

В. В. Жога, А. В. Нелюбова

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ
ИСПОЛНИТЕЛЬНЫХ ПРИВОДОВ
ДЛЯ РЕАЛИЗАЦИИ ПРОГРАММНЫХ ТРАЕКТОРИЙ***

Волгоградский государственный технический университет

mqdschen@yandex.ru

Рассматриваются условия управляемости манипулятора параллельно-последовательной структуры с дополнительной геометрической связью. Устанавливается связь между скоростями исполнительных приводов и кинематическими параметрами программных траекторий. Определяются особые положения механизма манипулятора.

Ключевые слова: манипулятор параллельно-последовательной структуры, программная траектория, управляющая матрица.

V. V. Zhoga, A. V. Nelyubova

**DETERMINATION OF KINEMATIC PARAMETERS OF ACTUATORS
FOR THE IMPLEMENTATION OF PROGRAM TRAJECTORIES**

Volgograd State Technical University

The conditions of controllability of a manipulator of a parallel-sequential structure with an additional geometric connection are considered. A connection is established between the speeds of the actuators and the kinematic parameters of the program trajectories. The special positions of the manipulator mechanism are determined.

Keywords: manipulator of parallel-sequential structure, program trajectory, control matrix.

© Жога В. В., Нелюбова А. В., 2023.

* Исследование выполнено за счет проекта, осуществляемого магистрантами ВолгГТУ по программе развития ВолгГТУ «Приоритет 2030» № 25/480-22.

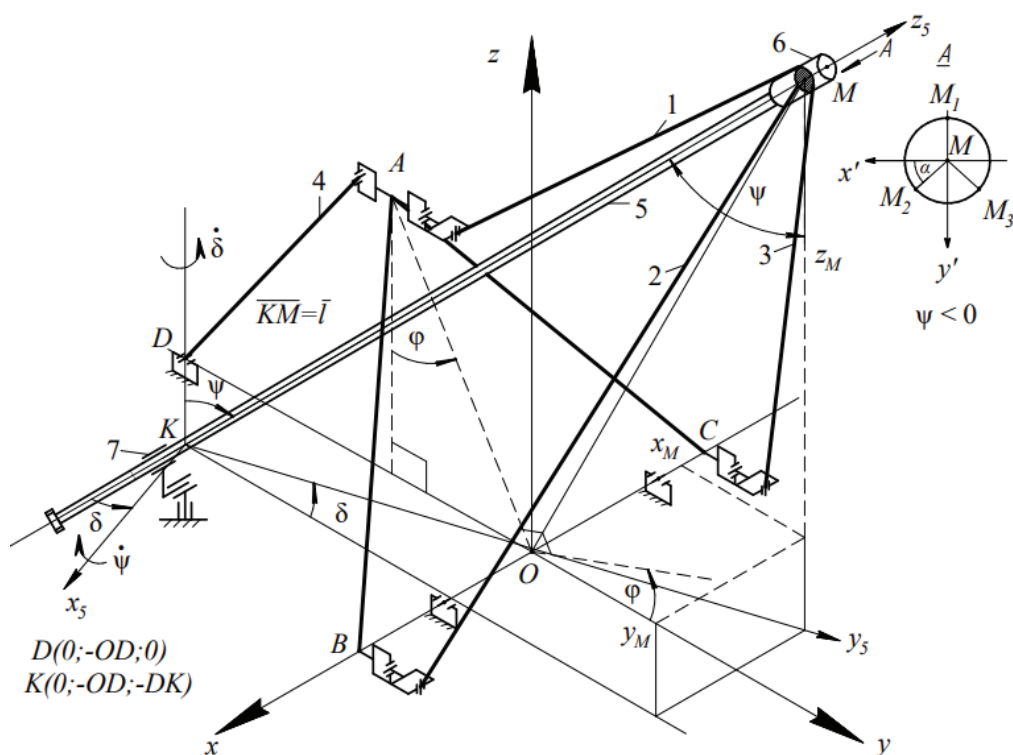
Введение

В настоящее время в развитии роботизированного производства большую роль играют манипуляторы параллельно-последовательной структуры, состоящие из механизмов последовательной и параллельной кинематических схем. Одним из существующих разновидностей манипуляторов параллельно-последовательной структуры является манипулятор-трипод на поворотном основании [1]. Однако нагрузка на рабочем органе приводит к возникновению изгибающих моментов на линейные приводы. В результате возникает возможность их заклинивания. Для исключения заклинивания линейных приводов разработана кинематическая схема манипулятора-трипода с дополнительной геометрической связью [2, 3]. Манипуляторы с такой кинематической схемой находят применение в машиностроении при механической обработке деталей сложной геометрии; в приборостроении; при упаковке продукции и др. В качестве рабочего органа возможна установка сверла, фрезы, захватного устройства и других приспособлений, используемых при выполнении технологических операций. В процессе выполнения технологической операции рабочий орган необходимо перемещать по различным траекториям. Недостатком таких сис-

тем является увеличение числа звеньев и, следовательно, дополнительные трудности в управлении точностью перемещения исполнительного оборудования по программным траекториям. Поэтому разработка аналитических методов синтеза необходимых параметров ориентирующих перемещений исполнительных звеньев, обеспечивающих выполнение технологических операций, является актуальной задачей.

Объект исследования

Рассматривается манипулятор-трипод [4], конструкция которого состоит из трех линейных исполнительных звеньев 1, 2, 3, одни концы которых с помощью двухподвижных шарниров установлены на основании ABC в форме равностороннего треугольника, а другие – закреплены с помощью сферических шарниров на выходном звене 6 полой трубы 5 (см. рисунок ниже). Труба может свободно перемещаться вдоль оси втулки 7, но не может совершать поворот вокруг ее оси. Центральная полая труба 5 обеспечивает жесткость конструкции и принимает на себя изгибающие моменты от внешних нагрузок, возникающих при работе манипулятора. Четвертый линейный привод 4 обеспечивает поворот основания ABC , увеличивая рабочую зону манипулятора.



Кинематическая схема манипулятора-трипода с дополнительной связью

Манипулятор имеет четыре степени подвижности [4], и его конфигурацию можно описать обобщенными координатами: длиной отрезка полой трубы $q_1 = KM$; углами $q_2 = \psi, q_3 = \delta$, определяющими положение подвижной системы координат $Kx_5y_5z_5$ относительно неподвижной $Oxyz$, а также углом $q_4 = \varphi$ наклона основания манипулятора. $OA, OB = OC, OD, DK$ – геометрические пара-

метры основания манипулятора и точек крепления на поворотном основании (см. рисунок). Уравнения программных траекторий при таком выборе обобщенных координат манипулятора удобно задавать в сферической системе координат $KM(t), \delta(t), \psi(t)$.

Уравнения, связывающие обобщенные координаты и длины исполнительных звеньев $l_k(t)$, $k = 1 \div 4$ имеют вид [4]:

$$l_1^2 = KM^2 + r^2 + OA^2 + OD^2 + DK^2 + 2OA(DK \cos \varphi - OD \sin \varphi) - 2OA \cdot KM \sin \varphi \sin \psi \cos \delta - 2OA \cdot r \sin \varphi \cos \psi \cos \delta + 2OD \cdot KM \sin \psi \cos \delta + 2OD \cdot r \cos \psi \cos \delta + 2OA \cdot r \cos \varphi \sin \psi - 2DK \cdot KM \cos \psi + 2DK \cdot r \sin \psi, \quad (1)$$

$$l_2^2 = OB^2 + OD^2 + DK^2 + KM^2 + r^2 + 2 \cdot (OB \sin \delta - OD \cos \delta) \cdot (r \sin \alpha \cos \psi - KM \sin \psi) - 2r \cos \alpha (OB \cos \delta + OD \sin \delta) - 2DK (KM \cos \psi + r \sin \alpha \sin \psi), \quad (2)$$

$$l_3^2 = OC^2 + OD^2 + DK^2 + KM^2 + r^2 + 2(OC \sin \delta + OD \cos \delta) \cdot (KM \sin \psi - r \sin \alpha \cos \psi) + 2r \cos \alpha (OD \cdot \sin \delta - OC \cos \delta) - 2DK (KM \cos \psi + r \sin \alpha \sin \psi), \quad (3)$$

$$l_4^2(t) = (OD - OA \sin \varphi)^2 + OA^2 \cos^2 \varphi. \quad (4)$$

Постановка задачи

Условием управляемости исполнительных приводов, в случае манипулятора параллельно-последовательной структуры, можно называть наличие взаимно однозначного соответствия между их перемещениями и перемещениями рабочего органа. Ставится задача определения аналитических зависимостей между кинематическими параметрами программных перемещений рабочего органа и перемещениями исполнительных приводов.

Метод решения и результаты

Связь между вектором скоростей исполнительных управляющих звеньев и вектором скоростей изменения длины отрезка KM , его угловых скоростей и угловой скоростью поворотного основания, имеет вид [5]:

$$V_l = I(KM, \psi, \delta, \varphi) \cdot V_q, \quad (5)$$

где $V_l = [\dot{l}_1, \dot{l}_2, \dot{l}_3, \dot{l}_4]^T$ – вектор скоростей исполнительных линейных звеньев манипулятора;

$V_q = [KM, \dot{\psi}, \dot{\delta}, \dot{\varphi}]^T$ – вектор скоростей изменения длины отрезка KM , обобщенных угловых скоростей и угловой скорости поворотного основания.

Функциональная матрица Якоби 4×4 $I(KM, \psi, \delta, \varphi)$ состоит из частных производных

$$\zeta_{ij} = \frac{\partial l_i}{\partial q_j}, \quad (i, j = 1 \div 4). \quad (6)$$

Эту матрицу принято называть управляющей [6]. Обращение определителя матрицы Якоби в нуль является признаком особого положения механизма. Неравенство определителя нулю является необходимым и достаточным условием существования и единственности решения уравнения (5), то есть обеспечения однозначного соответствия между задаваемыми программными скоростями обобщенных координат и скоростями исполнительных звеньев.

Элементы матрицы определяем по формулам (6) с учетом (1)–(5):

$$\zeta_{11} = \frac{\partial l_1}{\partial KM} = \frac{KM + OD \cdot \sin \psi \cos \delta - OA \cdot \sin \varphi \sin \psi \cos \delta - DK \cdot \cos \psi}{l_1}, \quad (7)$$

$$\zeta_{12} = \frac{\partial l_1}{\partial \psi} = \frac{-OA \cdot KM \sin \varphi \cos \psi \cos \delta + OAr \sin \varphi \sin \psi \cos \delta + OD \cdot KM \cos \psi \cos \delta}{l_1} + \frac{-ODr \sin \psi \cos \delta + OAr \cos \varphi \cos \psi + DK \cdot KM \sin \psi + DKr \cos \psi}{l_1}, \quad (8)$$

$$\zeta_{13} = \frac{\partial l_1}{\partial \delta} = \frac{OA \cdot KM \sin \varphi \sin \psi \sin \delta + OAr \sin \varphi \cos \psi \sin \delta - OD \cdot KM \sin \psi \sin \delta}{l_1} - \frac{ODr \cos \psi \sin \delta}{l_1}, \quad (9)$$

$$\zeta_{14} = \frac{\partial l_1}{\partial \varphi} = OA \cdot \frac{-(DK \sin \varphi + OD \cos \varphi) - KM \cos \varphi \sin \psi \cos \delta - r \cos \varphi \cos \psi \cos \delta}{l_1} - \frac{OA \cdot r \sin \varphi \sin \psi}{l_1}, \quad (10)$$

$$\zeta_{21} = \frac{\partial l_2}{\partial KM} = \frac{KM - (OB \sin \delta - OD \cos \delta) \sin \psi - DK \cos \psi}{l_2}, \quad (11)$$

$$\zeta_{22} = \frac{\partial l_2}{\partial \psi} = \frac{-(OB \sin \delta - OD \cos \delta) \cdot (r \sin \alpha \sin \psi + KM \cos \psi)}{l_2} + \frac{DK(KM \sin \psi - r \sin \alpha \cos \psi)}{l_2}, \quad (12)$$

$$\zeta_{23} = \frac{\partial l_2}{\partial \delta} = \frac{(OB \cos \delta + OD \sin \delta) \cdot (r \sin \alpha \cos \psi - KM \sin \psi)}{l_2} + \frac{r \cos \alpha (OB \sin \delta - OD \cos \delta)}{l_2}, \quad (13)$$

$$\zeta_{31} = \frac{\partial l_3}{\partial KM} = \frac{KM + (OC \sin \delta + OD \cos \delta) \sin \psi - DK \cos \psi}{l_3}, \quad (14)$$

$$\zeta_{32} = \frac{\partial l_3}{\partial \psi} = \frac{(OC \sin \delta + OD \cos \delta) \cdot (KM \cos \psi + r \sin \alpha \sin \psi)}{l_3} + \frac{DK(KM \sin \psi - r \sin \alpha \cos \psi)}{l_3}, \quad (15)$$

$$\zeta_{33} = \frac{\partial l_3}{\partial \delta} = \frac{(OC \cos \delta - OD \sin \delta) \cdot (KM \sin \psi - r \sin \alpha \cos \psi)}{l_3} + \frac{r \cos \alpha (OD \cdot \cos \delta + OC \sin \delta)}{l_3}, \quad (16)$$

$$\zeta_{24} = \frac{\partial l_2}{\partial \varphi} = 0, \quad \zeta_{34} = \frac{\partial l_3}{\partial \varphi} = 0, \quad \zeta_{41} = \frac{\partial l_4}{\partial KM} = 0, \quad \zeta_{42} = \frac{\partial l_4}{\partial \psi} = 0, \quad \zeta_{43} = \frac{\partial l_4}{\partial \delta} = 0, \quad \zeta_{44} = \frac{\partial l_4}{\partial \varphi} = \frac{-OD \cdot OA \cos \varphi}{l_4}, \quad (17)$$

Приравнявая определитель матрицы Якоби к нулю, найдем особые точки механизма манипулятора:

$$\Delta_I = \begin{vmatrix} \zeta_{11} & \zeta_{12} & \zeta_{13} & \zeta_{14} \\ \zeta_{21} & \zeta_{22} & \zeta_{23} & 0 \\ \zeta_{31} & \zeta_{32} & \zeta_{33} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \zeta_{44} \end{vmatrix} = \zeta_{44} \begin{vmatrix} \zeta_{11} & \zeta_{12} & \zeta_{13} \\ \zeta_{21} & \zeta_{22} & \zeta_{23} \\ \zeta_{31} & \zeta_{32} & \zeta_{33} \end{vmatrix} = 0. \quad (18)$$

Из (18), в частности, следует что $\Delta_i = 0$ при $\varphi = \pi/2$. Это означает, что четвертый исполнительный цилиндр (см. рисунок выше) находится в мертвом положении. При выборе значений

конструктивных параметров основания это условие необходимо учитывать. Подставляя в (18) выражения (7)–(17), получаем уравнение, связывающее геометрические параметры манипулятора с обобщенными координатами:

$$\begin{aligned} & (KM + OD \cdot \sin \psi \cos \delta - OA \cdot \sin \varphi \sin \psi \cos \delta - DK \cdot \cos \psi) \times \\ & \times [OD \cdot (r \sin \alpha \sin \psi + KM \cos \psi) + DK(KM \sin \psi - r \sin \alpha \cos \psi)] - \\ & - (KM + OD \sin \psi - DK \cos \psi) \times \\ & \times \left[-OA \cdot KM \sin \varphi \cos \psi + OAr \sin \varphi \sin \psi + OD \cdot KM \cos \psi - \right. \\ & \left. - ODr \sin \psi + OAr \cos \varphi \cos \psi + DK \cdot KM \sin \psi + DKr \cos \psi \right] = 0. \end{aligned} \quad (19)$$

Близость выражения (19) к нулю означает резкий рост программных усилий исполнительных звеньев. Аналитические исследования показали, что значение угла δ не влияет на наличие особых положений.

Выражения (6) элементов матрицы Якоби являются аналогами линейных скоростей исполнительных звеньев. Например, выражение для скорости второго исполнительного звена имеет вид:

$$\dot{l}_2 = \zeta_{21} \dot{KM} + \zeta_{22} \dot{\psi} + \zeta_{23} \dot{\delta}, \quad \zeta_{24} = 0.$$

Тогда, зная выражения для программной траектории $KM(t)$, $\delta(t)$, $\psi(t)$ в сферической системе координат, легко определить требуемый закон изменения скорости привода этого звена.

Заключение

Получены аналитические выражения управляющей матрицы, связывающей скорости исполнительных звеньев с программными скоростями обобщенных координат манипулятора. Близость механизма к особым положениям требует сравнения необходимых затрат механической энергии исполнительных приводов с допустимыми параметрами приводов исполнительных звеньев манипулятора. Наличие аналитического выражения для управляющей матрицы позволяет учитывать взаимное влия-

ние приводов на перемещение рабочего органа манипулятора и определять особые положения механизма.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Исследование манипуляторов параллельно-последовательной структуры на базе трипода : моногр. / Н. С. Воробьева, И. А. Несмиянов, В. В. Жога, В. В. Дяшкин-Титов, А. В. Дяшкин. – Волгоград : Волгоградский ГАУ, 2022.
2. П. м. № 218886 U1 Российская Федерация, МПК В66С 23/00. Манипулятор-трипод / В. В. Жога, А. В. Нелюбова, Н. Г. Шаронов, В. В. Чернышев ; Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Волгоградский государственный технический университет». – 2023.
3. П. м. № 218887 U1 Российская Федерация, МПК В66С 23/44. Манипулятор-трипод / В. В. Жога, А. В. Нелюбова, Н. Г. Шаронов, В. В. Чернышев ; Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Волгоградский государственный технический университет». – 2023.
4. Нелюбова, А. В. Расчет кинематических характеристик манипулятора-трипода с дополнительной кинематической связью / А. В. Нелюбова, В. В. Жога, И. П. Вершинина // Известия ВолгГТУ : научный журнал № 4 (275) / ВолгГТУ. – Волгоград, 2023. – С. 71–76.
5. О неустойчивых режимах работы электропривода манипулятора / И. А. Несмиянов [и др.] // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 2017. – № 3. – С. 18–25.
6. Механика промышленных роботов. В 3 кн.: учеб. пособие для втузов / под ред. К. В. Фролова, Е. И. Воробьева. Кн. 2: Расчет и проектирование механизмов. – М. : Высш. шк., 1988. – 367 с.