

УДК 621.865

DOI 10.35211/1990-5297-2024-4-287-6-14

*Д. В. Афонин<sup>1</sup>, А. С. Печурин, С. Ф. Яцун*

**УПРАВЛЕНИЕ ДВИЖЕНИЕМ РОБОТИЗИРОВАННОЙ  
КОЛЕСНОЙ СИСТЕМЫ ДВУХ ТЕЛ,  
СВЯЗАННОЙ УПРУГИМ ЭЛЕМЕНТОМ**

**Юго-Западный государственный университет**

<sup>1</sup>teormeh@inbox.ru

Представлена концепция автоматического управления роботизированной системой колесных тел по прямолинейной траектории с упругим элементом. Рассмотрены три стратегии управления: эталонная, корректирующая и комбинированная. Продемонстрирована их эффективность через математическое моделирование и оценку результатов.

*Ключевые слова:* колесная система, математическое моделирование, динамика колесных тел, комбинированное управление, оптронная матрица.

*D. V. Afonin, A. S. Pechurin, S. F. Yatsun*

**MOTION CONTROL OF A TWO-CARRIER ROBOTIC  
WHEEL SYSTEM LINKED BY ELASTIC FORCE**

**The South-West State University**

The concept of automatic control of a robotic system of wheeled bodies along a straight trajectory with an elastic element is presented. Three control strategies have been considered: reference, corrective, and combined. Their effectiveness has been demonstrated through mathematical modeling and result evaluation.

*Keywords:* wheeled system, mathematical modeling, dynamics of wheeled bodies, combined control, optoelectronic matrix.

**1. Актуальность**

На сегодняшний день мобильные колесные роботы широко используются в логистике, развлечениях, обслуживании, а также в беспилотных такси и доставке [1, 2]. Они экономят финансы и время, автоматизируя рутинные операции, но требуют сложных управляющих законов и решений дифференциальных уравнений.

Исследования описывают методы решения задач управления колесными системами. К примеру, вопросы управления колесными роботами рассматриваются в работах В. А. Бесекерского, А. А. Воронова, А. С. Гноенского, А. В. Нетушила, Е. П. Попова, В. В. Солодовникова, А. А. Фельдбаума, С. Т. Chen, С. А. Desoer, Н. Kwakernaak, R. Kalman, Н. Н. Rosenbrock и других. Особенности управляемости и наблюдаемости мобильных колесных роботов раскры-

ваются в трудах Ю. Г. Мартыненко, Д. М. Гусева, А. И. Кобрина, А. В. Ленского, И. В. Орлова, включая вопросы движения по сигналам оптронной линейки, с учетом переходных процессов в электроприводах и их влияния на устойчивость движения.

Работы Е. А. Девянина и В. М. Буданова анализируют решения дифференциальных уравнений управляемого движения робота с двумя ведущими колесами, параметры для устойчивости такого движения и влияние конструктивных «несимметрий» на фазовый портрет. Работы В. Е. Павловского представляют движение цепочки твердых тел с понятием «робопоезд», а способы управления мобильным роботом с дифференциальным приводом рассматриваются научной школой-конференцией «Мобильные роботы и мехатронные системы».

Большинство исследований рассматривают колесные тела как кинематически связанные, что часто приводит к динамическим разрывам, например, в угловых скоростях колес. Предлагаемый метод использует упругую силу для связи колесных тел. Подобный подход позволяет осуществлять моделирование совместного движения колесных тел и может быть применен в системах буксировки.

## 2. Математическая модель

Роботизированная колесная система упруго связанная (РКСУС) [3, 4], на расчетной схеме (рис. 1) ведущая колесная платформа (ВКП), обозначенная границами –  $I_1A_1B_1$ , связана упругой силой со следующей колесной платформой (СКП) с границами –  $A_2B_2D_2$ , совершающую движение в горизонтальной плоскости по шероховатой поверхности. Новизной в предложенной системе является упругая сила, связывающая

ВКП – колесного робота с дифференциальным приводом и СКП – трехколесную платформу без приводов. Точка  $D_2$  определяет место приложения упругой силы к СКП, а  $D_1$  – к ВКП. Для описания положения объектов в пространстве определены три различные системы координат: глобальная  $X_0OY_0$ , в дальнейшем  $^{(0)}$ ; относительная, связанная с ВКП  $X_1OY_1$  далее  $^{(1)}$ ; относительная, связанная с СКП  $X_2OY_2$  – обозначается как  $^{(2)}$ . Для перехода между системами координат используются матрицы (1, 2):

$$T_{10} = \begin{pmatrix} \cos \varphi_1 & -\sin \varphi_1 \\ \sin \varphi_1 & \cos \varphi_1 \end{pmatrix}; \quad (1)$$

$$T_{20} = \begin{pmatrix} \cos \varphi_2 & -\sin \varphi_2 \\ \sin \varphi_2 & \cos \varphi_2 \end{pmatrix}, \quad (2)$$

где  $\varphi_1, \varphi_2$  – углы поворота ВКП и СКП относительно оси  $OX_0$ .

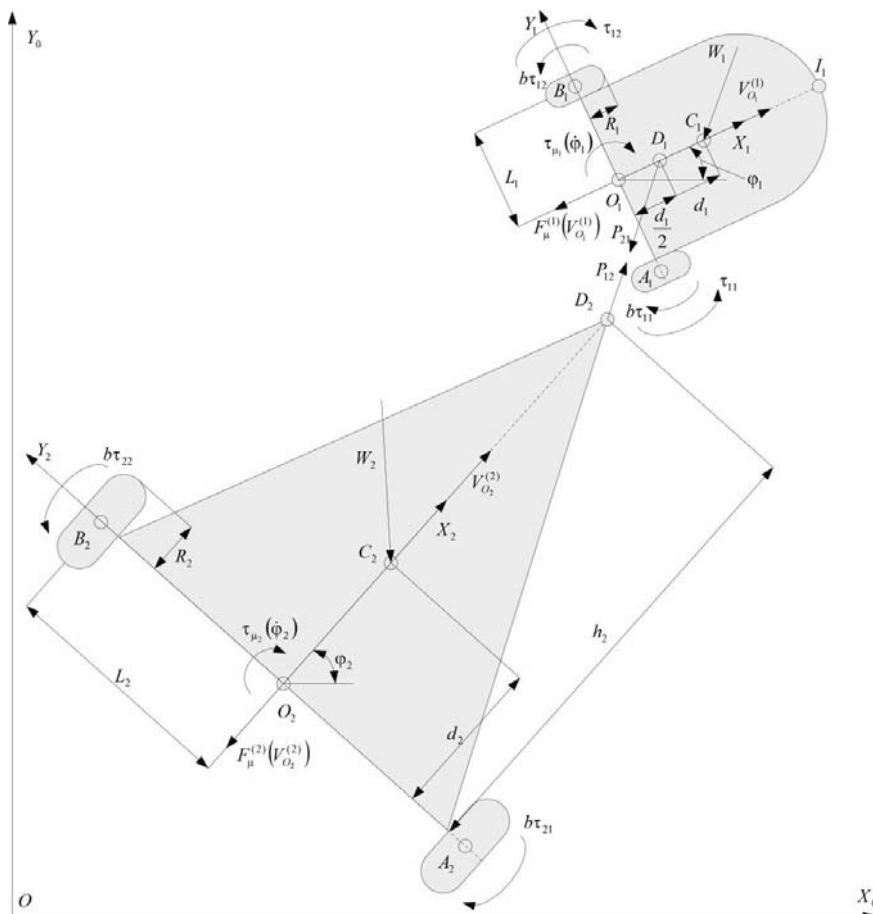


Рис. 1. Схема совместного движения РКСУС

В процессе движения на ВКП и СКП воздействуют:  $\tau_{11}, \tau_{12}$  – управляющие крутящие моменты колес ВКП; моменты торможения право-

го и левого приводных колес ВКП –  $b\tau_{11}, b\tau_{12}$  и СКП –  $b\tau_{21}, b\tau_{22}$ ;  $F_{\mu}^{(1)}(V_{O_1}^{(1)})$ ,  $F_{\mu}^{(2)}(V_{O_2}^{(2)})$ ;  $\tau_{\mu_1}(\dot{\varphi}_1)$ ,  $\tau_{\mu_2}(\dot{\varphi}_2)$  – силы и моменты сопротивления дви-

жению РКСУС, где  $\mu_v, \mu_\omega$  – коэффициенты вязкости сил сопротивления движению.

Упругой связующей силой является  $\bar{P}_{21/12}$ , модуль и направление которой зависят от взаимного удаления точек  $D_1$  и  $D_2$  друг от друга (3):

$$\bar{P}_{21/12} = \begin{pmatrix} C_X & 0 \\ 0 & C_Y \end{pmatrix} \bar{D}_{12} + \begin{pmatrix} \mu_X & 0 \\ 0 & \mu_Y \end{pmatrix} \dot{\bar{D}}_{12}, \quad (3)$$

где  $C_X, C_Y$  – коэффициенты упругости;  $\mu_X, \mu_Y$  – коэффициенты вязкости;  $\bar{D}_{12} = \bar{D}_1 - \bar{D}_2$ . Переход силы  $\bar{P}_{21/12}$  из глобальной системы координат в локальные системы платформ происходит с помощью уравнений (4, 5):

$$\bar{P}_{21}^{(1)} = T_{10}^{-1} \cdot \bar{P}_{21/12}; \quad (4)$$

$$\bar{P}_{12}^{(2)} = T_{20}^{-1} \cdot \bar{P}_{21/12}. \quad (5)$$

Действующие на РКСУС дестабилизирующие воздействия  $W_1, W_2$  описываются как импульсное воздействие силы  $F_{W_1}$ , приложенной к центру масс тела  $C_1$  и действующей согласно условию (6):

$$t \in [t_1 \quad t_2] \Rightarrow \bar{W}_1^{(0)} = F_{W_1} (\cos \gamma \quad \sin \gamma)^T, \quad (6)$$

где  $t$  – текущее время;  $t_1$  и  $t_2$  – время начала и конца действия силы;  $\gamma$  – угол приложения силы. Преобразование, описывающее дестабилизирующее воздействие в системе координат ведущей платформы имеет вид (7):

$$\bar{W}_1^{(1)} = \begin{pmatrix} W_{1x} & W_{1y} \end{pmatrix}^T = T_{10}^{-1} \cdot \bar{W}_1^{(0)}. \quad (7)$$

$$\dot{\bar{X}} = \begin{pmatrix} -\frac{\mu_{V_1}}{a_0} & \frac{a_1}{a_0} & 0 & 0 \\ -\frac{a_1}{a_2} & -\frac{\mu_{\omega_1}}{a_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{\mu_{V_2}}{a_5} & \frac{a_6}{a_5} \\ 0 & 0 & -\frac{a_6}{a_7} & -\frac{\mu_{\omega_2}}{a_7} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} V_1 \\ \Omega_1 \\ V_2 \\ \Omega_2 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \frac{a_3}{a_0}(\tau_{11} + \tau_{12}) \\ \frac{a_4}{a_2}(\tau_{11} - \tau_{12}) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{1}{a_0} P_{21x} \\ -\frac{d_1}{2a_2} P_{21y} \\ \frac{1}{a_5} P_{12x} \\ \frac{h_2}{a_7} P_{12y} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{1}{R_b a_0}(b\tau_{11} + b\tau_{12}) \\ -\frac{L_1}{R_b a_2}(b\tau_{11} - b\tau_{12}) \\ -\frac{1}{R_b a_5}(b\tau_{21} + b\tau_{22}) \\ -\frac{L_2}{R_b a_7}(b\tau_{21} - b\tau_{22}) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\frac{1}{a_0} W_{1x} \\ -\frac{d_1}{a_2} W_{1y} \\ -\frac{1}{a_5} W_{2x} \\ -\frac{d_2}{a_7} W_{2y} \end{pmatrix}, \quad (9)$$

где  $a_0 = m_1 + 2 \cdot I_{W_1} / R_1^2$ ;  $a_1 = d_1 \cdot m_{C_1} \cdot \omega_1$ ;  $a_2 = I_1 + (2 \cdot L_1^2 / R_1^2) \cdot I_{W_1}$ ;  $a_3 = 1 / R_1$ ;  $a_4 = L_1 / R_1$ ;  $a_5 = m_2 + 2 \cdot I_{W_2} / R_2^2$ ;  $a_6 = d_2 \cdot m_{C_2} \cdot \omega_2$ ;  $a_7 = I_2 + (2 \cdot L_2^2 / R_2^2) \cdot I_{W_2}$ .

В векторно-матричной форме уравнение (9) имеет вид (10, 11):

$$\dot{\bar{X}} = A(\bar{X}) + B\bar{U} + \bar{W}, \quad \bar{X} = (V_1, \Omega_1, V_2, \Omega_2)^T. \quad (10, 11)$$

Основываясь на том, что уравнения связи предполагают отсутствие проскальзывания колес [5, 6] были составлены кинематические уравнения движения системы двух колесных платформ в матричной форме (8):

$$\dot{\bar{q}}_{10 \times 1} = \begin{pmatrix} \cos \varphi_1 & 0 & 0 & 0 \\ \sin \varphi_1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1/R_1 & L_1/R_1 & 0 & 0 \\ 1/R_1 & -L_1/R_1 & 0 & 0 \\ \cos \varphi_2 & 0 & 0 & 0 \\ \sin \varphi_2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1/R_2 & L_2/R_2 & 0 & 0 \\ 1/R_2 & -L_2/R_2 & 0 & 0 \end{pmatrix} \dot{\bar{\pi}}_{4 \times 1}, \quad (8)$$

где в качестве компонентов вектора псевдоскоростей  $\dot{\bar{\pi}} = (V_1 \quad \Omega_1 \quad V_2 \quad \Omega_2)^T$  удобно выбрать величины  $V_1$  и  $V_2$  скорости точек  $O_1$  и  $O_2$  соответственно, а также угловые скорости платформ  $\Omega_1 = \dot{\varphi}_1$  и  $\Omega_2 = \dot{\varphi}_2$ .

Формирование системы дифференциальных уравнений движения РКСУС базируется на описанном в [7] динамическом подходе Лагранжа для неголономных систем и тождеств. В том числе рассматривались уравнения Маджи и работы, посвященные описанию движения цепочки твердых тел, связанных между собой [8–14]. В системах координат <sup>(1,2)</sup> уравнение движения РКСУС описывается в виде (9):

Система дифференциальных уравнений (10) позволяет изучать управляемое движение роботизированной колесной системой по заданной траектории с учетом упругой связи между ВКП и СКП, а также внешних возмущений  $\bar{W}_1$  и  $\bar{W}_2$ .

### 3. Структурная схема системы управления роботизированной колесной системой

Блок планирования рассчитывает эталонный закон движения, разработанный на базе метода планирования допустимых траекторий движения, основанный на заданной точности движения колесной системы [15, 16]. Зависимости координаты (12), скорости (13) и ускорения (14) от времени представлены в виде:

$$X_M^*(t) = \sum_{i=0}^5 a_i t^i; \quad (12)$$

$$V_M^*(t) = \sum_{i=0}^5 a_i i t^{i-1}; \quad (13)$$

$$\dot{V}_M^*(t) = \sum_{i=0}^5 a_i i(i-1) t^{i-2}. \quad (14)$$

Исходя из задачи обеспечения автономного движения РКСУС по заданной траектории, была разработана система управления, структурная схема которой представлена на рис. 2. Основными элементами системы являются блок планирования (БП), эталонная модель (ЭМ), регулятор, объект управления (ОУ), оптронная матрица (ОМ) – набор упорядоченно расположенных оптронов для детектирования контрастной линии, обработчик сигналов оптронной матрицы (ОСОМ) [17–20].

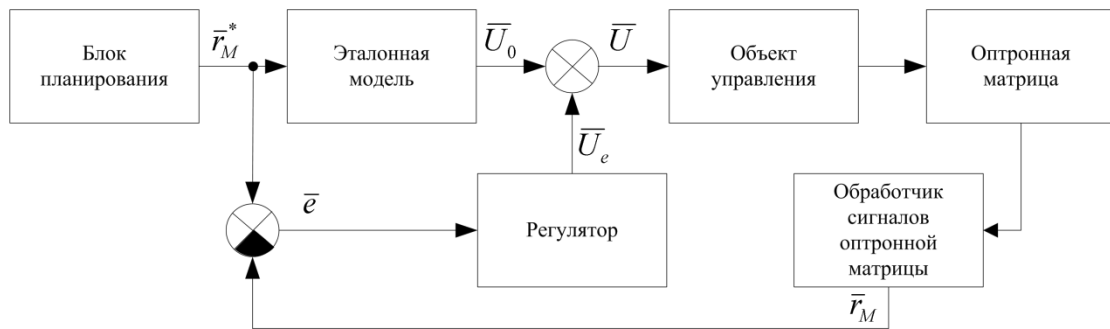


Рис. 2. Структурная схема системы управления РКСУС

Эталонная модель в составе системы управления используется для задания эталона желаемого поведения, выбранного оператором на основе априорной информации о выходных и входных воздействиях, и определяет эталонные управляющие крутящие моменты ВКП.

Архитектура системы управления движением РКСУС основывается на декомпозиции управляющих воздействий. Уравнения электропривода позволяют перейти от управляющих крутящих моментов колес к управляющим напряжениям (15):

$$\bar{U} = \bar{U}_0 + \bar{U}_e, \quad (15)$$

где  $\bar{U}_0 = f(\bar{\tau}_0)$  – управляющие напряжения, рассчитываемые из уравнений эталонной моде-

ли;  $\bar{U}_e = f(\bar{e})$  – корректирующие напряжения, вычисляемые по расхождению реальной и заданной траектории движения. На заданном интервале идентифицируемых параметров вычисляются параметры регулятора в номинальном режиме.

#### 3.1. Расчет управляющих моментов с помощью эталонной модели

Математическая эталонная модель РКСУС рассчитывается на основе дифференциальных уравнений динамики ВКП. Эта модель учитывает заданные законы движения, силы и моменты сопротивления, а также возмущающее воздействие  $\bar{W}_1$  с учетом запаздывания, и позволяет определить эталонные управляющие воздействия (16, 17):

$$\begin{bmatrix} \tau_R + \tau_L \\ \tau_R - \tau_L \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_1 \cdot \left( \left( m_s + \frac{2 \cdot I_{W_1}}{R_1^2} \right) \cdot \dot{V}_M^*(t) - d_1 \cdot m_{C_s} \cdot \omega_1^{*2}(t) + xP_{21} + xW_1(t) \cdot \delta(t) + \mu_v \cdot \text{sign}(V_M^*(t)) \cdot |V_M^*(t)| \right) \\ \frac{R_1}{L_1} \cdot \left( \left( J_s + \frac{2 \cdot I_{W_1} \cdot L^2}{R_1^2} \right) \cdot \dot{\omega}_1^*(t) + d_1 \cdot m_{C_s} \cdot \omega_1^*(t) \cdot V_M^*(t) + yP_{21} \cdot \frac{d_1}{2} + yW_1(t) \cdot d_1 \cdot \delta(t) + \mu_\omega \cdot \text{sign}(\omega_1^*(t)) \cdot |\omega_1^*(t)| \right) \end{bmatrix}; \quad (16)$$

$$\bar{\tau}_0 = \begin{pmatrix} \tau_{11_0} \\ \tau_{12_0} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \tau_R + \tau_L \\ \tau_R - \tau_L \end{pmatrix}, \quad (17)$$

где  $t \in [t_1 + \eta \quad t_2] \Rightarrow \delta(t) = 1$  – активатор задержки, моделирующий реакцию акселерометра;

$\eta$  – время задержки;  $m_s = m_1 + m_2$ ,  $m_{c_s} = m_{c_1} + m_{c_2}$  – общие массы и суммарные массы ВКП и СКП.

### 3.2. Управление по ошибке

Управление движением РКСУС на основе ошибки  $\bar{U}_e$  [21–23] (рис. 3) происходит путем вычисления управляющих воздействий как функции разницы между координатами

желаемой и текущей позиции (18):

$$\bar{e} = (e_x \ e_y)^T = \bar{M}^* - \bar{M}^{(0)}, \quad (18)$$

где  $\bar{M}^* = (X_M^*(t) \ 0)^T$  – желаемая и  $\bar{M}^{(0)}$  – реальная координаты точки  $M$ . Корректирующее управляющее воздействие  $\bar{\tau}_e = f(\bar{e})$  определяется согласно уравнению (19):

$$\bar{\tau}_e = \begin{pmatrix} \tau_{11e} \\ \tau_{12e} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} k_p & k_p \\ k_p & -k_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_x \\ e_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_d & k_d \\ k_d & -k_d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta e_x / \Delta t \\ \Delta e_y / \Delta t \end{pmatrix}, \quad (19)$$

где  $k_p$  и  $k_d$  – коэффициенты регулятора;  $\bar{\tau}_e$  – корректирующее управляющие крутящие моменты ВКП.

Детектирование возникающей ошибки пе-

ремещения вдоль оси  $OX_0$  производится с помощью одометров на колесах, а матрица оптронных пар используется для нахождения ошибки перемещения вдоль оси  $OY_0$ .

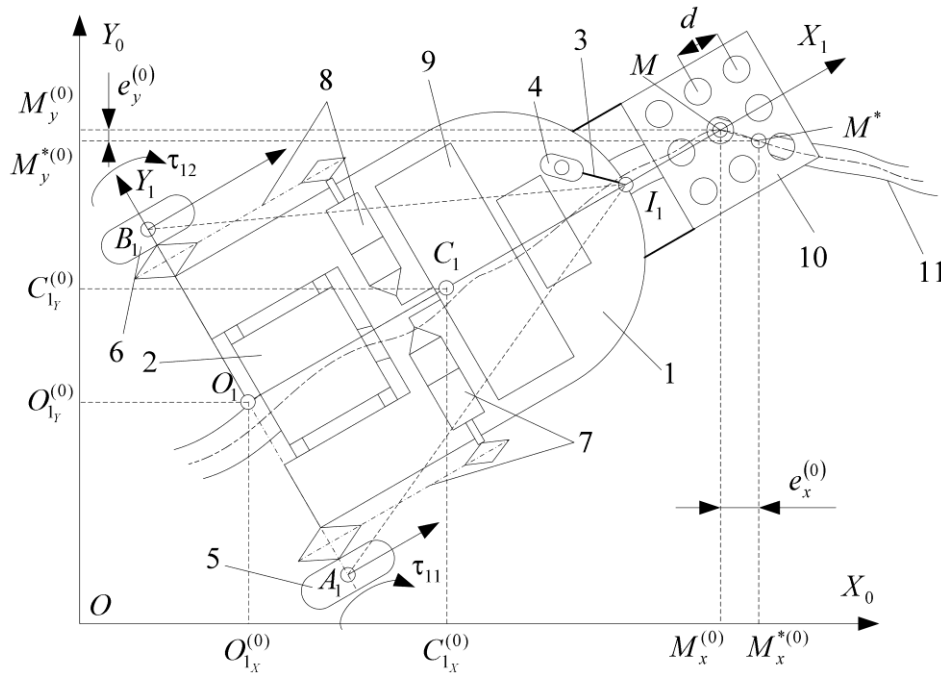


Рис. 3. Структурная схема РКСУС:

1 – корпус ВКП; 2 – сцепное устройство; 3 – опора поворотного колеса СКП; 4 – поворотное колесо СКП; 5, 6 – правое и левое ведущие колеса соответственно; 7, 8 – приводы правого и левого ведущих колес соответственно; 9 – аккумуляторная батарея; 10 – оптронная матрица; 11 – контрастная линия

### 4. Определение положения ВКП относительно траектории движения

Контроль положения РКСУС относительно контрастной линии (КЛ) осуществляется при помощи ОМ, как показано на рис. 4 [24, 25]. ОМ позволяет оценить отклонение реального положения ВКП от заданного, и точность этой оценки зависит от расстояния между оптронными парами в матрице.

При позиционировании ОМ относительно КЛ в желаемом положении (рис. 4, а), выход-

ные сигналы датчиков имеют вид  $optMatOut = (101; 101; 101)$ , следовательно, аппарат движется вдоль линии. Если выходные сигналы датчиков будут иметь вид  $(110; 101; 011)$  или  $(011; 101; 110)$  (рис. 4, б, в), то угол ориентации РМБ:  $\varphi_1 \approx +45^\circ$  и  $\varphi_1 \approx -45^\circ$  относительно КЛ. Сигналы вида  $(111; 000; 111)$  (рис. 4, г) оповещают об угле ориентации  $\varphi_1 \approx 90^\circ$ .

В случаях, представленных на рис. 4, д и 4, е, угол поворота относительно линии

$\varphi_1 \in [90^\circ \ 180^\circ]$ , поскольку в этих состояниях выходные значения матриц одинаковы со случаями на рис. 4, в и 4, а, используется програм-

мный инструмент, интерпретирующий текущее состояние сигналов ОМ, с учетом сравнения значений датчиков на текущей и предыдущих итерациях.

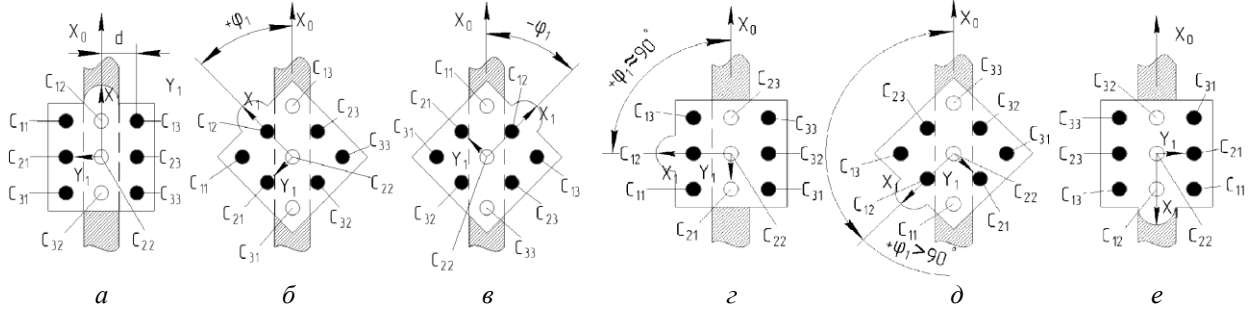


Рис. 4. Определение ориентации ВКП относительно КЛ с помощью ОМ

#### Структура сигнала обратной связи оптронной матрицы

Переход системы в режим корректировки движения происходит согласно срабатыванию условия (20):

$$c_G = \begin{pmatrix} C_{G_R} & 0 \\ 0 & C_{G_L} \end{pmatrix} = \begin{cases} \text{optMatOut} \neq (101; 101; 101) & C_{G_R}, C_{G_L} \in [0, 0.1, \dots, 1] \\ |e_y| \rightarrow d(0.5 + \sqrt{2}) & C_{G_R}, C_{G_L} \rightarrow 1 \end{cases}, \quad (20)$$

где  $C_G$  – матрица, содержащая коэффициенты усиления корректирующего воздействия, уве-

личивающиеся по мере роста ошибки. С учетом (20) выражение (19) преобразуется к виду (21):

$$\bar{\tau}_e = \begin{pmatrix} \tau_{11_e} \\ \tau_{12_e} \end{pmatrix} = C_G \left( \begin{pmatrix} k_p & k_p \\ k_p & -k_p \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_x \\ e_y \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} k_d & k_d \\ k_d & -k_d \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \Delta e_x / \Delta t \\ \Delta e_y / \Delta t \end{pmatrix} \right). \quad (21)$$

Точность положения ОМ над КЛ определяется параметром  $d$ .

Оценка интервала ошибки по показаниям элементов ОМ согласно условиям (22):

$$e_y = \begin{cases} |e_y| \in [0 \ 0.5d] & C_{22} = 0 \\ |e_y| \in [0 \ 1.5d] & C_{22} \neq 0 \wedge (C_{21} = 0 \vee C_{23} = 0) \\ |e_y| \in [0.5d \ d(0.5 + \sqrt{2})] & C_{22} \neq 0 \wedge (C_{11} = 0 \vee C_{13} = 0 \vee C_{31} = 0 \vee C_{33} = 0) \end{cases}, \quad (22)$$

#### 5. Тестирование системы в идеальных условиях, а также при наличии возмущающего воздействия

Для проверки представленного алгоритма управления РКСУС было проведено численное математическое моделирование. Движение происходило из начальной точки в конечную по прямолинейному отрезку траектории за время  $t \in [0 \ 30]$  с. Во время движения на систему действовал прямоугольный возмущающий импульс (рис. 5), описываемый в (6, 7), при условиях:  $t_1=14,5$  с;  $t_2=15$  с;  $\tau=0,5$  с;  $\gamma=45^\circ$ ;  $F_{W_1} = 40$  кН.

Заданный закон и реальная траектория движения вдоль осей  $OX_0$  и  $OY_0$  показаны на рис. 6 вместе с графиками изменения ошибок  $e_x$ ,  $e_y$ . При сравнении максимальных значений ошибок  $e_x$ ,  $e_y$  при различных стратегиях управления было установлено, что корректирующее управление обеспечивает максимальные отклонения вдоль осей  $OX_0$  и  $OY_0$  менее 1 м, а комбинированное уменьшает отклонения до значений менее 0,25 м, что значительно повысило точность движения РКСУС по заданной траектории. На рис. 7 представлены графики изменения управляющих сил, полученных методом декомпозиции управляющих воздействий при комбинированном управлении.

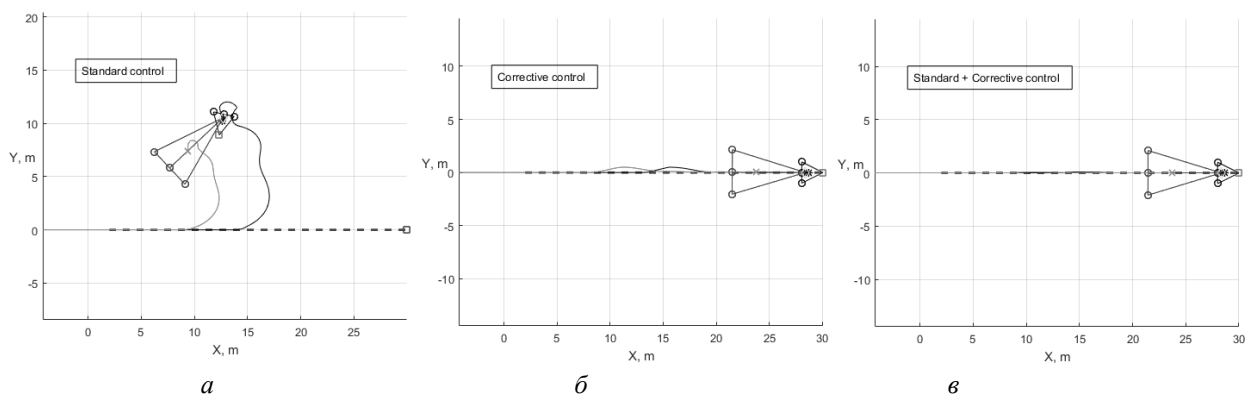


Рис. 5. Результаты прохождения заданной траектории в зависимости от типа управления:  
*a* – эталонное, *б* – корректирующее, *в* – комбинированное

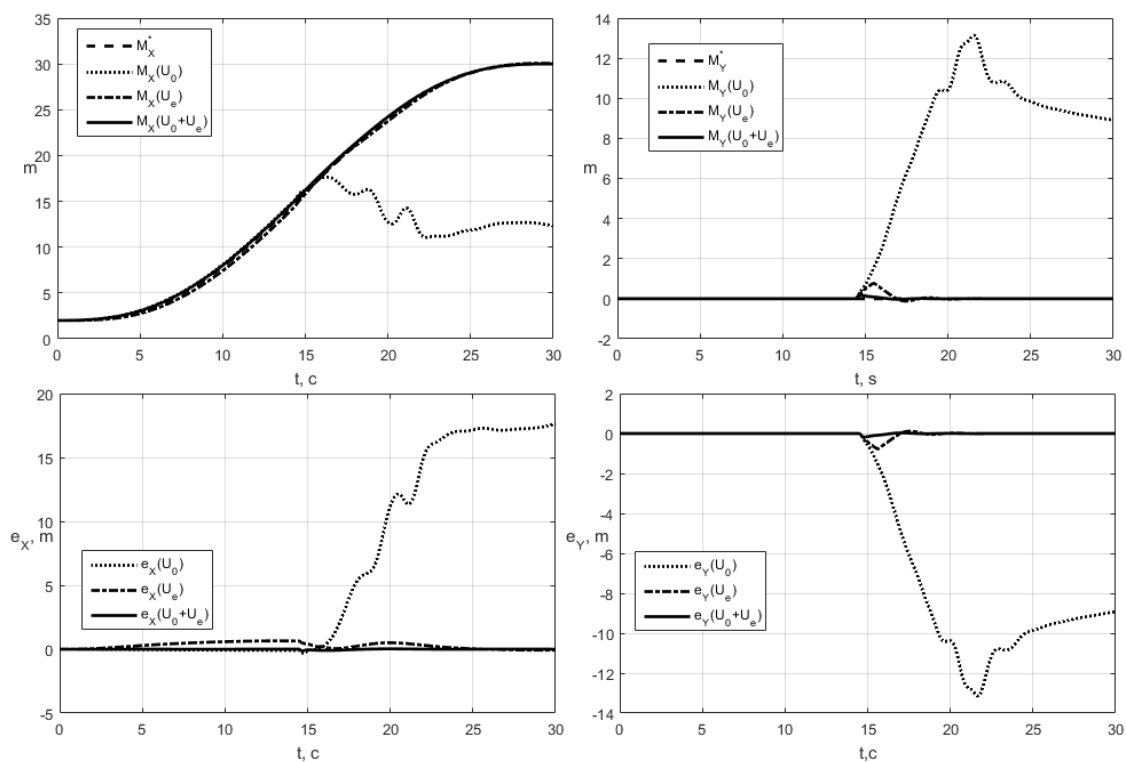


Рис. 6. Графики изменения: желаемых и реальных законов движения вдоль осей  $OX_0$  и  $OY_0$ ; отклонение реальных координат от заданных  $e_x, e_y$ : при эталонном (пунктир); корректирующем (пунктир-точка) и комбинированном (сплошная) управлении

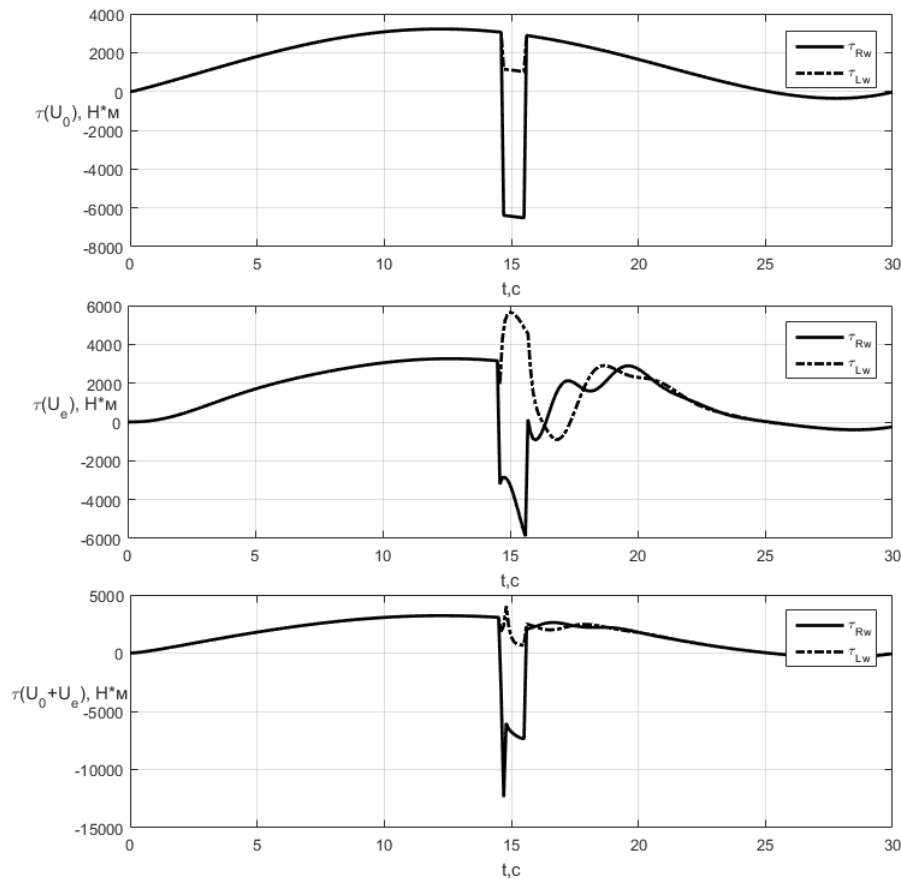


Рис. 7. Графики изменения управляющих крутящих моментов колес ВКП: эталонном (пунктир); корректирующем (пунктир-точка) и комбинированном (сплошная) управлении

Результаты оценки эффективности, представленные ниже в таблице, показывают, что комбинированная стратегия управления обес-

печивает лучшее качество движения, но при этом увеличивает энергозатраты.

Сравнительная таблица стратегий управлений

| Критерий \ Тип управления              | Эталонная модель<br>$U=U_0$ | Корректирующее управление<br>$U=U_e$ | Комбинированное управление<br>$U=U_0+U_e$ |
|----------------------------------------|-----------------------------|--------------------------------------|-------------------------------------------|
| Среднеквадратичная ошибка $K_1$        | 4072                        | 4.566                                | 1.145                                     |
| Среднеквадратичные энергозатраты $K_2$ | $1.665e+10^9$               | $1.633e+10^9$                        | $1.742e+10^9$                             |

### Выводы

Предложенный метод упругого взаимодействия колесных тел, основанный на упругой силе, позволил без динамических разрывов моделировать их движение.

Разработанный метод контроля перемещения РКСУС, основанный на логической обработке сигналов, поступающих от оптронной матрицы, продемонстрировал свою работоспособность в ходе численного моделирования движения системы.

Метод расчета управляющих моментов ба-

зировался на суммировании воздействий от эталонной модели и корректирующих сигналов от оптронной матрицы. Математическое моделирование управляемого движения проведено для оценки качества управления, энергопотребления и анализа влияния крутящих моментов на динамику колесной системы под импульсным воздействием.

Представленный подход обеспечил хорошие результаты буксировки и подтвердил эффективность комбинированного управления, но с увеличением энергозатрат.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Гарькушев, А. Ю. Применение роботизированных платформ для обеспечения транспортной безопасности / А. Ю. Гарькушев, М. С. Назарова // Актуальные проблемы защиты и безопасности. – 2020. – С. 294–297.
2. Salmerón Rodríguez J. Use of robotic systems on airport management optimization : дис. / Salmerón Rodríguez J. – Universitat Politècnica de Catalunya, 2022.
3. Моделирование движения робота-тягача для транспортировки самолетов по аэродрому / С. Ф. Яцун, В. В. Бартнев, Е. Н. Политов, Д. В. Афонин // Известия Юго-Западного государственного университета. – 2018. – № 22(2). – С. 34–43.
4. Politov, E. Mathematical Modeling of Motion of a Two-Section Wheeled Robot / E. Politov, D. Afonin, V. Bartenev // In Proceedings of 14th International Conference on Electromechanics and Robotics “Zavalishin's Readings” ER (ZR) 2019, 2020, Kursk, Russia, 17–20 April 2019 (pp. 397–409).
5. Павловский, В. Е. Исследование динамики движения цепочки «Робопоезд». Уравнения движения, частные решения / В. Е. Павловский, Н. В. Петровская // Препринты ИПМ им. МВ Келдыша. – 2005. – Т. 117. – С. 31.
6. Martins, F. N. A velocity-based dynamic model and its properties for differential drive mobile robots / F. N. Martins, M. Sarcinelli-Filho, R. Carelli // Journal of intelligent & robotic systems. – 2017. – V. 85. – № 2. – P. 277.
7. Dhaouadi, R. Dynamic modelling of differential-drive mobile robots using lagrange and newton-euler methodologies: A unified framework / R. Dhaouadi, A.A. Hatab // Advances in Robotics & Automation. – 2013. – V. 2. – № 2. – Pp. 1–7.
8. Мартыненко, Ю. Г. Динамика мобильных роботов / Ю. Г. Мартыненко // Соросовский образовательный журнал. – 2000. – Т. 6. – № 5. – С. 110–116.
9. Мартыненко, Ю. Г. Управление движением мобильных колесных роботов / Ю. Г. Мартыненко // Фундаментальная и прикладная математика. – 2005. – Т. 11. – № 8. – С. 29–80.
10. Ефремов, К. С. Исследование базовых маневров движения многозвенных колесных роботов / К. С. Ефремов, В. А. Шестаков // Выставка инноваций-2020 (весенняя сессия). – 2020. – С. 69–73.
11. Liang, Z. Modelling and optimisation of high-efficiency differential-drive complementary metal – oxide – semiconductor rectifier for ultra-high-frequency radio-frequency energy harvesters / Z. Liang, J. Yuan // IET Power Electronics. – 2019. – V. 12. № 3. – P. 588.
12. Leena, N. Modelling and trajectory tracking of wheeled mobile robots / N. Leena, K. K. Saju // Procedia technology. – 2016. – V. 24. – P. 538.
13. Seegmiller, N. High-fidelity yet fast dynamic models of wheeled mobile robots / N. Seegmiller, A. Kelly // IEEE Transactions on robotics. – 2016. – V. 32. № 3. – P. 614.
14. Hendzel, Z. Modelling of dynamics of a wheeled mobile robot with mecanum wheels with the use of Lagrange equations of the second kind / Z. Hendzel, L. Rykala // International Journal of Applied Mechanics and Engineering. – 2017. – V. 22. № 1. – P. 81.
15. Richter, C. Polynomial trajectory planning for aggressive quadrotor flight in dense indoor environments / C. Richter, A. Bry, N. Roy // Robotics research. – Springer, Cham, 2016. – С. 649–666.
16. Wang, H. Smooth point-to-point trajectory planning for industrial robots with kinematical constraints based on high-order polynomial curve / Wang H. et al. // Mechanism and Machine Theory. – 2019. – V. 139. – Pp. 284–293.
17. Esan, O. Review on Autonomous Indoor Wheel Mobile Robot Navigation Systems / O. Esan, S. Du, B. Lodewyk // 2020 International Conference on Artificial Intelligence, Big Data, Computing and Data Communication Systems (icABCD). IEEE, 2020. – P. 1.
18. Rafi, R. H. Design & implementation of a line following robot for irrigation based application / R. H. Rafi et al. // 2016 19th International Conference on Computer and Information Technology (ICCIT). – IEEE, 2016. – Pp. 480–483.
19. Bartenev, V. V. Motion control of mobile wheeled robots on the base of the signal of optron matrix / V. V. Bartenev, S. F. Yatsun // Proceedings of the 17th Saint Petersburg International Conference on Integrated Navigation Systems. Saint Petersburg: State Research Center of the Russian Federation – Central Scientific & Research Institute Elektropribor, 2010. – P. 279.
20. Alatise, M. B. A review on challenges of autonomous mobile robot and sensor fusion methods / M. B. Alatise, G. P. Hancke // IEEE Access. – 2020. – V. 8. – Pp. 39830–39846.
21. Simon, J. Autonomous wheeled mobile robot control / J. Simon // Interdisciplinary Description of Complex Systems: INDECS. – 2017. – 15(3). – Pp. 222–227.
22. Shih, C. L. Trajectory planning and tracking control of a differential-drive mobile robot in a picture drawing application / C. L. Shih, L. C. Lin // Robotics. – 2017. – 6(3). – P. 17.
23. Lee, K. Design of fuzzy-PID controller for path tracking of mobile robot with differential drive / K. Lee et al. // International Journal of Fuzzy Logic and Intelligent Systems. – 2018. – V. 18. № 3. – P. 220.
24. M. Sri Venkata Sai Surya. Smart and Intelligent Line Follower Robot with Obstacle Detection / M. Sri Venkata Sai Surya et al. // International Journal of Research and Scientific Innovation (IJSRI). – 2018. – V. 5.
25. Roy, A. Design of a high-speed line following robot that smoothly follows tight curves / A. Roy, M. M. Noel // Computers & Electrical Engineering. – 2016. – V. 56. – Pp. 732–747.