

А. В. Нелюбова, В. В. Жога, И. П. Вершинина

**ДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МАНИПУЛЯТОРА
ПАРАЛЛЕЛЬНО-ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ СТРУКТУРЫ
С ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ СВЯЗЬЮ***

Волгоградский государственный технический университет
mqdschen@yandex.ru

В статье представлена математическая модель динамики движений манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной пассивной связью, сформированная с помощью уравнений Лагранжа 2-го рода. Расчетная схема манипулятора представляет электромеханическую систему с четырьмя степенями свободы и состоит из четырех твердых тел, совершающих вращательные движения вокруг неподвижной оси, плоскопараллельное и пространственное движения. Приводятся результаты решения первой задачи динамики: определяются управляющие силы, необходимые для выполнения программных перемещений звеньев манипулятора.

Ключевые слова: манипулятор параллельно-последовательной структуры, кинетическая энергия, программные перемещения, первая задача динамики, управляющие силы.

A. V. Nelyubova, V. V. Zhoga, I. P. Vershinina

**DYNAMIC MODEL OF A PARALLEL-SEQUENTIAL STRUCTURE
MANIPULATOR WITH ADDITIONAL COUPLING**

Volgograd State Technical University

The article presents a mathematical model of the dynamics of movements of a manipulator of a parallel-sequential structure with additional passive coupling, formed using Lagrange equations of the 2nd kind. The design scheme of the manipulator is an electromechanical system with four degrees of freedom and consists of four solids performing rotational movements around a fixed axis, plane-parallel and spatial movements. The results of solving the first dynamics problem are presented: the control forces necessary to perform program movements of the manipulator links are determined.

Keywords: manipulator of parallel-sequential structure, kinetic energy, program movements, forward dynamics problem, control forces.

Введение

Для применения методов аналитического анализа и синтеза управляющих сигналов приводных двигателей необходимо разработать динамическую модель манипулятора. Методы аналитического синтеза предъявляют повышенные требования как к адекватности динамической

модели, так и к точности определения ее массово-геометрических параметров. Целью динамического анализа является определение движущих сил и моментов, обеспечивающих выполнение программных движений звеньев манипулятора, а также динамических нагрузок в кинематических парах.

© Нелюбова А. В., Жога В. В., Вершинина И. П., 2024.

* Исследование выполнено за счет средств программы развития ВолгГТУ «Приоритет 2030», в рамках научного проекта № 25/639-24.

В качестве объекта исследования рассматривается манипулятор параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью [1–2]. Математическая модель кинематики для данного манипулятора отражена в работах [3], [4]; в них представлены методика решения обратной задачи кинематики манипулятора, алгоритм решения задачи позиционирования выходного звена, решение задачи кинематического синтеза программных перемещений исполнительных звеньев, для обеспечения заранее заданной траектории характерной точки выходного рабочего органа в соответствии с требованиями технологического процесса.

В работе ставится задача адекватного представления модели динамики манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью.

Расчетная схема манипулятора

Исследуется манипулятор-трипод [1–2], кинематическая схема которого приведена на рис. 1. Манипулятор состоит из четырех линейных исполнительных звеньев. Три звена (1, 2, 3) связаны с поворотным основанием ABC с помощью двух подвижных шарниров. Другие концы этих звеньев закреплены с помощью сферических шарниров на выходном звене 6.

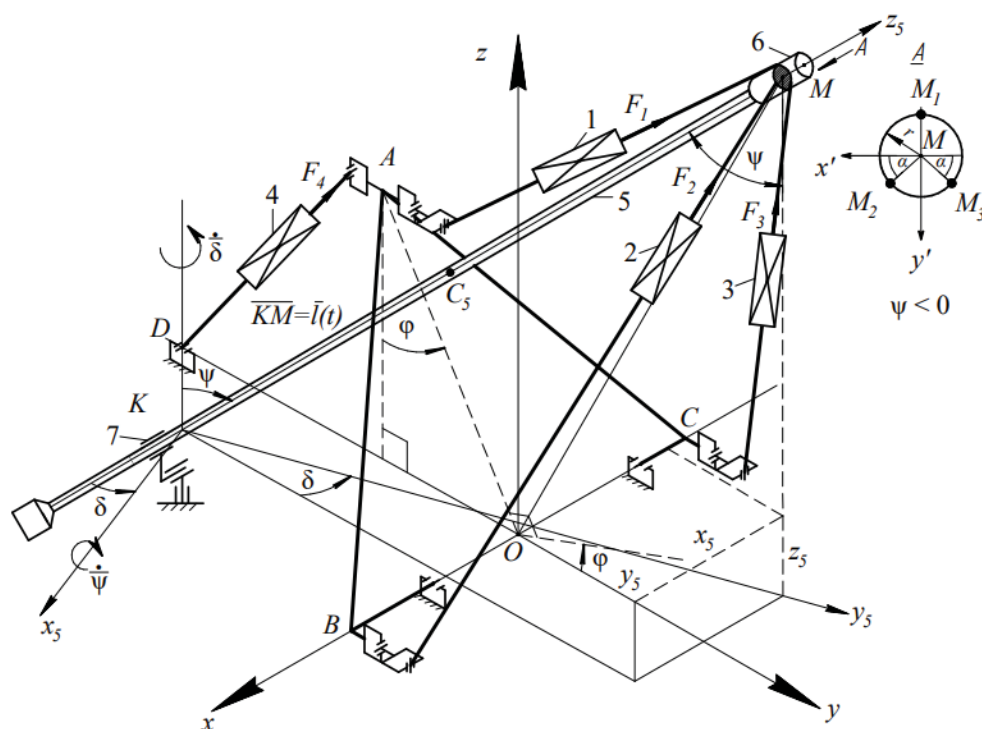


Рис. 1. Схема манипулятора-трипода с дополнительной связью

Дополнительная связь в виде полой металлической трубы 5 обеспечивает жесткость конструкции и принимает на себя изгибающие моменты, возникающих при выполнении технологических операций рабочим органом. Также полая труба 5 позволяет передавать моменты от двигателей, установленных на неподвижном основании к рабочему органу манипулятора, или служить проводником для рабочей жидкости (например, краска). Изменение длины хотя бы одного линейного исполнительного звена 1, 2 или 3 изменяет положение выходного звена 6. Четвертый линейный привод 4 обеспечивает поворот треугольного основания вокруг горизонтальной оси, тем самым увеличивая рабочую зону манипулятора.

Для описания динамической модели манипулятора принимаем, что механизм состоит из четырех твердых тел: звено AD – линейный привод (электроцилиндр), состоит из двух твердых тел – цилиндра и штока. Цилиндр совершает вращательное движение вокруг неподвижной оси, параллельной оси Ox ; шток совершает плоское движение. Масса цилиндра – m_{41} , его момент инерции относительно оси вращения – I_{41} ; масса штока – m_{42} , его центральный момент инерции – I_{42} . Звено ABC (поворотное основание) также является твердым телом, вращающимся вокруг неподвижной оси Ox (BC). Его момент инерции относительно оси вращения I_{0A} .

Звено KM – дополнительная пассивная связь, основа эксплуатационных свойств мани-

пулятора – совершает пространственное движение. Масса звена KM равна m_5 , главные центральные моменты инерции – I_5 .

Массово-геометрические параметры полной размерной физической модели манипулятора (рис. 2) приведены в работе [5].



Рис. 2. Манипулятор-трипод с дополнительной пассивной связью

Дифференциальные уравнения движения манипулятора

Механизм манипулятора имеет четыре степени свободы, и его конфигурация описывается четырьмя обобщенными координатами: длиной отрезка полой трубы $q_1 = KM(t) = L(t)$; углами $q_2 = \psi(t)$; $q_3 = \delta(t)$, которые определяют положение подвижной системы координат $Kx_3y_3z_3$ (орты i_5, j_5, k_5) относительно неподвижной $Oxyz$ (орты i, j, k), а также угол поворота основания ABC $q_4 = \varphi(t)$ манипулятора. OA ; $OB = OC$; OD ; DK – геометрические параметры основания манипулятора и точек крепления на поворотном основании (рис. 1).

Перемещения звеньев манипулятора происходят под действием движущих сил F_s , $s = 1, 2, 3, 4$, действующих со стороны штоков электроцилиндров (рис. 1) [6].

Для формирования дифференциальных уравнений движения воспользуемся уравнениями Лагранжа 2-го рода

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_s} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_s} = Q_s - \frac{\partial \Pi}{\partial q_s}, \quad s = 1 \div 4, \quad (1)$$

где T – кинетическая энергия манипулятора; Q_s – обобщенная сила активных сил, соответствующая s -обобщенной координате; $-\frac{\partial \Pi}{\partial q_s}$ – обобщенная сила потенциальных сил, соответствующая s -координате.

Кинетическая энергия манипулятора складывается из кинетической энергии плоского механизма $DABC$ – T_4 , кинетической энергии полой трубы KM – T_5 .

Кинетическая энергия механизма $DABC$

Кинетическая энергия актуатора 4 T_4 складывается из кинетической энергии корпуса актуатора при его вращательном движении вокруг неподвижной оси и кинетической энергии штока при движении вместе с корпусом и относительно корпуса.

В работе [5] получено выражение для кинетической энергии механизма $DABC$:

$$T_4 = \frac{1}{2} \dot{\varphi}^2 \left\{ \left[I_{41} + I_{42} + m_{42} (l_4 - l_{40} + z_{C04})^2 \right] \cdot \frac{OA^2 (OA - OD \sin \varphi)^2}{I_4^4} + \right. \\ \left. + I_{OA} + m_{42} \frac{OA^2 OD^2 \cos^2 \varphi}{I_4^2} \right\}, \quad (2)$$

$$T_4 = \frac{1}{2} I_{np}(\varphi) \cdot \dot{\varphi}^2. \quad (3)$$

Учитывая значения массово геометрических параметров механизма [5], зависимость (2) $I_{np}(\varphi)$ интерполируем линейной функцией, таким образом, выражение для кинетической энергии механизма $DABC$ принимает вид

$$T_4 = \frac{1}{2} \left(0,172 - \frac{0,14}{\pi} \varphi \right) \cdot \dot{\varphi}^2. \quad (4)$$

Кинетическая энергия звена KM , согласно теореме Кёнига [6], определяется как

$$T_5 = \frac{1}{2} (m_5 V_{c5}^2 + I_{x5} \omega_{x5}^2 + I_{y5} \omega_{y5}^2 + I_{z5} \omega_{z5}^2), \quad (5)$$

где m_5 – масса звена; V_{c5} – скорость центра масс звена; ω_{x5} , ω_{y5} , ω_{z5} – проекции на оси подвижной системы координат $Kx_5y_5z_5$ вектора угловой скорости звена KM .

$$\begin{aligned} \bar{V}_{c5} = \bar{\omega}_5 \times \bar{r}_{c5} &= \begin{vmatrix} \bar{i}_5 & \bar{j}_5 & \bar{k}_5 \\ \omega_{x5} & \omega_{y5} & \omega_{z5} \\ x_{c5} & y_{c5} & z_{c5} \end{vmatrix} = \\ &= (\omega_{y5} z_{c5} - \omega_{z5} y_{c5}) \bar{i}_5 + (\omega_{z5} x_{c5} - \omega_{x5} z_{c5}) \bar{j}_5 + (\omega_{x5} y_{c5} - \omega_{y5} x_{c5}) \bar{k}_5. \end{aligned}$$

Откуда проекции скорости центра масс на оси подвижной системы координат $Kx_5y_5z_5$ равны

$$\begin{aligned} V_{c5x} &= (\omega_{y5} z_{c5} - \omega_{z5} y_{c5}), \quad V_{c5y} = (\omega_{z5} x_{c5} - \omega_{x5} z_{c5}), \quad V_{c5z} = (\omega_{x5} y_{c5} - \omega_{y5} x_{c5}), \\ V_{c5x} &= \omega_{y5} z_{c5}, \quad V_{c5y} = -\omega_{x5} z_{c5}, \quad V_{c5z} = 0, \end{aligned} \quad (8)$$

где x_{c5} , y_{c5} , z_{c5} – координаты центра масс звена в подвижной системе координат $Kx_5y_5z_5$

$$x_{c5} = 0; \quad y_{c5} = 0; \quad z_{c5} = L - L_0. \quad (9)$$

Тогда выражения (8) с учетом относительной скорости звена KM принимают вид:

$$\begin{aligned} V_{c5x} &= \dot{\delta}_5 \sin \psi_5 (L - L_0), \\ V_{c5y} &= -\dot{\psi}_5 (L - L_0), \quad V_{c5z} = \dot{L}. \end{aligned}$$

Кинетическая энергия звена KM :

$$T_5 = \frac{1}{2} [I_5 + m_5 (L - L_0)^2] (\dot{\delta}_5^2 \sin^2 \psi_5 + \dot{\psi}_5^2) + \frac{1}{2} m_5 \dot{L}^2. \quad (10)$$

Выражение полной кинетической энергии манипулятора представляется как:

Принимаем, что главный центральный момент инерции $I_{z5} = 0$, а $I_{x5} = I_{y5} = I_5$.

Вектор скорости центра масс звена KM складывается из относительной скорости, равной скорости изменения расстояния KM и переносной скорости во вращательном движении с угловой скоростью $\bar{\omega}_5$.

Вектор угловой скорости звена $KM(t) = L(t)$, (рис. 1):

$$\bar{\omega}_5 = \dot{\psi} \bar{i}_5 + \dot{\delta}_5 \bar{k}_5. \quad (6)$$

Его проекции на оси подвижной системы координат $Kx_5y_5z_5$ равны

$$\omega_{x5} = \dot{\psi}_5, \quad \omega_{y5} = \dot{\delta}_5 \sin \psi_5, \quad \omega_{z5} = \dot{\delta}_5 \cos \psi_5. \quad (7)$$

Скорость центра масс звена актуатора по теореме Эйлера определяется выражением [8]

$$\begin{aligned} T &= T_4 + T_5 = \frac{1}{2} \left(0,172 - \frac{0,14}{\pi} \varphi \right) \dot{\varphi}^2 + \\ &+ \frac{1}{2} [I_5 + m_5 (L - L_0)^2] (\dot{\delta}_5^2 \sin^2 \psi_5 + \dot{\psi}_5^2) + \frac{1}{2} m_5 \dot{L}^2 \end{aligned} \quad (11)$$

Потенциальная энергия манипулятора

Выражение для потенциальной энергии манипулятора имеет следующий вид:

$$\begin{aligned} \Pi &= [m_{41} l_{c1} + m_{42} (l_4 - l_{40})] g \cos \beta + \\ &+ m_5 g (L - L_0) \cos \psi + \frac{1}{3} m_{BC} g OA \cos \varphi, \end{aligned} \quad (12)$$

где $\beta = \arcsin \frac{OD - OA \sin \varphi}{l_4}$.

Таким образом, с учетом выражений для l_4 и β , потенциальная энергия записывается как

$$\begin{aligned} \Pi &= \left[m_{41} l_{c1} + m_{42} (\sqrt{OA^2 + OD^2 - 2OAOD \sin \varphi} - l_{40}) \right] \frac{\sqrt{l_4^2 - (OD - OA \sin \varphi)^2}}{l_4} g + \\ &+ m_5 g (L - L_0) \cos \psi + \frac{1}{3} m_{BC} g OA \cos \varphi. \end{aligned} \quad (13)$$

Обобщенные силы потенциальных сил:

$$\begin{aligned}
 -\frac{\partial \Pi}{\partial \varphi} &= m_{42} \frac{OAOD \cos \varphi}{\sqrt{OA^2 + OD^2 - 2OAOD \sin \varphi}} \cdot \frac{\sqrt{l_4^2 - (OD - OAsin \varphi)^2}}{l_4} g - \\
 &- \left[m_{41} l_{c1} + m_{42} (\sqrt{OA^2 + OD^2 - 2OAOD \sin \varphi} - l_{40}) \right] \cdot \frac{(OD - OAsin \varphi) OAc \cos \varphi}{l_4 \sqrt{l_4^2 - (OD - OAsin \varphi)^2}} g + \\
 &+ \frac{1}{3} m_{BC} g OAsin \varphi, \\
 -\frac{\partial \Pi}{\partial L} &= -m_5 g, \quad -\frac{\partial \Pi}{\partial \psi} = m_5 g (L - L_0) \sin \psi, \quad \frac{\partial \Pi}{\partial \delta} = 0.
 \end{aligned} \tag{14}$$

Для вычисления обобщенных сил находим возможную работу активных сил F_s на возможных перемещениях системы [7].

Движущими силами являются силы F_s , приложенные со стороны штоков электроцилиндров, и возможная работа, равная $\delta A = \sum_{s=1}^4 F_s \delta l_s$, вычисляется на возможных перемещениях штоков [9].

Система дифференциальных уравнений принимает следующий вид:

$$\begin{aligned}
 &\left(0,172 - \frac{0,14}{\pi} \varphi \right) \ddot{\varphi} - \frac{0,07}{\pi} \dot{\varphi}^2 = \\
 &= -\frac{OA}{l_1} \left[DK \sin \varphi + OD \cos \varphi + L \cos \varphi \sin \psi \cos \delta + r \cos \varphi \cos \psi \cos \delta + r \sin \varphi \sin \psi \right] F_1 - \\
 &-\frac{OD \cdot OAc \cos \varphi}{l_4} F_4 + m_{42} \frac{OAOD \cos \varphi}{\sqrt{OA^2 + OD^2 - 2OAOD \sin \varphi}} \cdot \frac{\sqrt{l_4^2 - (OD - OAsin \varphi)^2}}{l_4} g - \\
 &- \left[m_{41} l_{c1} + m_{42} (\sqrt{OA^2 + OD^2 - 2OAOD \sin \varphi} - l_{40}) \right] \cdot \frac{(OD - OAsin \varphi) OAc \cos \varphi}{l_4 \sqrt{l_4^2 - (OD - OAsin \varphi)^2}} g + \\
 &+ \frac{1}{3} m_{BC} g OAsin \varphi,
 \end{aligned} \tag{15}$$

$$\begin{aligned}
 m_5 \ddot{L} - m_5 (L - L_0) \cdot (\dot{\delta}_5^2 \sin^2 \psi_5 + \dot{\psi}_5^2) &= \\
 &= \frac{L + OD \cdot \sin \psi \cos \delta - OA \cdot \sin \varphi \sin \psi \cos \delta - DK \cdot \cos \psi}{l_1} F_1 + \\
 &+ \frac{L - (OB \sin \delta - OD \cos \delta) \sin \psi - DK \cos \psi}{l_2} F_2 + \\
 &+ \frac{L + (OC \sin \delta + OD \cos \delta) \sin \psi - DK \cos \psi}{l_3} F_3 - m_5 g,
 \end{aligned} \tag{16}$$

$$\begin{aligned}
 &\left[I_5 + m_5 (L - L_0)^2 \right] \ddot{\psi}_5 + 2m_5 (L - L_0) \dot{\psi}_5 \dot{L} - \\
 &- \left[I_5 + m_5 (L - L_0)^2 \right] \dot{\delta}_5^2 \sin \psi_5 \cos \psi_5 = \\
 &= \frac{-OA \cdot L \sin \varphi \cos \psi \cos \delta + OAr \sin \varphi \sin \psi \cos \delta + OD \cdot L \cos \psi \cos \delta}{l_1} F_1 + \\
 &+ \frac{-ODr \sin \psi \cos \delta + OAr \cos \varphi \cos \psi + DK \cdot L \sin \psi + DKr \cos \psi}{l_1} F_1 + \\
 &+ \frac{-(OB \sin \delta - OD \cos \delta) \cdot (r \sin \alpha \sin \psi + L \cos \psi) + DK (L \sin \psi - r \sin \alpha \cos \psi)}{l_2} F_2 + \\
 &+ \frac{(OC \sin \delta + OD \cos \delta) \cdot (L \cos \psi + r \sin \alpha \sin \psi) + DK (L \sin \psi - r \sin \alpha \cos \psi)}{l_3} F_3 + m_5 g (L - L_0) \sin \psi,
 \end{aligned} \tag{17}$$

$$\begin{aligned}
& (\ddot{\delta}_5 \sin^2 \psi_5 + 2\dot{\delta}_5 \dot{\psi}_5 \sin \psi_5 \cos \psi_5) [m_5 (L - L_0)^2 + I_5] + 2\dot{\delta}_5 \sin^2 \psi_5 m_5 (L - L_0) \dot{L} = \\
& = \frac{OA \cdot L \sin \varphi \sin \psi \sin \delta + OAr \sin \varphi \cos \psi \sin \delta - OD \cdot L \sin \psi \sin \delta}{l_1} F_1 - \\
& - \frac{ODr \cos \psi \sin \delta}{l_1} F_1 + \\
& + \frac{(OB \cos \delta + OD \sin \delta) \cdot (r \sin \alpha \cos \psi - L \sin \psi) + r \cos \alpha (OB \sin \delta - OD \cos \delta)}{l_2} F_2 + \\
& + \frac{(OC \cos \delta - OD \sin \delta) \cdot (L \sin \psi - r \sin \alpha \cos \psi) + r \cos \alpha (OD \cdot \cos \delta + OC \sin \delta)}{l_3} F_3.
\end{aligned} \quad (18)$$

Пример вычисления движущих сил

Рассмотрим пример нахождения движущих сил манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью. Пусть необходимо переместить выходное звено манипулятора из начальной точки M_0 с координатами $x_{M0} = -200$ мм; $y_{M0} = 400$ мм; $z_{M0} = -100$ мм в конечную точку M_k с координатами $x_{Mk} = 400$ мм; $y_{Mk} = 700$ мм; $z_{Mk} = 300$ мм. Решением задачи позиционирования находим обобщенные координаты KM, ψ, δ через декартовы координаты x_M, y_M, z_M [4]. Таким образом, начальной точке M_0 ($x_{M0} = -200$ мм; $y_{M0} = 400$ мм; $z_{M0} = -100$ мм) соответствуют значения обобщенных координат $KM_0 = 942$ мм; $\psi_0 = -1,5$; $\delta_0 = 0,21$; $\varphi_0 = 0,3$; конечной точке M_k ($x_{Mk} = 400$ мм; $y_{Mk} = 700$ мм; $z_{Mk} = 300$ мм) соответствуют значения обобщенных координат $KM_k = 1351$ мм; $\psi_k = -1,2$; $\delta_k = -0,3$; $\varphi_k = 0,02$.

В качестве закона изменения обобщенных координат ($KM, \psi, \delta, \varphi$) выбираем полиномиальный закон, соответствующий «мягкому» касанию:

$$q_s(t) = q_{s0} + (q_{sk} - q_{s0}) \cdot \left(10 - 15 \frac{t}{\tau} + 6 \frac{t^2}{\tau^2} \right) \frac{t^3}{\tau^3}, \quad (19)$$

где τ – конечное время перемещения выходного звена манипулятора. В рассматриваемом примере принимаем $\tau = 12$ с.

На рис. 3 и 4 представлены графики изменения движущих сил манипулятора в процессе перемещения выходного звена из начальной точки M_0 в конечную M_k с учетом решения системы уравнений (15)–(18).

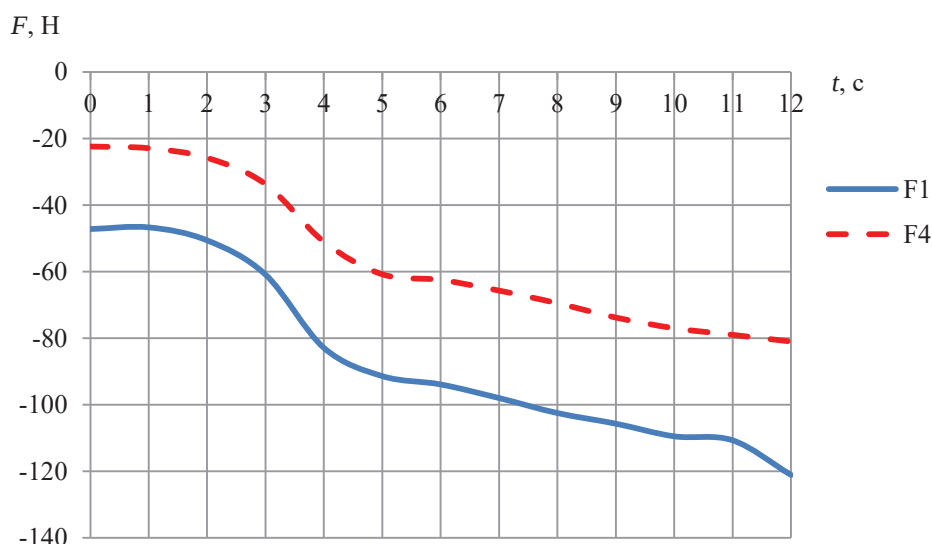


Рис. 3. График изменения движущих сил F_1 и F_4 при перемещении выходного звена из начальной точки в конечную за конечное время τ

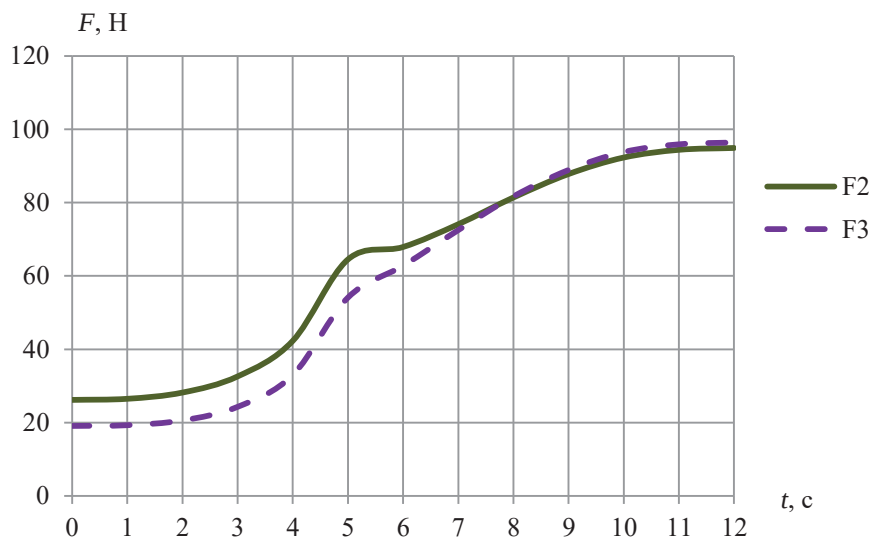


Рис. 4. График изменения движущих сил F_2 и F_3 при перемещении выходного звена из начальной точки в конечную за конечное время t

Исходя из рис. 3, можно заметить, что максимальные значения движущих сил F_1 и F_4 не превышают 120 Н, что необходимо учитывать при подборе электродвигателей для гибридного манипулятора. Движущим силам F_2 и F_3 (рис. 4) соответствуют максимальные значения в 100 Н, что также должно быть учтено при подборе актуаторов для манипулятора. Таким образом, с учетом максимальных значений управляющих сил можно осуществлять подбор электродвигателей для манипулятора. Рассмотренная методика решения прямой задачи динамики позволяет определить программные усилия, необходимые для реализации перемещения выходного звена манипулятора за конечное время. Характеристики двигателей также будут зависеть от типа выполняемых манипулятором технологических операций, нагрузок и ограничений на быстродействие.

Заключение

Сформированная динамическая модель позволяет проводить динамические исследования манипулятора с жесткими звеньями. При решении первой задачи динамики устанавливаются движущие силы, необходимые для обеспечения заданных законов перемещения рабочего органа. При решении второй задачи динамики определяются динамические ошибки, вызываемые влиянием инерционных сил на работу приводных двигателей. Решение этой задачи связано с интегрированием дифференциальных уравнений динамики манипулятора совместно с уравнениями характеристик двигателей. В статье описана полученная модель динамики манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью с уточненным

выражением кинетической энергии, что позволяет обоснованно использовать методы аналитического программирования входных управляющих сигналов приводных двигателей.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. П. м. 218886 Российская Федерация, МПК B66C 23/00. Манипулятор-трипод / В. В. Жога, А. В. Нелюбова, Н. Г. Шаронов, В. В. Чернышев ; ВолгГТУ. – 2023.
2. П. м. 218887 Российская Федерация, МПК B66C 23/44. Манипулятор-трипод / В. В. Жога, А. В. Нелюбова, Н. Г. Шаронов, В. В. Чернышев ; ВолгГТУ. – 2023.
3. Нелюбова, А. В. Расчет кинематических характеристик манипулятора-трипода с дополнительной кинематической связью / А. В. Нелюбова, В. В. Жога, И. П. Вершинина // Известия ВолгГТУ : научный журнал № 4 (275) / ВолгГТУ. – 2023. – С. 71–76.
4. Жога, В. В. Условия управляемости манипулятора параллельно-последовательной структуры / В. В. Жога, А. В. Нелюбова, Н. Г. Шаронов // XIII Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики (г. Санкт-Петербург, 21–25 августа 2023 г.) : сб. тез. В 4 т. / Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого [и др.]. – СПб., 2023. – Т. 1. Общая и прикладная механика. – С. 492–494.
5. Жога, В. В. Обоснование расчетной схемы динамики манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной связью / В. В. Жога, А. В. Нелюбова // Известия ВолгГТУ : научный журнал № 4 (287) / ВолгГТУ. – Волгоград, 2024. – С. 60–65.
6. Лурье, А. И. Аналитическая механика / А. И. Лурье. – М. : Физматгиз, 1961. – 824 с.
7. Динамика и синтез управляющих сигналов манипулятора параллельно-последовательной структуры / В. В. Жога, В. В. Дяшкин-Титов, Н. С. Воробьева, А. В. Дяшкин // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. – 2022. – № 8(749). – С. 3–12.
8. Коловский, М. З. Основы динамики промышленных роботов / М. З. Коловский, А. В. Слоущ. – М. : Наука, 1988. – 239 с.
9. Исследование манипуляторов параллельно-последовательной структуры на базе трипода : Монография / Н. С. Воробьева, И. А. Несмиянов, В. В. Жога, В. В. Дяшкин-Титов, А. В. Дяшкин. – Волгоград : Волгоградский ГАУ, 2022. – 272 с.