

С. О. Безусов

**О ДВИЖЕНИИ ГРУППЫ
КИНЕМАТИЧЕСКИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНО СВЯЗАННЫХ РОБОТОВ**

Волгоградский государственный технический университет

seleron@list.ru

Рассматривается задача кинематики движения по плоскости последовательно связанных роботов. Связи между роботами моделируются стержнями с переменной управляемой длиной и ориентацией относительно корпуса. Сформулированы условия следования последовательно связанных роботов по одной и той же траектории, основанные на введении отклоняющегося аргумента.

Ключевые слова: робот, связь, отклоняющийся аргумент.

S. O. Bezusov

**ON THE MOTION OF A GROUP
OF KINEMATICALLY SEQUENTIALLY CONNECTED ROBOTS**

Volgograd State Technical University

The problem of kinematics of movement along a plane of sequentially connected robots is considered. The constraints between the robots are modeled by rods with variable controllable length and orientation relative to the body. The conditions for the succession of sequentially linked robots along the same trajectory based on the introduction of a deviating argument are formulated.

Keywords: robot, constraint, divergent argument.

Введение

Под кинематически последовательно связанными роботами понимается такая робототехническая система, в которой каждый робот связан с предшествующим и последующим роботами системой стержней с переменной управляемой длиной и ориентацией относительно корпуса. Исключением являются первый (ведущий) и последний (замыкающий) роботы, у которых такая связь имеется только с последующим и предыдущим роботами соответственно.

Простейшими примерами данных систем

являются сочлененные автопоезда, многосекционный электротранспорт и др. [1, 2].

Обобщенный фрагмент подобных сочленений представлен на рис. 1.

Рассматриваемая на рис. 1 кинематическая схема, в общем случае, предполагает функционирование четырех управляемых приводов. Но таких приводов может быть и меньше. Так, например, при фиксированных $l_1 = \text{const}$; $l_2 = \text{const}$ и $\varepsilon_2 = 0$ (что равносильно отсутствию соответствующих приводов), расчетная схема изменится (рис. 2).

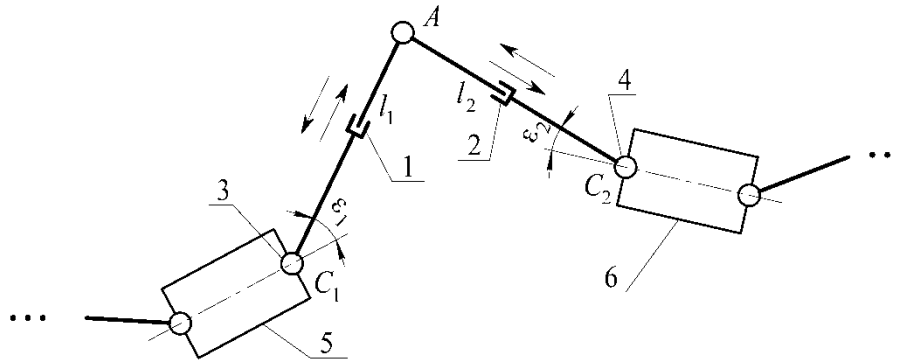


Рис. 1. Схема сочлененных роботов:

1 – привод изменения длины l_1 тяговых рычагов AC_1 ; 2 – привод изменения длины l_2 тяговых рычагов AC_2 ; 3 – привод изменения угла ε_1 ; 4 – привод изменения угла ε_2 ; 5, 6 – роботы; A – шарнир, соединяющий рычаги приводов 1 и 2; AC_1 , AC_2 – тяговые рычаги, обеспечивающие связь между роботами 5 и 6

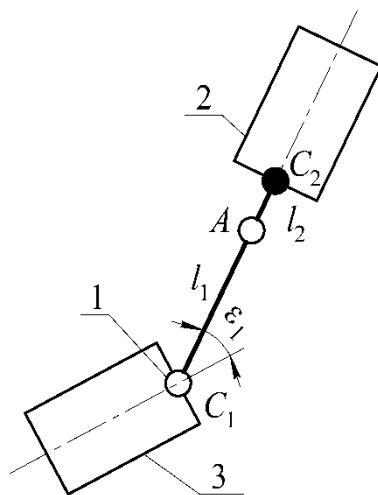


Рис. 2. Схема движения двух роботов:

1 – привод изменения угла ε_1 ; 2 – ведомый робот; 3 – ведущий робот; A – шарнир, соединяющий рычаги роботов 2 и 3; AC_1 , AC_2 – тяговые рычаги длины l_1 , l_2 , обеспечивающие связь между роботами 2 и 3

Шарнир A может быть как с управляемым приводом ориентации (управление углом ε_2), так и без него (свободное, неуправляемое сочленение).

При отсутствии управления ориентацией рычагов AC_1 и AC_2 схема сочленения принимает вид, характерный для известных схем прицепов транспортных средств [3, 4].

Ниже в таблице условно представлены некоторые возможные варианты управления приводами двух последовательно связанных роботов. Первой строчке соответствует обобщенная схема, представленная на рис. 1; вторая строчка характеризует кинематическую схему, представленную на рис. 2.

Некоторые из вариантов систем управления приводами

Номер варианта	Управляемые геометрические параметры			
	l_1	l_2	ε_1	ε_2
1	+	+	+	+
2	•	•	•	○
3	•	•	+	+

«+» – управляемый привод; «•» – положение привода зафиксировано; «○» – привод отсутствует (свободное сочленение)

Так как каждый из четырех приводов может находиться в двух рабочих состояниях (управляемом и фиксированном) и в состоянии полного отсутствия управления, то количество различных комбинаций S сочленений пары роботов равно $3^4 = 81$.

В общем случае каждый из роботов может иметь движители, приводимые в движение общим или независимыми двигателями. Какие-то роботы могут и не иметь движителей, обеспечивающих тяговые усилия, а вместо них иметь пассивные опорные элементы, взаимодействующие с поверхностью (например, свободно вращающиеся колеса). Перемещение подобных роботов обеспечивается связями с последующим или предыдущим роботами.

Изучается такое движение группы роботов, при котором каждый последующий робот повторяет движение предыдущего через промежуток времени τ [5].

Тогда законы движения двух роботов примут следующий вид:

$$\begin{cases} x_{j+1}(t) = x_j(t - \tau), \\ y_{j+1}(t) = y_j(t - \tau), \\ \varphi_{j+1}(t) = \varphi_j(t - \tau). \end{cases} \quad (1)$$

Такой режим движения характерен для кильватерного строя кораблей, близок к движению составных поездов по рельсам и др. Реализация подобного режима движения особенно актуальна для обеспечения движения автопоездов, где без дополнительного управления связями невозможно обеспечить требуемые параметры движения на криволинейных участках дорожного полотна.

Выбор варианта управления может зависеть от требований по габаритам, усилиям, сложности конструкции и так далее, поэтому следует рассматривать и сравнивать между собой раз-

личные схемы. Также необходимо рассмотреть несколько наиболее типичных схем управления.

Постановка задачи

В качестве подвижных робототехнических средств выбраны два робота типа «Ортоног», имеющие близкую к идеальной маневренность [6, 7]. Это позволяет не накладывать ограничения на любое возможное плоское движение каждого из роботов.

Движение роботов описывается движением центров их масс и углом поворота строительных осей относительно оси OX (рис. 3).

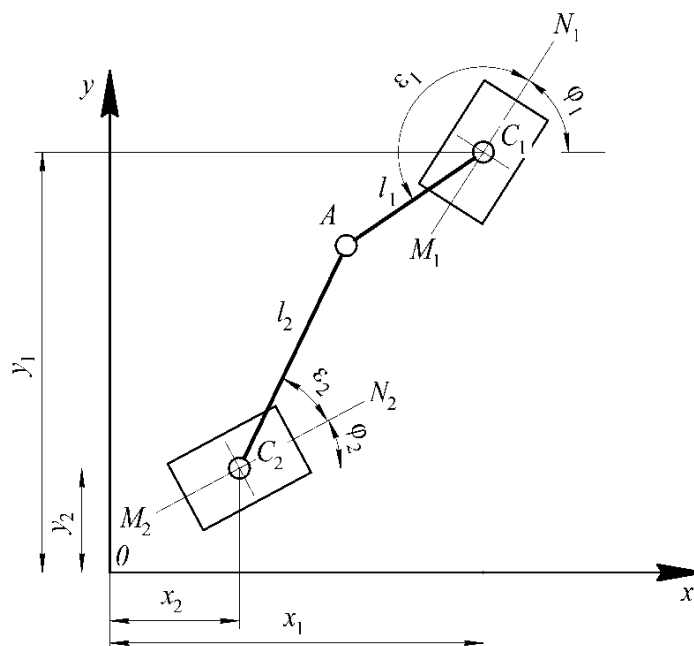


Рис. 3. Схема движения двух роботов:

A – шарнир, соединяющий тяговые рычаги; C_1, C_2 – центры масс роботов 1 и 2; AC_1, AC_2 – тяговые рычаги, обеспечивающие связь между роботами 1 и 2; l_1, l_2 – длины тяговых рычагов; M_1N_1, M_2N_2 – строительные оси роботов 1 и 2; x_1, x_2 – координаты центров масс роботов 1 и 2 по оси OX ; y_1, y_2 – координаты центров масс робота 1 и 2 по оси OY ; φ_1, φ_2 – углы поворота строительных осей роботов 1 и 2 относительно оси OX ; $\varepsilon_1, \varepsilon_2$ – углы поворота тяговых рычагов относительно строительных осей роботов 1 и 2

За систему уравнений, описывающих плоское движение роботов, принимается система уравнений (1).

Метод решения

Разложив правые части системы уравнений (1) в ряд по степеням τ , получим:

$$x_1(t - \tau) = x_1(t) - \dot{x}_1(t)\tau + \frac{1}{2!}\ddot{x}_1(t)\tau^2 - \frac{1}{3!}\dddot{x}_1(t)\tau^3 + \dots = x_1(t) + B(t; \tau),$$

$$y_1(t - \tau) = y_1(t) - \dot{y}_1(t)\tau + \frac{1}{2!}\ddot{y}_1(t)\tau^2 - \frac{1}{3!}\dddot{y}_1(t)\tau^3 + \dots = y_1(t) + C(t; \tau),$$

$$\varphi_1(t - \tau) = \varphi_1(t) - \dot{\varphi}_1(t)\tau + \frac{1}{2!}\ddot{\varphi}_1(t)\tau^2 - \frac{1}{3!}\dddot{\varphi}_1(t)\tau^3 + \dots = \varphi_1(t) + A(t; \tau),$$

где

$$A(t; \tau) = -\dot{\phi}_1(t)\tau + \frac{1}{2!}\ddot{\phi}_1(t)\tau^2 - \frac{1}{3!}\dddot{\phi}_1(t)\tau^3 + \dots,$$

$$B(t; \tau) = -\dot{x}_1(t)\tau + \frac{1}{2!}\ddot{x}_1(t)\tau^2 - \frac{1}{3!}\dddot{x}_1(t)\tau^3 + \dots,$$

$$C(t; \tau) = -\dot{y}_1(t)\tau + \frac{1}{2!}\ddot{y}_1(t)\tau^2 - \frac{1}{3!}\dddot{y}_1(t)\tau^3 + \dots$$

Исходя из постоянной длины тяговых рычагов l_1, l_2 , положение шарнира A определяется из системы уравнений:

$$\begin{cases} (x_A - x_1(t))^2 + (y_A - y_1(t))^2 = l_1^2, \\ (x_A - x_2(t))^2 + (y_A - y_2(t))^2 = l_2^2. \end{cases}$$

С учетом системы уравнений (1) получаем:

$$\begin{cases} (x_A - x_1(t))^2 + (y_A - y_1(t))^2 = l_1^2, \\ (x_A - x_1(t - \tau))^2 + (y_A - y_1(t - \tau))^2 = l_2^2. \end{cases} \quad (2)$$

Для второго варианта:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= t \cdot \cos(\varphi(t)), y_1(t) = t \cdot \sin(\varphi(t)), \varphi_1(t) = \frac{t \cdot \pi}{14}, \tau = 1, \\ l_1 &= 1.5 \text{ м}, l_2 = 1 \text{ м}, \varphi_1(0) = \varphi_2(0) = 0. \end{aligned}$$

Результаты решения уравнений (2) и (3) для двух рассматриваемых вариантов движения представлены на графиках (рис. 4–7).

Найденные координаты положения шарнира $A(2)$ позволяют определить углы поворота тяговых рычагов:

$$\begin{aligned} \varepsilon_1 &= \arccos\left(\frac{x_A - x_1(t)}{l_1}\right), \\ \varepsilon_2 &= \arccos\left(\frac{x_A - x_2(t, \tau)}{l_2}\right). \end{aligned} \quad (3)$$

Имитационное моделирование

При имитационном моделировании рассматриваются два варианта возможного движения роботов, комбинация управляемых и неуправляемых приводов которых соответствует третьей строке приведенной выше таблицы.

Для первого варианта заданы следующие условия:

$$\begin{aligned} x_1(t) &= t, y_1(t) = \sin\left(\frac{t \cdot \pi}{5}\right), \varphi_1(t) = 0, \tau = 1, \\ l_1 &= 0.8 \text{ м}, l_2 = 1.2 \text{ м}, \varphi_1(0) = \varphi_2(0) = 0. \end{aligned}$$

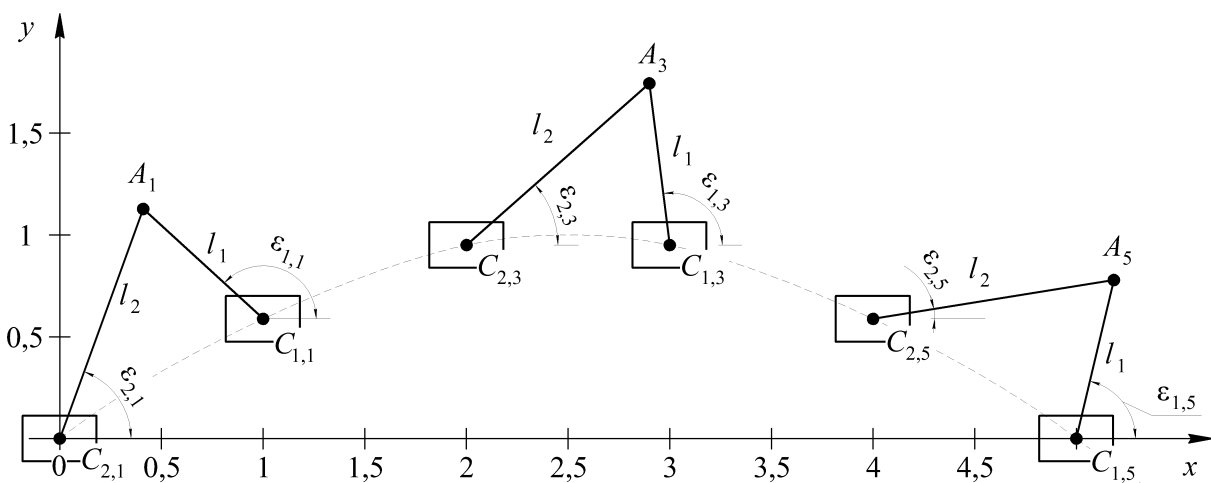


Рис. 4. Положение двух роботов, связанных тяговыми рычагами:

$C_{1,t}, C_{2,t}$ – центры масс роботов 1 и 2 в момент времени t ; $\varepsilon_{1,t}, \varepsilon_{2,t}$ – углы поворота рычагов в различные моменты времени t

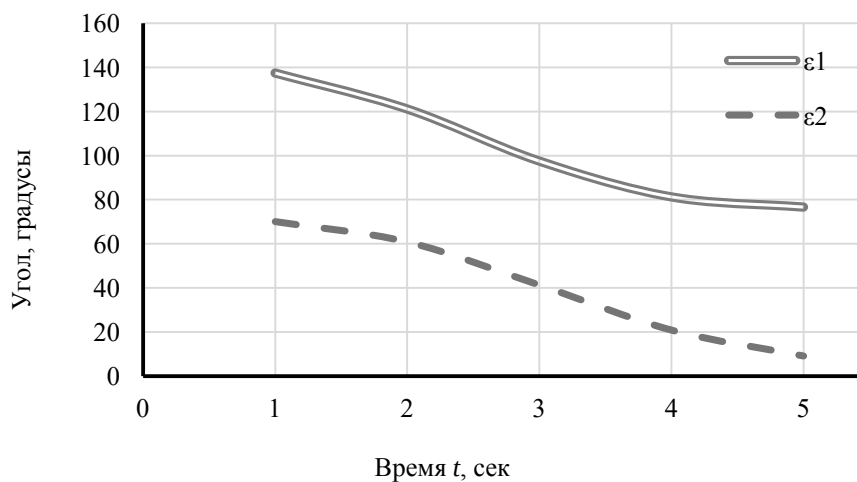


Рис. 5. Зависимость углов ε_1 , ε_2 от времени t :

ε_1 , ε_2 – углы поворота тяговых рычагов относительно строительных осей роботов 1 и 2

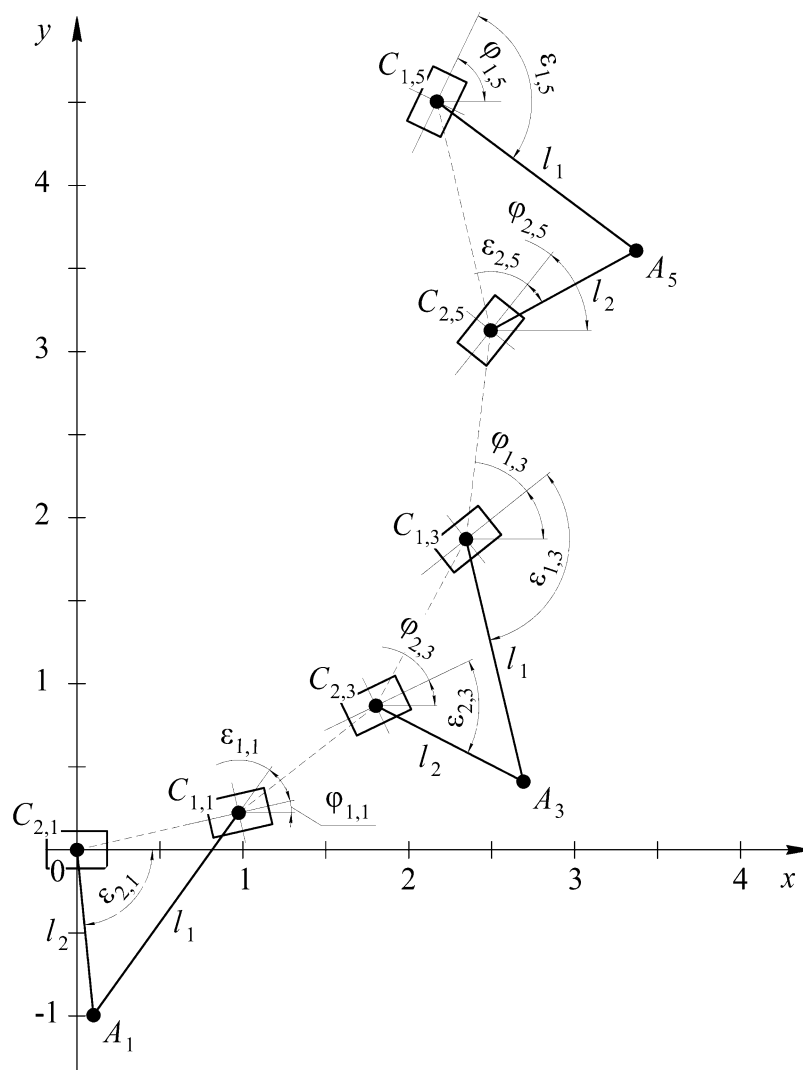


Рис. 6. Положение двух роботов, связанных тяговыми рычагами:
 $C_{1,t}$, $C_{2,t}$ – центры масс роботов 1 и 2 в момент времени t ; $\varepsilon_{1,t}$, $\varepsilon_{2,t}$ – углы поворота рычагов в различные моменты времени t ; $\varphi_{1,t}$, $\varphi_{2,t}$ – углы поворота строительных осей роботов относительно оси Ox в различные моменты времени t

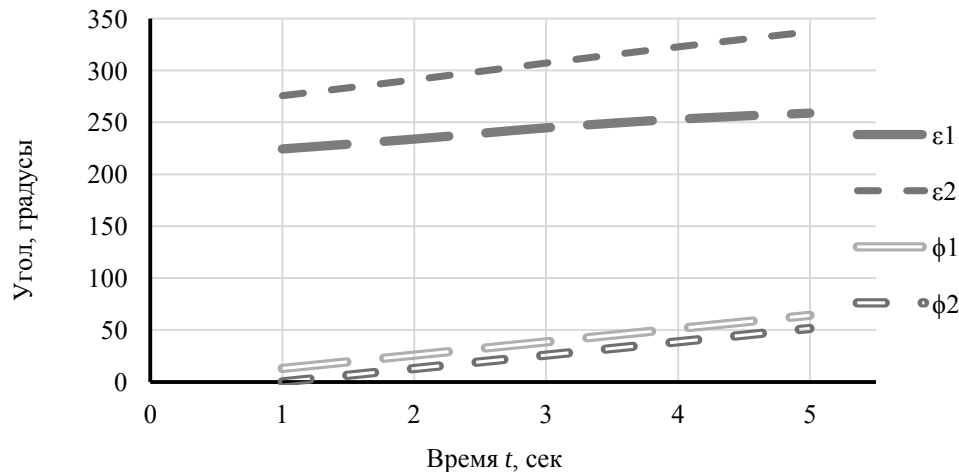


Рис. 7. Зависимость углов ε_1 , ε_2 и ϕ_1 , ϕ_2 от времени t :

ϕ_1 , ϕ_2 – углы поворота строительных осей роботов 1 и 2 относительно оси OX ;

ε_1 , ε_2 – углы поворота тяговых рычагов относительно строительных осей роботов 1 и 2

Заключение

Применен метод управления системами подвижных тел с помощью уравнений с отклоняющимся аргументом. Рассмотрено движение группы кинематически последовательно связанных роботов на примере задачи об управлении углами поворота тяговых рычагов, связывающих двух роботов при движении по плоскости.

Решение подобной задачи может быть применено в системах управления группой роботов, следующих по одинаковой траектории.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Многоцелевые гусеничные и колесные машины : Конструкция / Г. И. Гладов, А. В. Вихров, В. В. Кувшинов, В. В. Павлов. – М. : Транспорт, 2001. – 272 с.
2. Раков, В. А. Локомотивы отечественных железных дорог (1956–1975 гг.) / В. А. Раков. – М. : Транспорт, 1999. – 443 с.

3. Горелов, В. А. Многозвенные автопоезда. Решение задач прямолинейной динамики с помощью имитационного моделирования : Учебное пособие / В. А. Горелов, Б. В. Падалкин, О. И. Чудаков. – М. : Издательство МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2019. – 85 с.

4. Годжаев, З. А. Теория, разработка и конструкции малотоннажных автопоездов для народного хозяйства / З. А. Годжаев, И. В. Ковшов, В. А. Комочков. – Вологда : Инфра-Инженерия, 2024. – 200 с.

5. Безусов, С. О. Об учете влияния связей с отклоняющимся аргументом на плоское движение сочлененных роботов / С. О. Безусов, Е. С. Брискин // Известия ВолгГТУ : научный журнал № 4(275) / ВолгГТУ. – Волгоград, 2023. – С. 12–17.

6. Брискин, Е. С. Реконфигурируемый транспортный комплекс со сдвоенными шагающими движителями / Е. С. Брискин, Н. Г. Шаронов, С. С. Фоменко // Известия ВолгГТУ : научный журнал № 24(127) ВолгГТУ. – Волгоград, 2013. – С. 10–15.

7. Об управлении движением шагающей машины со сдвоенными ортогонально-поворотными движителями / Е. С. Брискин, И. П. Вершинина, А. В. Малолетов, Н. Г. Шаронов // Известия Российской академии наук. Теория и системы управления. – 2014. – № 3. – С. 168.