L_k = 1372$ мм, $\psi_k = -1,1$, $\delta_k = -0,16$.

В качестве закона изменения обобщенных координат (φ , L , ψ , δ) выбираем полиномиальный закон, соответствующий «мягкому» касанию:

$$q_s(t) = q_{sn} + (q_{sk} - q_{sn}) \cdot \left(10 - 15 \frac{t}{\tau} + 6 \frac{t^2}{\tau^2} \right) \frac{t^3}{\tau^3}, \quad (9)$$

где s – номер обобщенной координаты (1, 2, 3, 4); τ – конечное время перемещения выходного звена манипулятора.

В рассматриваемом примере время перемещения из нулевого положения M_0 в начальную точку M_n составляет $\tau_0 = 5$ с. С учетом реальных скоростей для выбранных актуаторов манипулятора максимальная скорость для исполнительных звеньев $l_2(t)$ и $l_3(t)$ составляет 48 мм/с. Скорость исполнительного звена $l_1(t)$ – 15 мм/с, скорость исполнительного звена l_4 – 8 мм/с. Время перемещения из начальной точки M_n в конечную точку M_k составляет $\tau_1 = 10$ с. Максимальная скорость для исполнительного звена $l_3(t)$ составляет 46 мм/с. Скорость исполнительного звена $l_2(t)$ – 30 мм/с, скорость исполнительного звена $l_1(t)$ – 25 мм/с, скорость исполнительного звена $l_4(t)$ – 10 мм/с.

На рис. 3 представлены графики изменения движущих сил манипулятора в процессе перемещения выходного звена из нулевого положения M_0 в начальную точку M_n с учетом решения уравнения (2) при подстановке коэффициентов (5)–(8).

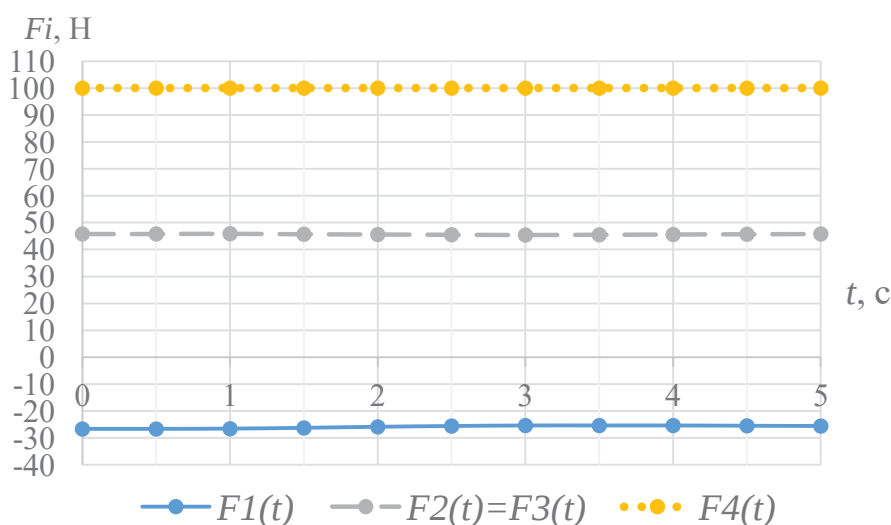


Рис. 3. График изменения движущих сил F_1 , F_2 , F_3 , F_4 при перемещении выходного звена из нулевого положения в начальную точку за конечное время τ_0

На рис. 4 представлены графики изменения движущих сил манипулятора в процессе перемещения выходного звена из начальной точки

M_n в конечную M_k с учетом решения уравнения (2) при подстановке коэффициентов (5)–(8).

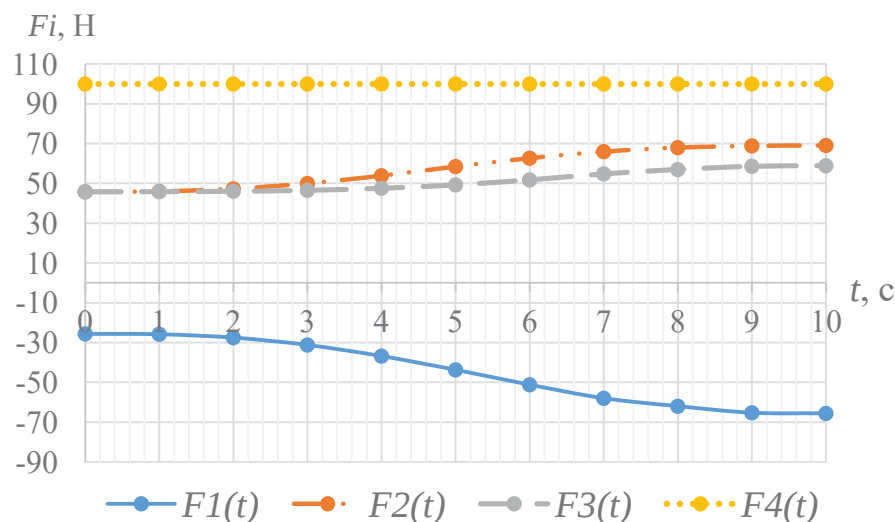


Рис. 4. График изменения движущих сил F_1, F_2, F_3, F_4 при перемещении выходного звена из начальной точки в конечную за конечное время τ_1

Из анализа рис. 3 и рис. 4 можно сделать вывод, что самым нагруженным является звено 4, максимальные значения движущих сил F_4 не превышают 100 Н. Рассмотренная методика решения прямой задачи динамики позволяет определить программные усилия, необходимые для реализации перемещения выходного звена манипулятора за конечное время. Характеристики двигателей зависят от вида выполняемых манипулятором технологических операций, внешних нагрузок и ограничений на быстроедействие.

Заключение

Представленная динамическая модель манипулятора гибридной структуры позволяет провести расчеты движущих сил и интегрирование системы дифференциальных уравнений с целью решения второй задачи динамики. В статье получены значения движущих сил для скоростей манипулятора-трипода с дополнительной связью, что позволит обоснованно использовать методы аналитического программирования входных управляющих сигналов приводных двигателей.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. П. м. 218886 Российская Федерация, МПК В66С 23/00 Манипулятор-трипод / В. В. Жога, А. В. Нелюбова, Н. Г. Шаронов, В. В. Чернышев; ФГБОУ ВО ВолГГТУ. – 2023.
2. Жога, В. В. Динамика и синтез управляющих сигналов манипулятора параллельно-последовательной структуры / В. В. Жога, В. В. Дяшкин-Титов, Н. С. Воробьева, А. В. Дяшкин // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2022. – № 8(749). – С. 3–12.
3. Жога, В. В. Обоснование расчетной схемы динамики манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью / В. В. Жога, А. В. Нелюбова // Известия ВолГГТУ : научный журнал № 4 (287 / ВолГГТУ. – Волгоград, 2024. – С. 60–65.
4. Коловский, М. З. Основы динамики промышленных роботов / М. З. Коловский, А. В. Слоущ. – М.: Наука, 1988. – 239 с.
5. Лурье, А. И. Аналитическая механика / А. И. Лурье. – М.: Физматгиз, 1961. – 824 с.
6. Нелюбова, А. В. Динамическая модель манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью / А. В. Нелюбова, В. В. Жога, И. П. Вершинина // Известия ВолГГТУ : научный журнал № 9 (292) / ВолГГТУ. – Волгоград, 2024. – С. 51–57.
7. Жога, В. В. Определение кинематических параметров исполнительных приводов для реализации программных траекторий / В. В. Жога, А. В. Нелюбова // Известия ВолГГТУ : научный журнал № 9 (280) / ВолГГТУ. – Волгоград, 2023. – С. 26–30.