

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНТСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
ВОЛГОГРАДСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ

# ИЗВЕСТИЯ

ВОЛГОГРАДСКОГО  
ГОСУДАРСТВЕННОГО  
ТЕХНИЧЕСКОГО  
УНИВЕРСИТЕТА

Серия

РЕОЛОГИЯ, ПРОЦЕССЫ И АППАРАТЫ  
ХИМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ

Выпуск 3

---

---

№ 1 (61)

Межвузовский сборник научных статей  
Издается с января 2004 г.

2010

---

---



Волгоград  
2010

Учредитель: ГОУ высшего профессионального образования  
"Волгоградский государственный технический университет"

Сборник зарегистрирован в Управлении регистрации и лицензионной работы в сфере массовых коммуникаций Федеральной службы по надзору за соблюдением законодательства в сфере массовых коммуникаций и охране культурного наследия ПИ № ФС77–25660 от 13 сентября 2006 г.

Главный редактор сборника "Известия ВолгГТУ"

д-р хим. наук проф. член-корр. РАН *И. А. Новаков*

Редакционная коллегия серии: д-р. техн. наук проф. *А. Б. Голованчиков* (ответственный редактор),  
д-р. техн. наук проф. *А. П. Дарманян*,  
д-р. техн. наук проф. *О. А. Тишин*,  
д-р. техн. наук проф. *В. М. Шаповалов*,  
канд. техн. наук доцент *Л. В. Кетат*,  
канд. техн. наук доцент *С. А. Трусов*,  
канд. техн. наук доцент *В. М. Яцук*,  
канд. техн. наук доцент *П. В. Мишта* (научный секретарь)

Печатается по решению редакционно-издательского совета  
Волгоградского государственного технического университета

**Известия** Волгоградского государственного технического университета: межвуз. сб. науч. ст. № 1 (61)/ ВолгГТУ. – Волгоград, 2010. – 148 с. – (Сер. Реология, процессы и аппараты химической технологии. Вып. 3).  
ISSN 1990–5297

В сборнике помещены статьи, являющиеся результатом научно-исследовательских работ ряда вузов и НИИ Российской Федерации в области гидромеханики и теплообмена реологических сложных сред в различных процессах химической технологии.

Ил. 76. Табл. 24. Библиогр.: 179 назв.

## СОДЕРЖАНИЕ

---

<i>Решетников А. А., Голованчиков А. Б.</i> Образование газогидратов и способы их добычи.....	5
<i>Козлов Д. А., Павлов А. В., Яцук В. М.</i> Математическая модель жидкостно-газового эжектора с прямолинейной камерой смешения.....	8
<i>Яблонский В. О.</i> Моделирование режимов работы установки для исследования процессов разделения в гидроциклонах.....	11
<i>Голованчиков А. Б., Дулькина Н. А., Ильин А. В., Ильина Л. А.</i> Расчет трубчатого реактора с неньютоновской реакционной массой и маловязким пристенным слоем.....	16
<b>Рябчук Г. В.</b> , <i>Никулин И. А., Голованчиков А. Б., Попович Г. А., Мишта П. В.</i> Определение основных гидродинамических параметров процесса течения степенной жидкости по проницаемой поверхности насадки произвольной формы.....	20
<i>Никулин И. А., Голованчиков А. Б., Кузнецов А. В., Мишта П. В.</i> Определение меридиональной, тангенциальной и осевой скоростей течения степенной жидкости по внутренней поверхности криволинейной насадки и насадки с произвольным профилем.....	26
<i>Мишта Е. А., Балашов В. А., Меренцов Н. А.</i> Методика определения констант фильтрования при разделении суспензий с псевдопластической дисперсионной средой.....	31
<i>Михайлов Г. М., Михайлов В. Г., Рева Л. С.</i> Уравнение зависимости между температурой и давлением насыщенного пара веществ в жидком состоянии.....	33
<i>Шибитова Н. В., Шибитов Н. С.</i> Моделирование процесса отпарки метанола из шламовых сточных вод.....	41
<i>Шибитов Н. С., Шибитова Н. В., Воронович Н. В.</i> Промышленные испытания декантерной установки фирмы «Флоттвег» на шламовых сточных водах ОАО «Химпром» (г. Волгоград).....	42
<i>Кондакова Л. А., Первакова Г. И., Шишлянников В. В., Баева Е. В.</i> Исследование неизотермического процесса конвективной теплоотдачи ньютоновских жидкостей в горизонтальной трубе при переходном и турбулентном режимах течения.....	46
<i>Шишлянников В. В., Шиликова Т. В.</i> Точные решения в реодинамике и теплообмене растворов и расплавов полимеров.....	49
<i>Шишлянников В. В.</i> Теплообмен неньютоновских жидкостей при течении в круглой трубе.....	53
<i>Приказчиков Е. А., Балашов В. А., Симонов Б. В.</i> Определение скорости течения жидкости в плоском канале прямоугольного сечения с проницаемыми стенками.....	56
<i>Милова Д. А., Балашов В. А., Симонов Б. В.</i> Фильтрационное течение жидкости в пристенной области плоского канала.....	59
<i>Ряснов В. Б., Шаповалов В. М.</i> Температурные напряжения при нанесении полимерного покрытия на трубу...	61
<i>Шаповалов В. М.</i> Нестационарное валковое течение тяжелой вязкой жидкости.....	65
<i>Лапина С. В., Жеребцова Т. Г., Романова К. Ю.</i> К проблеме работы роторных испарителей.....	70
<i>Шаповалов В. М.</i> Течение аномально вязкой жидкости в клинообразном зазоре с упругой стенкой.....	74

<i>Савин В. В., Голованчиков А. Б., Фетисова Е. Г.</i> Сравнение функции последовательности Фибоначчи с функцией логарифмической спирали.....	77
<i>Балашов В. А., Ефимов М. В., Мишта Е. А.</i> Уравнение Рутса для разделения суспензий с псевдопластической дисперсионной средой.....	79
<i>Голованчиков А. Б., Кокорина Н. Г., Околелова А. А., Уткина Е. Е.</i> Расчет экстракционного оборудования для выщелачивания углеводородов из нефтезагрязненных почв.....	81
<i>Голованчиков А. Б., Дулькина Н. А., Кокорина Н. Г.</i> Моделирование структуры потока в неизотермических реакторах вытеснения...	82
<i>Фетисова Е. Г., Голованчиков А. Б., Милова Д. А.</i> Перспективные конструкции фильтрующих центрифуг для псевдопластических жидкостей.....	86
<i>Тишин О. А., Девкин А. В.</i> Выбор числа оборотов перемешивающего устройства в реакторе с мешалкой....	89
<i>Тишин О. А., Ахрамеев А. Ф., Володин Д. С.</i> Модель Максвелла с учетом структурных изменений в деформируемом вязкоупругом теле.....	92
<i>Ковалев Н. С., Мишта П. В., Беднарская Е. А., Лепехин Г. И., Рябчук Г. В.</i> Определение оптимальных параметров работы центробежной конической насадки.....	96
<i>Ковалев Н. С., Мишта П. В., Беднарская Е. А., Лепехин Г. И., Рябчук Г. В.</i> Экспериментальные исследования параметров работы тонкопленочных роторных аппаратов.....	99
<i>Богданова Ю. Н., Навроцкий А. В., Навроцкий В. А.</i> Реологические свойства систем ПВХ-пластификатор.....	101
<i>Богданова Ю. Н., Мишта П. В., Щукина А. Г.</i> Разделение тонкодисперсных суспензий с неньютоновской дисперсионной средой на роторно-пленочных центрифугах.....	105
<i>Богданова Ю. Н., Мишта П. В., Щукина А. Г.</i> Определение мощности, затрачиваемой на привод роторно-пленочной центрифуги.....	108
<i>Богданова Ю. Н., Мишта П. В., Щукина А. Г.</i> Математическое моделирование элементов гидропривода шагающих транспортных средств.....	110
<i>Жуков Б. А., Щукина Н. А.</i> Эффекты третьего порядка в исследовании концентрации напряжений около отверстий.....	113
<i>Мишта П. В., Бызов П. Г., Васильева Е. В.</i> Применение регуляторов в АСУТП. Выбор методики настройки и перспективы развития.....	118
<i>Зубович С. О.</i> Симметричное течение тяжелой вязкопластической среды Шведова-Бингама в зазоре вращающихся валков.....	123
<i>Мишта П. В., Бызов П. Г.</i> Нейронные сети. Перспективное направление развития регулирующих устройств в АСУТП.....	127
<i>Зубович С. О.</i> Анализ математической модели симметричного течения тяжелой вязкопластической среды Гершеля-Балкли в зазоре вращающихся валков.....	130
<i>Мишта П. В., Бызов П. Г.</i> Применение систем моделирования при разработке АСУТП.....	134
<i>Залипаева О. А., Аристов В. Л., Аристова Ю. В.</i> Определение поля скоростей при стесненном всплытии пузырей.....	137
<i>Мишта П. В., Бызов П. Г., Васильева Е. В.</i> Нечеткая логика – современный путь развития теории управления.....	139
<i>Залипаева О. А., Аристов В. Л., Аристова Ю. В.</i> Алгоритм численного решения для расчета коэффициента массоотдачи в высоковязкой жидкости.....	143
<i>Мишта П. В., Васильева Е. В.</i> Моделирование. Новый метод проектирования АСУТП.....	144
<i>Залипаева О. А., Ефремов М. Ю., Трусов А. С.</i> Определение деформации дисперсных частиц при движении.....	146

*А. А. Решетников, А. Б. Голованчиков*

## **ОБРАЗОВАНИЕ ГАЗОГИДРАТОВ И СПОСОБЫ ИХ ДОБЫЧИ**

**Волгоградский государственный технический университет**

Рассмотрены перспективы развития запасов природного газа в газогидратном состоянии. Перечислены структуры газогидратов, их характеристики, образования тела гидрата. Рассмотрены способы воздействия на пласт и добычи газогидрата, проблемы реализации на практике.

*Ключевые слова:* газогидрат, гидрат, клатратная, ван-дер-ваальсовские связи, добыча, Мессояхское месторождение.

*A. A. Reshetnikov, A. B. Golovanchikov*

## **FORMATION GAS HYDRATE AND WAYS OF THEIR EXTRACTION**

**Volgograd State Technical University**

Prospects of development of stocks of natural gas in gas hydrate a condition are considered. Structures gas hydrate, their characteristics, formation of a body of hydrate are listed. Ways of influence on a layer and extractions gas hydrate, problems of realization in practice are considered.

*Keywords:* gas hydrate, hydrate, clathrate, van der waals communications, extraction, Messoihskoe a deposit.

В последнее время все больший интерес возрос к исследованиям свойств газогидратов. Связано это с тем фактом, что природные газогидраты, состоящие в основном из гидрата метана, в долгосрочной перспективе могут стать неисчерпаемым источником природного газа благодаря их огромным запасам, неглубокому залеганию и концентрированному состоянию. Мнения специалистов сходятся к тому, что суммарный запас гидратов метана лежит в пределах от  $2 \cdot 10^{14}$  до  $7,6 \cdot 10^{18}$  м<sup>3</sup> (разброс в оценках свидетельствует о неясности действительных масштабов газогидратных недр), что на порядки превышает суммарный объем метана в традиционно извлекаемых запасах газа [1, 2]. Проводятся различные семинары, форумы в разных странах. Ведутся интенсивные геофизические исследования, исследования физико-химических свойств газогидратов, условия их образования и разложение. К настоящему времени расположение газогидратов были обнаружены вдоль восточного и западного побережий Северной и Южной Америки и Евроазиатского континента, в Австралии, Индии, Японии, под Черным, Каспийским, Средиземным морями, озером Байкал и др.

Газовые гидраты – кристаллические соединения, образующиеся при определенных термобарических условиях из воды и газа. Относятся к нестехиометрическим соединениям. Внешне напоминают спрессованный снег, могут гореть, легко распадаются на воду и газ при повышении температуры. Благодаря своей клатратной структуре газовый гидрат объемом 1 см<sup>3</sup> может содержать до 160–180 см<sup>3</sup> чистого газа (1 м<sup>3</sup> природного газового гидрата может содержать до 164 м<sup>3</sup>). Легко разрушаться при нарушении термобарического состояния.

В кристалле газогидрата молекула воды образуют каркас (решетку хозяина), в котором имеются полости. Установлено, что полости каркаса обычно являются 12- ("малые" полости), 14-, 15-, 16- и 20-гранниками ("большие" полости), немного деформированными относительно идеальной формы (рис. 1). Вершинами являются атомы кислорода, а ребра – водородные связи. Эти полости могут занимать молекулы газа («молекулы-гости»), которые могут полностью или частично заполнить эти полости. Молекулы газа связаны с каркасом воды ван-дер-ваальсовскими связями и описывается теорией Вандер-Ваальса и Платтеу. По-

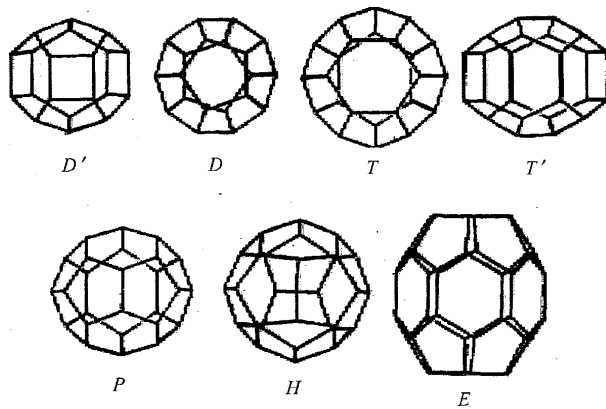


Рис. 1. Общий вид малых (D и D') и больших полостей (T, T', P, H и E):  
 $D [5^{12}]$ ,  $D' [4^3 5^6 6^3]$ ,  $T [5^{12} 6^2]$ ,  $T' [4^2 5^8 6^4]$ ,  $P [5^{12} 6^4]$ ,  $H [5^{12} 6^3]$ ,  $E [5^{12} 6^8]$   
 ( $m^n$  – n граней с числом ребер m)

лости, комбинируясь между собой, образуют сплошную структуру различных типов. По принятой классификации они называются КС, ТС, ГС – соответственно кубическая, тетрагональная и гексагональная структура. В природе наиболее часто встречаются гидраты типов КС-I, КС-II, в то время как остальные являются метастабильными. [3]

В общем виде состав газовых гидратов описывается формулой:

$$M \cdot n \cdot H_2O, \quad (1)$$

где M – молекула газа – гидратообразователя; n – число молекул воды, приходящихся на одну включенную молекулу газа, причем n – переменное число, зависящее от типа гидратообразователя, давления и температуры.

Метан имеет кубическую структуру (КС-I). Элементарная ячейка содержит 46 молекул воды, которые образуют две малые шесть больших полостей ( $2D \cdot 6T \cdot 46H_2O$ ). Пример газогидрата метана:  $CH_4 \cdot 6,1H_2O$ .

Образование газогидрата происходит за счет замены в полостях водной сетки молекул воды на молекулу углеводорода. Нарушается действие дисперсионных и химических сил, и возрастает полярности валентных связей. По мере увеличения полярности химических связей в воде поделенные электронные пары приближаются к атомам кислорода, а по мере увеличения прочности водородных связей не поделенные электронные пары удаляются от атома кислорода. Когда состояние всех четырех электронных пар атома кислорода выравнивается, происходит  $sp^3$  гибридизация их орбиталей. При этом свойства водородных и валентных связей становятся одинаковыми, а между

ними образуется прочная гидратная связь ( $O^{-2} - H^{+1} - O^{-2}$ ). Благодаря этому, в воде образуется прочная жесткая тетраэдрическая сетка из ионов кислорода, каждый из которых связан с четырьмя соседними гидратными связями. В результате вода превращается в жесткое твердое тело.

В настоящий момент в мировой практике все еще не решены задачи добычи газа из газогидратных залежей. Отсутствуют технологии строительства скважин, освоения и эксплуатации. До сих пор остается не решенный вопрос о эффективном способе добычи гидрата, полностью не изучена природа процессов и условий образования гидратов и их поведение в геосфере, стабильность газовых гидратов в зависимости от температуры, давления, химического состава гидратообразующих компонентов и геологической обстановки.

На практике пока нет действующей установки, которая являлась бы специально разработанной для добычи газогидрата природного газа.

Основным методом отбора газогидрата может быть перевод его в пласте в свободное состояние с последующим отбором его традиционными методами. Существует четыре способа воздействия на пласт газогидрата, приводящий его к разложению:

- понижения пластового давления ниже равновесной;
- повышение пластовой температуры выше равновесной;
- закачка в пласт ингибиторов, способствующих разложению гидрата;
- воздействие активными высокочастотными полями.

На основании этих способов в эксплуатацию было ведено Мессояхское газо-газогидратное месторождение, которое давало приток природного газа за счет понижения давления в устье скважины [4]. Но более безопасным методом отбора газогидрата является способ повышения температуры выше равновесной. Был предложен ряд технических решений на кафедре разработки и эксплуатации газовых и газоконденсатных месторождений РГУ нефти и газа им. И. М. Губкина воздействием теплового агента на пласт гидрата. Одним из предлагаемых термических методов заключается в закачке жидкого теплоносителя под непроницаемую подошву газогидратного месторождения [5]. С этой целью под подошвой газогидратного пласта создают подземное хранилище жидких радиоактивных отходов. Для повышения эффек-

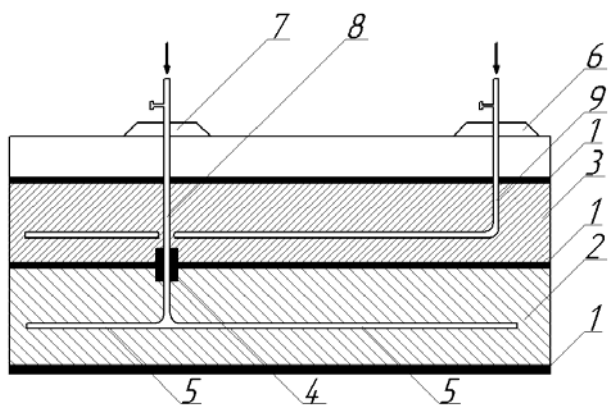


Рис. 2. Схема термического метода разработки газогидратной залежи:

1 – непроницаемый пласт; 2 – радиоактивные отходы; 3 – газогидратная залежь; 4 – пакер; 5 – цементный мост; 6 и 7 – добыча и нагнетательная скважины; 8 и 9 – нагнетательная и добыча скважины

фективности теплопередачи хранилище сору- жают в виде системы разветвленных горизон- тальных и наклонных скважин различных кон- фигурации (рис. 2).

Другой предлагаемый способ заключается в использовании двухустевых многоствольных скважин для одновременной добычи газа из га- зогидратов и нагнетания в продуктивный пласт теплоносителей (рис. 3) [6]. На первом этапе предлагается разложить гидраты в околосква- жинном пространстве, создав таким образом, ис- кусственный коллектор с восстановленной про- ницаемостью. На втором этапе – производ- ить добычу из данного пласта традиционными методами.

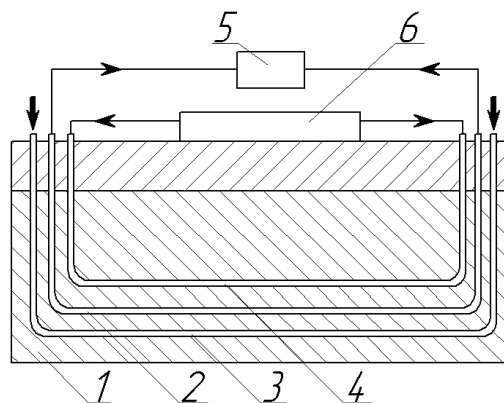


Рис. 3. Схема разработки газогидратной залежи термическим методом:

1 – газогидратная залежь; 2 – добыча; 3 и 4 – горизонтальная нагнетательная линия; 5 – оборудование для добычи газа; 6 – оборудование для закачки теплового агента

В качестве теплоносителя может использо- вать горячую воду, газ, перегретый пар, пар и др. При этом рабочий агент закачивают в залежь через нагнетательные скважины, а газ, освободившийся при диссоциации гидрата, отби- рают через добывающую. Наиболее доступным методом добычи газа из залежи является закач- ка теплой или горячей воды в пласт, так как этот агент является наименее затратным по ко- личество затраченной энергии.

Реализация их в практику затруднена мно- гими факторами. Такими факторами является:

- экономический эффект: количество по- траченной энергии должен быть меньше полу- ченной энергии.

- безопасность: добыча гидрата должна быть безопасна, так как при разработке выделя- ется колоссальное количество газа в свободное состояние. Метан является третий по значимо- сти парниковым газом.

Потенциал энергии, сосредоточенный в при- родных газогидратах, может обеспечить мир экологически чистой энергией не менее чем на 200 лет. Требуется серьезные изучения для ос- воения залежей твердых газогидратов, поиск высокоэффективных технологий перевода газа из твердого в свободное состояние, обеспече- ние региональной и глобальной экологической безопасности. Необходимо создать единый центр по исследованию газогидратов и созда- нию эффективных технологий его освоения.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Kvenvolden K. Ann. New York Acad / Kvenvolden K.. Sci., 2000, v. 912, p. 17 – 22.
2. Ефремова А. Г., Гритчина Н. Д. К вопросу о роли газогидратов в формировании газопроводящих отложе- ний. Методы оценки нефте- газоматеринского потенциала седиментитов. Москва, МГУ, 1979, с. 73-73.
3. Кузнецов Ф. А. Газовые гидраты: исторический экскурс, современное состояние, перспективы исследова- ний / Ф. А. Кузнецов, В. А. Истомина, Т. В. Родионова // Российский химический журнал №3, 2003, стр. 5 – 18.
4. Makogan Yu. F. Hydrates of Hydrocarbons. – Tulsa: Pennwell Publishing C, 1997. – 484с.
5. Басниев К.С. Кульчинский В. В. Термические ме- тоды разработки газогидратных месторождений. – Патент на изобретение № 2001109655. – 2002.
6. Басниев К.С. Кульчинский В. В. Способ сооруже- ния горизонтальной скважины и способ вскрытия и экс- плуатации месторождения углеводородов посредством горизонтальной скважины. - Патент на изобретение № 2180387. – 2001.

УДК 621.176.001.57

Д. А. Козлов, А. В. Павлов, В. М. Яцук

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЖИДКОСТНО-ГАЗОВОГО ЭЖЕКТОРА  
С ПРЯМОЛИНЕЙНОЙ КАМЕРОЙ СМЕШЕНИЯ

Волгоградский государственный технический университет

Предложена математическая модель для проведения поверочного расчета жидкостно-газовых эжекторов. Получены формулы для оценки возможности работы эжектора с заданными геометрическими параметрами в требуемом технологическом режиме.

*Ключевые слова:* камера смешения, струя жидкости, смешанный поток, столб жидкости, скорость струи.

D. A. Kozlov, A. V. Pavlov, V. M. Yaschuk

THE MATHEMATICAL MODEL OF THE GAS-LIQUID EJECTOR WITH THE STRAIGHT  
MIXING CHAMBER

Volgograd State Technical University

The mathematical model for carrying out of testing calculation liquid-gas ejectors is offered. Formulas for an estimation of an opportunity of ejectors work with the set geometrical parameters in a demanded technological mode are received.

*Keywords:* chamber of mixture, jet of the liquid, the mixed stream, column of a liquid, speed of a jet

Жидкостно-газовые эжекторы с прямолинейной камерой смешения наиболее технологичны для изготовления и позволяют обеспечить стабильную работу промышленных установок в широком диапазоне изменения технологических параметров.

Для выполнения поверочного расчета данных аппаратов разработаем следующую математическую модель, основанную на расчетной схеме представленной на рис. 1.

Для того, чтобы не учитывать высоту столба жидкости, рассмотрим движение потоков в горизонтально расположенной камере смешения.

Струя жидкости из сопла (активный поток) подается в цилиндрическую камеру смешения.

Под действием высокой скорости струи жидкости, газ (пассивный поток) увлекается из приемной камеры в камеру смешения.

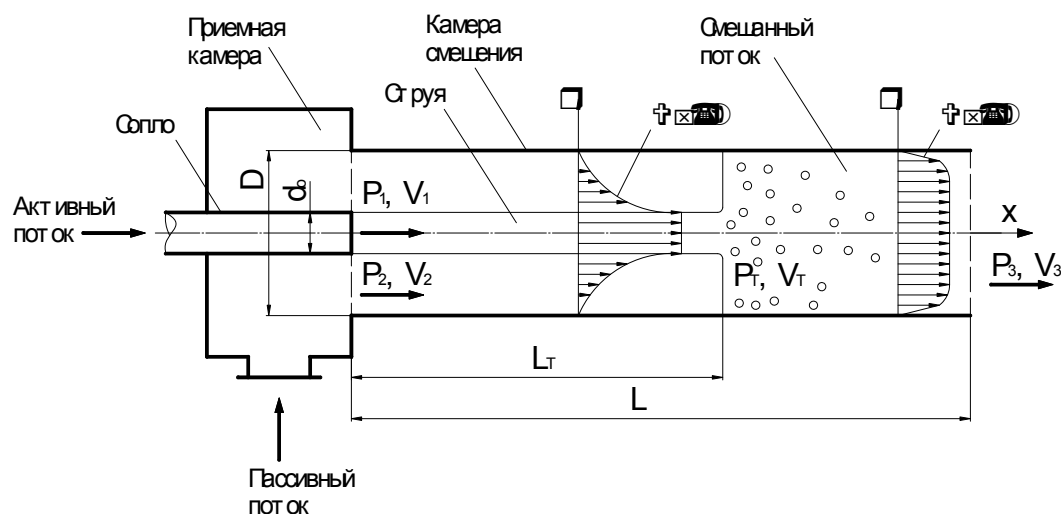
Струя движется до соударения с жидкостно-газовой пробкой, сформированной внутри камеры смешения за счет взаимодействия жидкостно-газового потока со стенками камеры смешения.

Потоки в камере смешения характеризуются следующими параметрами:

$P_1$  – давление на выходе из сопла, считается заданной величиной;

$V_1$  – скорость струи, также заданная величина;

$P_2$  – давление (разряжение), создаваемое в приемной камере;



Расчетная схема эжектора с прямолинейной камерой смешения



$V_2$  – скорость газового потока на входе в камеру смешения;

$P_3$  – давление газожидкостного потока из камеры смешения;

$V_3$  – скорость газожидкостного потока на выходе из камеры смешения;

$P_T$  – давление на границе соударения струи с жидкостно-газовой пробкой;

$V_T$  – скорость на границе соударения струи с жидкостно-газовой пробкой.

В рамках нашей модели рассмотрим две зоны.

1) Зона спутного движения струи жидкости и газового (парового) потока:

$$0 < x < L_T,$$

где  $L_T$  – координата границы соударения струи с жидкостно-газовой пробкой. Данная координата неизвестна и подлежит определению из расчета.

Для упрощения задачи, решаем ее без учета изменения тепловой энергии потоков.

Граничные условия для скорости в зоне спутного движения потоков запишутся следующим образом

Условие на стенке камеры смешения

$$\text{при } r = D/2, \quad V_2 = 0,$$

где  $D$  – диаметр камеры смешения.

Условия сопряжения потоков (условие равенства скоростей и касательных напряжений на границе газового потока и струи, соответственно)

$$\text{при } r = d_0/2, \quad V_2 = V_1, \quad \frac{dV_1}{dx} = \frac{dV_2}{dx},$$

где  $d_0$  – диаметр отверстия сопла;  $V_2$  – скорость газового потока на границе со струей;  $V_1$  – скорость струи на границе с жидкостным потоком.

Запишем следующие уравнения:

Баланс массы

$$m_1 + m_2 = m_T = m_3; \quad (1)$$

Индексы 1, 2 и 3 относятся, соответственно, к потоку жидкости из сопла, потоку газа (пара) из приемной камеры и жидкостно-газовому потоку из камеры смешения. Индекс  $T$  относится к сечению, где происходит преобразование двух отдельных потоков в один смешанный поток.

Массовый расход  $m_i$  каждого из потоков рассчитываем по формуле

$$m_i = \rho_i V_i F_i, \quad (2)$$

где  $\rho_i$  – плотность,  $V_i$  – скорость,  $F_i$  – площадь

поперечного сечения  $i$  – го потока, соответственно.

Скорость  $i$  –го потока определяется по формуле

$$V_i = \frac{Q_i}{F_i}, \quad (3)$$

где  $Q_i$  – объемный расход  $i$  – го потока.

Площади поперечных сечений потоков находим следующим образом:

– для жидкостной струи

$$F_1 = \frac{\pi d_0^2}{4}; \quad (4)$$

– для газового потока

$$F_2 = \frac{\pi(D^2 - d_0^2)}{4}. \quad (5)$$

Толщину стенки сопла не учитываем.

– для смешанного газожидкостного потока

$$F_3 = F_T = \frac{\pi D^2}{4}. \quad (6)$$

Баланс количества движения

$$m_1 V_1 + P_1 F_1 + m_2 V_2 + P_2 F_2 = (m_1 + m_2) V_T + P_T F_T. \quad (7)$$

Баланс энергии

$$m_1 \frac{V_1^2}{2} + m_2 \frac{V_2^2}{2} = (m_1 + m_2) \frac{V_T^2}{2}. \quad (8)$$

Потери энергии на трение о стенки и изменение внутренней энергии потоков не учитываем. Так как ось камеры смешения направлена горизонтально, изменение потенциальной энергии потоков также не учитывается.

2) Зона движения смешанного газожидкостного потока  $L_T < x < L$ , где  $L$  – длина камеры смешения.

Для перепада давления для двухфазного потока можем записать

$$\Delta P = P_T - P_3 = \lambda \Phi^2 \frac{(L - L_T) \rho_T V_T^2}{D}, \quad (9)$$

где  $\lambda$  – коэффициент сопротивления,  $\Phi^2$  – параметр Мартинелли [1].

Коэффициент сопротивления находится по формуле Блазиуса [1] для однофазного турбулентного потока

$$\lambda = \frac{0,3164}{\sqrt{Re}}, \quad (10)$$

где число Рейнольдса  $Re$  рассчитывается по

формуле  $Re = \frac{V_T D \rho_T}{\eta_T}$ . Здесь  $\rho_T$  – плотность и

$\mu_T$  – вязкость смешанного потока определяется по формулам

$$\frac{1}{\rho_T} = \frac{X_g}{\rho_g} + \frac{1-X_g}{\rho_l}, \quad (11)$$

$$\frac{1}{\mu_T} = \frac{X_g}{\mu_g} + \frac{1-X_g}{\mu_l}, \quad (12)$$

где  $\rho_g$  и  $\rho_l$  – плотность газового и жидкостного потока,  $\mu_g$  и  $\mu_l$  – вязкость газового и жидкостного потока,  $X_g$  – расходное массовое газосодержание.

Параметр Мартинелли определяется по формуле

$$\Phi^2 = \left(1 + X_g \frac{\rho_l - \rho_g}{\rho_l}\right) \left(1 + X_g \frac{\mu_l - \mu_g}{\mu_l}\right)^{-0,25}; \quad (13)$$

$$L_T = L - \frac{m_1 V_1 + P_1 F_1 + m_2 V_2 + P_2 F_2 - P_3 F_3 - (m_1 + m_2) \sqrt{\frac{m_1 V_1^2 + m_2 V_2^2}{m_1 + m_2}}}{\lambda \frac{\rho_T \Phi^2}{2D} \frac{m_1 V_1^2 + m_2 V_2^2}{m_1 + m_2}}. \quad (17)$$

Значение  $L_T$  находится в пределах  $0 < L_T < L$ . Нижняя граница соответствует работе эжектора в режиме большого противодавления, что характерно для струйных насосов, а верхняя – в режиме малого противодавления, что характерно для использования эжектора в качестве массообменного аппарата.

При проведении расчетов с использованием

$$L = 1 - \frac{1 - X_g \left(1 - \frac{V_2}{V_1}\right) + \frac{P_1 F_1 + P_2 F_2 - P_3 F_3}{(m_1 + m_2) V_1} - \sqrt{1 - X_g \left(1 - \frac{V_2}{V_1}\right)}}{\lambda \frac{\rho_T \Phi^2}{2D} \left[1 - X_g \left(1 - \frac{V_2}{V_1}\right)\right]}, \quad (18)$$

где  $L = \frac{L_T}{L}$  – безразмерная координата границы соударения струи с жидкостно-газовой пробкой.

Данное выражение является характеристическим уравнением эжектора. Оно может быть использовано для построения характеристик жидкостно-газового эжектора с конкретными геометрическими соотношениями размеров конструктивных элементов и заданными физическими свойствами жидкой и газовой (паровой) сред.

Также данное уравнение может быть принято в качестве целевой функции при определе-

Из уравнения (9) можно получить формулу для расчета значения давления  $P_T$

$$P_T = P_3 + \lambda \Phi^2 \frac{(L - L_T) \rho_T V_T^2}{D} \frac{1}{2}. \quad (14)$$

Из уравнения (7) и (8) найдем скорость  $V_T$

$$V_T = \frac{m_1 V_1 + P_1 F_1 + m_2 V_2 + P_2 F_2 - P_T F_T}{m_1 + m_2}, \quad (15)$$

$$V_T = \sqrt{\frac{m_1 V_1^2 + m_2 V_2^2}{m_1 + m_2}}. \quad (16)$$

Приравняем полученные выражения и сделаем замену  $P_T$  из (14). Получим формулу для определения  $L_T$

уравнения (17) следует избегать применения эжекторов со значениями  $L_T$  близкими к граничным, так как несовершенство модели обуславливает определенную погрешность расчетов, и в этом случае велика вероятность нарушений работы эжектора,

Уравнение (17) может быть преобразовано к виду

нии минимального  $X_{gmin}$  и максимального  $X_{gmax}$  газосодержаний, соответствующих предельным значениям  $L = 0$  и  $L = 1$ , соответственно.

Уравнение (17) можно также использовать для нахождения неизвестного технологического параметра, разрешив данное уравнение относительно него, и задавшись при этом определенным значением координаты  $L_T$ .

Например, можно найти разрежение  $P_2$  создаваемое эжектором при известных других его технологических и конструктивных параметрах

$$P_2 = \frac{m_1 V_1 + P_1 F_1 + m_2 V_2 - P_3 F_3 - (m_1 + m_2) \sqrt{\frac{m_1 V_1^2 + m_2 V_2^2}{m_1 + m_2}} - \lambda \frac{\rho_T (L - L_T) \Phi^2}{2D} \frac{m_1 V_1^2 + m_2 V_2^2}{m_1 + m_2}}{F_2}. \quad (19)$$

Важным параметром, характеризующим эффективность работы эжектора, может служить коэффициент полезного действия  $KПД$ , определяемый как отношение энергии переданной потоку газа к затраченной энергии активного потока

$$KПД = \frac{Q_2 \rho_g R_g T_1 \ln \frac{P_3}{P_2}}{Q_1 (P_1 - P_3)}, \quad (20)$$

где  $R_g$  – универсальная газовая постоянная,  $T_1$  – температура жидкости подаваемой в сопло.

Очевидно, что при определенном сочетании конструктивных размеров и технологических параметров эжектора можно обеспечить получение максимальных значений КПД.

Таким образом, получены все необходимые формулы для выполнения поверочного расчета жидкостно-газового эжектора.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Петухов, Б. С. Справочник по теплообменникам. В 2 т. Т. 1. Справочник по теплообменникам / Пер. с англ., под ред. Б. С. Петухова, В. К. Шикова. – М.: Энергоатомиздат, 1987. – 560 с.

УДК 621.928.37

*В. О. Яблонский*

### МОДЕЛИРОВАНИЕ РЕЖИМОВ РАБОТЫ УСТАНОВКИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ РАЗДЕЛЕНИЯ В ГИДРОЦИКЛОНАХ

Волгоградский государственный технический университет

В статье приведена схема экспериментальной установки для исследования процессов разделения в гидроциклонах. Выполнен анализ режимов работы установки с использованием регрессионной модели процесса сепарации частиц твердой фазы в цилиндрическом гидроциклоне. Определены основные факторы, влияющие на процесс разделения и параметры, варьируемые в эксперименте.

*Ключевые слова:* цилиндрический гидроциклон, уравнение регрессии, реологические свойства.

*V. O. Yablonskii*

### MODELLING OF WORKING REGIMES OF EXPERIMENTAL PLANT FOR INVESTIGATION OF SEPARATION PROCESSES IN HYDROCYCLONE

Volgograd State Technical University

The scheme of the experimental plant for investigation of separation processes in hydrocyclone is presented. Working regimes of the experimental plant are analyzed with the help of the regression model of separation process in the hydrocyclone. Main factors, which influence the separation process and parameters, varying in experiment are determined.

*Keywords:* Cylindrical hydrocyclone, regression equation, rheological properties.

Обеспечение высокой интенсивности протекания процессов разделения неоднородных жидких систем возможно при проведении их в гидроциклонах. Цилиндрические и цилиндрико-конические гидроциклоны являются конструктивно простыми, надежными и одновременно высокоэффективными аппаратами, позволяющими проводить процесс разделения в поле центробежных сил в режиме пленочного течения разделяемой среды, что позволяет существенно повысить показатели разделения.

Экспериментальная установка предназначена для исследования протекания в поле центробежных сил в гидроциклоне следующих процессов разделения: сепарации частиц твердой фазы из суспензии, дегазации жидкостей и напорной флотации.

Схема экспериментальной установки для исследования процессов разделения неодно-

родных жидких систем приведена на рис. 1. При работе установки в режиме напорной флотации разделяемая суспензия (или вода и частицы твердой фазы отдельно при необходимости исследования разделения суспензии заданной концентрации) поступают в смеситель 1, где перемешиваются в течение 5–10 минут для создания равномерной концентрации частиц твердой фазы в объеме аппарата. Контролируемый параметр в смесителе – уровень заполнения.

Затем полученная смесь центробежным насосом 2 перекачивается в сатуратор 3, в котором компрессором 4 создается давление  $P = 0,8$  МПа. В сатураторе суспензия насыщается воздухом в течение 20–30 минут.

Контролируемые параметры – давление воздуха в линии подачи на входе в сатуратор и давление в сатураторе.

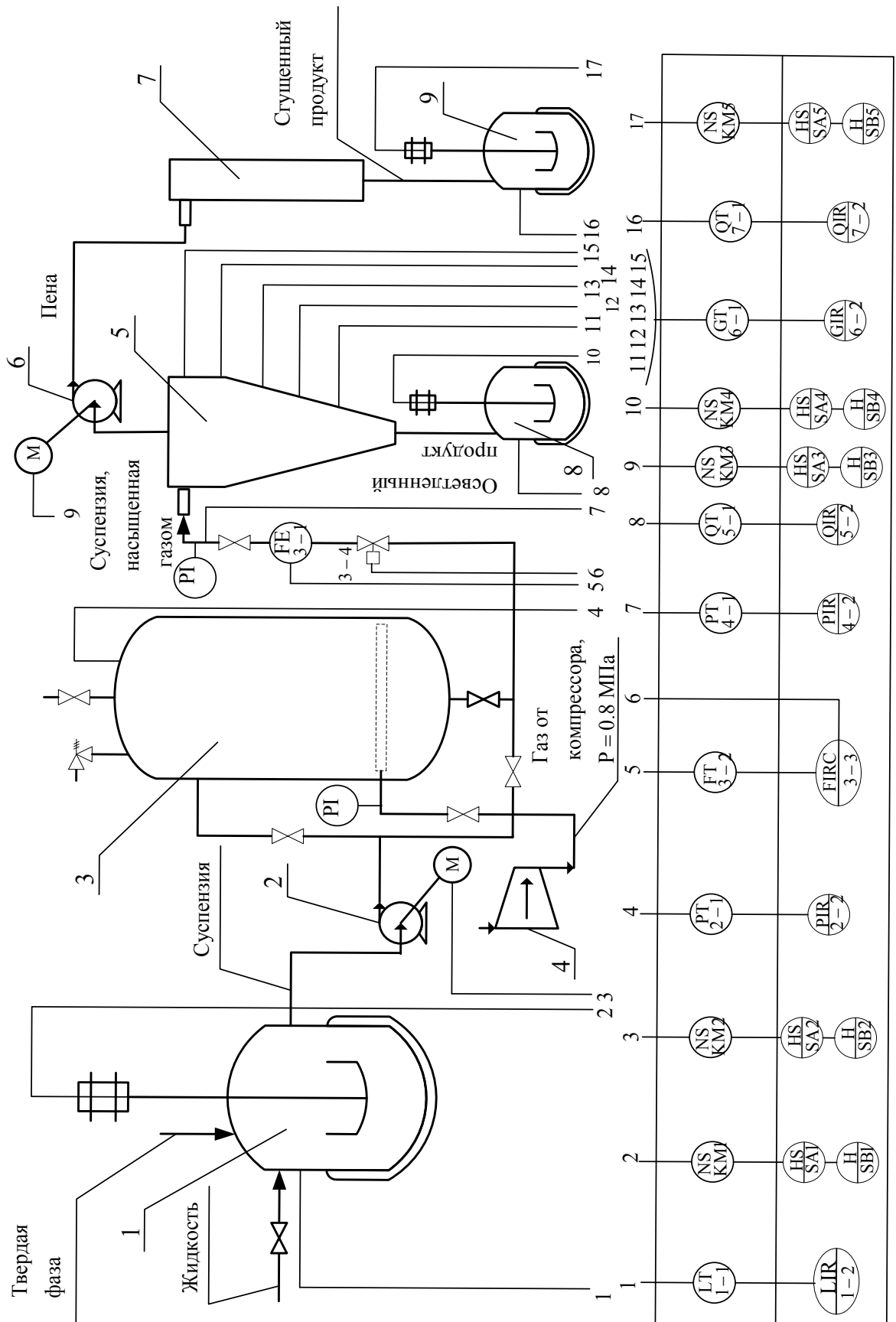


Рис. 1. Схема экспериментальной установки для исследования процессов разделения неоднородных жидких систем: 1 – смеситель; 2 – центробежный насос; 3 – сатуратор; 4 – компрессор; 5 – гидроциклон; 6 – насос; 7 – пеногаситель; 8, 9 – емкости

После окончания процесса насыщения открывается вентиль на линии подачи суспензии и суспензия под давлением поступает в гидроциклон 5, где давление снижается до атмосферного и осуществляется процесс выделения пузырьков воздуха и извлечения частиц твердой фазы напорной флотацией [1–3].

В случае необходимости осуществления в гидроциклоне процесса сепарации в поле центробежных сил приготовленная суспензия из смесителя 1 подается непосредственно в гидроциклон 5 через байпас, минуя сатуратор 3. Для осуществления процесса дегазации в поле центробежных сил в сатуратор 3 для насыщения подается чистая жидкость, не содержащая частиц твердой фазы, которая затем поступает в гидроциклон 5.

На входе в гидроциклон контролируются давление разделяемой суспензии, расход разделяемой суспензии регулируется и контролируется. По высоте рабочего пространства гидроциклона через равные промежутки установлены пять инфракрасных датчиков толщины пленки жидкости, предназначенных для измерения толщины пленки чистой жидкости, не содержащей частиц твердой фазы и пузырьков газа при исследовании гидродинамических режимов работы гидроциклона.

Осветленный продукт через нижний слив гидроциклона поступает в емкость 8, а сгущенный продукт насосом 6 подается в пеногаситель 7 и затем сливается в емкость 9. В емкостях 8 и 9 предусмотрена установка шнековых мешалок для поддержания равномерной концентрации частиц твердой фазы в их объеме и установлены погружные датчики для измерения концентрации взвешенных частиц твердой фазы.

Экспериментальная установка комплектуется двумя цилиндрическими гидроциклонами для осуществления процессов сепарации и дегазации, а также двухстадийной напорной флотации с диаметром корпуса 100 мм и тремя цилиндрическими гидроциклонами с диаметром цилиндрической камеры 100 мм и с углами конусности корпуса 5, 10 и 15 градусов.

Для проведения эксперимента необходимо выявить основные факторы, влияющие на протекание процесса разделения в гидроциклоне, и предварительно выполнить математическое моделирование возможных режимов работы аппарата, чтобы оценить прогнозируемые показатели разделения. Начальным этапом проведе-

ния эксперимента является исследование гидродинамики гидроциклона и процесса сепарации частиц твердой фазы, ввиду того, что гидродинамика потока и движение частиц твердой фазы оказывают определяющее влияние на протекание более сложных процессов разделения. Ввиду этого в данной статье выполнено моделирование режимов работы цилиндрического гидроциклона при осуществлении процесса сепарации.

Процесс сепарации в гидроциклоне суспензий, обладающих неньютоновскими свойствами, которые могут быть описаны степенным законом Оствальда де Вилия, характеризуется следующими определяющими числами подобия [4, 5]:

$$Fr = \frac{U_0^2}{g r_k}; \quad Re_n = \frac{\rho_l r_k^n U_0^{2-n}}{k}; \quad Q_0 = \frac{ab}{\pi r_k^2};$$

$$Re_{np} = \frac{\rho_l d_p^n U_{0p}^{2-n}}{k}. \quad (1)$$

где  $Fr$  – число Фруда (фактор разделения);  $Re_n$  – аналог числа Рейнольдса для неньютоновских жидкостей, характеризующий режим течения пленки суспензии;  $Q_0$  – параметр безразмерного расхода;  $Re_{np}$  – аналог числа Рейнольдса, характеризующий режим движения частицы твердой фазы в неньютоновской жидкости;  $n$  – показатель нелинейности кривой течения;  $k$  – индекс консистентности,  $Pa \cdot c^n$ ;  $\rho_l$  – плотность жидкости,  $кг/м^3$ ;  $a$  – высота входного патрубка гидроциклона, м;  $d_p$  – осредненный диаметр частиц твердой фазы, м;

$$U_{0p} = \left[ \frac{1}{18} d_p^{n+1} (\rho_p - \rho_l) U_0^2 \frac{F(c_{p0})}{f(n) r_k k} \right]^{\frac{1}{n}}$$

– характеристическая скорость радиального осаждения частиц твердой фазы, м/с, соответствующая средней скорости суспензии во входном патрубке гидроциклона  $U_0$  при значении радиальной координаты  $r$ , равном радиусу корпуса гидроциклона  $r_k$ ;  $F(c_{p0}) = 10^{-1.82c_{p0}}$  – коэффициент, учитывающий стесненность движения частиц твердой фазы, рассчитываемый по формуле проф.

В. И. Соколова;  $f(n) = 3^{1.5(n-1)} \frac{2+29n-22n^2}{n(n+2)(2n+1)}$  –

коэффициент, учитывающий неньютоновские свойства дисперсионной среды [6].

Показателем качества процесса разделения в гидроциклоне, позволяющим оценить влия-

ние определяющих чисел подобия и реологических свойств дисперсионной среды, является среднеинтегральная степень сгущения частиц твердой фазы  $S_{CF}$ , вычисляемая по следующей формуле:

$$S_{CF} = \frac{C_p}{C_{p0}} = \frac{\int_{R_T(Z)}^{R_k} H_{p0}(R, Z) R dR}{\int_{R_T(Z)}^{R_k} H_p(R, Z) R dR}, \quad (2)$$

где  $C_p = c_p / c_{p0}$  – средняя безразмерная объемная доля частиц твердой фазы в сгущенной фракции суспензии в данном сечении пленки (при  $Z = \text{const}$ ), включающая частицы, взвешенные в потоке, а также частицы, достигшие стенки корпуса;  $C_{p0}$  – средняя безразмерная объемная доля частиц твердой фазы в начальном сечении пленки;  $c_p$  – средняя объемная доля частиц твердой фазы в сгущенной фракции суспензии в данном сечении пленки,  $\text{м}^3/\text{м}^3$ ;  $c_{p0}$  – средняя объемная доля частиц твердой фазы в сгущенной фракции суспензии в начальном сечении пленки,  $\text{м}^3/\text{м}^3$ ;  $H_p(R, Z) = V_{zp} / U_0$  – безразмерная осевая составляющая скорости частиц твердой фазы;  $H_{p0}(R, Z)$  – безразмерная осевая составляющая скорости частиц твердой фазы в начальном сечении пленки;  $R = r / r_k$ ;  $Z = z / r_k$  – безразмерные радиальная и осевая координаты;  $R_k$  – безразмерный радиус корпуса гидроциклона;  $R_T(Z)$  – безразмерная радиальная координата наиболее удаленной от стенки корпуса гидроциклона траектории частиц твердой фазы;  $Z_e$  – высота рабочего пространства гидроциклона;  $B = b / r_k$  – безразмерная ширина входного патрубка гидроциклона;  $V_{zp}$  – осевая составляющая скорости частиц твердой фазы,  $\text{м}/\text{с}$ ;  $U_0$  – средняя скорость суспензии во входном патрубке гидроциклона,  $\text{м}/\text{с}$ ;  $r, z$  – радиальная и осевая координаты,  $\text{м}$ ;  $b$  – ширина входного патрубка гидроциклона,  $\text{м}$ ;  $r_k$  – радиус корпуса гидроциклона,  $\text{м}$ .

Уравнение регрессии, позволяющее рассчитать распределение степени сгущения частиц твердой фазы в направлении оси гидроциклона в зависимости от его конструктивных и режимных параметров, может быть представлено в следующем виде

$$S_{CF} = \sum_{i=0}^4 \left\{ K_i + L_i \left[ \text{tg}(\alpha/2) \right]^{F_i} \right\} \times Fr^A n^{B_i} Re_n^{C_i} Q_0^{D_i} Re_{np}^{E_i} Z^j, \quad (3)$$

где  $j = i$  – показатель степени при безразмерной осевой координате  $Z$ ,  $K_i, L_i, F_i, A_i, B_i, C_i, D_i, E_i$  – коэффициенты регрессии [5].

В качестве характеристик ньютоновской дисперсионной среды при моделировании режимов работы экспериментальной установки были использованы вязкость и плотность воды, а в качестве характеристик неньютоновской дисперсионной среды – реологические константы водных растворов карбоксиметилцеллюлозы (КМЦ) с объемной долей КМЦ 0.2–0.8 %. В качестве дисперсионной фазы использованы частицы песка с объемной плотностью  $2000 \text{ кг}/\text{м}^3$  и с осредненным диаметром  $3.5 \cdot 10^{-4} \text{ мм}$ .

Факторами, изменяемыми при моделировании эксперимента, являются расход суспензии, подаваемой в гидроциклон, реологические свойства дисперсионной среды, размер и плотность частиц твердой фазы, а также конструктивные параметры гидроциклона. Изменение расхода подаваемой в гидроциклон суспензии приводит к одновременному изменению чисел  $Fr$  и  $Re_n$  и поэтому неоднозначно воздействует на показатели разделения. Моделирование влияния расхода подаваемой в гидроциклон суспензии на степень извлечения частиц твердой фазы с использованием уравнения регрессии (3) было выполнено при изменении определяющих чисел подобия в широком диапазоне, соответствующем процессам сепарации в гидроциклоне суспензий, обладающих различными реологическими свойствами и позволяет оценить возможности экспериментального исследования показателей разделения гидроциклонов на предлагаемой установке.

На рис. 2 представлены распределения степени сгущения частиц твердой фазы  $S_{CF}$  по осевой координате  $Z$  в цилиндрическом гидроциклоне при разделении суспензий с неньютоновской дисперсионной средой ( $n = 0.6$ ) для различных значений расхода подаваемой суспензии  $Q$ . Из представленных распределений следует, что степень сгущения частиц твердой фазы  $S_{CF}$  возрастает по всей высоте рабочего пространства гидроциклона. С увеличением расхода суспензии степень сгущения частиц твердой фазы вначале падает, а затем возрастает, проходя через минимальное экстремальное зна-

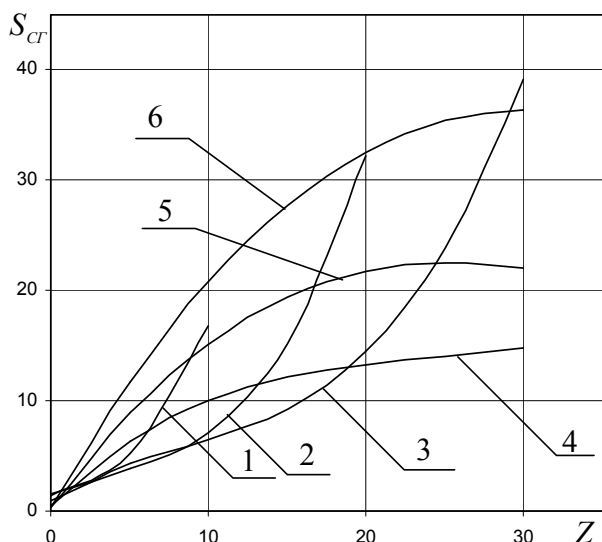


Рис. 2. Распределения степени сгущения частиц твердой фазы  $S_{CR}$  по осевой координате  $Z$  в цилиндрическом гидроциклоне при разделении суспензий с неньютоновской дисперсионной средой ( $n = 0.6$ ) при  $Q_0 = 0.04$  для различных значений расхода подаваемой суспензии  $Q$ :

- 1 –  $Q = 6.250 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}$ ;  $Fr = 8.155$ ;  $Re_n = 881.6$ ;  $Re_{np} = 1.336 \cdot 10^{-6}$ ;
- 2 –  $Q = 9.375 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}$ ;  $Fr = 18.35$ ;  $Re_n = 1555.2$ ;  $Re_{np} = 8.863 \cdot 10^{-6}$ ;
- 3 –  $Q = 1.250 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$ ;  $Fr = 32.62$ ;  $Re_n = 2326.5$ ;  $Re_{np} = 3.393 \cdot 10^{-5}$ ;
- 4 –  $Q = 1.875 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$ ;  $Fr = 73.39$ ;  $Re_n = 4104.3$ ;  $Re_{np} = 2.2510 \cdot 10^{-4}$ ;
- 5 –  $Q = 2.500 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$ ;  $Fr = 130.48$ ;  $Re_n = 6139.7$ ;  $Re_{np} = 8.618 \cdot 10^{-4}$ ;
- 6 –  $Q = 3.125 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$ ;  $Fr = 203.87$ ;  $Re_n = 8391.2$ ;  $Re_{np} = 2.442 \cdot 10^{-3}$

чение, при этом выпуклость кривых меняется на противоположную. Это может быть объяснено одновременным воздействием на степень сгущения частиц твердой фазы двух факторов: увеличения толщины пленки суспензии, движущейся по стенке корпуса гидроциклона и возрастания скорости во входном патрубке гидроциклона и центробежной силы, действующей на частицы твердой фазы. До достижения минимума степени сгущения преобладает воздействие первого фактора, а затем – второго. Изменение выпуклости кривых, описывающих изменение степени сгущения, на противоположную после достижения минимального экстремального значения степени сгущения при увеличении расхода подаваемой в гидроциклон суспензии объясняется более интенсивным возрастанием толщины пленки суспензии по мере приближения к выходному сечению [7, 8] при дальнейшем росте расхода во входном патрубке.

На рис. 3 представлены распределения степени сгущения частиц твердой фазы  $S_{CR}$  по осевой координате  $Z$  в цилиндрическом гидроциклоне при разделении суспензий с ньютоновской дисперсионной средой ( $n = 1$ ) для различ-

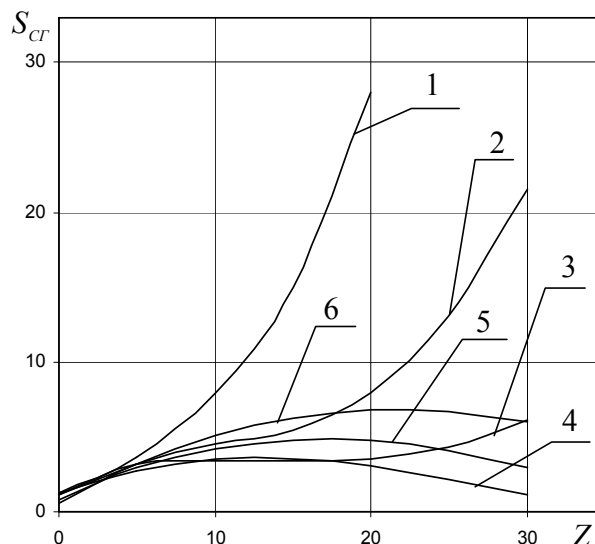


Рис. 3. Распределения степени сгущения частиц твердой фазы  $S_{CR}$  по осевой координате  $Z$  в цилиндрическом гидроциклоне при разделении суспензий с ньютоновской дисперсионной средой ( $n = 1$ ) при  $Q_0 = 0.04$  для различных значений расхода подаваемой суспензии  $Q$ :

- 1 –  $Q = 6.250 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}$ ;  $Fr = 8.155$ ;  $Re_n = 1358.1$ ;  $Re_{np} = 1.336 \cdot 10^{-6}$ ;
- 2 –  $Q = 9.375 \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}$ ;  $Fr = 18.35$ ;  $Re_n = 2037.1$ ;  $Re_{np} = 8.863 \cdot 10^{-6}$ ;
- 3 –  $Q = 1.250 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$ ;  $Fr = 32.62$ ;  $Re_n = 2716.1$ ;  $Re_{np} = 3.393 \cdot 10^{-5}$ ;
- 4 –  $Q = 1.875 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$ ;  $Fr = 73.39$ ;  $Re_n = 4074.2$ ;  $Re_{np} = 2.2510 \cdot 10^{-4}$ ;
- 5 –  $Q = 2.500 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$ ;  $Fr = 130.48$ ;  $Re_n = 5432.3$ ;  $Re_{np} = 8.618 \cdot 10^{-4}$ ;
- 6 –  $Q = 3.125 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3/\text{с}$ ;  $Fr = 203.87$ ;  $Re_n = 6790.3$ ;  $Re_{np} = 2.442 \cdot 10^{-3}$

ных значений расхода подаваемой суспензии  $Q$ . Из анализа представленных распределений следует, что после достижения минимального значения степени сгущения частиц твердой фазы и изменения выпуклости кривых на противоположную в данном случае имеет место уменьшение степени сгущения по мере приближения к выходному сечению аппарата, что вызвано более резким возрастанием толщины пленки суспензии по мере приближения к выходному сечению при течении суспензий, обладающих ньютоновскими свойствами, в гидроциклоне [7, 8]. Из сравнения распределений, представленных на рисунках 2 и 3 следует, что при больших значениях расхода подаваемой в гидроциклон суспензии степень сгущения частиц твердой фазы в ньютоновской дисперсионной среде существенно ниже, чем в неньютоновской, что объясняется более интенсивным затуханием окружной составляющей скорости по мере приближения к выходному сечению при течении в гидроциклоне суспензии, обладающей ньютоновскими свойствами [7, 8].

Как следует из приведенного анализа, предлагаемая экспериментальная установка позволяет проанализировать основные гидродинами-

ческие режимы работы гидроциклона при разделении суспензий, обладающих различными реологическими свойствами. Экспериментальное подтверждение полученных теоретических результатов позволит применить разработанную методику инженерного расчета гидроциклонов для проведения различных разделительных процессов при внедрении их в производство.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Дерягин Б.В., Духин С.С., Рулев Н.Н. Микрофлотация: Водоочистка, обогащение. М.: Химия, 1986. 112 с.
2. Яблонский В.О. Моделирование разделения суспензий двухстадийной напорной флотацией в цилиндрическом прямооточном гидроциклоне // Журн. прикл. химии. 2007. Т. 80. Вып. 3. С. 399 – 406.
3. Яблонский В.О. Выбор конструктивных параметров цилиндрического гидроциклона для разделения

суспензий двухстадийной флотацией // Хим. и нефтегазов. машиностроение. 2006. № 11. С. 3 – 6.

4. Яблонский В.О., Рябчук Г.В. Моделирование осаждения частиц твердой фазы в цилиндрическом гидроциклоне при разделении суспензий с неньютоновской дисперсионной средой. Теор. основы хим. технологии. 2006. Т. 40. № 4. С. 385 – 391.

5. Яблонский В.О. Расчет показателей разделения суспензий в гидроциклонах с использованием уравнения регрессии. Химич. и нефтегазов. машиностроение. 2008. № 8. С. 3 – 7.

6. Acharya A., Mashelkar R.A., Ulbrecht J. Flow of inelastic and viscoelastic fluids past a sphere. // Rheol. Acta. 1976. V. 15 No. 9. P. 454 – 463.

7. Яблонский В.О. Гидродинамика течения неньютоновской жидкости в гидроциклоне. // Журн. прикл. химии. 2000. Т. 73. Вып. 1. С. 95 – 99.

8. Яблонский В.О., Рябчук Г.В. Развитие вращательного течения пленки неньютоновской жидкости в цилиндрической трубе конечной длины. Теор. основы химич. технологии. 2001. Т. 35. № 5. С. 479 – 484.

УДК 532.135

*А. Б. Голованчиков, Н. А. Дулькина, А. В. Ильин, Л. А. Ильина*

### РАСЧЕТ ТРУБЧАТОГО РЕАКТОРА С НЕНЬЮТОНОВСКОЙ РЕАКЦИОННОЙ МАССОЙ И МАЛОВЯЗКИМ ПРИСТЕННЫМ СЛОЕМ

Волгоградский государственный технический университет

Проведены моделирование и расчет трубчатого реактора с неньютоновской реакционной массой и маловязким пристенным слоем. Показано, что в реакторе со степенной реакционной массой и маловязким пограничным слоем степень конверсии выше, чем в обычных реакторах реального вытеснения, когда реакционная масса течет по всему сечению реактора.

*Ключевые слова:* неньютоновская реакционная масса, маловязкий пристенный слой, пограничный слой, градиент давления.

*A. B. Golovanchikov, N. A. Dulkina, A. V. Ilin, L. A. Iilina*

### THE CALCULATION OF THE TUBULAR REACTOR WITH THE NON-NEWTONIAN REACTIONARY MASS AND THE LOW-VISCOSITY WALL LAYER

Volgograd State Technical University

The modeling and calculation of the tubular reactor with the non-Newtonian reactionary mass and the low-viscosity wall layer are conducted. It is shown that in a reactor with the power reactionary mass and low-viscosity boundary layer the degree of conversion is higher than in the general reactors of the real displacement when the reactionary mass moves in the whole section of the reactor.

*Keywords:* non-Newtonian reactionary mass, low-viscosity wall layer, boundary layer, gradient of pressure.

Реологические свойства реакционной массы оказывают существенное влияние на профиль скорости, а значит на распределение частиц по времени пребывания и, в конечном счете, на степень конверсии в трубчатом реакторе [1–3].

При ламинарном течении ньютоновской жидкости, реологические свойства которой описываются формулой Ньютона

$$\tau = -\mu \frac{dv}{dr}, \quad (1)$$

где  $\tau$ ,  $\mu$  и  $\frac{dv}{dr}$  – соответственно касательные на-

пряжения, ньютоновская вязкость и градиент скорости вдоль оси течения по радиусу, профиль скорости описывается параболой

$$v = 2v_c \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right], \quad (2)$$

где  $v$  и  $v_c$  – соответственно скорость на радиусе  $r$  и средняя скорость,  $R$  – радиус трубчатого реактора, а распределение частиц по времени пребывания (функция РВП или дифференциальная  $S$  – функция отклика) уравнением [4]



$$C = \frac{0,5}{\theta^3}, \quad \theta \geq 0,5, \quad (3)$$

где  $\theta = \frac{t}{t_c}$  – безразмерное время пребывания,

равное отношению времени пребывания  $t$  частиц к среднему времени пребывания  $t_c$ .

Для большинства реакционных масс расплавов и растворов полимеров и органических веществ реологические свойства могут быть описаны так называемым степенным уравнением Оствальда де Виля [5, 6]

$$\tau = -K \left( \frac{dv}{dr} \right)^n, \quad (4)$$

где  $K$  – константа консистентности,  $n$  – индекс течения,

с профилем скорости в трубчатом реакторе, имеющем вид

$$v = v_0 \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right], \quad (5)$$

где  $v_0$  – скорость на оси потока.

Из интегрального уравнения неразрывности получаем связь между скоростью на оси потока и средней скоростью, которая имеет вид

$$v_0 = v_c \left( \frac{1+3n}{1+n} \right). \quad (6)$$

Тогда уравнение (5) с учетом формулы (6) преобразуется к виду

$$v = \left( \frac{1+3n}{1+n} \right) v_c \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right]. \quad (7)$$

При  $n = 1$  уравнения (4) и (5) переходят соответственно в уравнения (1) и (2) для вязкой ньютоновской жидкости.

Найдем связь между профилем скорости и  $C$ -функцией отклика. Из уравнения элементарного материального баланса расхода частиц, движущихся на расстоянии  $r$  от оси в кольцевом зазоре толщиной  $dr$ , относительная доля этих частиц численно равна элементарной площади под  $C$ -функцией отклика [4]

$$\frac{2\pi r v dr}{\pi R^2 v_c} = C d\theta.$$

Так как  $\theta = \frac{t}{t_c}$ , а  $\frac{t}{t_c} = \frac{v_c}{v}$ , то  $d\theta = -\frac{v_c}{v^2} dv$

и  $C$  – функция отклика, выраженная через известную зависимость скорости от радиуса, будет иметь вид

$$C = -\frac{2rv^3}{R^2 v_c^2 \frac{dv}{dr}},$$

или в безразмерном виде

$$C = -\frac{2\rho V^3}{(dV/d\rho)}, \quad (8)$$

где  $\rho = \frac{r}{R}$ ,  $V = \frac{v}{v_c}$ .

Из уравнения (7) в безразмерном виде

$$V = \left( \frac{1+3n}{1+n} \right) \left( 1 - \rho^{\frac{n+1}{n}} \right) \quad (9)$$

производная по безразмерному радиусу  $\rho$  приобретает вид

$$\frac{dV}{d\rho} = -\frac{(1+3n)}{n} \rho^{\frac{1}{n}}. \quad (10)$$

Окончательно зависимость  $C$ -функции отклика от профиля скорости степенной жидкости с учетом выражений (8) и (10) запишется в виде

$$C = +\frac{2n\rho^{1-\frac{1}{n}} V^3}{(1+3n)}, \quad (11)$$

где  $V = \frac{1}{\theta}$  и время запаздывания [4]  $\theta_0 = \frac{1+n}{1+3n}$ .

Для вязкой жидкости  $n = 1$ ,  $C = \frac{1}{2} V^3$  или

$C = \frac{0,5}{\theta^3}$ ,  $\theta \geq 0,5$ , что соответствует известной формуле, приведенной в работах [2,4].

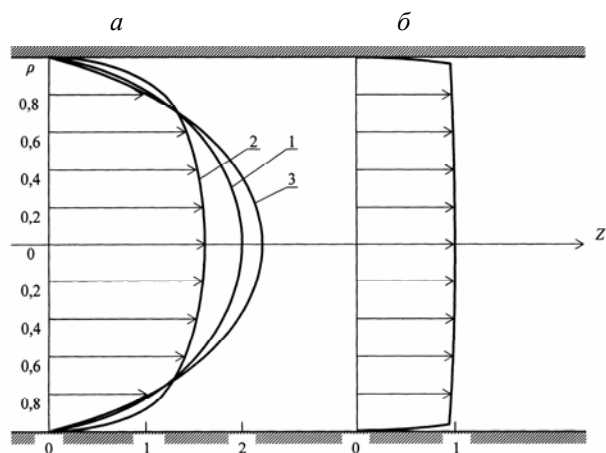


Рис. 1. Профили скоростей ньютоновской и неньютоновских степенных жидкостей:

$a$  – при течении реакционной массы по всему сечению трубчатого реактора: 1 –  $n = 1$ ; 2 –  $n = 0,5$ ; 3 –  $n = 1,5$ ;  $b$  – при течении реакционной массы с маловязким пристенным слоем толщиной  $\delta = 0,001$

Для сравнения, на рис. 1, а приведены профили скорости вязкой ньютоновской жидкости, описываемой уравнением (2), и двух степенных жидкостей: псевдопластичной  $n = 0,5$  и дилатантной  $n = 1,5$  [5, 6], описываемых уравнением (5) или (9).

Графики  $C$ -функций отклика, рассчитанные по формуле (11), представлены на рис. 2.

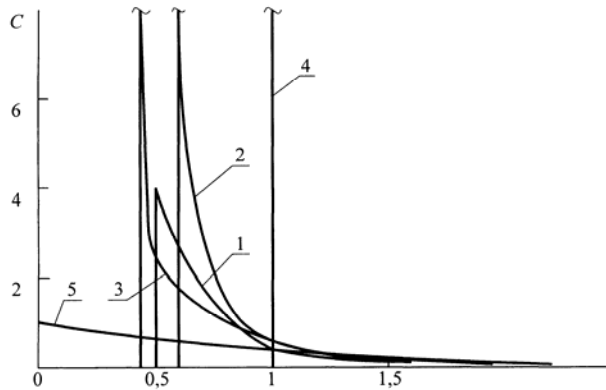


Рис. 2.  $C$ - функции отклика реакционной массы при течении по всему сечению трубчатого реактора: 1 -  $n = 0,5$ ; 2 -  $n = 1$ ; 3 -  $n = 1,5$ ; 4 - идеальное вытеснение ( $\delta$ - функция Дирака); 5 - идеальное смешение (для сравнения)

Как видно из рис. 1 и 2, при  $n < 1$  (псевдопластичные реакционные массы) профиль скорости и график  $C$ -функции отклика приближается к структуре потоков идеального вытеснения, а при  $n > 1$  (дилатантные реакционные массы), наоборот, удаляется от режима идеального вытеснения.

В работе [7] выведены формулы для профиля скорости степенной жидкости, движущейся в трубе, когда у ее стенки находится кольцевой слой маловязкой жидкости

$$v = \frac{\Delta p}{4l\mu} (R^2 - R_1^2) + \frac{\left( \frac{1}{2K} \frac{\Delta p}{l} \right)^{\frac{1}{n}} \left( R_1^{1+\frac{1}{n}} - r^{1+\frac{1}{n}} \right)}{\left( 1 + \frac{1}{n} \right)},$$

где  $\mu$  - динамическая вязкость пристенного слоя, Па·с;  $R_1$  - радиус пристенного слоя;  $\frac{\Delta p}{l}$  - градиент давления.

В табл. 1 приведены значения относительных осевой скорости и относительной скорости на границе обеих жидкостей, когда  $\mu = 0,001$  Па·с (вода), а  $K = 10$  при разных значениях параметра  $n$  и  $\frac{\Delta p}{l} = 1$  при толщине пристенного

слоя маловязкой жидкости  $\delta = 1$  мм. Здесь же в нижней строке даны значения отношений расходов пристенной маловязкой и степенной жидкости.

Таблица 1

Зависимость относительной осевой скорости  $W_0$  и относительной скорости  $W_z$  на границе степенной реакционной массы и маловязкой жидкости, а также относительного расхода  $q_{om}$ ,  $Q_{om}$  пристенной вязкой жидкости толщиной  $\delta = 1$  мм при разных индексах течения  $n$

$n$	0,5	1	1,5
$W_0$	1,000015	1,0037	1,0243
$W_z$	0,9999937	0,9913	0,9955
$q_{om}, \%$	0,637	0,671	0,660
$Q_{om}$	437,08	263,2	48,03

Как видно из этой таблицы, скорость степенной жидкости до самой границы  $R_1$  практически остается постоянной и все изменения скорости происходят в тонком пристенном слое маловязкой жидкости (рисунок 1, б), то есть структура потоков степенной реакционной массы с маловязким пристенным слоем толщиной всего  $\delta = 1$  мм при радиусе трубчатого реактора  $R = 150$  мм практически соответствует идеальному вытеснению, при этом расход пристенной маловязкой жидкости составляет менее процента, а гидравлическое сопротивление на 1-2 порядка меньше, чем при обычном течении только степенной реакционной массы.

Таким образом, реакторы со степенной реакционной массой при значениях константы консистенции  $K = 10$  и более, при подаче в пристенный слой маловязкой жидкости (например, воды в качестве смазки), можно рассчитывать по математической модели реактора идеального вытеснения. В частности, для реакции первого порядка  $A \rightarrow R$  относительная конечная концентрация определяется известной формулой

$$c_{e_1} = \exp(-K\tau).$$

Для реакции второго порядка  $2A \rightarrow R$

$$c_{e_1} = \frac{1}{(1 + K\tau c_{A0})}.$$

Для реакции второго порядка  $A + R \rightarrow R$

$$c_{eAB} = \frac{\left( c_{e0} - 1 \right) \exp \left[ -K\tau c_{A0} \left( c_{e0} - 1 \right) \right]}{c_{e0} - \exp \left[ -K\tau c_{A0} \left( c_{e0} - 1 \right) \right]}.$$

Для сравнения, аналогичные расчеты проведены для реакторов реального вытеснения с профилями скоростей, описываемыми уравнением (5) (рисунки 1а). Математические модели таких реакторов описываются уравнениями [4]

$$c_k = 2 \int_0^1 c_A \rho V(\rho) d\rho,$$

или с учетом уравнения (11)

$$c_k = \int_{\theta_0}^{\infty} C c_A d\theta,$$

где  $c_A$  определяется после интегрирования дифференциального кинетического уравнения по времени:

для реакции  $A \rightarrow R$   $c_A = \exp(-K\tau\theta)$ ,

для реакции  $2A \rightarrow R$   $c_A = \frac{1}{(1 + K\tau c_{A0}\theta)}$ ,

для реакции  $A + B \rightarrow R$

$$c_A = \frac{(c_{B0} - 1) \exp[(-K\tau c_{A0})(c_{B0} - 1)\theta]}{c_{B0} - \exp[-K\tau c_{A0}(c_{B0} - 1)\theta]}.$$

На рис. 3 представлены результаты расчетов химических реакторов идеального вытеснения, когда в пристенном слое течет маловязкая жидкость – вода толщиной 1 мм, в сравнении с реактором реального вытеснения, когда реакционная масса течет по всему сечению трубчатого реактора радиуса  $R = 150$  мм.

Как видно из графиков (рис. 3 а, б, в) в реакторе со степенной реакционной массой и маловязким пограничным слоем степень конверсии выше, чем в обычных реакторах реального вытеснения, когда реакционная масса течет по всему сечению реактора, причем для псевдопластичных жидкостей при  $n < 1$  эта разница уменьшается по сравнению с вязкой реакционной массой  $n = 1$  и увеличивается для дилатантных жидкостей при  $n > 1$ .

Еще более наглядно это преимущество реактора с маловязким пристенным слоем видно при расчете необходимого объема реактора для заданной степени конверсии. В табл. 2 приведены значения параметров  $K\tau$  и  $K\tau c_{A0}$ , обеспечивающих степень конверсии  $\chi = 0,95$  по компоненту  $A$  для рассматриваемых реакций первого и второго порядка.

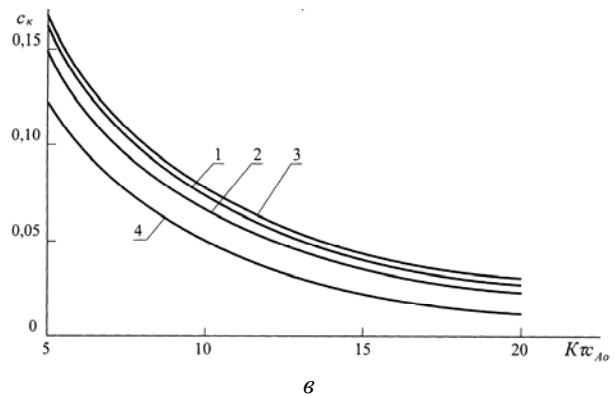
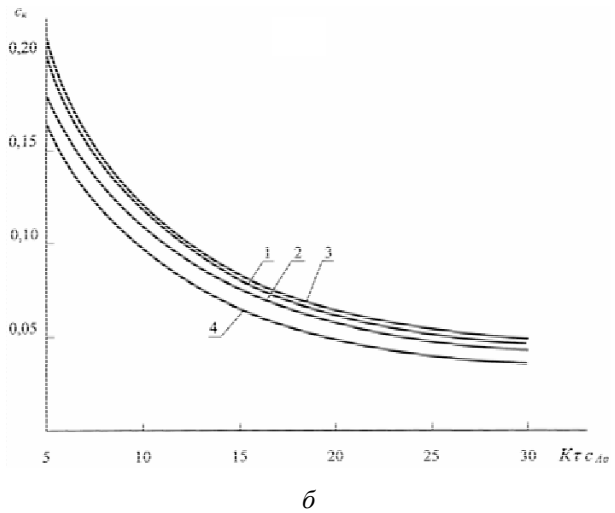
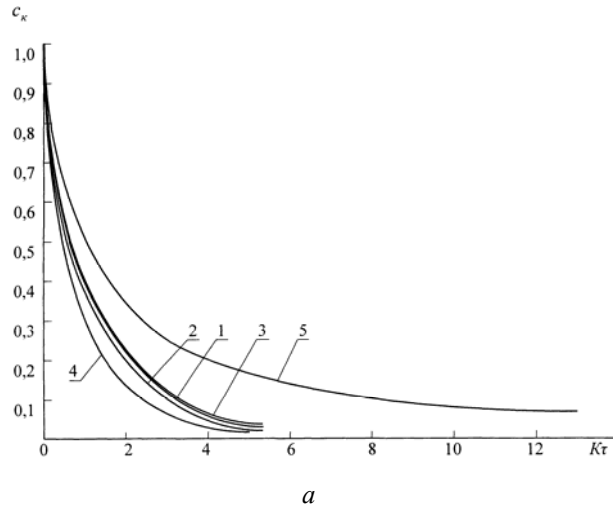


Рис. 3. Зависимость относительной конечной концентрации  $c_k$  от:

а – параметра  $K\tau$  для реакции  $A \rightarrow R$ ; б – параметра  $K\tau c_{A0}$  для реакции  $2A \rightarrow R$ ; в – параметра  $K\tau c_{A0}$  для реакции  $A + B \rightarrow R$  ( $c_{A0}/c_{B0} = 1,1$ ); при: 1 –  $n = 1$ ; 2 –  $n = 0,5$ ; 3 –  $n = 1,5$ ; 4 – идеальный вытеснитель; 5 – идеальный смеситель (приведен для сравнения)

Таблица 2

Зависимости параметров  $K\tau$  для реакции  $A \rightarrow R$  и  $K\tau c_{A0}$  для реакций  $2A \rightarrow R$  и  $A+B \rightarrow R$  от индекса течения в сравнении с реактором идеального вытеснения, обеспечивающих степень конверсии  $\chi = 0,95$

Значение параметра реакции в реакции	Индекс течения реакционной массы $n$			
	Идеальный вытеснитель	0,5	1	1,5
$A \rightarrow R$ $K\tau$	3	3,55	4,20	4,3
$2A \rightarrow R$ $K\tau c_{A0}$	19	24,6	25	26
$A+B \rightarrow R$ ( $c_{A0}/c_{B0} = 1,1$ ) $K\tau c_{A0}$	10	13,5	14	14,5

Для степени конверсии  $\chi = 0,95$  или  $c_k = 0,05$  для реакции первого порядка  $A \rightarrow R$  необходимое значение параметра  $K\tau$  (пропорционального объему реактора) уменьшается на 15-30 %, причем нижнее значение соответствует  $n = 0,5$ , а верхнее  $n = 1,5$ ; для реакции  $2A \rightarrow R$  значение параметра  $K\tau c_{A0}$  уменьша-

ется на 23–27 %; для реакции  $A+B \rightarrow R$  значение этого же параметра уменьшается при начальном отношении концентраций  $\frac{c_{B0}}{c_{A0}} = 1,1$  на 26–31 %.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. В.В. Кафаров. Методы кибернетики в химии и химической технологии. М.: Химия, 1971.
2. А.Ю. Закгейм. Введение в моделирование химико-технологических процессов. М.: Химия, 1973.
3. О. Левеншпиль. Инженерное оформление химических процессов. М.: Химия, 1969.
4. Н.В. Тябин, А.Б. Голованчиков. Методы кибернетики в реологии и химической технологии: учеб. пособие. Волгоград: Волгоградская правда, 1983.
5. Н.В. Тябин. Реологическая кибернетика. Часть 1. Волгоград: Волгоградская правда, 1978.
6. Р.В. Торнер. Основные процессы переработки полимеров. Теория и методы расчета. М.: Химия, 1972. 456 с.
7. А.Б. Голованчиков, А.В. Ильин, Л.А. Ильина. Течение в трубе неньютоновской жидкости с маловязким пограничным слоем. // Известия ВолгГТУ: межвуз. сб. науч. ст. Сер. Концеп. проектир. в образ., техн. и технол. Вып.1. 2004. № 5, с. 19–21.

УДК 532.529.5

**Г. В. Рябчук, И. А. Никулин, А. Б. Голованчиков, Г. А. Попович, П. В. Мишта**

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОСНОВНЫХ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ ПРОЦЕССА ТЕЧЕНИЯ СТЕПЕННОЙ ЖИДКОСТИ ПО ПРОНИЦАЕМОЙ ПОВЕРХНОСТИ НАСАДКИ ПРОИЗВОЛЬНОЙ ФОРМЫ

Волгоградский государственный технический университет

Получены аналитические зависимости компонент скорости для ортогональной криволинейной системы координат при течении степенной жидкости по проницаемой поверхности насадки произвольной формы. Разработан алгоритм и программа расчетов для конической насадки и проведены результаты расчетов.

*Ключевые слова:* степенная жидкость, проницаемая поверхность, профиль скорости, мощность.

**G. V. Ryabchuk, I. A. Nikulin, A. B. Golovanchikov, G. A. Popovich, P. V. Mishta**

### THE DETERMINATION OF THE POWER LAW FLUID FLOW DYNAMICS PARAMETERS ON THE ARBITRARY SHAPED POROUS PACKING PLANE

Volgograd State Technical University

This paper presents analytic dependence of velocity component for the orthogonal curvilinear coordinate system for the power law fluid flow on porous packing plane of arbitrary form. The paper also contains the computation algorithm for the conical-type packing and the payroll results.

*Keywords:* power law fluid; porous packing; velocity profile.

В работе рассматривается ламинарное, безволновое, осесимметричное течение неньютоновской, «степенной» жидкости по внутренней, проницаемой поверхности криволинейной насадки произвольной формы. Уравнения движения «степенной» жидкости были записаны в приближении пограничного слоя. Было найде-

но аналитическое решение уравнений движения, позволившее определить распределение скоростей и давления по толщине пленки «степенной» жидкости, текущей по проницаемой поверхности криволинейной насадки, и найти зависимость для определения основных гидродинамических параметров процесса течения.

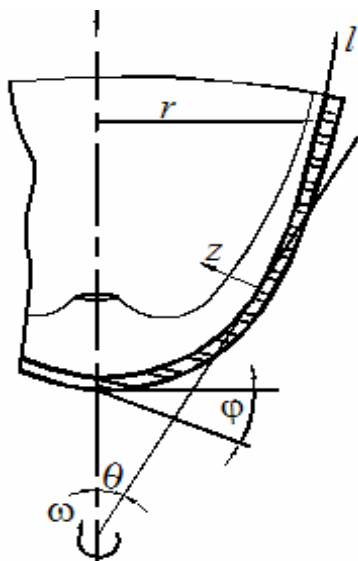


Рис. 1. Ортогональная криволинейная система координат

Течение «степенной» жидкости по внутренней поверхности проницаемой насадки будем рассматривать в ортогональной криволинейной системе координат (рис. 1). Коэффициенты Ляме для этой системы определяются зависимостями [1].

$$\rho \cdot \left( V_l \frac{\partial V_l}{\partial l} + V_z \frac{\partial V_l}{\partial z} - \frac{V_\phi^2 r'}{r} \right) = -\frac{\partial P}{\partial l} + \left( \frac{\partial \tau_{ll}}{\partial l} + \frac{\tau_{ll}}{r} r' + \frac{\partial \tau_{lz}}{\partial z} + \frac{\tau_{lz}}{r} \cos \theta - \frac{\tau_{\phi\phi} r'}{r} \right); \quad (1)$$

$$\rho \cdot \left( V_l \frac{\partial V_z}{\partial l} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} - \frac{V_\phi^2}{r} \cos \theta \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \left( \frac{\partial \tau_{lz}}{\partial l} + \frac{\tau_{lz}}{r} r' + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} - \frac{\tau_{zz}}{r} \cos \theta + \frac{\tau_{\phi\phi}}{r} \cos \theta \right); \quad (2)$$

$$\rho \cdot \left( V_l \frac{\partial V_\phi}{\partial l} + V_z \frac{\partial V_\phi}{\partial z} + \frac{V_l V_\phi}{r} r' \right) = \left( \frac{\partial \tau_{l\phi}}{\partial l} + \frac{2\tau_{l\phi}}{r} r' + \frac{\partial \tau_{z\phi}}{\partial z} - \frac{2\tau_{z\phi}}{r} \cos \theta \right); \quad (3)$$

Уравнение неразрывности принимает вид:

$$\frac{\partial V_l}{\partial l} + \frac{V_l}{r} \cdot r' + \frac{\partial V_z}{\partial z} - \frac{V_z}{r} \cdot \cos \theta = 0; \quad (4)$$

$$\tau_{ll} = 2 \cdot k \cdot A^{n-1} \cdot \frac{\partial V_l}{\partial l},$$

$$\tau_{\phi\phi} = 2 \cdot k \cdot A^{n-1} \cdot \left( \frac{V_l}{r} \cdot r' - \frac{\partial V_z}{\partial z} \cdot \cos \theta \right),$$

$$\tau_{z\phi} = k \cdot A^{n-1} \cdot \frac{\partial V_\phi}{\partial z},$$

$$H_l = 1; H_z = 1; H_\phi = r(l),$$

но 
$$\frac{\partial H_\phi}{\partial z} = -\cos \theta.$$

Течение жидкости реализуется следующим образом. В центр насадки, вращающейся с постоянной угловой скоростью  $\omega$ , подается «степенная» жидкость с постоянным объемным расходом  $q$ .

Под действием центробежной и кориолисовых сил, жидкость растекается по поверхности криволинейной насадки и распыляется через отверстия в боковой поверхности ротора под действием центробежного давления в пленке жидкости, вызванного вращением насадки.

Будем полагать, что течение пленки жидкости осесимметричное, ламинарное, безволновое. Силами тяжести, поверхностного натяжения и трения пленки жидкости о воздух можно пренебречь в силу их малости.

Уравнение движения «степенной» жидкости по внутренней поверхности проницаемой криволинейной насадки с учетом принятых допущений [2]:

Реологическое уравнение состояния («степенную» модель Оствальда– де Вилля), для них компоненты девиатора тензора вязкостных напряжений [2]:

$$\tau_{zz} = 2 \cdot k \cdot A^{n-1} \cdot \frac{\partial V_z}{\partial z},$$

$$\tau_{lz} = k \cdot A^{n-1} \cdot \left( \frac{\partial V_z}{\partial l} + \frac{\partial V_l}{\partial z} \right),$$

$$\tau_{\phi l} = k \cdot A^{n-1} \cdot \left( \frac{\partial V_\phi}{\partial l} - \frac{V_\phi}{r} \cdot r' \right)$$

Подставляя значения компонент вязких напряжений в систему (1-4) получим уравнения гидродинамики «степенной» жидкости и решаем при следующих граничных условиях[3]:

$$\text{при } z=0: V_l=0, \quad V_\varphi = \omega \cdot r, \quad V_z = \frac{\lambda \rho \omega^2 r^2}{k J^{1-n}},$$

$$\text{где: } J = \sqrt{\frac{dV_l^2}{dz^2} + \frac{dV_\varphi^2}{dz^2}}, \quad (5)$$

$$\text{при } z=h: \frac{\partial V_l}{\partial z} = \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} = 0, \quad P + 2 \cdot k \cdot A^{n-1} \cdot \frac{\partial V_z}{\partial z} = P_0, \\ V_z = V_l \cdot \frac{\partial h}{\partial l}. \quad (6)$$

где  $P_0$  – давление окружающей ротор газовой среды;  $\lambda$  – коэффициент проницаемости поверхности криволинейной насадки.

Для определения толщины пленки жидкости используется балансное уравнение по расходу жидкости:

$$q = 2 \cdot \pi \cdot r(l) \cdot \int_0^h V_l dz + 2 \cdot \pi \cdot \int_0^L r(l) \cdot V_{z(0)} dl. \quad (7)$$

где  $L$  – длина смачиваемой жидкостью образующей насадки,  $l_0$  – значение меридиональной координаты, соответствующее началу криволинейной части насадки.

Для нахождения закона изменения коэффициента проницаемости по длине образующей криволинейной насадки, обеспечивающего практически монодисперсный распыл, потребуем постоянства скорости истечения жидкости по длине образующей насадки, т.е.:

$$\text{при } z=0 \quad V_z = const \quad (8)$$

Для получения аналитического решения системы уравнения (1–7) упростим ее, как это делается в теории пограничного слоя. Будем полагать, что при распылении неньютоновской жидкости проницаемой криволинейной насадкой реализуется тонкопленочное течение, так что становится справедливым соотношение:

$$\frac{h}{l} = \varepsilon \ll 1. \quad (9)$$

Используя соотношения (9), из уравнения неразрывности (4) определим порядок компонент скорости

$$V_l \sim V_\varphi \sim U_0; \quad V_z \sim V_l \varepsilon \ll 1 \approx 0. \quad (10)$$

Порядок дифференциальных операторов определяется соотношениями

$$\frac{\partial}{\partial l} \sim \frac{1}{L}; \quad \frac{\partial}{\partial z} \sim \frac{1}{h}; \quad \text{т. е. } \frac{\partial}{\partial z} \gg \frac{\partial}{\partial l}; \quad (11)$$

Оценка дифференциальных операторов позволяет в уравнениях движения учитывать только напряжения на площадках с нормалью  $z$ , т. е.  $\tau_{lz}$  и  $\tau_{\varphi z}$ .

Сделанные допущения позволяют записать уравнения движения в приближении пограничного слоя.

$$V_l \frac{\partial V_l}{\partial l} + V_z \frac{\partial V_l}{\partial z} - \frac{V_\varphi^2}{r} r' + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial l} = \\ = \frac{k}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\partial V_l}{\partial z} \left[ \left( \frac{\partial V_l}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} \right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \right\}; \quad (12)$$

$$V_l \frac{\partial V_\varphi}{\partial l} + V_z \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} + \frac{V_l V_\varphi}{r} r' = \\ = \frac{k}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} \left[ \left( \frac{\partial V_l}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} \right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \right\}; \quad (13)$$

$$\frac{V_\varphi^2 \cdot \cos \theta}{r} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial z}; \quad (14)$$

$$\frac{\partial V_l}{\partial l} + \frac{V_l}{r} r' + \frac{\partial V_z}{\partial z} - \frac{V_z \cdot \cos \theta}{r} = 0. \quad (15)$$

Для полученных упрощенных уравнений движения (12–15) нет аналитического решения. Поэтому для получения численного решения применяем метод Слезкина [2].

Введем обозначения:

$$\frac{1}{h} \int_0^h \left[ V_l \frac{\partial V_l}{\partial l} + V_z \frac{\partial V_l}{\partial z} - \frac{V_\varphi^2}{r} r' + \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial l} \right] \cdot dz = -A; \quad (16)$$

$$\frac{1}{h} \int_0^h \left[ V_l \frac{\partial V_\varphi}{\partial l} + V_z \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} + \frac{V_l V_\varphi}{r} r' \right] \cdot dz = B. \quad (17)$$

Решение (16) и (17) с учетом граничных условий (5), (6) принимает вид:

$$V_l = \left( \frac{n}{n+1} \right) \frac{A}{(A^2 + B^2)^{\frac{n-1}{2n}}} \left( \frac{\rho}{k} \right)^{\frac{1}{n}} h^{\frac{n+1}{n}} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{z}{h} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right]; \quad (18)$$

$$V_\varphi = \omega r - \left( \frac{n}{n+1} \right) \frac{B}{(A^2 + B^2)^{\frac{n-1}{2n}}} \left( \frac{\rho}{k} \right)^{\frac{1}{n}} \times \\ \times h^{\frac{n+1}{n}} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{z}{h} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right]. \quad (19)$$

Осевую скорость жидкости определим из граничного условия (5). После подстановке в

(5) и преобразования осевая скорость примет вид:

$$V_{z(z=0)} = \lambda \frac{\omega^2 r^2}{2} \left(\frac{\rho}{k}\right)^{\frac{2n-1}{n}} \left[ \frac{A^{\frac{1}{n}}}{\left(1 + \left(\frac{B}{A}\right)^2\right)^{\frac{n-1}{n}}} + \frac{B^{\frac{1}{n}}}{\left(1 + \left(\frac{A}{B}\right)^2\right)^{\frac{n-1}{n}}} \right] (h-z)^{\frac{n-1}{n}}. \quad (20)$$

В полученных зависимостях остались неопределенными три параметра: А, В и h. Для их определения имеется лишь одно условие, интегральное уравнение неразрывности (7). Определим значение толщины пленки жидкости из уравнения расхода жидкости вдоль оси l:

$$q = \left(\frac{n}{2n+1}\right) \frac{2\pi r}{\left[1 + \left(\frac{B}{A}\right)^2\right]^{\frac{n-1}{2n}}} \left(\frac{A\rho}{k}\right)^{\frac{1}{n}} h^{\frac{2n+1}{n}}. \quad (21)$$

Получим выражение для определения толщины пленки жидкости, растекающейся по поверхности насадки произвольной формы:

$$h = \left[ \frac{(2n+1) \left[1 + \left(\frac{B}{A}\right)^2\right]^{\frac{n-1}{2n}}}{\pi r \left(\frac{A\rho}{k}\right)^{\frac{1}{n}}} q_l \right]^{\frac{n}{2n+1}}. \quad (22)$$

Два других условия для определения с достаточной степенью точности параметров А и В можно получить из следующих соображений. Предположим, что в нашем случае рассматривается течение сильно вязкой жидкости. В этом случае инерционными членами в уравнениях движения можно пренебречь. Запишем для этого случая уравнения движения в системе координат, жестко связанной с насадкой.

$$\frac{k}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\partial V_l}{\partial z} \left[ \left(\frac{\partial V_l}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial V_\varphi}{\partial z}\right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \right\} + \omega^2 r \sin \theta - 2\omega \sin \theta V_\varphi = 0; \quad (23)$$

$$\frac{k}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} \left\{ \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} \left[ \left(\frac{\partial V_l}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial V_\varphi}{\partial z}\right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \right\} + 2\omega \sin \theta V_l = 0. \quad (24)$$

Проинтегрируем уравнение (23) и (24) в пределах от 0 до h.

$$\frac{\partial V_l}{\partial z} \left[ \left(\frac{\partial V_l}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial V_\varphi}{\partial z}\right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \Bigg|_0^h + \frac{\rho \omega^2 r}{k} \sin \theta z \Bigg|_0^h - \frac{2\rho \omega}{k} \sin \theta \int_0^h V_\varphi dz = 0; \quad (24)$$

$$\frac{\partial V_\varphi}{\partial z} \left[ \left(\frac{\partial V_l}{\partial z}\right)^2 + \left(\frac{\partial V_\varphi}{\partial z}\right)^2 \right]^{\frac{n-1}{2}} \Bigg|_0^h + \frac{2\rho \omega^2}{k} \sin \theta \int_0^h V_l dz = 0. \quad (25)$$

Подставляя в зависимости (24) и (25) найденные ранее значения меридиональной и тангенциальной компоненты скорости, получим

$$-\frac{A^n \rho h}{B^{n-1}} + \left(\frac{2n+1}{3n+2}\right) \frac{\rho \omega^2 r h \sin \theta}{k} = 0; \quad (26)$$

$$-\frac{B^n \rho h}{A^{n-1}} + \frac{\rho \omega \sin \theta}{\pi r k} q_l = 0, \quad (27)$$

где  $q_l = q - q_z$ .

Из (26–27) найдем выражение для определения значений А и В:

$$B = \left(\frac{2n+1}{3n+2}\right) \frac{\omega^2 r \sin \theta}{\pi k^2 h} \left(\frac{q_l}{A}\right); \quad (28)$$

$$A = \left(\frac{\pi r k}{\omega \sin \theta}\right)^{\frac{1}{2n-1}} \left[ \left(\frac{2n+1}{3n+2}\right) \frac{\omega^3 \sin^2 \theta}{\pi k^2} \right]^{\frac{n}{2n-1}} \left(\frac{h}{q_l}\right)^{\frac{1-n}{2n-1}}. \quad (29)$$

Таким образом, решение уравнений движения для случая течения «степенной» жидкости по внутренней поверхности проницаемой криволинейной насадки произвольной формы методом Слезкина позволило получить аналитические зависимости для определения основных гидродинамических параметров.

На графиках (рис. 2–5) показаны найденные зависимости для определения скорости, толщины плёнки при различных проницаемостях и углах наклона конических насадок.

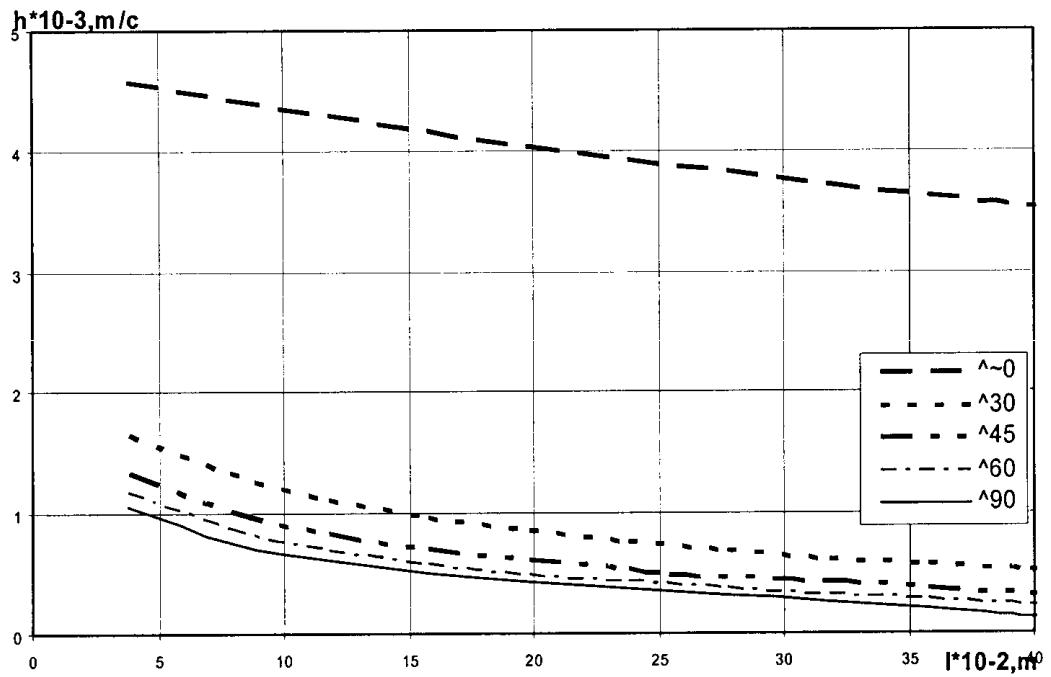


Рис. 2. Распределение толщины пленки жидкости по длине образующей насадки при различных углах наклона конической насадки, ( $k=1,15$ ,  $\omega=100 \text{ л/с}^{-1}$ ,  $n=0,8$ ,  $\rho=900 \text{ кг/м}^3$ ,  $\lambda=10^{-8} \text{ м}$ )

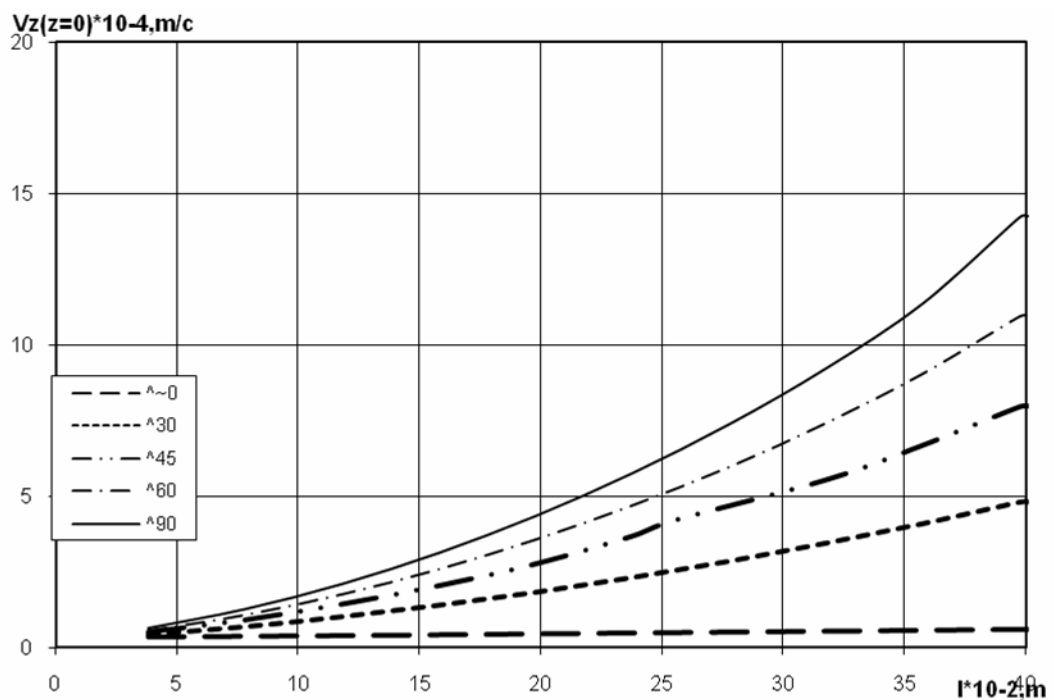


Рис. 3. Распределение меридиональной скорости жидкости по длине образующей насадки при различных углах наклона конической насадки (при  $k=1,15$ ,  $\omega=100 \text{ л/с}^{-1}$ ,  $n=0,8$ ,  $\rho=900 \text{ кг/м}^3$ ,  $\lambda=10^{-8} \text{ м}$ )



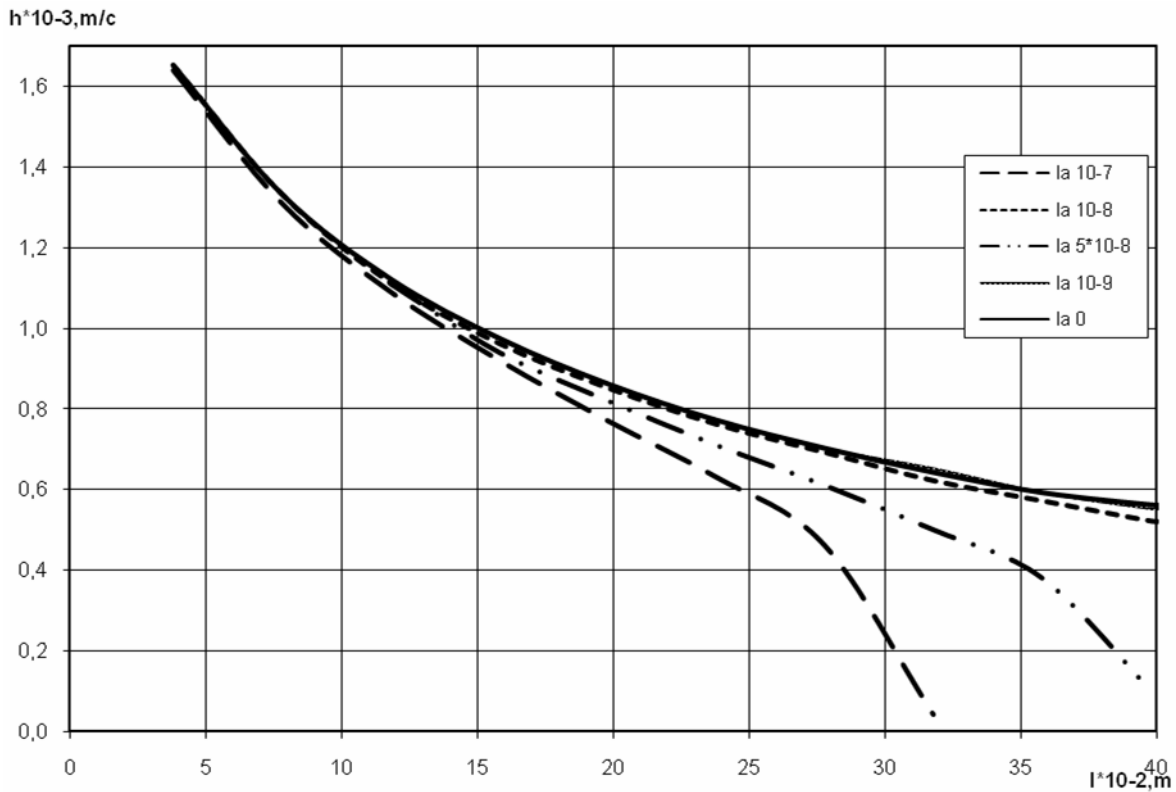


Рис. 4. Распределение толщины пленки жидкости по длине образующей насадки при различных значениях проницаемости конической насадки с углом наклона  $30^0$  (при  $k=1,15$ ,  $\omega=100 \text{ 1/c}^{-1}$ ,  $n=0,8$ ,  $\rho=900 \text{ кг/м}^3$ )

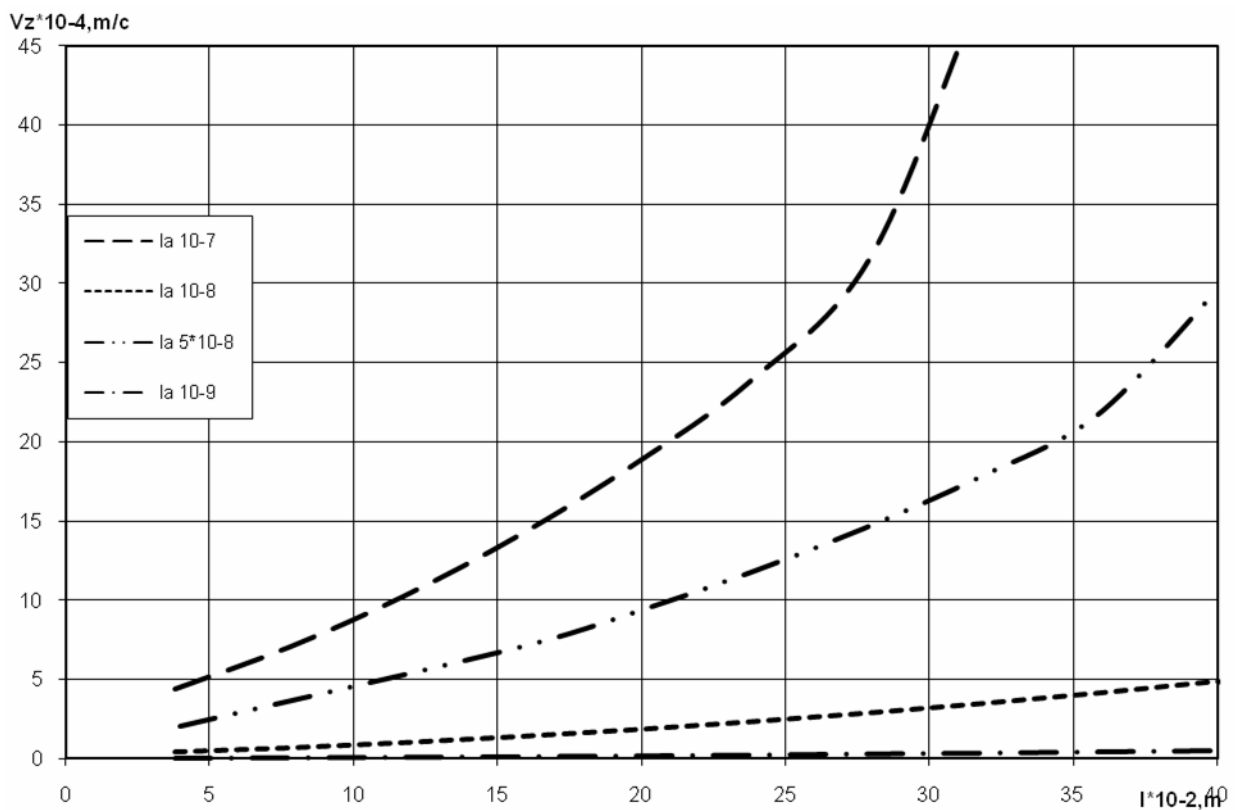


Рис. 5. Распределение меридиональной скорости жидкости по длине образующей насадки при различных значениях проницаемости конической насадки с наклоном  $30^0$  ( $k=1,15$ ,  $\omega=100 \text{ 1/c}^{-1}$ ,  $n=0,8$ ,  $\rho=900 \text{ кг/м}^3$ )

Как видно из графиков, центробежное поле приводит к значительному уменьшению эффективной вязкости степенной жидкости при  $n < 1$ . Это приводит к тому, что увеличивается как скорость фильтрования, так и продольная скорость.

УДК 532.529.5

*И. А. Никулин, А. Б. Голованчиков, А. В. Кузнецов, П. В. Мишта*

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ МЕРИДИОНАЛЬНОЙ, ТАНГЕНЦИАЛЬНОЙ И ОСЕВОЙ СКОРОСТЕЙ ТЕЧЕНИЯ СТЕПЕННОЙ ЖИДКОСТИ ПО ВНУТРЕННЕЙ ПОВЕРХНОСТИ КРИВОЛИНЕЙНОЙ НАСАДКИ И НАСАДКИ С ПРОИЗВОЛЬНЫМ ПРОФИЛЕМ**

Волгоградский государственный технический университет

На основании интегральных кинематических уравнений, получили зависимости профиля скоростей от толщины пленки степенной жидкости на проницаемых параболической насадке и насадке произвольной формы. Разработаны алгоритмы и программы для этих насадок и проведены сравнительные расчеты.

*Ключевые слова:* степенная жидкость, проницаемая поверхность, профиль скорости, мощность.

*I. A. Nikulin, A. B. Golovanchikov, A. V. Kuznetsov, P. V. Mishta*

**THE DETERMINATION OF THE MERIDIAN, TANGENTIAL AND AXIAL FLOW VELOCITY OF THE POWER LAW FLUID OVER THE PACKING INNER SURFACE WITH CONVOLUTED AND ARBITRARY SHAPED PROFILE**

Volgograd State Technical University

On the basis of integral kinematical equation the velocity profile dependence of power law fluid film thickness on the porous parabolical packing and packing of arbitrary form was obtained. The paper also contains the algorithms and programs for these packings, the comparative calculations have been carried out.

*Key words:* power law fluid; porous packing; velocity profile, capacity.

В работе рассматривается ламинарное, безволновое, осесимметричное течение неньютоновской, «степенной» жидкости по внутренней поверхности криволинейной насадки и насадки произвольной формы. Были написаны алгоритмы для расчета профилей скоростей и затраты мощности «степенной» жидкости движущейся по внутренней поверхности криволинейной насадки. На основании алгоритмов написаны программы для получения их численных значений. В статье описывается получения профиля криволинейной насадки набором дуг.

Уравнения движения «степенной» жидкости были записаны в приближении пограничного слоя и получены уравнений для расчета скоростей  $V_l$ ,  $V_\varphi$ ,  $V_z$  в статье [1]. Так же в ней было найдено аналитическое решение уравнений движения, позволившее определить распределение скоростей и давления по толщине пленки «степенной» жидкости, текущей по проницаемой поверхности криволинейной на-

- БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК
1. Смирнов Е. А. Системный анализ и математическое моделирование процесса грануляции на проницаемых криволинейных насадках: Дис. ... Канд.техн. наук: 05.13.01.05.13.18. – Волгоград, 2005. – 108 с.
  2. Слезкин Н.А. Динамика вязкой несжимаемой жидкости.–М.: Гостехиздат, 1955.–519 с.
  3. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. М.: Наука, 1974, 712 с.

садки, и найти зависимость для определения основных гидродинамических параметров процесса течения.

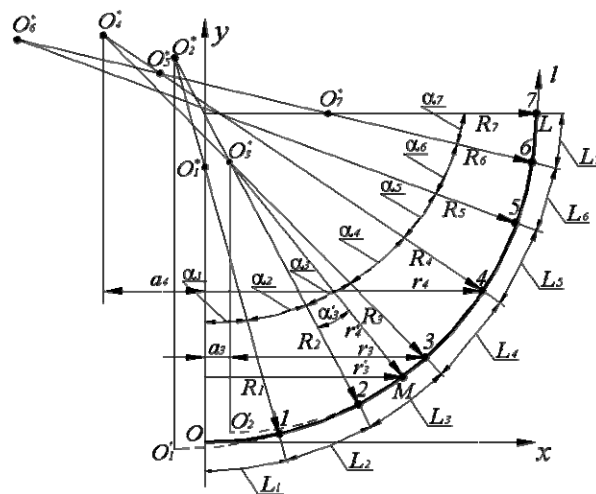


Рис. 1. Параметризация произвольной криволинейной образующей

Вид уравнений движения, записанных в криволинейной системе координат, требует задания в явном виде зависимости  $r=r(l)$ , что для произвольной функции  $y=y(x)$  является весьма сложной задачей (рис. 1). Эту проблему можно решить, если произвольную кривую вида  $y=y(x)$  задать набором дуг окружностей различных радиусов. При этом радиусы соседних дуг, проведенные из точки их стыковки, должны располагаться на одной прямой. Тогда получим аппроксимацию образующей насадки в виде кусочно-гладкой функции.

Для  $i$ -го сегмента справедлива зависимость:

$$\tilde{r}_i = R_i \cdot \sin \frac{l_i}{R_i}, \quad (1)$$

где  $\tilde{r}_i$  – расстояние от точки  $i$ -дуги до вертикального диаметра  $i$ -ой окружности,  $l_i$  – значение меридиональной координаты текущей точки  $i$ -дуги, отмеряемое по  $i$ -дуге от точки ее пересечения со своим вертикальным диаметром,  $R_i$  – радиус кривизны  $i$ -го сегмента.

Радиус вращения любой точки кривой определяется из зависимости:

$$r_i = \tilde{r}_i \pm a_i \quad (2)$$

где  $a_i$  – расстояние от вертикального диаметра  $i$ -дуги до оси вращения  $Oy$ .

Определим значение  $l_3$  для точки  $M$ , принадлежащей дуге третьего сегмента. Как видно из рис. 1,  $l_3(M)$  равно сумме длин дуг  $O_2'-2$  и  $2-M$ , причем только дуга  $2-M$  принадлежит координатной кривой  $Ol$ . Точка  $O_2'$  – это точка пересечения окружности радиуса  $R_3$  с вертикальным диаметром. В этом случае имеют место соотношения:

$$l_{O_2'-1} = \frac{L_1}{R_1} \cdot R_2; \quad (3)$$

$$l_{O_2'-2} = \left( \frac{L_1}{R_1} + \frac{L_2}{R_2} \right) \cdot R_3; \quad (4)$$

$$l_3(M) = \left( \frac{L_1}{R_1} + \frac{L_2}{R_2} \right) \cdot R_3 + \alpha_3^* \cdot R_3. \quad (5)$$

Для точки стыковки  $i$ -й и  $(i+1)$ -й дуг получим:

$$l_{O_{i+1}-i} = R_{i+1} \cdot \sum_{m=1}^i \frac{L_m}{R_m}. \quad (6)$$

В общем случае значение  $l_i$  определяется зависимостью:

$$l_i = R_i \sum_{m=1}^{i-1} \frac{L_m}{R_m} + R_i \sum_{m=1}^j \Delta\alpha_m, \quad (7)$$

тогда 
$$\frac{l_i}{R_i} = \sum_{m=1}^{i-1} \frac{L_m}{R_m} + \sum_{m=1}^j \Delta\alpha_m, \quad (8)$$

где  $\Delta\alpha_m$  – угловая величина элементарного сегмента разбиения  $i$ -го сектора.

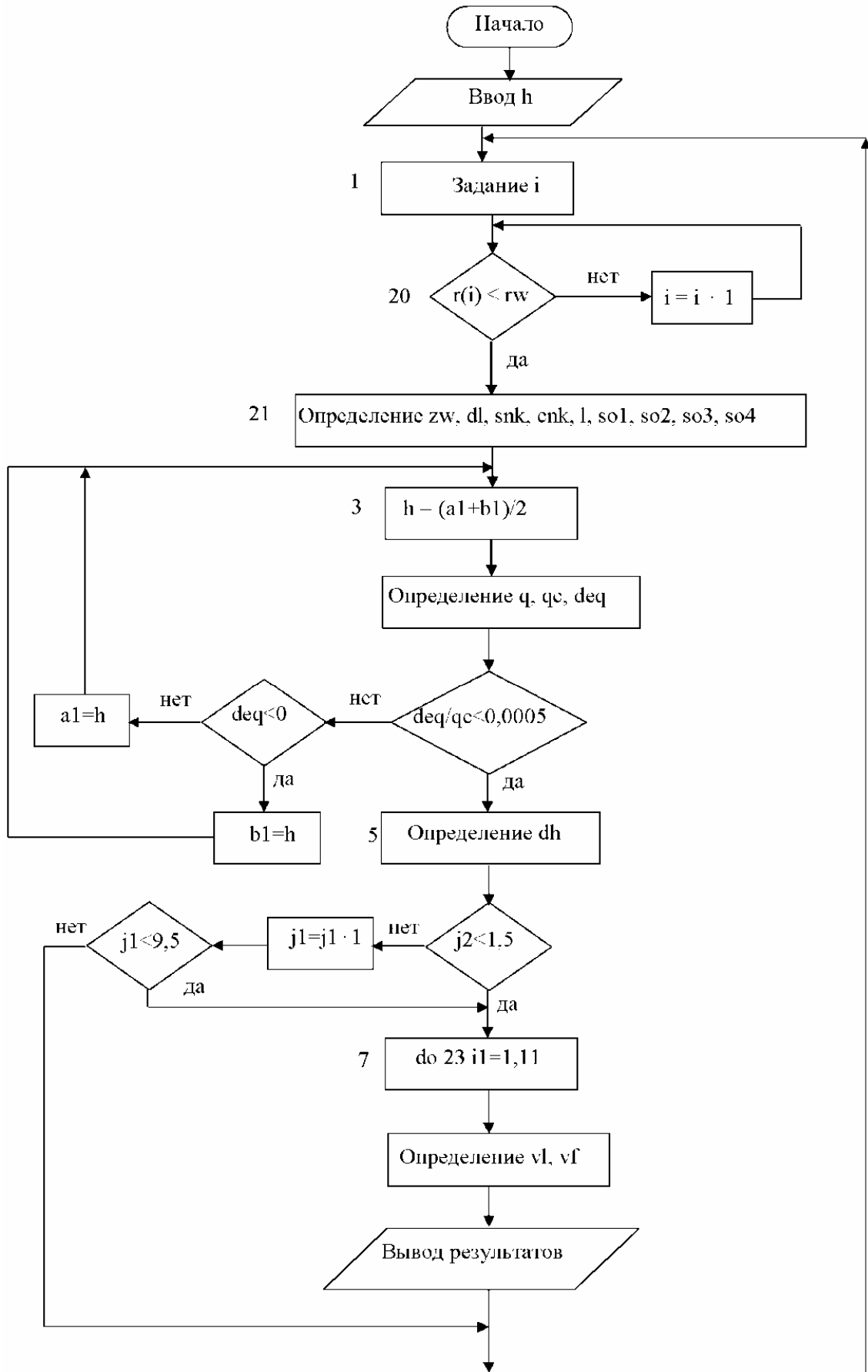
Задание произвольной кривой набором  $k$  дуг окружностей различных радиусов позволяет положение точки  $M$  на координатной кривой определять двумя способами – длиной кривой  $O_2'-2-M$  и длиной кривой  $OM$ , т.е. координатой  $l$  точки  $M$ .

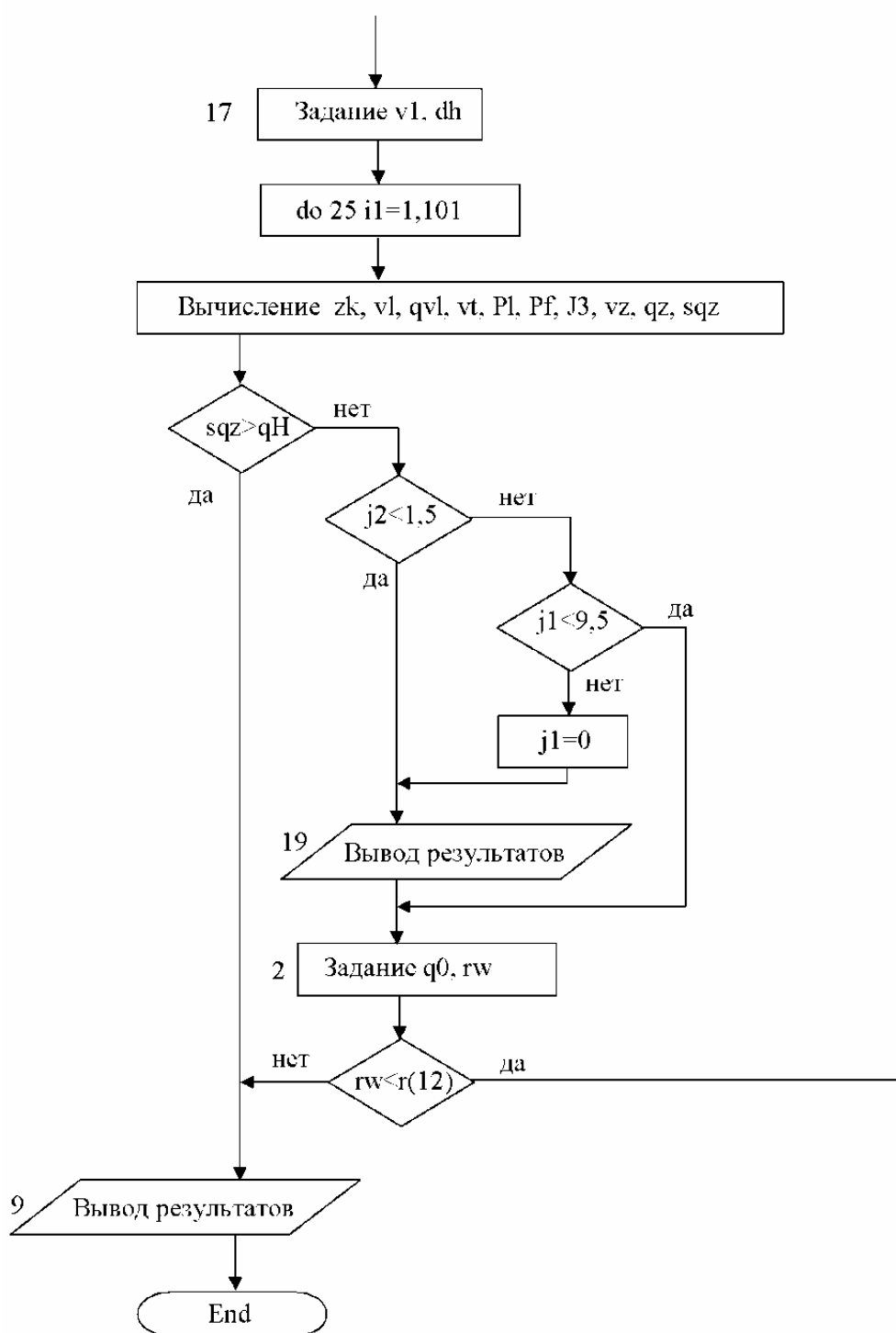
Введем обозначение:  $\frac{l_i}{l} = \vartheta_i$ , тогда

$$l_i = \vartheta_i \cdot l \quad (9)$$

Уравнения скоростей и толщины пленки «степенной» жидкости получены в расчетном виде [1]. На конической насадке теоретические расчеты по этим формулам с достаточной точностью совпадают с экспериментальными данными в работе [2]. Поэтому эти формулы использованы для расчета течения «степенной» жидкости по поверхности насадок параболической и произвольной формы.

Алгоритм расчета для течения жидкости по поверхности насадки произвольной формы приведен ниже:





На графиках (рис. 2–8) показаны найденные зависимости для определения скорости, толщины пленки при различных проницаемостях, а так же при различных значениях индекса те-

чения, по поверхности насадки параболической формы и насадки с произвольным профилем. Так же показан расчетный профиль построения самой насадки.

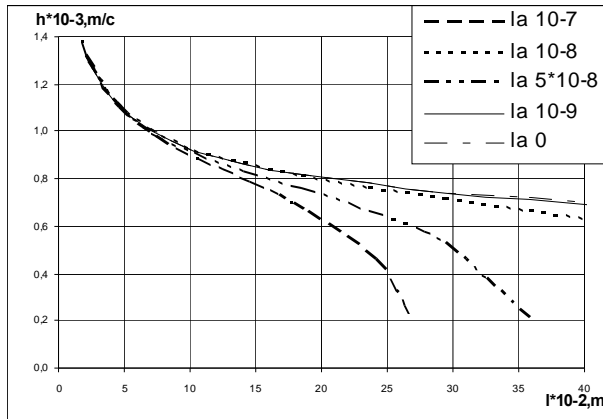


Рис. 2. Распределение толщины пленки жидкости по длине образующей насадки при различных значениях проницаемости насадки параболической формы ( $k=1,15$ ,  $\omega=100 \text{ 1/c}^{-1}$ ,  $n=0,8$ ,  $\rho=900 \text{ кг/м}^3$ )

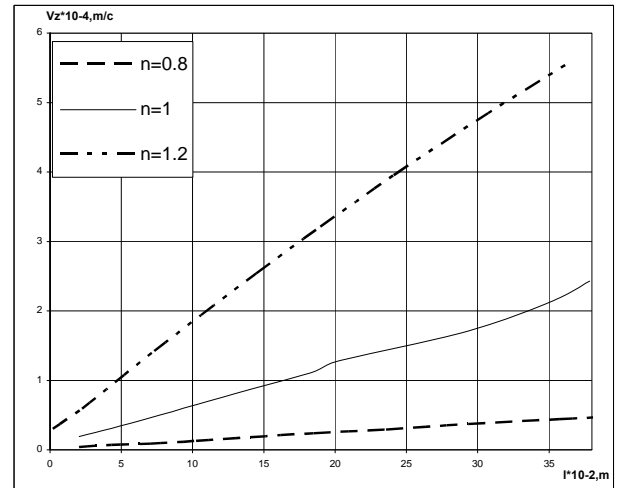


Рис. 5. Распределение меридиональной скорости жидкости по длине образующей насадки параболической формы при различных значениях индексов течения жидкости ( $k=1,15$ ,  $\lambda=10^{-9}$ ,  $\omega=100 \text{ 1/c}^{-1}$ ,  $\rho=900 \text{ кг/м}^3$ )

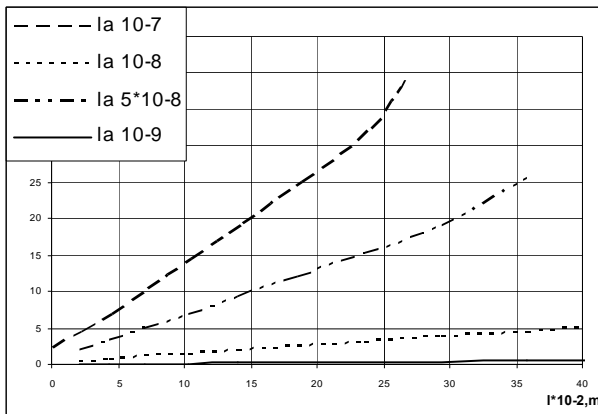


Рис. 3. Распределение меридиональной скорости жидкости по длине образующей насадки при различных значениях проницаемости насадки параболической формы ( $k=1,15$ ,  $\omega=100 \text{ 1/c}^{-1}$ ,  $n=0,8$ ,  $\rho=900 \text{ кг/м}^3$ )

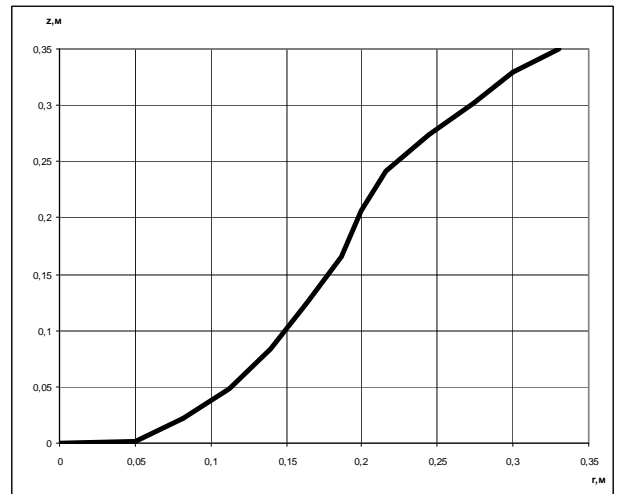


Рис. 6. Вид расчетного профиля насадки произвольной формы

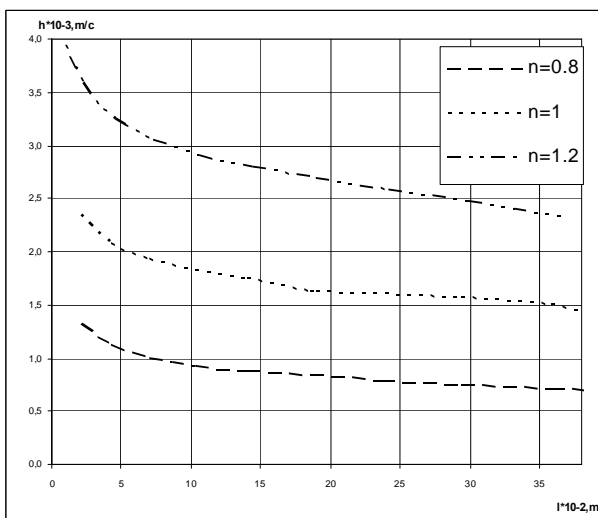


Рис. 4. Распределение толщины пленки жидкости по длине образующей насадки параболической формы при различных значениях индексов течения жидкости (при  $k=1,15$ ,  $\omega=100 \text{ 1/c}^{-1}$ ,  $\lambda=10^{-9}$ ,  $\rho=900 \text{ кг/м}^3$ )

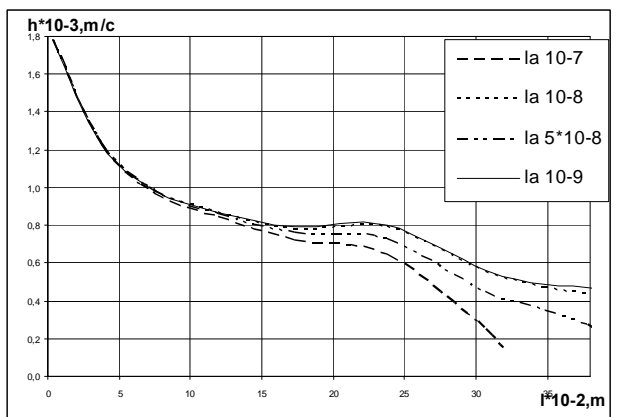


Рис. 7. Распределение толщины пленки жидкости по длине образующей насадки произвольной формы при различных значениях проницаемости насадки ( $k=1,15$ ,  $\omega=100 \text{ 1/c}^{-1}$ ,  $n=0,8$ ,  $\rho=900 \text{ кг/м}^3$ )

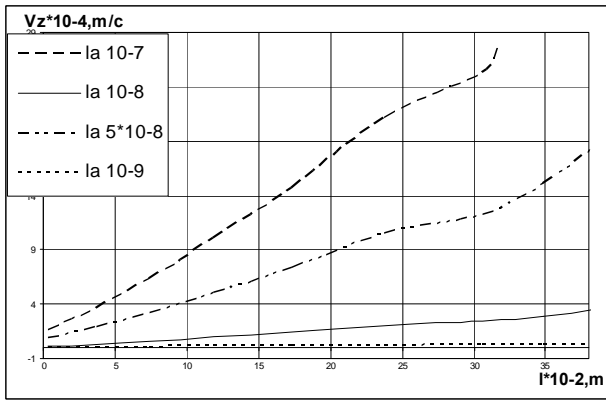


Рис. 8. Распределение меридиональной скорости жидкости по длине образующей насадки произвольной формы при различных значениях проницаемости насадки ( $k=1,15$ ,  $\omega=100 \text{ l/c}^{-1}$ ,  $n=0,8$ ,  $\rho=900 \text{ кг/м}^3$ )

Как видно из графиков для «степенной» жидкости скорость фильтрации на центробежных, пористых насадках произвольной криволинейной формы в значительной степени зависит от эффективной вязкости, а значит и от компонент тензора скорости деформации.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Г.В. Рябчук, И.А. Никулин, А.Б. Голованчиков, Г.А. Попович. Определение основных гидродинамических параметров процесса течения «степенной» жидкости по проницаемой поверхности насадки произвольной формы: Статья-Известие вузов, Волгоград, 2009.
2. Просвилов А.Э. Математическое моделирование и оптимизация процессов грануляции жидкотекучих сред в центробежном поле: Дис. ... канд. техн. наук: 05.13.16.– Волгоград, 1996.–154 с.

УДК 532.546

*Е. А. Мишта, В. А. Балашов, Н. А. Меренцов*

**МЕТОДИКА ОПРЕДЕЛЕНИЯ КОНСТАНТ ФИЛЬТРОВАНИЯ ПРИ РАЗДЕЛЕНИИ СУСПЕНЗИЙ С ПСЕВДОПЛАСТИЧЕСКОЙ ДИСПЕРСИОННОЙ СРЕДОЙ**

Волгоградский государственный технический университет

Предлагается методика экспериментального определения констант фильтрации при моделировании процесса фильтрации при постоянном давлении суспензий с псевдопластической дисперсионной средой и образованием слоя осадка на несжимаемой фильтровальной перегородке.

*Ключевые слова:* фильтрация, константа фильтрации, дисперсионная среда, удельный объем фильтрата.

*E. A. Mishta, V. A. Balashov, N. A. Merentsov*

**THE METHOD OF FILTRATION CONSTANTS DEFINITION UNDER DIVISION OF SUSPENSIONS WITH PSEUDO-PLASTIC DISPERSIVE ENVIRONMENT**

Volgograd State Technical University

It is offered the method of experimental definition of filtration constants with the help of the modeling of filtration process under constant pressure of suspensions with pseudo-plastic dispersive environment and the formation of precipitation layer on incompressible filtering partition.

*Keywords:* filtering, constant of filtering, the dispersive environment, specific volume of a filtrate

В работе [1] получено уравнение для фильтрации суспензий с псевдопластической дисперсионной средой при постоянном давлении с образованием несжимаемого осадка на несжимаемой фильтрующей перегородке.

$$(q + q_s^*)^{\frac{n+1}{n}} = K_{\phi}^* (\tau - \tau_s^*), \quad (1)$$

где 
$$K_{\phi}^* = \frac{n+1}{n} \left( \frac{\Delta P}{K \cdot r \cdot x} \right)^{\frac{1}{n}},$$

$$\tau_s^* = \frac{n}{n+1} \left( \frac{K \cdot r \cdot x}{\Delta P} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot (q_s^*)^{\frac{n+1}{n}} \text{ и}$$

$$q_s^* = \frac{R_{\phi n}^n}{r \cdot x} - \text{константы фильтрации;}$$

$q$  – объем фильтрата, полученного с единицы площади фильтрованной перегородки,  $\tau$  – продолжительность процесса фильтрации,  $\Delta P$  – гидравлическое сопротивление слоя осадка и фильтрующей перегородки,  $K$  и  $n$  – показатель консистенции и индекс течения фильтрата,  $r$  – удельное сопротивление слоя осадка,  $x$  – отношение объемов полученного осадка и фильтрата,  $R_{\phi n}$  – сопротивление фильтрующей перегородки,  $q_s^*$  – эквивалентный

объем фильтрата, при прохождении которого может образоваться слой осадка с сопротивлением равным сопротивлению фильтрационной перегородки.

Уравнение (1) может быть использовано для расчета фильтрования суспензий с псевдопластической дисперсионной средой только в том случае, если будут известны значения констант фильтрования  $K_{\phi}^*$ ,  $\tau_{\phi}^*$  и  $q_{\phi}^*$ . Вследствие сложной зависимости удельного сопротивления осадка  $r$  и сопротивления фильтрующей перегородки  $R_{\phi n}$  от различных гидродинамических и физико-химических факторов значение констант фильтрования могут быть определены только экспериментально. Методика определения констант фильтрования для суспензий с ньютоновской дисперсионной средой достаточно полно и подробно рассмотрена в работе [2], сведений по их определению для суспензий с псевдопластической дисперсионной средой не имеется.

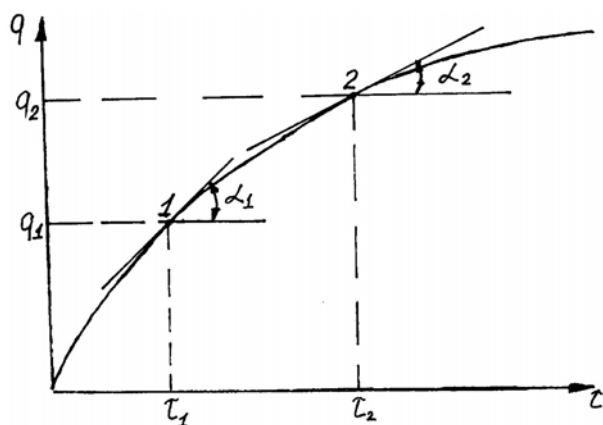
В начальный момент фильтрования, когда  $\tau = 0$  и  $q = 0$ , из уравнения (1) следует, что

$$(q_{\phi}^*)^{\frac{n+1}{n}} = K_{\phi}^* \cdot \tau_{\phi}^*,$$

откуда находим  $K_{\phi}^* = \frac{(q_{\phi}^*)^{\frac{n+1}{n}}}{\tau_{\phi}^*}$  (2)

Подстановка этого значения константы  $K_{\phi}^*$  в уравнение (1) позволяет представить его в безразмерной форме как

$$\left(\frac{q}{q_{\phi}^*} + 1\right)^{\frac{n+1}{n}} = \frac{\tau}{\tau_{\phi}^*} + 1.$$



Зависимость удельного объема фильтрата от продолжительности фильтрования  $q = f(\tau)$

Продифференцировав это уравнение по переменной  $\tau$ , получим следующее выражение

$$\frac{dq}{d\tau} = \frac{q_{\phi}^*}{\tau_{\phi}^*} \cdot \frac{n}{n+1} \cdot \left(\frac{q}{q_{\phi}^*} + 1\right)^{-\frac{1}{n}} \quad (3)$$

Известно [2], что определяемая опытным путем зависимость удельного объема фильтрата от продолжительности фильтрования  $q = f(\tau)$  имеет вид кривой, плавно отклоняющейся от оси ординат, как это показано на рис. 1.

Тангенс угла наклона касательной к этой кривой для произвольной точки определяется, как  $\operatorname{tg}\alpha = \frac{dq}{d\tau}$  и тогда в случае фильтрования суспензий с псевдопластической дисперсионной средой для двух точек этой кривой на основании выражения (3) получаем

$$\operatorname{tg}\alpha_1 = \frac{q_{\phi}^*}{\tau_{\phi}^*} \cdot \frac{n}{n+1} \cdot \left(\frac{q_1}{q_{\phi}^*} + 1\right)^{-\frac{1}{n}} \quad (4)$$

$$\operatorname{tg}\alpha_2 = \frac{q_{\phi}^*}{\tau_{\phi}^*} \cdot \frac{n}{n+1} \cdot \left(\frac{q_2}{q_{\phi}^*} + 1\right)^{-\frac{1}{n}} \quad (5)$$

Поделив эти уравнения почленно можно определить значение удельного объема фильтрата  $q_{\phi}^*$  как

$$q_{\phi}^* = \frac{q_2 - a^n q_1}{a^n - 1},$$

где  $a = \frac{\operatorname{tg}\alpha_1}{\operatorname{tg}\alpha_2}$ .

Значение величины  $a$  и удельных объемов  $q_1$  и  $q_2$  определяются на основании фильтрационной кривой  $q = f(\tau)$ . Зная величину  $q_{\phi}^*$ , можно по одному из уравнений (4) или (5), например, из уравнения (4), определить  $\tau_{\phi}^*$  как

$$\tau_{\phi}^* = \frac{q_{\phi}^*}{\operatorname{tg}\alpha_1} \cdot \frac{n}{n+1} \cdot \left(\frac{q_1}{q_{\phi}^*} + 1\right)^{\frac{1}{n}}$$

Определив значения  $q_{\phi}^*$  и  $\tau_{\phi}^*$ , рассчитывают в соответствии с выражением (2) значение константы  $K_{\phi}^*$ .

Зная численные значения констант фильтрования  $K_{\phi}^*$ ,  $q_{\phi}^*$  и  $\tau_{\phi}^*$  можно с помощью уравнения (1) определять производительность филь-



тра по удельному объему фильтрата при заданном времени процесса фильтрования или продолжительность процесса при заданной производительности фильтра по удельному объему фильтрата при разделении суспензий с псевдопластической дисперсионной средой.

УДК 536.715

*Г. М. Михайлов, В. Г. Михайлов, Л. С. Рева*

### УРАВНЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ТЕМПЕРАТУРОЙ И ДАВЛЕНИЕМ НАСЫЩЕННОГО ПАРА ВЕЩЕСТВ В ЖИДКОМ СОСТОЯНИИ

Волгоградский государственный технический университет

Рассмотрены трехконстантное уравнение зависимости между температурой и давлением насыщенного пара веществ в жидком состоянии и полученные из него уравнение температурной зависимости давления насыщенного пара и уравнение зависимости температуры кипения жидкостей от давления.

Приведены формулы для определения констант уравнений по трем базовым экспериментальным точкам, а также таблица констант уравнений для некоторых простых, неорганических и органических веществ. Приведены также таблицы примеров сопоставления уравнений с экспериментальными данными.

*Ключевые слова:* насыщенный пар, уравнение температурной зависимости, давление, кипение жидкости, органические вещества.

*G. M. Mihajlov, V. G. Mihajlov, L. S. Reva*

### THE EQUATION OF DEPENDENCE BETWEEN TEMPERATURE AND PRESSURE SATED PAIR SUBSTANCES IN THE LIQUID CONDITION

Volgograd State Technical University

The pair and the basic equation of liquid's boiling temperature dependence from pressure are considered the three-constant equation of dependence between temperature and pressure sated pair substances in a liquid condition and received of it the basic equation of temperature dependence of pressure sated.

*Keywords:* sated pairs, the equation of temperature dependence, pressure, boiling of a liquid, organic substances.

Для определения давления насыщенного пара веществ в жидком состоянии в зависимости от температуры Клапейроном было предложено уравнение с использованием критических параметров:

$$\ln \frac{P}{P_{KP}} = -A \left( \frac{T_{KP}}{T} - 1 \right), \quad (1)$$

где  $T_{KP}$  и  $P_{KP}$  – критические температура и давление;  $T$  и  $P$  – текущие значения температуры и давления.

В тоже время основные закономерности газового состояния, такие как законы Авогадро, Бойля-Мариота, Гей-Люсака и объединяющее их уравнение Клапейрона-Менделеева были предложены их авторами при исследованиях вдали от критической температуры и от критического давления.

В действительности оказалось не адекватным не только уравнение (1), но даже не проглядывается сколь-нибудь однообразный характер зависимостей

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Балашов В.А., Мишта Е.А. Ефимов М.В. Уравнение Рутса для разделения суспензий с псевдопластической дисперсионной средой. Публикация в настоящем сборнике трудов.

2. Жужиков В.А. Фильтрование. Теория и практика разделения суспензий. М.: Химия, 1971, 440с.

$$\ln \frac{P}{P_{KP}} = f \left( \frac{T_{KP}}{T} - 1 \right) \quad (2)$$

для различных жидкостей (см. рис. 6.1 в [1]).

Однако непререкаемый авторитет Клапейрона сыграл в данном случае весьма отрицательную роль. Многие ученые модифицировали уравнение (1), усложняя его все новыми членами в течении доброго столетия. При этом полученные уравнения и графические зависимости весьма сложны и неуниверсальны.

По мнению авторов работы [1] наиболее приемлемым является уравнение Фроста и Колкуорфа

$$\ln P = A_T + \frac{B_T}{T} + C_T \ln T + D_T \frac{P}{T^2}, \quad (3)$$

где  $T$  – температура, К;  $P$  – давление насыщенного пара, мм.рт.ст

Вся сложность пользования уравнением (3) заключается в определении их констант. В методике определения этих констант закладывается основное условие

$$P_{KP} = P \text{ при } T = T_{KP}, \quad (4)$$

вытекающее из уравнения (1).

Однако, уравнения типа (3) применимы далеко не для всех жидкостей. Повинны в этом, по-видимому, как само уравнение (3), так и методики определения его констант.

Осознав это обстоятельство, Гарлахер и Браун [1] предложили отказаться от обязательного соблюдения условия (4), а константы уравнения (3) определять формальным регрессионным анализом экспериментальных данных. Эти константы, называемые константами Гарлахера, для более чем 200 жидкостей приводятся в [1].

Однако, уравнение (3) даже с использованием констант Гарлахера не нашло применения в инженерной практике, что вполне объяснимо. Во-первых, оно громоздко и требует итерационного решения. Во-вторых, регрессионный анализ экспериментальных данных по определению 4-х констант, если таковые для данной жидкости в справочной литературе отсутствуют, весьма громоздок и осложнен наличием в правой части уравнения искомой величины  $P$ . В-третьих, для подавляющего большинства жидкостей уравнение (3) коррелирует экспериментальные данные в весьма ограниченном интервале температур. Это усугубляется тем, что сведения о нижних и верхних пределах применимости уравнения для конкретных жидкостей в справочной литературе не приводятся.

Из-за отсутствия надежных уравнений, пригодных для широкого интервала температур, в инженерной практике применяются кусочно-аппроксимирующие уравнения типа [2]

$$\log P = a - \frac{b}{T + c}, \quad (5)$$

где  $a$ ,  $b$ ,  $c$  – константы, определяемые по экспериментальным данным и приводимые в справочной литературе для различных жидкостей с указанием температурных интервалов применимости каждой тройки конкретных констант.

Однако, простота и удобство пользования уравнениями типа (5) являются кажущимися. Например, для сохранения полной информации о температурной зависимости давления насыщенного пара жидкого метана в [2] приводятся значения 11-ти величин, а именно значения трех троек  $a_i, b_i, c_i$  и двух значений температур, разграничивающих интервалы применимости каждой тройки констант.

Особенно неудобно пользоваться уравнениями типа (5) для решения обратной задачи, т. е. для прогнозирования температуры кипения при заданном давлении, поскольку заранее не известно, к какому температурному интервалу должна относиться используемая тройка констант.

Приведенный анализ показывает, по мнению авторов, малую продуктивность подхода к описанию рассматриваемой проблемы с использованием критических параметров, что не позволяет обеспечить ее качественное решение. Это касается описания температурной зависимости не только давления насыщенного пара жидкостей, но и других теплофизических свойств жидкостей на линии насыщения, таких как, например, вязкость.

Авторам настоящей работы удалось установить, что для всех жидких веществ, простых, неорганических и органических, включая сжиженные газы и расплавы твердых веществ, существует такое, близкое к  $P_{KP}$ , значение  $P_M$ , при котором на достаточном отдалении от критической температуры и от температуры плавления соблюдается линейная зависимость\*

$$\frac{1}{\ln \frac{P}{P_M}} = A_P - B_P \theta, \quad (6)$$

где  $\theta = \frac{T_{KP} - T}{T_{KP} - T}$ ,  $A_P$  и  $B_P$  – константы, зависящие только от природы вещества.

Уравнение (6) является уравнением зависимости между температурой и давлением насыщенного пара веществ в жидком состоянии. То обстоятельство, что оно не работает вблизи критической температуры и вблизи температуры плавления, так же естественно, как то, что уравнение газового состояния Клапейрона-Менделеева не работает вблизи линии насыщения и особенно вблизи критической точки.

Отклонения закономерности (6) от экспериментальных данных по мере приближения к критической температуре и к температуре плавления для различных жидкостей различны по величине и по глубине распространения. Однако, эти отклонения редко превышают по абсолютной величине прогнозируемого давления насыщения 10%.

\*  $P$  – давление насыщенного пара;  $T$  – температура, К. Индексы:  $KP$  – критическое;  $ПЛ$  – плавления.

Глубина распространения аномалий (в абсолютном большинстве случаев незначительных) от закономерности (6) практически никогда не превышает со стороны точки плавления 15 % и со стороны критической температуры 45 % от всего температурного интервала жидкого состояния. Поэтому константы уравнение (6) следует определять регрессионным анализом экспериментальных данных в температурном интервале

$$T = [T_{пл} + 0,15(T_{кп} - T_{пл})] \div$$

$$P_M = \exp \frac{\left( \frac{1}{T_{кп} - T_1} - \frac{1}{T_{кп} - T_2} \right) \ln P_1 \ln P_2 + \left( \frac{1}{T_{кп} - T_2} - \frac{1}{T_{кп} - T_3} \right) \ln P_2 \ln P_3 + \left( \frac{1}{T_{кп} - T_3} - \frac{1}{T_{кп} - T_1} \right) \ln P_3 \ln P_1}{\frac{1}{T_{кп} - T_1} (\ln P_2 - \ln P_3) + \frac{1}{T_{кп} - T_2} (\ln P_3 - \ln P_1) + \frac{1}{T_{кп} - T_3} (\ln P_1 - \ln P_3)} \quad (8)$$

$$B_P = \frac{1}{T_{кп}} \cdot \frac{\frac{1}{\ln \frac{P_M}{P_1}} - \frac{1}{\ln \frac{P_M}{P_2}}}{\left( \frac{1}{T_{кп} - T_1} - \frac{1}{T_{кп} - T_2} \right)}, \quad (9)$$

$$A_P = -\frac{1}{\ln \frac{P_M}{P_1}} + B_P \cdot T_{кп} \cdot \frac{1}{T_{кп} - T_1}, \quad (10)$$

где 1,2,3 – номера базовых точек, взятых в интервале (7).

В табл. 1 приводятся значения констант, определенных по формулам (8)÷(10) по экспериментальным данным, приведенным [3].

Из уравнения (6) легко получить уравнение зависимости давления насыщенного пара от температуры

$$P = P_M \exp \frac{1}{A_P - B_P \frac{T_{кп}}{T_{кп} - T}}, \quad (11)$$

и уравнение зависимости температуры кипения от давления

$$T = T_{кп} \left( 1 - \frac{B_P}{A_P + \frac{1}{\ln \frac{P_M}{P}}} \right). \quad (12)$$

$$\div [T_{кп} - 0,45(T_{кп} - T_{пл})], \quad (7)$$

где  $T_{пл}$  – температура плавления.

Приводимые в справочной литературе экспериментальные данные по давлению насыщенного пара жидкостей в абсолютном большинстве случаев отличаются высокой точностью.

Это позволяет определять значения констант уравнения (6) с достаточной точностью по трем базовым точкам в интервале (7) по формулам

В табл. 2 приводятся примеры сопоставления уравнения (11) с экспериментальными данными, приведенными в [3].

В табл. 3 приводятся примеры сопоставления уравнения (12) с экспериментальными данными, приведенными в [3].

Авторы утверждают, что те экспериментальные данные, согласно которым не соблюдается линейность уравнения (6) в температурном интервале (7) ни при каком значении  $P_M$ , являются недоброкачественными. Например, в [4] со ссылкой на [5] приводится таблица экспериментальных данных для ртути. Единственно для этой таблицы из ста (с небольшим) приведенных в [4] не соблюдается линейность уравнения (6) в температурном интервале (7) ни при каком значении  $P_M$ . И, действительно, сопоставление этой таблицы с более надежными экспериментальными данными, приведенными на страницах 725÷727 в [2], показывает значительную ее недоброкачественность. Поэтому значения констант для ртути в таблице 1, определялись по экспериментальным данным, приведенным в [2].

В табл. 4 приводятся сопоставление уравнения (11) с экспериментальными данными [2] и также сопоставление экспериментальных данных, приведенных в [4], с приведенными в [2].

Значения констант уравнений, определенные по базовым точкам

Химическая формула	Наименование	$T_{кр}, K$	$P_{кр}, бар$	$T_{пл}, K$	$A_p$	$B_p$	$P_m$
1	2	3	4	5	6	7	8
Одноатомные вещества							
Ar	Аргон	150,86	48,98	83,78	0,192777	0,191777	46,3202
Cs	Цезий	2050	117	301,6	0,257497	0,253095	115,728
Hg	Ртуть	1763	1510	239,23	0,272351	0,266349	1148,74
Kr	Криптон	209,4	54,9	115,76	0,193205	0,192664	52,0961
Li	Литий	3800	970	453,7	0,216731	0,214956	586,709
Na	Натрий	2500	370	371	0,215600	0,213220	257,520
Ne	Неон	44,4	26,54	24,5	0,189480	0,195205	25,2924
Rb	Рубидий	2100	160	312,7	0,242414	0,240482	148,744
Xe	Ксенон	289,7	58,3	161,3	0,193107	0,191002	55,2622
Простые вещества							
H <sub>2</sub>	Водород	33,23	13,06	13,937	0,214094	0,238499	12,1184
F <sub>2</sub>	Фтор	144	53,2	53	0,174721	0,174722	53,1278
N <sub>2</sub>	Азот	126,25	33,96	63,15	0,192560	0,186544	32,1400
O <sub>2</sub>	Кислород	154,77	50,9	54,35	0,202273	0,193630	46,2561
Cl <sub>2</sub>	Хлор	417,16	77,1	172,66	0,198614	0,185479	70,3138
Неорганические вещества							
H <sub>2</sub> O	Вода	647,28	221,2	273,16	0,158938	0,147090	204,672
CO	Оксид углерода	133,16	34,98	68,16	0,199751	0,188495	32,8573
NH <sub>3</sub>	Аммиак	405,56	112,9	135,46	0,169347	0,157101	105,275
Алканы							
C <sub>2</sub> H <sub>6</sub>	Этан	305,5	49,13	89,88	0,189828	0,179431	45,2184
C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	Бутан	425,97	37,96	134,83	0,177810	0,164928	35,7924
C <sub>4</sub> H <sub>10</sub>	Изобутан	408,14	36,47	113,56	0,225102	0,191287	26,9787
C <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	Пентан	469,78	33,74	143,49	0,175750	0,160220	30,7786
C <sub>5</sub> H <sub>12</sub>	Изопентан	460,96	33,33	113,26	0,179167	0,163609	30,9943
C <sub>6</sub> H <sub>14</sub>	Гексан	507,86	30,31	177,84	0,170412	0,153963	28,1662
C <sub>7</sub> H <sub>16</sub>	Гептан	540,17	27,36	182,57	0,165527	0,148348	25,5578
C <sub>8</sub> H <sub>18</sub>	Октан	569,36	24,96	216,38	0,162037	0,143936	23,3094
C <sub>8</sub> H <sub>18</sub>	Изооктан	544,26	25,83	165,78	0,169796	0,153414	23,9686
C <sub>9</sub> H <sub>20</sub>	Нонан	595,16	22,88	219,16	0,15915	0,140026	21,4431
C <sub>10</sub> H <sub>22</sub>	Декан	619,16	21,17	243,51	0,156414	0,136516	19,9842
C <sub>11</sub> H <sub>24</sub>	Ундекан	640,16	19,45	247,58	0,153928	0,133298	18,4776
C <sub>12</sub> H <sub>26</sub>	Додекан	659,16	18,13	263,61	0,151521	0,130085	17,1299
C <sub>19</sub> H <sub>28</sub>	Тридекан	677,16	17,2	267,79	0,149218	0,127404	15,9614
C <sub>14</sub> H <sub>30</sub>	Тетрадекан	695,16	16,2	279,01	0,14833	0,125599	15,0951
C <sub>15</sub> H <sub>32</sub>	Пентадекан	710,16	15,2	283,11	0,146225	0,123052	14,0157
C <sub>16</sub> H <sub>34</sub>	Гексадекан	725,16	14,2	291,96	0,147342	0,121952	13,2834
C <sub>17</sub> H <sub>36</sub>	Гептадекан	735,16	13,2	295,16	0,142400	0,118234	12,1101
C <sub>18</sub> H <sub>38</sub>	Октадекан	750,16	13,2	301,36	0,142225	0,117202	11,6819
C <sub>19</sub> H <sub>40</sub>	Нонадекан	760,16	12,2	305,36	0,140832	0,115155	10,7843
C <sub>20</sub> H <sub>42</sub>	Эйкозан	775,16	11,1	310,06	0,143994	0,115959	10,2851

Продолжение табл.1

1	2	3	4	5	6	7	8
Ароматические углеводороды							
C <sub>6</sub> H <sub>6</sub>	Бензол	562,61	49,2	278,69	0,180098	0,164406	46,3118
C <sub>7</sub> H <sub>8</sub>	Толуол	593,96	40,5	178,17	0,15180	0,159144	38,6654
C <sub>8</sub> H <sub>10</sub>	о-Ксилол	631,6	38,08	247,98	0,168460	0,152607	35,1898
C <sub>8</sub> H <sub>10</sub>	μ-Ксилол	619,16	36,5	225,29	0,166837	0,151119	33,6848
C <sub>8</sub> H <sub>10</sub>	п-Ксилол	618,16	36,7	286,42	0,167831	0,151973	33,1253
C <sub>8</sub> H <sub>10</sub>	Этилбензол	619,16	37,5	178,185	0,170331	0,153905	34,3389
C <sub>9</sub> H <sub>12</sub>	Изопропилбензол (кумол)	636,16	31,4	177,125	0,172361	0,154062	30,251
Галоидопроизводные углеводородов							
CH <sub>3</sub> Cl	Хлористый метил	416,26	66,72	175,56	0,18536	0,172218	60,7502
CHF <sub>2</sub> Cl	Дифторхлорметан	369,16	49,86	113,16	0,177857	0,162875	46,3788
CHFC1 <sub>2</sub>	Фтордихлорметан	451,36	51,81	138,16	0,171667	0,159871	51,4719
CF <sub>3</sub> Cl	Трифторхлорметан	302,29	39,0	93,16	0,166281	0,159671	40,9357
CF <sub>2</sub> Cl <sub>2</sub>	Дифтордихлорметан	384,96	48,32	118,16	0,186918	0,170604	37,8944
CCl <sub>4</sub>	Четыреххлористый угле- род	556,36	45,6	250,36	0,184241	0,167846	41,9587
C <sub>2</sub> H <sub>3</sub> F <sub>2</sub> Cl	Дифторхлорэтан	409,96	41,5	142,36	0,174959	0,160807	37,7710
C <sub>2</sub> F <sub>4</sub> Cl <sub>2</sub>	Тетрафтор- дихлорэтан	418,96	32,7	179,16	0,164820	0,153219	33,1927
C <sub>2</sub> F <sub>3</sub> Cl <sub>3</sub>	Трифтор-рихлорэтан	487,26	34,12,	236,56	0,173065	0,157932	32,1372
C <sub>4</sub> F <sub>8</sub>	Октафтор циклобутан	388,16	27,83	232,96	0,165853	0,187521	26,1954
C <sub>6</sub> H <sub>3</sub> Cl	Хлорбензол	637,36	45,2	227,96	0,173631	0,158697	42,1906
Нафтыны							
C <sub>5</sub> H <sub>10</sub>	Циклопентан	511,76	45,13	179,28	0,183535	0,187920	40,8728
C <sub>6</sub> H <sub>12</sub>	Метилциклопентан	532,77	37,84	130,705	0,177954	0,162179	35,0728
C <sub>6</sub> H <sub>12</sub>	Циклогексан	553,06	40,3	279,714	0,181423	0,164931	37,6602
C <sub>7</sub> H <sub>14</sub>	Этилциклопентан	569,46	37,96	134,694	0,174770	0,158118	30,9737
C <sub>7</sub> H <sub>14</sub>	1,1-Диметил- циклопентан	550,16	35,46	203,365	0,177862	0,161255	31,4253
C <sub>7</sub> H <sub>14</sub>	Метилциклогексан	572,26	34,7	146,567	0,177500	0,161571	32,2179
Олефины							
C <sub>3</sub> H <sub>6</sub>	Пропилен	365,06	46	87,91	0,185100	0,172675	43,3122
C <sub>4</sub> H <sub>8</sub>	Бутен-1	419,56	40,2	87,81	0,176289	0,164041	38,6702
C <sub>4</sub> H <sub>8</sub>	цис-Бутен-2	428,16	41,5	134,25	0,173063	0,159705	35,4513
C <sub>4</sub> H <sub>8</sub>	транс-Бутен-2	428,16	41,5	167,61	0,178936	0,163852	36,8527
C <sub>4</sub> H <sub>8</sub>	Изобутилен	417,89	39,69	132,81	0,180204	0,166908	36,1671
C <sub>5</sub> H <sub>10</sub>	Пентен-1	474,16	494	107,94	0,180104	0,165220	37,0034
Эфиры							
C <sub>4</sub> H <sub>8</sub> O <sub>2</sub>	Этилацетат	523,26	38,5	190,56	0,158064	0,143041	38,5131
C <sub>4</sub> H <sub>10</sub> O	Диэтиловый спирт	466,96	36,1	155,86	0,187064	0,163527	30,9068
Прочие							
C <sub>3</sub> H <sub>6</sub> O	Ацетон	508,16	47,01	179,96	0,160635	0,149264	44,8822
C <sub>2</sub> H <sub>4</sub> O <sub>2</sub>	Уксусная кислота	594,76	57,9	289,86	0,139411	0,132706	56,1625

Примеры сопоставления уравнения (11) с экспериментальными данными [3]

Аргон				Вода				Бензол			
T, К	P, бар	P <sub>p</sub> , бар	δ, %	t°, C	P, бар	P <sub>p</sub> , бар	δ, %	T, К	P, бар	P <sub>p</sub> , бар	δ, %
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
83,78	0,6875	0,699877	1,79	0	0,006108	0,0058314	-4,53	280	0,0530	0,05191	-2,06
87,24	1,01325	1,018627	0,63	14	0,015974	0,015568	-2,34	290	0,0877	0,08664	-3,20
92	1,622	1,629602	0,47	30	0,042417	0,0419068	-1,20	310	0,215	0,21458	-0,19
97	2,537	2,53918	0,09	44	0,090998	0,090468	-0,56	340	0,662	0,6620	0,00
100	3,243	3,2430	0,00	60	0,19939	0,198803	-0,29	350	0,917	0,91678	-0,02
102	3,787	3,77868	0,00	74	0,36963	0,369409	-0,06	360	1,243	1,2433	0,03
105	4,727	4,7253	-0,04	90	0,70108	0,701028	-0,01	370	1,654	1,6545	0,03
107	5,440	5,4390	-0,02	100	1,01325	1,01325	0,00	380	2,164	2,1639	0,00
110	6,652	6,6520	0,00	115	1,6905	1,69055	0,00	390	2,786	2,7860	0,00
112	7,562	7,5617	0,00	130	2,7012	2,70118	0,00	400	3,536	3,5356	-0,01
115	9,088	9,0879	0,00	140	3,6136	3,61361	0,00	410	4,428	4,4281	0,00
117	10,22	10,219	-0,01	150	4,7597	4,75977	0,00	420	5,479	5,479	0,00
120	12,11	12,096	-0,12	160	6,1804	6,18036	0,00	430	6,704	6,7039	0,00
125	15,78	15,731	-0,31	170	7,9202	7,9195	0,01	440	8,121	8,1185	-0,03
130	20,20	20,049	-0,75	180	10,027	10,0245	-0,02	460	11,60	11,578	-0,19
135	25,45	25,093	-1,40	190	12,552	12,5456	-0,09	480	16,06	15,976	-0,52
140	31,64	30,905	-2,32	230	27,997	27,8856	-0,40	500	21,66	21,424	-1,09
142	34,41	33,452	-2,78	270	55,051	54,4745	-1,05	520	28,62	28,024	-2,08
147	42,14	40,392	-4,15	330	128,65	124,109	-3,53	540	37,19	35,863	-3,57
150,85	48,98	46,272	-5,53	374,12	221,15	204,672	-7,45	562,6	49,24	46,308	-5,96

Таблица 3

## Примеры сопоставления уравнения (12) с экспериментальными данными [3]

Криптон				Октан				Циклопентан			
P, бар	T, К	T <sub>p</sub> , К	δ, %	P, бар	t°, С	t° <sub>p</sub> , С	δ, %	P, бар	t°, С	t° <sub>p</sub> , С	δ, %
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
0,7292	115,76	115,509	-0,251	1,8132·10 <sup>-3</sup>	-10	-9,948	0,052	4,2663·10 <sup>-4</sup>	-80	-78,832	1,168
0,8785	118	117,799	-0,201	3,8130·10 <sup>-3</sup>	0	0,014	0,014	1,0932·10 <sup>-3</sup>	-70	-69,952	0,048
1,202	122	121,870	-0,130	7,5060·10 <sup>-3</sup>	10	9,998	-0,002	2,7998·10 <sup>-3</sup>	-60	-59,966	0,034
1,610	126	125,929	-0,071	1,3946·10 <sup>-2</sup>	20	20,002	0,002	1,3652·10 <sup>-2</sup>	-40	39,986	0,024
2,114	130	129,968	-0,032	2,4598·10 <sup>-2</sup>	30	30,000	0,000	2,6758·10 <sup>-2</sup>	-30	-30,001	0,001
2,728	134	135,994	0-0,006	4,146310 <sup>-2</sup>	40	40,001	0,001	4,919610 <sup>-2</sup>	-20	-20,013	-0,013
3,465	138	138,006	0,006	6,714110 <sup>-2</sup>	50	50,004	0,004	8,559310 <sup>-2</sup>	-10	-10,021	-0,021
4,339	142	142,009	0,009	0,10488	60	60,002	0,002	0,14199	0	-0,017	-0,017
5,364	146	146,004	0,004	0,15869	70	70,000	0,000	0,22585	10	9,992	-0,008
6,556	150	150,000	0,000	0,23337	80	80,003	0,003	0,3461	20	20,000	0,000
7,928	154	159,993	-0,007	0,33443	90	90,002	0,002	0,51329	30	30,012	0,012
9,497	158	157,992	-0,008	0,46825	100	100,001	0,001	0,73954	40	40,033	0,033
12,25	164	164,000	0,000	0,64195	110	110,000	0,000	1,038	50	50,055	0,055
14,38	168	168,027	0,027	0,86340	120	120,000	0,000	1,419	60	59,982	-0,010
16,76	172	172,064	0,064	1,1408	130	129,99	-0,01	1,905	70	70,00	0,004
19,42	176	176,197	0,197	2,406	160	159,989	-0,011	3,252	90	90,08	0,086
25,62	184	184,351	0,351	5,488	200	199,970	-0,030	6,465	120	120,203	0,203
37,45	196	196,946	0,946	10,92	240	240,809	0,609	13,93	160	161,368	1,358
47,31	204	205,603	1,603	19,97	280	283,538	3,538	26,59	200	204,356	4,356
54,97	209,4	211,58	2,18	24,96	296,2	301,547	5,347	45,13	238,6	247,272	8,672

Сопоставление уравнения (11) с экспериментальными данными для ртути

t	P, бар [2]	P*, бар [3]	P <sub>p</sub> , бар	δ, %	$\frac{P^* - P}{P} 100\%$
1	2	3	4	5	6
-30	$8,9273 \cdot 10^{-9}$		$1,97730 \cdot 10^{-9}$	-82,3	
0	$2,500 \cdot 10^{-7}$	$2,728 \cdot 10^{-7}$	$8,33482 \cdot 10^{-8}$	-67,1	7,83
50	$1,6959 \cdot 10^{-5}$	$1,786 \cdot 10^{-5}$	$9,64939 \cdot 10^{-6}$	-43,1	5,31
100	$3,6170 \cdot 10^{-4}$	$3,745 \cdot 10^{-4}$	$2,69664 \cdot 10^{-4}$	-25,4	3,54
150	$3,6904 \cdot 10^{-3}$	$3,778 \cdot 10^{-7}$	$3,16811 \cdot 10^{-3}$	-14,2	2,37
200	$2,2825 \cdot 10^{-2}$	$2,315 \cdot 10^{-2}$	$2,11066 \cdot 10^{-2}$	-7,53	1,42
250	$9,8819 \cdot 10^{-2}$	$9,958 \cdot 10^{-2}$	$9,50539 \cdot 10^{-2}$	-3,81	0,78
300	0,32871	0,33015	0,323002	-1,74	0,44
350	0,88638	0,89896	0,890274	-0,68	0,29
400	2,09135	2,1024	2,09135	0,00	0,53
420	2,83609	2,852	2,83736	0,04	0,56
440	3,78246	3,801	3,78045	-0,05	0,49
460	4,95378	4,986	4,95442	0,01	0,65
480	6,39361	6,446	6,39535	0,03	0,82
500	8,14146	8,222	8,14135	-0,01	0,99
520	10,2136	10,358	10,2322	0,18	1,41
540	12,6758	12,901	12,7091	0,26	1,78
560	15,6142	15,899	15,6142	0,00	1,82
580	19,0390	19,403	18,9903	-0,26	1,91
600	22,8792	23,46	27,8867	0,01	2,54
620	27,3274	28,14	27,3285	0,00	2,97
640	32,3835	33,47	32,3788	-0,02	3,36
660	38,0678	39,53	38,0679	0,00	3,84
675	42,7693		42,7831	0,03	

## Выводы

1. Для любых веществ, простых, неорганических и органических, существует такое, близкое в  $P_{кр}$ , значение  $P_M$ , при котором в температурном интервале (7) соблюдается линейность зависимости (6).

2. Из уравнения (6) следует уравнение (11) для прогнозирования температуры кипения в зависимости от давления.

3. Из уравнения (6) следует уравнение (12) для прогнозирования давления насыщенного пара в зависимости от температуры.

4. Константы, входящие в уравнения (6), (11) и (12), с высокой точностью можно определять по трем экспериментальным базовым точкам по уравнениям (8) ÷ (10).

5. Для 75 простых, неорганических и органических веществ можно пользоваться константами уравнений, определенными по трем базовым экспериментальным точкам и приводимыми в табл. 1.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Рид Р. Свойства газов и жидкостей / Р.Рид, Дж. Праусниц, Т. Шервуд. 3-е изд. перераб. и доп. Л.: Химия, 1982. 591 с.
2. Общие сведения: Строение вещества: Свойства важнейших веществ: Лабораторная техника: Справочник химика. Т. 1/ Под ред. Б.П. Никольского. 3-е изд., испр. Л.: Химия, 1971. 1071 с.
3. Варгафтик Н.Б. Справочник по теплофизическим свойствам газов и жидкостей. 2-е изд., перераб. и доп. М.: Наука. 1972. 720 с.
4. Вукалович М.П. Теплофизические свойства ртути. / М.П. Вукалович, Р.В. Фокин. Изд-во стандартов. 1972.



УДК 628.3

*Н. В. Шибитова, Н. С. Шибитов*

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ОТПАРКИ МЕТАНОЛА ИЗ ШЛАМОВЫХ СТОЧНЫХ ВОД**

**Волгоградский государственный технический университет**

В статье изложены основные принципы физического моделирования процесса ступенчатой обработки производственного шламового стока, загрязненного органикой, водяным паром или инертными газами. Описана конструкция двухступенчатого аппарата, в нижней части которого расположены контактные устройства, позволяющие вводить свежий пар на каждую ступень, в верхней части аппарата пары органики концентрируются до 99,9 % масс. Приведены результаты технологического расчета данной схемы, выполненные с помощью программы PRO-II SIMSCI.

*Ключевые слова:* физическое моделирование, технологический расчет, промышленный сток.

*N. V. Shibitova, N. S. Shibitov*

**MODELLING OF PROCESS EVAPORATION METHANOL FROM SLUDGE SEWAGE**

**Volgograd State Technical University**

In article main principles of physical modelling of process of step processing industrial of sludges drains polluted with organic chemistry, water the ferry or are stated to inert gases. The design of the two-level apparatus in which bottom part the contact devices are located is described, allowing to enter fresh pairs on each step, in the top part of the device of pair organic chemistry concentrate up to 99,9 % of weights. Results of technological calculation of the given scheme, programs PRO-II SIMSCI executed with the help are given.

*Keywords:* physical modeling, technological calculation, industrial drains.

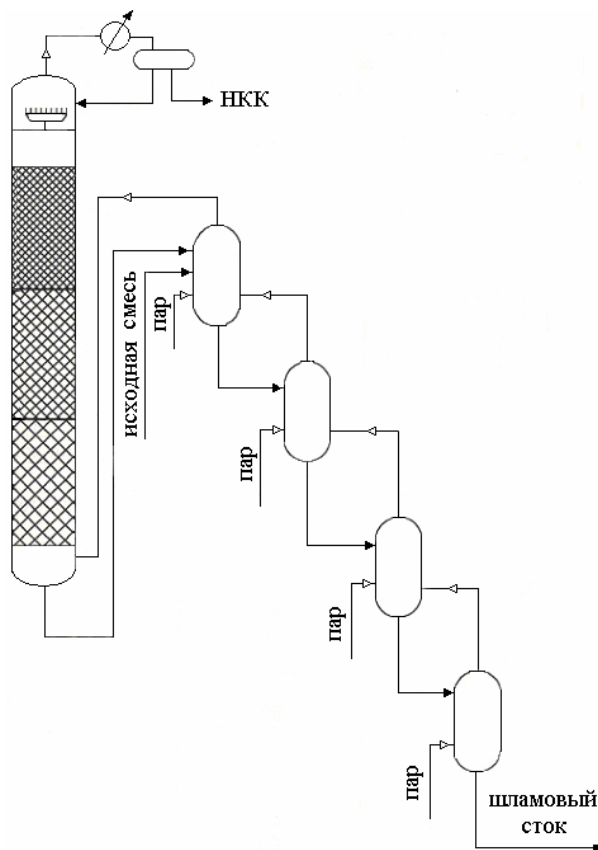
В основу моделирования массообменного аппарата для отпарки метанола из шламовых сточных вод положены результаты теоретических и экспериментальных исследований [1–4], [7], а также использование пакета программ PRO-II SIMSCI [5, 6], предназначенного для проведения технологических расчетов отдельных аппаратов и целых технологических схем.

В разработанной конструкции массообменного аппарата исходный шламовый сток подается на верхнюю вихревую тарелку, в которую вводится “острый” пар. При контакте пара с исходной смесью происходит массообмен, в результате пар обогащается метанолом, а обедненная смесь стекает на ниже расположенную тарелку, где снова контактирует со свежим паром. В результате из куба аппарата выходит очищенный от метанола шламовый сток, а пары со всех ступеней поднимаются в укрепляющую часть колонны, где концентрация метанола возрастает до 99 % масс.

Для выполнения конструктивного расчета аппарата необходимо знать все потоки пара и жидкости. Эти потоки определяются из технологического расчета процессов десорбции и ректификации в соответствии с заданной нагрузкой по исходной смеси и концентрациями компонентов в начальном растворе, в дистилляте и кубовой жидкости.

На рисунке приведена расчетная схема описанного процесса, которая в полной мере моде-

лирует реальный процесс ступенчатого контакта свежего греющего пара со стекающей жидкой смесью.



Расчетная схема при моделировании реальных условий работы массообменного аппарата

В таблице представлены результаты технологического расчета массообменного аппарата в соответствии с расчетной схемой (рис. 1), выполненные с использованием пакета программ PRO-II, с внесенными дополнениями в программу, которые учитывают особенности данного процесса.

**Результаты технологического расчета массообменного аппарата**

	Количество, кг/час	Концентрация, % масс.			Температура, °С	Давление, мм. рт.ст.
		Метанол	Взвеш. част.	Вода		
Исходная смесь	5800	23,0	30,0	47,0	100	760
Дистиллят	1329,3	99,9	–	0,1	63,7	735
Кубовая жидкость	7197,85	0,075	24,174	75,751	101,3	760
Пар греющий	2725,98				120	1489,33
Флегма	9378				63,7	735

Данная схема расчета позволяет моделировать реальные процессы (ректификация, отпарка), в которых раствор ступенчато обрабатывается свежим паром или инертным газом.

Конструкция отпарной колонны была внедрена авторами на ВОАО «Химпром» и показала высокую эффективность работы даже с сильно загрязненными средами.

**БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК:**

1. Шибитов Н. С., Тябин Н. В., Шибитова Н. В. Очистка сточных вод от метанола. Процессы и оборудование экологических производств. Сборник трудов IV традиционной научно-технической конференции стран СНГ. – В., Волгоградский дом науки и техники, 1998. 274 с.
2. Олевский В. М., Ручинский В. Р. Пленочная тепло- и массообменная аппаратура. – М., «Химия», 1988. 240 с.
3. Шиллер Л. Движение жидкости в трубах. – М.: ОНТИ, 1936. 412 с.
4. Сиов Б. Н. Истечение жидкости через насадки. – М.: Машиностроение, 1968. 140 с.
5. Renon H. and Prausnitz J. M. Local Composition in Thermodynamic Excess Functions for Liquid Mixtures, *AIChE J.*, 14, 135144, 1968.
6. Harris R. E. *Chem. Eng. Prog.*, 68(10), 57, 1972.
7. Патент РФ №2033848 В01Д53/18. Распределительное устройство для массообменных аппаратов. / Житина Н. В., Тябин Н. В., Дегтяренко В. Ф. и др. Бюл. №12, 1995.

УДК 628.3

*Н. С. Шибитов\**, *Н. В. Шибитова\**, *Н. В. Воронович\*\**

**ПРОМЫШЛЕННЫЕ ИСПЫТАНИЯ ДЕКАНТЕРНОЙ УСТАНОВКИ ФИРМЫ «ФЛОТТВЕГ» НА ШЛАМОВЫХ СТОЧНЫХ ВОДАХ ОАО «ХИМПРОМ» (г. Волгоград)**

\* Волгоградский государственный технический университет

\*\* ВОАО «Химпром»

В статье анализируется работа существующей схемы очистки производственных стоков ОАО «Химпром» (г. Волгоград) и обосновывается выбор современного оборудования для обезвоживания шлама. Приведены результаты опытно-промышленных испытаний центрифуги фирмы «Флоттвег» на сточных водах предприятия. С целью повышения эффективности работы данного оборудования проведен предварительный подбор флокулянтов. При использовании стоков различной концентрации и составов достигнута высокая эффективность разделения до 99,996 %. Промышленные испытания декантерной обезвоживающей установки «Флоттвег» признаны успешными.

*Ключевые слова:* промышленные испытания, оборудование для обезвоживания шлама, флокулянты.

*N. S. Shibitov\*, N. V. Shibitova\*, N. V. Voronovich\*\**

**INDUSTRIAL TESTS «FLOTTWEG» SOLID BOWL CENTRIFUGES FOR THE DEWATERING ON SLUDGE SEWAGE OF JOINT-STOCK COMPANY CHIMPROM (VOLGOGRAD)**

**Volgograd State Technical University**

In article work of the existing scheme of clearing of industrial drains of JOINT-STOCK company CHIMPROM Volgograd is analyzed and the choice of the modern equipment for the dewatering of sludges is proved. Results of trial industrial tests of a centrifuge of firm «Flottweg» on sewage of the enterprise are given. With the purpose of increase of an overall performance of the given equipment preliminary selection of the flocculants is carried out. At use of drains of various concentration and structures high efficiency of separation up to 99,996 % is achieved. Industrial tests «Flottweg» solid bowl centrifuges for the dewatering are recognized successful.

*Keywords:* industrial tests, equipment for the dewatering of sludges, flocculants.

Особенностью образования сточных вод на ОАО “Химпром” г. Волгограда является наличие двух разных по количеству, составу и физико-химическим свойствам потоков – химзагрязненный и шламовые стоки.

Химзагрязненные стоки проходят предварительную очистку от органических примесей и взвешенных частиц на локальных установках в цехах предприятия. Шламовые сточные воды направляются на очистные сооружения, включающие отстойники и фильтры ФПАКМ.

По существующей схеме (рис. 1) шламовые стоки от производств объединения по напорным трубопроводам поступают в распределительный коллектор шламовых вод и далее в радиальные отстойники поз.9<sub>1-2</sub>, где они усредняются и частично осветляются.

Осветленные шламовые воды из отстойника по верхнему переливу поступают повторно на очистку и нейтрализацию в поз.6<sub>1-2</sub> и после откачиваются в общий коллектор сточных вод. Суспензия из низа отстойника, содержащая до 90 % об. твердой фазы, песковыми насосами поз.10<sub>1-3</sub> подается в емкости поз.31<sub>1-2</sub> в корпус 1389. Объем каждой емкости 25 м<sup>3</sup>. Из емкости поз.31<sub>1-2</sub> суспензия подается насосом на фильтр-прессы поз.12<sub>1-8</sub> (ФПАКМ-25) с поверхностью фильтрации 25 м<sup>2</sup>.

В отделении фильтрации установлено 8 фильтр-прессов, обслуживаемых ленточными транспортерами.

Фильтрат поступает в коллектор сточных вод и далее, через промежуточную емкость в от-

стойник поз.6<sub>1-2</sub>. Выгрузка шлама осуществляется в автосамосвал через бункер.

Существующая схема очистки сточных вод приводит к большим эксплуатационным расходам в связи с изношенностью оборудования и устаревшей технологией.

Известно, что для уменьшения количества и повышения эффективности очистки загрязненных стоков нужна надежная научная основа: совершенствование аппаратуры для очистных сооружений, разработка более эффективных процессов и реагентов для очистки, внедрение новых физико-химических и физических методов для извлечения примесей из стоков [1].

Очевидно, что наиболее оптимальным решением при выборе технологической схемы очистки сточных вод, является извлечение органических примесей с целью их возврата в производство, а также утилизация шлама, например, в качестве наполнителя в дорожном строительстве и др.

В настоящее время для обезвоживания шлама сточных вод используются шламовые карты, вакуумные фильтры, камерные фильтр-прессы, ленточные фильтр-прессы, декантерные установки.

Выбор способа обезвоживания шлама определяется как экологическими требованиями, так и конкретными условиями – наличием производственных площадей, применяемым в настоящее время оборудованием, стоимостью ремонтных работ, затратами на эксплуатацию и др., а окончательное решение принимается после проведения технико-экономических расчетов [2–4].

Для непрерывного выделения шлама из сточных вод необходимо высокоэффективное оборудование. В настоящее время все более широкое применение находят декантерные установки, способные работать круглосуточно. Основными достоинствами этих машин являются высокая производительность, герметичность, компактность, полная автоматизация, высокая разделительная способность и степень обезвоживания, за счет центробежных сил. Ведущими фирмами-производителями сепарационного оборудования являются: фирма Флоттвег, фирма Альфа Лаваль, фирма Сибтехник, фирма Андриц, завод им. Фрунзе г. Сумы.

Технико-экономическое обоснование по выбору сепарационного оборудования для шламовых стоков, выполненное специалистами ВОАО “Химпром”, показало, что значительно эффективнее применение декантерной установки.

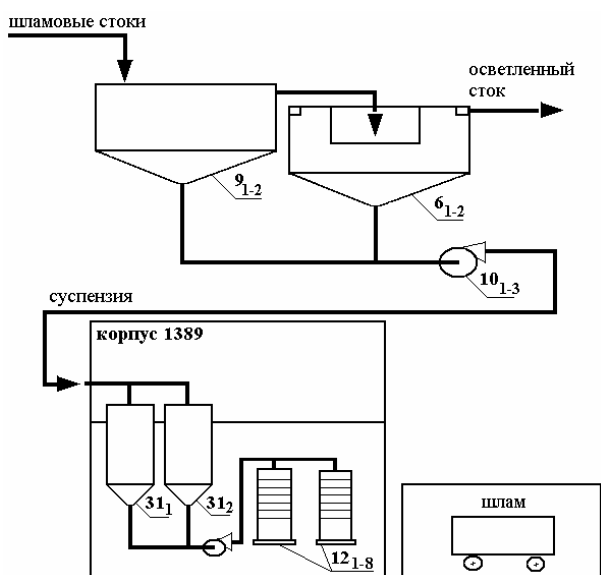


Рис. 1. Существующая схема очистки сточных вод ВОАО “Химпром”

Учитывая большое количество образующегося шлама и его свойства, было принято решение о применении оборудования немецкой фирмы Флоттвег [5]. С целью повышения эффективности работы данного оборудования необходим предварительный подбор флокулянтов.

Известно, что применение флокулянтов позволяет уменьшить энергозатраты на 30 % и увеличить степень очистки производственных стоков. Для очистки промышленных стоков разработано большое количество флокулянтов, отличающиеся не только своей природой, но и направленностью действия. Перед проведением промышленных испытаний на ВОАО «Химпром» были приглашены специалисты по подбору флокулянтов фирмы Сибя. Кроме того, для сравнения эффективности действия были проверены флокулянты других производителей [6].

В ноябре 2008 г. на ВОАО «Химпром» проведены опытно-промышленные испытания обезвоживающей декантерной установки фирмы Флоттвег. В состав мобильной установки входит декантер Z4E-4 (серийный образец), станция приготовления флокулянта, насосы, пульт управления, шнек для выгрузки осадка, трубы для фугата. Основными достоинствами декантера фирмы Флоттвег является надежность, высокая производительность по осадку, защита шнека и окон для выгрузки осадка высокопрочными материалами (рис. 2, а, б), герметичность оборудования [5].



а



б

Рис. 2. Защита окон выгрузки осадка и кромок шнека

В соответствии с Программой испытаний на очистку подавались общезаводские стоки с концентрацией взвешенных от 50 до 300 мг/л и локальные стоки из отстойников Дора производства каустической соды.

В таблицах 1 и 2 приведены результаты промышленных испытаний декантерной установки Флоттвег на ВОАО «Химпром» при использовании флокулянтов Праестол, Зетаг и Магнофлок, отечественного полиакриламида [6].

Таблица 1

Результаты промышленных испытаний

18.11.08 13.55	<b>Полиакриламид (ПАА)</b> Взвешенные вещества, мг/дм <sup>3</sup> Вход Выход Влажность шлама, % Эффективность удаления взвешенных веществ, %	215600 66,2 58,6 99,97	V = 2,5 м <sup>3</sup> /час C = 0,2 % П = 3,5 м <sup>3</sup> /час Ф = 1,4 кг/м <sup>3</sup> Ф1 = 6,62 кг/т. сух.
18.11.08 14.50	<b>Флокулянт Зетаг 8180</b> Взвешенные вещества, мг/дм <sup>3</sup> Вход Выход Влажность шлама, % Эффективность удаления взвешенных веществ, %	238700 102 52,2 99,96	V = 1,0 м <sup>3</sup> /час C = 0,15 % П = 5,0 м <sup>3</sup> /час Ф = 300 г/м <sup>3</sup> на СВ Ф1 = 1,26 кг/т. сух.
18.11.08 15.40	<b>Флокулянт Магнофлок 155</b> Взвешенные вещества, мг/дм <sup>3</sup> Вход Выход Влажность шлама, % Эффективность удаления взвешенных веществ, %	217910 12,7 55,2 99,994	V = 1,0 м <sup>3</sup> /час C = 0,1 % П = 5 м <sup>3</sup> /час Ф = 200 г/м <sup>3</sup> Ф1 = 0,92 кг/т. сух.

Примечание: V – расход флокулянта, м<sup>3</sup>/час; C – концентрация флокулянта, % мас.; П – расход подаваемых сточных вод м<sup>3</sup>/час; Ф – массовый расход флокулянта г/м<sup>3</sup> очищаемых сточных вод.

Таблица 2

Данные минимума и максимума за период испытаний

№ пп	Условия работы	Флокулянт			Без флокулянта	Действующая установка (отстаивание и фильтр-пресс)
		Зетаг-88	Полиакрил-амид	Магно-флок		
1.	Концентрация раствора флокулянта, %	0,1–0,2	0,2–0,3	0,1–0,2		
2.	Доза флокулянта, г/м <sup>3</sup>	50–357	30–1400	15–200		
3.	Расход сточных вод, м <sup>3</sup> /час	4,2–20,0	3,5–5,0	4,0–20	15–20	
4.	Нагрузка по взвешенным веществам, кг/м <sup>3</sup>	53–257	215–327	3,5–831	25–280	
5.	Эффективность по извлечению взвешенных веществ, %	99,3–99,99	99,8–99,99	99,2–99,99		97,5–99,98
6.	Влажность, % - взвешенные вещества в осветленной сточной воде, мг/дм <sup>3</sup>	47,48–54,7	56–61	30,2 (Дора) 40,7–63	66	44,1–48,3
		21–2888	12,7–102	4–190		

Получены интересные результаты по изменению концентрации хлорорганики в сточных водах при центрифугировании по сравнению с процессом отстаивания. В таблице 3 приводятся результаты испытаний декантерной центрифуги Z4E 4-454 Флоттвег по извлечению из сточных вод хлорорганических соединений. Эффективность извлечения хлорорганических веществ в несколько раз выше чем в процессе

отстаивания, что дополнительно дает преимущество для соблюдения нормативов сброса хлорорганических веществ по ПДК и ПДВВ: по метилхлориду в среднем содержание в очищенной сточной воде меньше в 3 раза, по хлороформу в 2,8 раза, по трихлорэтилену – 1,87, чем по фактическому содержанию в очищенной сточной воде [6].

Таблица 3

Результаты испытаний декантерной центрифуги Z4E 4-454 Флоттвег по извлечению из сточных вод хлорорганических соединений

Наименование проб, дата	Ингредиенты в сточных водах									
	Ацетилен, мг/дм <sup>3</sup>		Метиленхлорид, мг/дм <sup>3</sup>		Хлороформ, мг/дм <sup>3</sup>		Трихлорэтилен, мг/дм <sup>3</sup>		Х, мг/дм <sup>3</sup>	
	Центрифугирование	Отстаивание	Центрифугирование	Отстаивание	Центрифугирование	Отстаивание	Центрифугирование	Отстаивание	Центрифугирование	Отстаивание
Экспериментальная проба с опытной центрифуги 18.11.08, 13.45 <sup>00</sup> Вход сточных вод	0,57		0,98		1,56		115,6		6,8	
Выход сточных вод после центрифуги	0,16	0,21	0,27	0,26	0,9	0,42	36	25	0,98	1,1
Концентрация в шламе	0,06	0,65	0,12	1,35	0,27	1,9	62,2	180,3	7,6	11

## Выводы

1. Промышленные испытания декантерной обезвоживающей установки Флоттвег признаны успешными. При использовании стоков различной концентрации и составов достигнута высокая эффективность разделения до 99,996 %.

2. Использование различных флокулянтов позволяет получить высокую степень очистки, но расход флокулянтов значительно отличается.

3. Отмечено снижение органики в очищенном стоке в 3–4 раза, что может быть объяснено применением флокулянтов и адсорбционной способностью обезвоженного шлама по отношению к парам, выделяющимся в барабане декантера за счет деформационного нагрева среды.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Родионов А.И. и др. Техника защиты окружающей среды. – М.: Химия, 1989.
2. Обезвоживание. Реагенты. Техника. Информационный бюллетень №17. – М.: ЗАО “Агентство “Интермедиа”, 2006.
3. Обезвоживание. Реагенты. Техника. Информационный бюллетень №19–20. – М.: ЗАО “Агентство “Интермедиа”, 2006.
4. Обезвоживание. Реагенты. Техника. Информационный бюллетень №16. – М.: ЗАО “Агентство “Интермедиа”, 2005.
5. Декантирующие центрифуги. Каталог фирмы Флоттвег, 2008.
6. Отчет по экологическому контролю опытно-промышленных испытаний декантерной центрифуги Z4E–4–454 Флоттвег при различных режимах работы согласно утвержденной программе испытаний на ОАО “Химпром” (г. Волгоград), 2008.

УДК [66.045:532.517] 001.1

*Л. А. Кондакова, Г. И. Первакова, В. В. Шишлянников, Е. В. Баева*

**ИССЛЕДОВАНИЕ НЕИЗОТЕРМИЧЕСКОГО ПРОЦЕССА КОНВЕКТИВНОЙ ТЕПЛОТДАЧИ НЬЮТОНОВСКИХ ЖИДКОСТЕЙ В ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ ТРУБЕ ПРИ ПЕРЕХОДНОМ И ТУРБУЛЕНТНОМ РЕЖИМАХ ТЕЧЕНИЯ**

**Волгоградский государственный технический университет**

В статье рассматривается процесс нагрева ньютоновской жидкости в горизонтальной трубе. Полученные результаты используется при выводе критериального уравнения для расчёта коэффициента конвективной теплоотдачи, которое подтверждается экспериментальными данными.

*Ключевые слова:* конвективная теплоотдача, ньютоновская жидкость, турбулентный режим течения, теплоотдача.

*L. A. Kondakova, G. I. Pervakova, V. V. Shishljnnikov, E. V. Baeva*

**THE STUDY OF THE NON-ISOTHERMAL PROCESS OF CONVECTIONAL HEAT EXCHANGE OF NEWTON LIQUIDS IN A HORIZONTAL TUBE IN TRANSIENT AND TURBULENT CONDITIONS OF MOTION**

**Volgograd State Technical University**

The article deals with the process of heating of Newton liquid in a horizontal tube. The result achieved is used by the conclusion of criterial equation for calculation of coefficient of convectional heat exchange which is proved by experimental data.

The coefficient of non-isothermal process of convectional heat exchange, limits of transient field of application of the Nusselt equation.

*Keywords:* a convection heat transfer, a Newtonian fluid, a turbulent flow, a convective heat exchange.

Процесс теплоотдачи в трубах является одним из важнейших процессов, обеспечивающих нормальную работу оборудования химических и нефтехимических производств. Поэтому расчет теплообменных элементов по более точным уравнениям теплоотдачи имеет большое значение и исследования в этой области весьма актуальны.

Известно большое количество уравнений для определения коэффициента конвективной

теплоотдачи в круглой трубе, обзор и анализ которых приводится в литературе, например в [1] и [2].

Наиболее зарекомендовавшим себя в настоящее время и более надежным критериальным уравнением процесса конвективной теплоотдачи при турбулентном течении ньютоновских сред в трубах является уравнение Михеева [3].

$$Nu = 0,021 Re^{0,8} Pr^{0,43} \left( \frac{Pr}{Pr_{cm}} \right)^{0,25} \quad (1)$$

где  $Re = \frac{\omega d}{\nu}$  – число Рейнольдса;  $Pr = \frac{a}{\nu}$  – число

Прандтля;  $Nu = \frac{\alpha d}{\lambda}$  – число Нуссельта;  $\omega$  – скорость движения среды в трубе;  $d$  – внутренний диаметр трубы;  $\nu$ ,  $a$ ,  $\lambda$  – коэффициенты кинематической вязкости, температуропроводности и теплопроводности среды.

Однако для переходного режима течения ( $2320 < Re < 10000$ ) до сих пор не имеется общепринятых уравнений. Как показано в работе [1], расхождение известных уравнений достигает нескольких сотен процентов.

Для инженерных расчетов в настоящее время принято пользоваться приближенной графической зависимостью, приведенной в работе [2].

$$Nu / Pr^{0,43} \left( \frac{Pr}{Pr_{cm}} \right)^{0,25} = f(Re) \quad (2)$$

При графическом представлении уравнений (1, 2) видна их явная нестыковка. В работе [4] предложено следующее уравнение, учитывающее передачу тепла непосредственно молекулярной теплопроводностью по уравнению Нуссельта ( $Nu = 3.66$ ) и принудительной конвекцией в переходной области

$$Nu = 3,66 + 0,08555(Re - 2320)^{2/3} Pr^{0,43} \left( \frac{Pr}{Pr_{cm}} \right)^{0,25} \quad (3)$$

и для турбулентной области

$$Nu = 3,66 + 0,021 Re^{0,8} Pr^{0,43} \left( \frac{Pr}{Pr_{cm}} \right)^{0,25} \quad (4)$$

В этом случае на границах ламинарного, переходного и турбулентного областей все приведенные выше зависимости хорошо стыкуются.

При пренебрежении вкладом чисто молекулярной теплопроводности среды уравнение (4) переходит в известное уравнение Михеева (1), а уравнение (3) в уравнение

$$Nu / Pr^{0,43} \left( \frac{Pr}{Pr_{cm}} \right)^{0,25} = 0,08555(Re - 2320)^{2/3} \quad (5)$$

которое достаточно точно описывает графическую зависимость (2).

Полученное уравнение (3) требует уточнения в свете учета влияния естественной конвекции на теплоотдачу внутри трубы. Как было отмечено в работе [4], проблема учета естественной конвекции на теплоотдачу при течении среды внутри трубы практически не существу

ет, во всех уравнениях по теплоотдаче даже при ламинарном режиме число Грасгофа отсутствует.

Однако в последних работах [5] было установлено влияние естественной конвекции на процесс теплоотдачи в горизонтальных трубах из-за нарушения ламинарности потока, то есть ламинарность нарушается при числах Рейнольдса меньших, чем 2320.

Поэтому, при расчете теплообменных аппаратов часто допускают ошибку, считая, что при  $Re < 2320$  обязательно наступает ламинарное течение жидкости, т. е. критическое число  $Re_{кр} = 2320$  соответствует экспериментально найденному Рейнольдсом в изотермических условиях при температуре стенки  $t_{ст}$  равной средней температуре жидкости в трубе  $t$  и критерию Грасгофа  $Gr = 0$ .

С другой стороны, известно, что в горизонтальных трубах при нагреве возникают конвективные токи по радиусу трубы, обусловленные разностью температур жидкости вблизи стенки и ядре потока, т.е. критерий

$$Gr = \frac{gd^3}{\nu^2} \beta_t \Delta t \neq 0 \quad (6)$$

Поэтому можно считать, что при условии  $t_{ст} \neq t$  и  $Gr \neq 0$  в горизонтальной трубе из-за наложения поперечной естественной конвекции ламинарность течения бесспорно нарушается при числах  $Re_{кр}$ , меньших, чем при

$$Re_{кр} = 2320.$$

Тогда уравнение (3) можно представить в виде

$$Nu = 3,66 + 33,3 \left( \frac{Re - Re_{кр}}{10000 - Re_{кр}} \right)^{2/3} Pr^{0,43} \left( \frac{Pr}{Pr_{cm}} \right)^{0,25} \quad (7)$$

Из экспериментальных исследований было получено, что

$$Re_{кр} = 2320 - 2,79 \cdot 10^{-10} Gr^2 \quad (8)$$

При подставке (8) в (7) получено

$$Nu = 3,66 + 33,3 \left( \frac{Re - 2320 + 2,79 \cdot 10^{-10} \cdot Gr^2}{7680 + 2,79 \cdot 10^{-10} \cdot Gr^2} \right)^{2/3} \times Pr^{0,43} \left( \frac{Pr}{Pr_{cm}} \right)^{0,25} \quad (9)$$

В табл. 1 приведены данные экспериментальных исследований по теплоотдаче воздуха в горизонтальной трубе, обогреваемой горячей водой.

Таблица 1

## Сопоставление экспериментальных и расчетных данных по уравнению (9)

Re=2400				Re=2500			
Gr	Nu <sub>э</sub>	Nu <sub>р</sub>	δ, %	Gr	Nu <sub>э</sub>	Nu <sub>р</sub>	δ, %
91680	7,768	7,682	-1,01	109024	8,551	8,618	0,78
197100	8,584	8,583	-0,01	214122	9,388	9,380	-0,08
291221	9,060	9,143	0,91	307237	9,940	9,872	-0,68
405349	9,672	9,675	0,03	404348	10,290	10,290	0,00
498256	10,120	10,040	-0,81	512321	10,590	10,680	0,88
602184	10,490	10,390	-0,94	607400	10,980	10,980	0,22
709175	10,640	10,710	0,68	699253	11,330	11,250	-0,73
814326	10,990	11,000	0,05	812601	11,530	11,540	0,07
918054	11,330	11,250	-0,70	909609	11,720	11,770	0,40
1036920	11,510	11,520	0,06	1021394	12,010	12,010	0,00
1152603	11,640	11,760	1,01	1146526	12,320	12,260	-0,49
1261606	11,960	11,970	0,07	1240600	12,430	12,440	0,07
1304300	12,080	12,050	-0,49	1290600	12,510	12,520	0,12
1411609	12,230	12,240	0,06	1404377	12,720	12,720	0,00
1507701	12,310	12,400	0,72	1502456	12,890	12,880	-0,10

В табл. 2 приведены значения Re, Pr, Pr<sub>ст</sub>, Gr, Nu, рассчитанные по экспериментальным данным по теплоотдаче при течении в обогреваемой горизонтальной трубе воды и бензола,

приведенные в [6], а также значения числа Nu<sub>р</sub>, рассчитанные по уравнению (9), и их сопоставление с экспериментальными значениями Nu.

Таблица 2

## Сопоставление данных, полученных с помощью уравнения (9), с экспериментальными [6]

Жид- кость	t <sub>вх</sub>	t <sub>вых</sub>	t <sub>ст</sub>	Δ t <sub>ст</sub>	t=t <sub>ст</sub> - Δ t <sub>ст</sub>	Re	α		λ, $\frac{Вт}{мК}$ [2]	Nu <sub>э</sub>	Pr[2]	Pr <sub>ст</sub> [2]	Nu <sub>р</sub>	δ, %
							$\frac{ккал}{м^2ч^{\circ}C}$	$\frac{Вт}{м^2К}$						
Вода	66	84,5	95	18,20	76,79	6740	1620	1886	0,666	35,40	2,309	1,835	38,63	9,12
	59,5	81	95	23,11	71,89	7320	2000	2327	0,663	43,87	2,476	1,835	42,56	-2,98
	67,5	84,5	95	17,66	77,34	7870	2000	2327	0,667	43,61	2,290	1,835	44,14	1,21
	30	64,5	89,5	39,79	49,71	6250	2200	2561	0,643	49,79	3,562	,953	46,41	-6,78
	30	66,5	93,5	42,68	50,83	6600	2300	2677	0,644	51,96	3,493	1,866	48,83	-6,03
	59,5	80	95	23,80	71,20	9320	2400	2793	0,663	52,66	2,499	1,835	53,80	2,17
	2	61,5	94	45,67	48,33	7160	2380	2770	0,641	54,02	3,670	1,856	54,43	0,76
	61	81,5	94	21,12	72,88	9770	2700	3142	0,664	59,15	2,442	1,856	54,97	-7,07
	34	68	92,5	39,06	53,43	8100	2700	3142	0,646	60,80	3,344	1,887	57,08	-6,11
	32,5	62	91,5	42,56	48,54	8710	2750	3201	0,642	62,32	3,623	1,908	63,81	2,39
Бензол	16	33	59	33,79	25,21	4340	422	491,2	0,1449	42,36	7,82	6,45	38,40	-9,35
	12	39,5	87,5	60,72	26,78	4570	380	442,3	0,1445	38,27	7,45	5,85	40,67	6,27
	30	42	61	24,51	36,49	6920	580	675,1	0,1416	59,62	7,35	6,45	61,30	2,82
	15	30	55,5	32,42	23,08	7530	645	750,7	0,1454	64,56	7,82	6,55	68,74	6,47
	12,5	25	56	36,90	19,10	8180	750	872,9	0,1467	74,36	7,85	6,55	74,23	-0,17



В таблице приведено сопоставление данных, полученных с помощью уравнения (9), с экспериментальными, изложенными в [6], применительно к теплоотдаче при течении в трубе в переходном режиме воды и бензола. В таблице приняты следующие обозначения:  $t_{вх}$ ,  $t_{вых}$  - температуры среды на входе и выходе,  $С^{\circ}$ ;  $t_{ст}$  - температуры стенки,  $С^{\circ}$ ;  $\Delta t_{ср}$  - среднелогарифмическая разность температур,  $С^{\circ}$ ;  $t = (t_{ст} - \Delta t_{ср})$  - средняя температура среды,  $С^{\circ}$ ;  $Nu_s$  - экспериментальное значение числа Нуссельта;  $Nu_p$  - значение числа Нуссельта, рассчитанное по уравнению (9);  $\delta$  - относительное отклонение расчетного значения числа Нуссельта от экспериментального, %.

Как видно из таблицы, отклонения данных уравнения (9) от экспериментальных не превышают  $\pm 10\%$ . Такое коррелирование экспериментальных данных, приведенных в [6], следует считать весьма удовлетворительным.

Таким образом, верхним пределом применимости уравнения Нуссельта  $Nu=3,66$  являет-

ся не условие  $Re < 2320-2,79 \cdot 10^{-10} Gr^2$ , а следующее неравенство  $(2320-2,79 \cdot 10^{-10} Gr^2) < Re < 10000$ , и уравнение (9) справедливо для расчета коэффициента теплоотдачи.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Тарасов Ф.М. Теория и расчет проточных теплообменников. Л.: Изд-во Ленинградского университета, 1975. 100 с.
2. Михайлов Г.М., Михайлов В.Г., Кондакова Л.А., Рева Л.С. Прогнозирование коэффициента конвективной теплоотдачи в трубе при переходном и турбулентном режимах течения. Теоретические основы химической технологии, 2005, том 39, №6, с. 698 -702.
3. Павлов К.Ф., Романков П.Г., Носков А.А. Примеры и задачи по курсу процессов и аппаратов химической технологии. Л.: Химия, 1987. 576 с.
4. Михеев М.А. Основы теплопередачи. М.: Госэнергоиздат, 1956.
5. Михайлов Г.М., Михайлов В.Г., Кондакова Л.А., Рева Л.С. Определение коэффициента теплоотдачи в трубе при переходном режиме течения и больших числах Грасгофа. Теоретические основы химической технологии, 2007, том 41, № 4, с.439-441.
6. Балайка Б., Сикора К. Процессы теплообмена в аппаратах химической промышленности. М.: Машгиз, 1962.

УДК 536.242:532.135

*В. В. Шишлянников, Т. В. Шиликова*

**ТОЧНЫЕ РЕШЕНИЯ В РЕОДИНАМИКЕ И ТЕПЛООБМЕНЕ РАСТВОРОВ И РАСПЛАВОВ ПОЛИМЕРОВ**

**Волгоградский государственный технический университет**

В данной работе рассматриваются точные решения задач течения и теплообмена в трубах и каналах, а также сопряженные задачи. Эти результаты могут быть использованы для решения практических задач.

*Ключевые слова:* реодинамика, теплообмен растворов, поток жидкости, кольцевой канал, пленка жидкости.

*V. V. Shishljannicov, T. V. Shilikova*

**THE EXACT SOLUTIONS IN THE REODYNAMICS AND IN THE HEAT EXCHANGE OF THE SOLUTIONS AND THE MELTS OF POLYMERS**

**Volgograd State Technical University**

This article discusses the exact solutions of the tasks of current and the heat exchange in the pipe and in the canal and on this basis the conjugate tasks of the heat exchange. The temperature fields in the wall and in the liquid are produced. These results may be used for the solution of the practical tasks.

*Keywords:* a rheodynamics, a heat exchange of solutions, a fluid stream, a ring channel, a film of a fluid.

Состояние потока жидкости определено, если известны поля скорости  $\vec{W}$ , давления  $P$  и температуры  $T$ , т. е. если известны зависимости:

$$\left. \begin{aligned} \vec{W} &= \vec{W}(x, y, z, t); \\ P &= P(x, y, z, t); \\ T &= T(x, y, z, t), \end{aligned} \right\} (1)$$

где  $x, y, z$  – координаты точки;  $t$  – время.

Распределение температуры и скорости выражается совокупностью дифференциальных уравнений энергии, движения и неразрывности, представляющих собой математическую формулировку основных физических принципов сохранения и переноса и не зависят от природы жидкости. В общем случае движение жидкости не может быть определено полностью только с помощью уравнений (1). Поэтому возникает необходимость в реологическом уравнении,

связывающем компоненты тензора напряжений с компонентами тензора скоростей деформаций жидкости:

$$\tau_{ij} = \mu \cdot \Delta_{ij} + \left( \alpha - \frac{2}{3} \mu \right) (\nabla \cdot \vec{W}) \cdot \delta_{ij} \quad (2)$$

где  $\alpha$  – коэффициент объемной вязкости;  $\mu$  – коэффициент вязкости при сдвиговом течении;  $\delta_{ij}$  – компоненты единичного тензора  $\delta$ ;  $\Delta_{ij}$  – компоненты тензора скоростей деформации  $\Delta$ ;  $i, j = 1, 2, 3$ .

В случае несжимаемой жидкости

$$\tau_{i,j} = \mu \cdot \Delta_{i,j}; \quad (3)$$

$$\Delta_{i,j} = \frac{\partial w_i}{\partial x_j} + \frac{\partial w_j}{\partial x_i}. \quad (4)$$

Полная система уравнений движения, энергии и неразрывности запишется следующим образом [1]:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dw}{dt} &= g - \frac{1}{\rho} \cdot \text{grad}P + \frac{\mu}{\rho} \cdot \nabla^2 \cdot w; \\ \rho \cdot C_p \frac{dT}{dt} &= \text{div}(\lambda \cdot \text{grad}T) + q_v + \mu \cdot s; \\ \text{div}W &= 0; \\ \mu \cdot s &= \phi \text{ при } \text{div}\vec{W} = 0. \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

$$\rho = \rho(T); C_p = C_p(T); \lambda = \lambda(T); \mu = \mu(T). \quad (6)$$

Для решения конкретных задач о движении жидкости и теплообмене к основным уравнениям необходимо присоединить начальные граничные условия. Начальные условия – это задание полей  $\vec{W}$  и  $T$  в начальный момент времени. Граничные условия для  $\vec{W}$ : используется положение о прилипанию вязкой жидкости к стенке, т. е.  $\vec{W} = 0$ . Граничные условия для температуры задаются различным образом [1]:

1) граничные условия первого рода:

$$T_c = T_c(x_c, y_c, z_c, t), (T_c = \text{const}); \quad (7)$$

2) граничные условия второго рода:

$$q_c = -\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right) = q_c(x_c, y_c, z_c, t), \quad (8)$$

$$q_c = -\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \text{const}.$$

3) граничные условия третьего рода:

$$-\lambda \left( \frac{\partial T}{\partial n} \right) = K \cdot (t_{cp} - t_c) \quad (9)$$

где  $K$  – коэффициент теплопередачи;

4) граничные условия четвертого рода:

$$\lambda \frac{\partial T}{\partial n} = \lambda_c \left( \frac{\partial T_c}{\partial n} \right), T = T_c, \quad (10)$$

где  $T$  – температура жидкости;  $T_c$  – температура стенки;  $\lambda$  – коэффициент теплопроводности;  $n$  – вдоль нормали.

Отыскание точных решений уравнений (5) с уравнением (2) и граничными условиями (7–10) наталкивается в общем случае на непреодолимые математические трудности. Эти трудности возникают прежде всего вследствие нелинейности уравнений, не допускающие принципа наложения. Тем не менее в некоторых частных случаях все же можно найти точные решения. Такими случаями являются главным образом те, в которых квадратичные члены сами собой исчезают. Особенно простой класс точных решений представляют так называемые слоистые течения, характерным признаком которых являются существование в них лишь одной составляющей скорости. Такие точные решения описаны в литературе [1–3], а их конечные результаты приведены в табл. 1.

Таблица 1

Уравнения для профилей скорости в трубах и каналах

Форма поперечного сечения	Уравнение для $W_z$ (ось z направлена вдоль течения)
1. Круглая труба (вязкая среда)	$W_z = \frac{R^2}{4\mu} \cdot \frac{dP}{dz} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right]$
2. Круглая труба (псевдопластик)	$W_z = \frac{n}{n+1} \cdot R^{\frac{1}{n+1}} \cdot \left( \frac{1}{2K_0} \cdot \frac{dP}{dz} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right],$ $K_0$ – постоянная консистенности
3. Круглая труба (вязкопластик)	$W_z = \frac{1}{\mu_p} \cdot \left[ \frac{dp \cdot (R^2 - r^2)}{4dz} - \tau_0 \cdot (R - r) \right]; r_0 = \frac{2L \cdot \tau_0}{\Delta p}$

Окончание табл. 1

Форма поперечного сечения	Уравнение для $W_z$ (ось z направлена вдоль течения)
4. Плоский канал Куэтта (вязкая среда)	$W_z = \frac{y}{h} \cdot V_z - \frac{h^2}{2\mu} \cdot \frac{dp}{dz} \cdot \frac{y}{h} \left(1 - \frac{y}{h}\right)$
5. Кабельная головка (вязкая среда, псевдопластик)	$W_z = V_z \cdot \frac{\ln(R_0/r)}{\ln(R_0/R_i)}; W_z = V_z \cdot \frac{\beta^{\frac{n-1}{n}} - (r/R_i)^{\frac{n-1}{n}}}{\beta^{\frac{n-1}{n}} - 1}, \beta = \frac{R_0}{R_i}$
6. Кольцевой канал (вязкая среда)	$W_z = \frac{dp}{dz} \cdot \frac{1}{4\mu} \cdot \left[ (R_2^2 - R_1^2) \frac{\ln(r/R_1)}{\ln(R_2/R_1)} - (r^2 - R_1^2) \right]$
7. Плоскощелевой канал (вязкая среда, псевдопластик)	$W_z = \frac{h^2}{2\mu} \cdot \frac{dp}{dz} \cdot \left[ 1 - \left(\frac{y}{h}\right)^2 \right]; W_z = \frac{n}{n+1} \cdot h^{\frac{n+1}{n}} \left( \frac{1}{K_0} \cdot \frac{dp}{2dz} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \left[ 1 - \left(\frac{y}{h}\right)^{\frac{n+1}{n}} \right]$
8. Стеkanie пленки по наклонной плоскости (вязкая среда, псевдопластик)	$W_z = \frac{\delta}{\mu} \cdot \frac{1}{2} \cdot \left[ 1 - \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^2 \right]; W_z = \frac{\delta}{\left(\frac{K_0}{\rho \cdot g \cdot \delta \cdot \sin \alpha}\right)^{\frac{1}{n}}} \cdot \frac{n}{n+1} \cdot \left[ 1 - \left(1 - \frac{y}{\delta}\right)^{\frac{n+1}{n}} \right]$

где  $n$  – индекс течения;  $R_0$  – радиус головки;  $R_i$  – радиус жилы;  $h$  – ширина канала;  $R_1$  – радиус внутреннего кольца;  $R_2$  – радиус наружного кольца;  $\delta$  – толщина пленки;  $\rho$  – плотность;  $g$  – ускорение свободного падения;  $\alpha$  – угол наклона пластины (стенки).

Примечательным является то, что зная точные решения уравнений Навье-Стокса можно исследовать многие тепловые задачи в химической аппаратуре, и используя граничные условия (7) – (10), найти температурные поля в жидкости и стенке, т. е. решая сопряженные задачи при граничных условиях четвертого рода, что позволяет несколько не традиционно взгля-

нуть на процессы теплообмена в пограничном слое.

В табл. 2 приведены уравнения профилей температуры, как результат точных решений, а в табл. 3 точные решения сопряженных задач. Данные результаты могут быть полезны аспирантам и молодым ученым, студентам, магистрам.

Таблица 2

Уравнения для профилей температуры в трубах и каналах

№ п/п	Форма поперечного сечения	Уравнение для $T$
1	Кабельная головка	$\theta = \frac{T - T_c}{T_c} = 1 - \frac{Br}{(\ln \beta)^2} \cdot \left[ \frac{(\ln \eta)^2}{2} + \ln \beta \cdot \ln \eta \right]$
2	Круглая труба	$T = T_c + \frac{R^4}{64\mu \cdot \lambda} \cdot \left( \frac{\partial p}{\partial z} \right)^2 \cdot \left[ 1 - \left(\frac{r}{R}\right)^4 \right]$
3	Плоский канал	$T = T_c + \frac{1}{3} \cdot \frac{\mu \cdot W_m^2}{\lambda} \cdot \left[ 1 - \left(\frac{y}{h}\right)^4 \right]$
4	Плоский канал с подвижной стенкой (Куэтта)	$\theta = \frac{T - T_0}{T_1 - T_0} = \frac{y}{h} + \frac{\mu \cdot V_z^2}{2\lambda \cdot (T_1 - T_0)} \cdot \frac{y}{h} \cdot \left(1 - \frac{y}{h}\right)$
5	Плоский канал с подвижной стенкой (Куэтта) при $T_0 = T_1$	$T = T_0 + \frac{\mu \cdot V_z^2}{2\lambda} \cdot \frac{y}{h} \cdot \left(1 - \frac{y}{h}\right)$

где  $Br$  – критерий Бринкмана;  $\beta = R_0/R_i$ ;  $R$  – радиус трубы;  $L$  – длина трубы;  $\tau_0$  – предельное напряжение;  $V_z$  – скорость подвижной стенки;  $T_0$  – температура нижней стенки;  $T_1$  – температура верхней стенки;  $\eta = r/R_0$ ;  $W_m$  – скорость течения на оси канала.

Уравнения для сопряженных профилей температуры в трубах и каналах

№ п/п	Форма поперечного сечения	Уравнения для температуры в жидкости и стенке
1	Кабельная головка (вязкая жидкость)	$\theta_1 = Br \cdot \left[ \frac{\ln \delta_1}{K_\lambda \cdot \ln \beta} - \frac{(\ln \eta)^2}{2(\ln \beta)^2} - \frac{\ln \eta}{\ln \beta} \right];$ $\theta_2 = \frac{Br}{K_\lambda \cdot \ln \beta} \cdot (\ln \delta_1 - \ln \eta); K_\lambda = \frac{\lambda_2}{\lambda_1};$ $\theta_{2s} = Br \cdot \frac{\ln \delta_1}{K_\lambda \cdot \ln \beta}; \delta_1 = \frac{R}{R_0}.$
2	Кабельная головка (псевдопластик)	$\theta_1 = Br \cdot \left[ \frac{\frac{n-1}{n} \cdot \beta^{\frac{n-1}{n}}}{\left( \beta^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right)} \right]^{n+1} \cdot \frac{n}{n+1} \times \left[ \frac{n}{1-n} \cdot \eta^{\frac{n-1}{n}} + \beta^{\frac{1-n}{n}} \cdot \ln \eta + \frac{n}{n+1} + \frac{\ln \delta}{K_\lambda} \cdot \left( 1 - \beta^{\frac{1-n}{n}} \right) \right];$ $\theta_2 = \frac{Br}{K_\lambda} \cdot \left[ \frac{\frac{n-1}{n} \cdot \beta^{\frac{n-1}{n}}}{\left( \beta^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right)} \right]^{n+1} \cdot \frac{n}{n-1} \cdot \left( \beta^{\frac{1-n}{n}} - 1 \right) \cdot (\ln \eta - \ln \delta_1);$ $\theta_{2s} = \frac{Br}{K_\lambda} \cdot \left[ \frac{\frac{n-1}{n} \cdot \beta^{\frac{n-1}{n}}}{\left( \beta^{\frac{n-1}{n}} - 1 \right)} \right]^{n+1} \cdot \frac{n}{n-1} \cdot \left( 1 - \beta^{\frac{1-n}{n}} \right) \cdot \ln \delta_1.$
3	Плоская труба (вязкая жидкость)	$T_1 - T_c = \frac{3}{4} \cdot \frac{\mu \cdot \bar{V}^2}{\lambda_1} \cdot (1 - \xi^4) + 3 \frac{1}{K_\lambda} (\delta_0 - 1) \cdot \frac{\mu \cdot \bar{V}^2}{\lambda_1};$ $T_2 - T_c = 3 \cdot \frac{1}{K_\lambda} \cdot \frac{\mu \cdot \bar{V}^2}{\lambda_1} \cdot (\delta_0 - \xi);$ $T_{2c} = \frac{3}{\lambda} \cdot \frac{\mu \cdot \bar{V}^2}{K_\lambda} \cdot (\delta_0 - 1).$
4	Круглая труба (вязкая жидкость) $T_1 = T_2 = T_c$	$T_1 = T_c + \frac{4}{K_\lambda} \cdot \frac{\mu \cdot \bar{V}^2}{2} \cdot \ln \delta + \frac{\mu \cdot \bar{V}^2}{\lambda_1} \cdot \left[ 1 - \left( \frac{r}{R_0} \right)^4 \right];$ $T_2 = T_{cm} + \frac{1}{K_\lambda} \cdot \frac{4\mu \cdot \bar{V}^2}{\lambda_1} \cdot (\ln R_1 - \ln r).$
5	Круглая труба (псевдопластик)	$T_1 - T_c = \frac{E \cdot R_0^2}{\lambda_1} \cdot \left( \frac{n}{3n+1} \right)^2 \cdot \left( 1 - \rho^{\frac{3n+1}{n}} \right) + \frac{1}{\lambda} \cdot \frac{E \cdot R_0^2}{\lambda_1} \cdot \frac{n}{3n+1} \cdot \ln \delta_2$ $T_2 - T_c = \frac{1}{K_\lambda} \cdot \frac{E \cdot R_0^2}{\lambda_1} \cdot \frac{n}{3n+1} \cdot (\ln \delta_2 - \ln \rho);$ $E = \left( \frac{3n+1}{n} \right)^{n+1} \cdot K_0 \cdot \left( \frac{\bar{V}}{R_0} \right)^{n+1}; \rho = \frac{r}{R}; \delta_2 = \frac{R_1}{R}.$

где  $T_c$  – температурное поле в стенке;  $\lambda_1$  – теплопроводность среды;  $\lambda_2$  – теплопроводность стенки;  $V$  – средняя скорость;  $\delta_0 = H_1/h$ ;  $H_1$  – ширина снаружи;  $\xi = y/h$ .

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Петухов Б. С. Теплообмен и сопротивление при ламинарном течении жидкости в трубах. Энергия, М.: 1967.  
 2. Шишляников В. В., Кондакова Л. А. Исследование температурного поля при течении расплава полимера в толстостенной круглой трубе. Межв. сб. научных трудов. Волгоград, 1996.

дов. Волгоград, 1996.

3. Шишляников В. В. Конвективный теплообмен при течении вязкой жидкости в прямом канале винта экструдера. Известия, ВолгГТУ, серия «Реология, процессы и аппараты химических производств». Выпуск 1, Межв. сб. научных трудов. РПК «Политехник», Волгоград, 2007, № 11.

УДК 536.242:532.135

*В. В. Шишляников*

**ТЕПЛООБМЕН НЕНЬЮТОНОВСКИХ ЖИДКОСТЕЙ ПРИ ТЕЧЕНИИ В КРУГЛОЙ ТРУБЕ**

**Волгоградский государственный технический университет**

В статье рассматривается теплообмен нефурьевских неньютоновских жидкостей при течении в круглой трубе. Решена задача течения расплава полимера в круглой трубе с учетом влияния скорости сдвига на теплообмен.

*Ключевые слова:* теплообмен растворов, неньютоновская жидкость, круглая труба, расплав полимера.

*V. V. Shishljannicov*

**THE HEAT EXCHANGE OF THE NON-NEWTONIAN LIQUIDS IN THE CURRENT IN THE ROUND PIPE**

**Volgograd State Technical University**

This article discusses the heat exchange of the non-Newtonian liquids in the current in the round pipe. The task of the current of the melt of polymer in the round pipe with a glance influence of the speed of the shift to the heat exchange is solved.

*Keywords:* a heat exchange of solutions, non-Newtonian fluid, a round pipe, melt of polymer.

Сложный характер механизма переноса тепла в полимерных материалах, зависящий от структуры, молекулярного веса, температуры и других факторов затрудняет строгое математическое описание тепловых процессов и сравнение полученных результатов с опытными данными.

При переработке полимерных материалов на дисковых и червячных экструдерах, кроме того, замечено понижение их теплопроводности при высоких скоростях сдвига [1]. Однако имеющиеся в литературе данные по такой анизотропии теплопроводности полимерных материалов противоречивы. Поэтому в данной работе ставится задача исследовать влияние скорости сдвига на теплообмен при течении расплава полимера в круглой трубе.

Постановка задачи. Считаем, что расплав полимера подчиняется закону Оствальда-де Виля

$$\tau_{rz} = k \left( \frac{dV_z}{dr} \right)^n;$$

где  $\tau_{rz}$  – касательные напряжения;  $V_z$  – осевая компонента скорости течения;  $k$  – постоянная консистенности;  $n$  – индекс течения;  $r$  и  $z$  – радиус и осевая координата цилиндрической системы координат.

Течение жидкости и процесс теплообмена стационарны  $V_z = V_z(z)$ ,  $T = T(r, z)$ , где  $T$  – температура. Считаем, что профиль скоростей при течении расплава полимера в круглой трубе можно принять соответствующим изотермическому течению

$$V_z = \frac{3n+1}{n+1} \bar{V} \left[ 1 - \left( \frac{r}{r_0} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right] \quad (1)$$

Тогда уравнение энергии для ламинарного установившегося течения расплава полимера без учета осевой теплопроводности и диссипации энергии запишется

$$\rho C_p \frac{3n+1}{n+1} \bar{V} \left[ 1 - \left( \frac{r}{r_0} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right] \frac{\partial T}{\partial z} = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left( \lambda r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (2)$$

где  $\bar{V}$  – средняя скорость течения;  $r_0$  – радиус трубы;  $T$  – температура;  $\lambda, \rho, C_p$  – теплопроводность, плотность и теплоемкость расплава полимера.

В качестве математической модели для зависимости коэффициента теплопроводности от скорости сдвига примем степенное соотношение [2].

$$\lambda = \lambda_0 + k_1 \left| \frac{1}{2} I_2 \right|^{\frac{p}{2}}, \quad (3)$$

где  $(\frac{1}{2}I_2)$  – квадратичный инвариант тензора скоростей деформаций;  $\lambda_0$  – начальное значение коэффициента теплопроводности ( $V_z = 0$ );  $k_1$  – коэффициент.

Значение квадратичного инварианта для случая простого сдвига в цилиндрических координатах запишется

$$\left(\frac{1}{2}I_2\right) = \left(\frac{\partial V_z}{\partial r}\right)^2$$

Тогда уравнение (3) преобразуется к виду

$$\lambda = \lambda_0 + k_1 \left| \left(\frac{\partial V_z}{\partial r}\right)^2 \right|^{\frac{p}{2}} \quad (4)$$

С учетом формул (1) и (4) уравнение энергии запишется

$$I(\theta) = \int_0^1 \left[ (1 - R^{\frac{n+1}{n}})(\theta - 2) * \theta + \left\{ 1 + \frac{k_1}{\lambda_0} \left[ \bar{V} \left( \frac{3n+1}{n+1} \right)^2 R^{\frac{2}{n}} \right]^{\frac{p}{2}} \right\} R \right] dR \quad (7)$$

где  $\Phi = \frac{n+1}{3n+1} \frac{4}{Pe} \frac{1}{d}$ ,  $Pe = \frac{\bar{V}d}{a}$ ,  $R = \frac{r}{r_0}$ ,  $\theta = \frac{T - T_{cm}}{T_0 - T_{cm}}$

Зададимся формой решения для  $\theta$  в виде

$$\theta = (1 - R^2)G(z) \quad (8)$$

Подставляя выражение (8) в (7) и интегрируя полученное уравнение по  $R$ , получим

$$I(\theta) = \frac{57n^3 + 71n^2 + 15n + 1}{6(3n+1)(5n+1)(7n+1)} G * G - \frac{7n^2 + 8n + 1}{2(5n+1)(3n+1)} * G + \Phi \left[ 1 + \frac{4n}{P+4n} \frac{k_1}{\lambda_0} \left( \bar{V} \frac{3n+1}{n} \right)^p \right] * G * G \quad (9)$$

Возьмем вариацию от  $I(\theta)$

$$\delta I(\theta) = \frac{57n^3 + 71n^2 + 15n + 1}{3(3n+1)(5n+1)(7n+1)} G - \frac{7n^2 + 8n + 1}{2(5n+1)(3n+1)} + 2\Phi * G \left[ 1 + \frac{4n}{P+4n} \frac{k_1}{\lambda_0} \left( \bar{V} \frac{3n+1}{n} \right)^p \right] \quad (10)$$

Из условия  $\delta I(\theta) = 0$  получаем

$$G - \frac{3(7n+1) * (7n^2 + 8n + 1)}{2(57n^3 + 71n^2 + 15n + 1)} +$$

$$\rho C_p \bar{V} \frac{3n+1}{n+1} \left[ 1 - \left( \frac{r}{r_0} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right] \frac{\partial T}{\partial z} = \left\{ \frac{\lambda_0}{r} + \frac{k_1}{r} \left[ \left( \bar{V} \frac{3n+1}{n+1} \right)^2 \left( \frac{r}{r_0} \right)^{\frac{2}{n}} \right]^{\frac{p}{2}} \right\} \cdot \frac{\partial}{\partial r} \left( r \frac{\partial T}{\partial r} \right) \quad (5)$$

Граничные условия таковы

$$T(r, 0) = T_0, \quad T(r_0, z) = T_{cm}, \quad \left( \frac{\partial T}{\partial r} \right)_{r=0} = 0 \quad (6)$$

Для решения уравнения (5) при граничных условиях (6) применим вариационный метод Тао Л. Н., основанный на использовании свёртки. Описание этого вариационного принципа приведено в работе [3].

Следуя [3], определим функцию от температуры, удовлетворяющей граничному условию на стенке

$$+ \frac{6(3n+1) * (5n+1) * (7n+1)}{57n^3 + 71n^2 + 15n + 1} * \Phi * G \times \left[ 1 + \frac{4n}{P+4n} * \frac{K_1}{\lambda_0} \left( \bar{V} \frac{3n+1}{n} \right)^p \right] = 0 \quad (11)$$

\* – символ свертки двух функций.

Эквивалентная форма определяется дифференциальным уравнением

$$G'(z) + \frac{G(3n+1) * (5n+1) * (7n+1)}{57n^3 + 71n^2 + 15n + 1} * \Phi * * G(z) * \left[ 1 + \frac{4n}{P+4n} * \left( \bar{V} \frac{3n+1}{n} \right)^p \right] = 0. \quad (12)$$

с граничными условиями

$$G(0) = \frac{3(3n+1) * (5n+1) * (7n+1)}{2(57n^3 + 71n^2 + 15n + 1)}$$

Решением уравнения (12) будет следующее выражение

$$G(z) = \frac{3}{2} * \frac{(7n+1) * (7n^2 + 8n + 1)}{(57n^3 + 71n^2 + 15n + 1)} * e^{-A * Z * \Phi \left( 1 + \frac{4n}{P+4n} * \Pi \right)} \quad (13)$$

где  $z = \frac{n+1}{3n+1} * \frac{1}{Pe} * \frac{z}{d}$ ,

$$\Pi = \frac{K_1}{\lambda_0} * \left( \bar{V} * \frac{3n+1}{n} \right)^p,$$

$$A = \frac{6(3n+1) * (5n+1) * (7n+1)}{57n^3 + 71n^2 + 15n + 1}.$$

Следовательно

$$\theta = (1 - R^2) * G(z) =$$

$$= (1 - R^2) * \frac{3}{2} * \frac{(7n + 1) * (7n^2 + 8n + 1)}{57n^3 + 71n^2 + 15n + 1} * e^{-A * Z * \Phi(1 + \frac{4n}{P + 4n} * \Pi)} \quad (14)$$

Для полиэтилена высокого давления (n=0,463) и принимая P=-5, т. к. для псевдопластичной жидкости коэффициент теплопроводности должен снижаться со скоростью сдвига [2], уравнение (14) примет вид:

$$\theta = 1,3695(1 - R^2) * e^{(-4,2810 + 2,5185\Pi) * Z} \quad (15)$$

Собственное значение при  $\Pi=0$  и  $S_1=-4,2810$  практически совпадает с этим значением в нашей работе [4], если решить усеченную систему первого порядка.

Среднемассовая температура равна

$$\bar{\theta} = \frac{\int_0^1 \theta * v_z * R * dR}{\int_0^1 v_z * R * dR} =$$

$$= \frac{7n^2 + 8n + 1}{2(n + 1) * (5n + 1)} * e^{(-4,2810 + 2,5185\Pi) * Z} \quad (16)$$

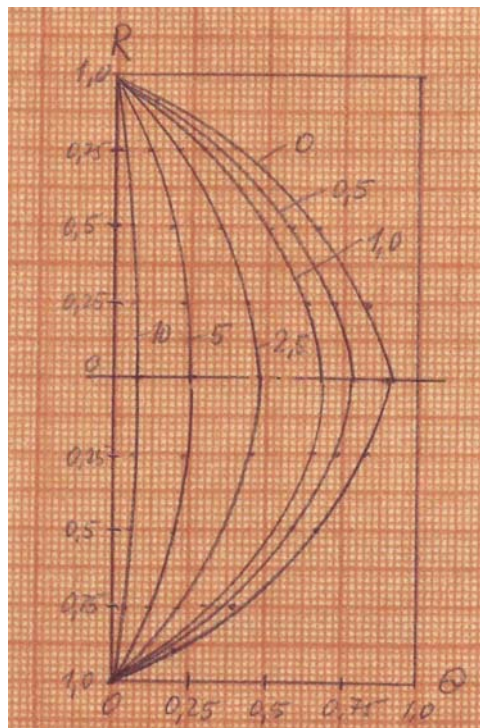
Зная распределение температуры, нетрудно определить и другие характеристики теплообмена.

Более точные результаты получаются, если задаться формой решения в виде

$$\theta = \sum_{m=1}^N (1 - R^{2m}) * G_m(z) \quad (17)$$

Поскольку решение задачи в виде (17) аналогично приведенному, а как было отмечено в работе [4] сходимость решения по Л. Н. Тао очень высока при 1–2 собственных числах, то мы его здесь не приводим.

Обратимся к практической интерпретации. Расчеты по уравнению (15) графически представлены на рис. 1, где показано изменение температуры при  $Z=0,1$  по радиусу трубы для различных значений  $\Pi$ .



Графики изменения температуры расплава полиэтилена в круглой трубе при  $Z=0,1$ . Цифры на кривых – значения  $\Pi$

Из рисунка видно, что с увеличением числа  $\Pi$ , т. е. с увеличением степени отклонения от закона Фурье, температура расплава полимера понижается. Таким образом, показано влияние скорости сдвига на теплообмен при течение расплава полимера в круглой трубе.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Лыков А.В., Новиченок Л.Н., Шульман З.П. Сдвиговая анизотропия теплопроводности текучих систем. «Тепло – и массоперенос», т.10. Минск.1968
2. Смольский Б.М., Шульман З.П., Гориславец В.М. Реодинамика и теплообмен нелинейно-вязкопластических материалов. «Наука и техника», Минск.1970.
3. Тао Л.Н. Вариационный метод расчета теплоотдачи при вынужденном течение жидкости в трубах произвольного сечения. Достижения в области теплообмена. Сборник статей. М.:»Мир»,1970.
4. Шишлянников В.В. Конвективный теплообмен при течении неньютоновской жидкости в круглой трубе. Межведомственный тематический сборник. Реология, процессы и аппараты химической технологии. В-д. 1980.

УДК.532.5

*Е. А. Приказчикова, В. А. Балашов, Б. В. Симонов***ОПРЕДЕЛЕНИЕ СКОРОСТИ ТЕЧЕНИЯ ЖИДКОСТИ В ПЛОСКОМ КАНАЛЕ ПРЯМОУГОЛЬНОГО СЕЧЕНИЯ С ПРОНИЦАЕМЫМИ СТЕНКАМИ****Волгоградский государственный технический университет**

Рассматривается задача для определения скорости течения внутри плоского канала с квазиоднородными пористыми стенками в условиях отбора из канала жидкости, когда внешнее давление вдоль канала постоянно, фильтрационное течение сквозь пористые стенки подчиняется закону Дарси и одна из торцевых сторон канала закрыта. Получено расчетное уравнение для определения закономерности изменения вдоль потока средней скорости течения.

*Ключевые слова:* течение жидкости, плоский канал, проницаемая стенка, фильтр, мембрана

*E. A. Prikazchikova, V. A. Balashov, B. V. Simonov***THE DETERMINATION OF THE FLUID FLOW VELOCITY IN THE RECTANGULAR CROSS-SECTIONAL TWO-DIMENSIONAL CHANNEL WITH PERMEABLE WALLS****Volgograd State Technical University**

This paper presents flow velocity determination inside two-dimensional channel with the quasihomogeneous porous walls with liquid-dividing. External pressure along the channel is constant, filtration flow through the porous walls follow the Darcy's law; one of the flat faces of the channel is locked. The paper also contains design equation for defining the law of the average velocity motion along the flow.

*Keywords:* fluxion of a fluid, the flat channel, a penetrable wall, the filter, the diaphragma.

Течение жидкости в плоском канале прямоугольного сечения с проницаемыми стенками встречается в мембранных установках, листовых фильтрах и газораспределительных установках. При выполнении инженерных расчетов такого оборудования необходимо знать распределение скорости течения жидкости вдоль канала. В настоящей работе рассматривается задача об определении скорости течения жидкости вдоль такого канала в условиях ее отбора через квазиоднородные проницаемые стенки при заглушенном торце. Расчетная схема для решаемой задачи показана на рис. 1.

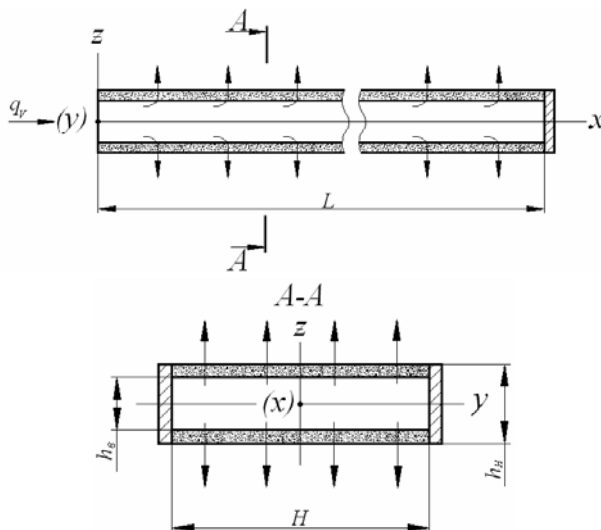


Рис. 1. Расчетная схема канала

Для рассматриваемого канала значения указанных на рисунке 1 размеров соотносятся как  $L \gg h_g$  и  $H > h_H$ , а фильтрационное течение сквозь пористые стенки подчиняется закону Дарси.

В работе [1] для условий рассматриваемой задачи было получено и представлено в безразмерной форме дифференциальное уравнение для средней скорости продольного течения жидкости в плоском канале с проницаемыми стенками и заглушенным торцом:

$$\frac{d^2 U}{d\xi^2} - a \cdot U \cdot \frac{dU}{d\xi} = 0, \quad (1)$$

где  $U = \frac{g}{g_0}$  – безразмерная средняя скорость

продольного течения жидкости в произвольном сечении канала;  $g$  и  $g_0$  – средняя скорость течения жидкости в произвольном сечении и на

входе в канал;  $\xi = \frac{x}{L}$  – безразмерная координата

вдоль канала;  $L$  – длина проточной части канала;  $a = b \cdot \text{Re} \cdot \frac{L}{h_g} \cdot \frac{k}{h_g \cdot (h_H - h_g)}$  – коэффициент,

комплексно учитывающий геометрию канала, фильтрационные свойства проницаемой стенки и режим течения жидкости в начальном

сечении;  $\text{Re} = \frac{g_0 \cdot h_g \cdot \rho}{\mu}$  – число Рейнольдса в



начальном сечении;  $k$  – проницаемость стенки канала;  $\mu$  и  $\rho$  – вязкость и плотность жидкости;  $h_H$  и  $h_g$  – поперечные размеры канала;  $b = (8 - m)$  – безразмерный коэффициент, в котором параметр  $m$  учитывает влияние сил вязкого трения в потоке жидкости.

При отборе жидкости из канала с заглушенным торцом значение безразмерной скорости продольного течения будет изменяться от «1» на входе жидкости в канал до «0» около заглушенного торца. Таким образом, решив уравнение (1) при граничных условиях

$$U(0) = 1 \text{ и } U(1) = 0, \quad (2)$$

можно получить расчетное уравнение позволяющее определить закономерность изменения средней скорости течения жидкости вдоль потока в канале при ее отборе через проницаемые стенки.

Параметр  $m$  является трудноопределяемой величиной, и в настоящее время нет надежных рекомендаций для оценки его численных значений. Приближенные методы определения величины этого параметра для некоторых частных случаев приводятся в работе [2]. Наиболее достоверным следует признать экспериментальное определение его значений. Будем искать решение для таких условий течения в канале с проницаемыми стенками, когда  $0 < m < 8$ . При этом условии коэффициент  $a$  будет положительной величиной.

Уравнение (1) может быть представлено в форме зависимости

$$\frac{d}{d\xi} \cdot \left( \frac{dU}{d\xi} - \frac{a}{2} \cdot U^2 \right) = 0,$$

откуда следует, что

$$\frac{dU}{d\xi} - \frac{a}{2} \cdot U^2 = -C_1 \quad (3)$$

где  $C_1$  – некоторая постоянная.

Так как рассматриваемая задача об отборе жидкости из канала, то средняя скорость ее течения вдоль потока будет убывать и тогда на всем протяжении канала всегда будет  $\frac{d\mathcal{G}}{d\xi} < 0$ .

Для этого необходимо, чтобы всегда выполнялось условие

$$\frac{a}{2} \cdot \mathcal{G}^2 - C_1 < 0,$$

что возможно только в том случае, если постоянная  $C_1$  будет положительной величиной и

$C_1 > \frac{a}{2}$ , этим обстоятельством и объясняется необходимость появления знака «минус» в правой части уравнения (3).

Разделяя переменные в уравнении (3) и интегрируя в общем виде полученное равенство, находим

$$\xi = \int \frac{dU}{\frac{a}{2} \cdot U^2 - C_1} + C_2.$$

Представляя выражение в знаменателе в виде разности квадратов, получаем табличный интеграл.

$$\xi = -\frac{1}{\sqrt{\frac{a}{2}}} \int \frac{d\left(\sqrt{\frac{a}{2}} \times U\right)}{(\sqrt{C_1})^2 - \left(\sqrt{\frac{a}{2}} \cdot U\right)^2} + C_2,$$

где  $C_1^* = \sqrt{\frac{a}{2 \cdot C_1}}$ .

Решая это уравнение относительно безразмерной скорости  $\mathcal{G}$ , после ряда преобразований находим

$$U = \frac{1}{C_1^*} \cdot th \left[ \frac{(C_2 - \xi) \cdot a}{2 \cdot C_1^*} \right] \quad (4)$$

Подставляя в это уравнения граничные условия (2), получаем следующую систему уравнений для определения констант интегрирования  $C_2$  и  $C_1^*$ :

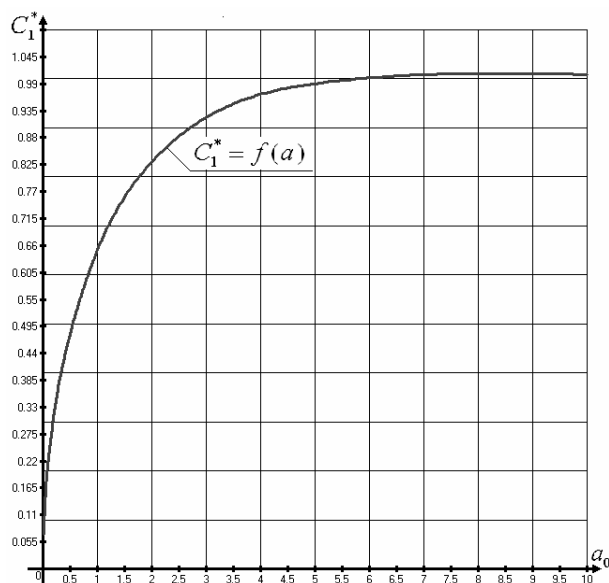
$$\frac{1}{C_1^*} \cdot th \left[ \frac{C_2 \cdot a}{2 \cdot C_1^*} \right] = 1 \quad (5)$$

$$\frac{1}{C_1^*} \cdot th \left[ \frac{(C_2 - 1) \cdot a}{2 \cdot C_1^*} \right] = 0 \quad (6)$$

По условию задачи и из физических соображений следует, что  $C_1^* \neq 0$  и  $C_1^* \neq \pm\infty$ , поэтому условие, выражаемое уравнением (6) выполняется только в том случае, если  $C_2 = 1$ . Подставляя это значение константы интегрирования в уравнение (5), получаем следующее трансцендентное уравнение для определения константы  $C_1^*$ :

$$C_1^* = th \cdot \left[ \frac{a}{2 \cdot C_1^*} \right]. \quad (7)$$

Значения константы  $C_1^*$  являются корнями этого трансцендентного уравнения и могут быть найдены путем его графического решения для разных численных значений коэффициента

Рис. 2. Графическая зависимость  $C_1^* = f(a)$ 

« $a$ ». На рис. 2 представлен найденный таким образом график значений константы  $C_1^*$  для ряда значений коэффициента « $a$ ».

Представленную на рис. 2 графическую зависимость  $C_1^* = f(a)$  можно аппроксимировать тремя степенными уравнениями:

$$C_1^* = 0,67 \cdot a^{0,48} \text{ для области } 0,01 < a < 1,$$

$$C_1^* = 0,67 \cdot a^{0,26} \text{ для области } 1 < a < 5$$

$$\text{и } C_1^* = 0,98 \cdot a^{0,01} \text{ для области } 5 < a < 10. \quad (8)$$

На основании уравнения (4), искомое расчетное уравнение для определения безразмерной средней скорости течения жидкости в канале с проницаемыми стенками в конечной форме запишется как

$$U = \frac{1}{C_1^*} \cdot th \left[ \frac{(1-\xi) \cdot a}{2 \cdot C_1^*} \right]. \quad (9)$$

Значение констант  $C_1^*$  этого уравнения определяются по графику зависимости  $C_1^* = f(a)$ , изображенному на рисунке 2, или с помощью уравнений (8). На рисунке 3 представлены графики, показывающие характер изменения в канале вдоль потока средней безразмерной скорости течения жидкости для ряда значений коэффициента « $a$ ».

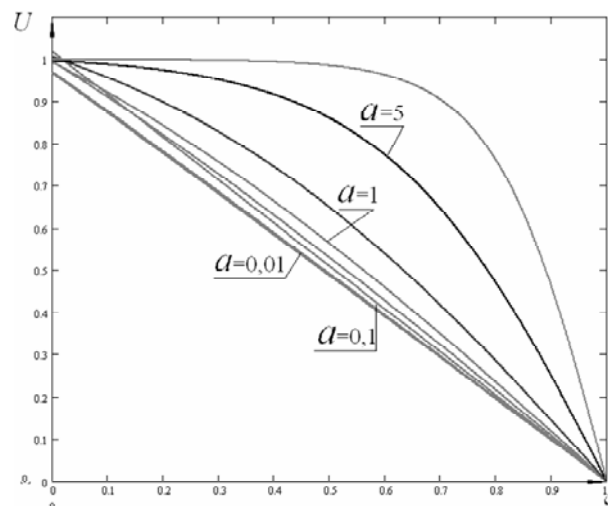


Рис. 3. Кривые распределения средней безразмерной скорости течения

С увеличением численного значения этого коэффициента, как видно из рисунка 3, интенсивность снижения средней скорости течения жидкости вдоль канала на начальном участке замедляется, увеличиваясь в дальнейшем, по мере приближения к заглушенному торцу.

Таким образом, получено расчетное уравнение для определения средней скорости течения жидкости в плоском канале с проницаемыми стенками и заглушенным торцом в условиях отбора жидкости из канала, когда фильтрационное течение сквозь пористые стенки канала подчиняется закону Дарси. И построены графики, показывающие характер изменения скорости течения жидкости вдоль канала. На основании полученного расчетного уравнения можно получить уравнения для распределения давления и скорости фильтрационного течения вдоль канала, необходимые для инженерных расчетов элементов технологического оборудования.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Приказчикова, Е. А. Течение в плоском канале с проницаемыми стенками / Е. А. Приказчикова, В. А. Балашов, В. В. Шишлянников // Известия ВолгГТУ. – Волгоград. – 2009. – №1. – с. 16 – 17.
2. Ерошенко В.М., Зайчик Л.И. Гидродинамика и теплообмен на проницаемых поверхностях. – М.: Наука, 1984. – 274 с.
3. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. – М.: Наука, 1986. – 544 с.

УДК.532.546

*Д. А. Милова, В. А. Балашов, Б. В. Симонов*

**ФИЛЬТРАЦИОННОЕ ТЕЧЕНИЕ ЖИДКОСТИ В ПРИСТЕННОЙ ОБЛАСТИ ПЛОСКОГО КАНАЛА**

**Волгоградский государственный технический университет**

Рассматривается задача о плоском одномерном фильтрационном течении ньютоновской жидкости в плоском протяженном канале через зернистый слой под действием перепада давлений  $\Delta p = p_1 - p_2$ . Получено уравнение и профиль скорости фильтрации для потока вязкой жидкости в плоском канале, заполненном шаровыми частицами.

*Ключевые слова:* течение жидкости, плоский канал, проницаемая стенка, фильтр, мембрана.

*D. A. Milova, V. A. Balashov, B. V. Simonov*

**THE FLUID FILTRATION FLOW IN THE WALL-ADJACENT FIELD OF THE FLAT DUCT**

**Volgograd State Technical University**

This paper presents flat one-dimensional filtration flow of Newtonian fluid in the flat extended channel through the granular bed with the pressure gradient ( $\Delta p = p_1 - p_2$ ). It also contains the equation and the velocity profile of the viscous fluid flow in the flat channel packed with globules.

*Keywords:* fluxion of a fluid, the flat channel, a penetrable wall, the filter, the diaphragma.

Экспериментальные исследования показывают, что в зернистом слое в пристенной области вследствие влияния стенок на упаковку частиц пористость слоя отлична от ее значения в удаленной от стенки области [1]. Это явление называется пристенным эффектом. Так, например, для слоя из шаровых частиц при их случайной упаковке толщина пристенного слоя находится в пределах порядка  $(4 \div 5)d$ , где  $d$  – диаметр шаровой частицы [1,2,3]. В пределах этой области пористость зернистого слоя по мере приближения к стенке возрастает от ее значения  $\varepsilon_0 = 0,39 \div 0,41$  до величины порядка единицы, что, соответственно, приводит к увеличению проницаемости слоя сверх ее значения  $k_0$ , определяемого структурой слоя при пористости  $\varepsilon_0$ . Вследствие увеличения проницаемости возрастает и скорость фильтрационного потока в пристенной области, испытывающего при этом сопротивление течению, обусловленное прилипанием жидкости на стенке. В настоящее время не имеется зависимостей, позволяющих хотя бы приближенно оценить картину поля скоростей в пристенной области с учетом

характера изменения в ее пределах проницаемости и возможности прилипания жидкости на стенке. Получение такой зависимости и является целью настоящей работы.

Рассматривается задача о фильтрационном течении ньютоновской жидкости в плоском протяженном канале через зернистый слой под действием перепада давлений  $\Delta p = p_1 - p_2$ . Расчетная схема для такого канала с соотношением геометрических размеров  $l > s > h$  показана на рис. 1.

Толщина поперечного сечения канала принимается равной  $h = (8 \div 10)d$ , и тогда продольное вертикальное сечение вдоль потока толщиной  $h$  представляется совокупностью двух соприкасающихся пристенных слоев толщиной  $h/2$ . Для потока в канале только в его центре при  $z = 0$  проницаемость слоя будет равна ее значению  $k_0$ , а скорость фильтрации определится, как

$$\vartheta = \vartheta_0 = \frac{k_0}{\mu} \cdot \frac{dp}{dx}, \tag{1}$$

где  $dp/dx$  – градиент давления в потоке;  $\mu$  – вязкость жидкости.

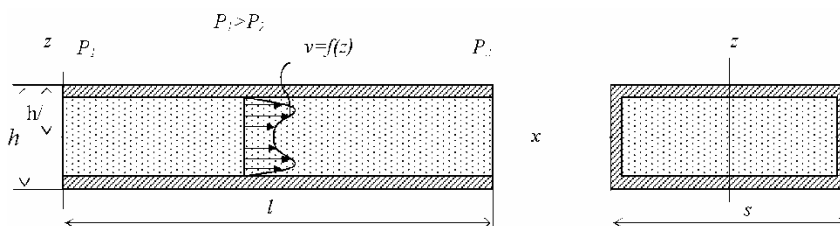


Рис. 1. Схема фильтрационного течения в плоском канале

Точной зависимости, определяющей изменение проницаемости в пристенном слое зернистого материала не имеется, поэтому в первом приближении можно принять

$$k = k(z) = k_0 + 4 \cdot \Delta k_{cm} \left( \frac{z}{h} \right)^2, \quad (2)$$

где  $z$  – вертикальная координата;  $\Delta k_{cm}$  – увеличение проницаемости около стенки, когда  $z = \pm h/2$ , по сравнению с ее значением в центре потока при  $z = 0$ .

Рассматриваемое фильтрационное течение является плоским одномерным, и для его описания воспользуемся уравнением, предложенным Бринкманом [4], которое с учетом изменяющейся по сечению потока проницаемостью, запишется следующим образом:

$$\frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\mu}{k(z)} \cdot \vartheta - \mu_\phi \cdot \frac{\partial^2 \vartheta}{\partial z^2} = 0, \quad (3)$$

где  $\vartheta = \vartheta(z)$  – местная скорость фильтрации;  $\mu_\phi$  – фильтрационная вязкость.

Задача решается с учетом прилипания жидкости на стенке, граничные условия для решения уравнения (3) запишутся как

$$\begin{cases} z = 0, \vartheta = \vartheta_0; \\ z = \pm h/2, \vartheta = 0 \end{cases} \quad (4)$$

Система уравнений (1), (2), (3) с граничными условиями (4) является исходной математической моделью для решаемой задачи по определению зависимости  $\vartheta = f(z)$ . Решая совместно эту систему уравнений, вводя безразмерные переменные, как

$$\begin{cases} \bar{z} = 2 \cdot z/h; \\ \bar{\vartheta} = \vartheta/\vartheta_0 \end{cases} \quad (5)$$

и преобразуя линейную координату с помощью допускающей обратное преобразование новой переменной, определяемой, как

$$\varphi = \pm \sqrt{b + abz^{-2}}, \quad (6)$$

где  $a = \frac{\Delta k_{cm}}{k_0}; b = 4 \frac{k_0}{h^2} \cdot \frac{\mu_\phi}{\mu}$  (7), (8)

получаем дифференциальное уравнение:

$$\frac{\partial^2 \bar{\vartheta}}{\partial \varphi^2} - m \frac{\bar{\vartheta}}{\varphi^2} + n = 0, \quad (9)$$

где

$$m = \frac{1}{ab} = \frac{h^2}{4 \cdot \Delta k_{cm}} \times \frac{\mu}{\mu_\phi}, \quad (10)$$

$$n = \frac{1}{ab^2} = \frac{h^4}{16 \cdot \Delta k_{cm} \cdot k_0} \times \frac{\mu^2}{\mu_\phi^2}. \quad (11)$$

В результате перехода к безразмерным переменным и указанного преобразования линейной координаты новые граничные условия для решения уравнения (9) запишутся в следующем виде:

$$\begin{cases} \varphi = \varphi_1 = \pm \frac{2}{h} \sqrt{k_0 \times \frac{\mu_\phi}{\mu}}, \\ \bar{\vartheta} = 1 \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} \varphi = \varphi_2 = \pm \frac{2}{h} \sqrt{(k_0 + \Delta k_{cm}) \times \frac{\mu_\phi}{\mu}}, \\ \bar{\vartheta} = 0 \end{cases} \quad (13)$$

Неоднородное нелинейное дифференциальное уравнение второго порядка (9) может иметь несколько решений. Анализ соотношения численных значений величин, которые могут иметь место для рассматриваемого фильтрационного течения, показывает, что физически значимым для рассматриваемой задачи может быть решение, соответствующее следующим условиям:

$$n \neq 0, m \neq 0, m \neq 2, m > -\frac{1}{4} \quad (14)$$

Таким образом, дифференциальное уравнение (9), решаемое при граничных условиях (12) и (13), а также с учетом условий (14) является рабочей формой математической модели для решаемой задачи.

В результате решения уравнения (12) при указанных граничных условиях и ограничениях по параметрам  $m$  и  $n$  получаем следующее уравнение:

$$\bar{v} = c_1 \cdot \varphi^{t_1} + c_2 \cdot \varphi^{t_2} + \frac{n}{m-2} \cdot \varphi^2, \quad (15)$$

где  $t_1 = \frac{1}{2}(1 + \sqrt{4m+1})$ ,  $t_2 = \frac{1}{2}(1 - \sqrt{4m+1})$ .

$$\left. \begin{cases} c_1 \cdot \varphi_1^{t_1} + c_2 \cdot \varphi_1^{t_2} + \frac{n}{m-2} \cdot b = 1 \\ c_1 \cdot \varphi_2^{t_1} + c_2 \cdot \varphi_2^{t_2} + \frac{n}{m-2} \cdot b(1+a) = 0 \end{cases} \right\} \quad (16)$$

Значения переменной  $\varphi$  и постоянных  $a$ ,  $b$ ,  $m$  и  $n$  определяются с помощью зависимостей (6), (7), (8), (9), (10), (11) и (12).

Переменная  $\varphi$  допускает обратное преобразование по линейной координате  $z$ , изменяющейся в пределах  $z = \pm h/2$ . Для промежуточных значений координаты  $z$  соответствующие значения координаты  $\varphi$  согласно (6) будут определяться как

$$\varphi_i = \pm \sqrt{b + a \cdot b \cdot z_i^{-2}} = \pm \sqrt{b + 4 \cdot a \cdot b \cdot \left(\frac{z_i}{h}\right)^2},$$

а для граничных условий:

$$\begin{cases} z = 0, \\ \varphi = \varphi_1; \\ z = \pm h/2, \\ \varphi = \varphi_2. \end{cases}$$

На рис. 2 в качестве примера показан полученный с помощью определенных зависимостей профиль скорости фильтрации для потока вязкой жидкости в плоском канале, заполненном шаровыми частицами, когда  $h = 0,04 \text{ м}$ ,  $d = 5 \times 10^{-3} \text{ м}$ ,  $k_0 = 7,6 \cdot 10^{-8} \text{ м}^2$ ,  $\Delta k_{cm} = 10^6 \text{ м}^2$ ,  $\frac{\mu}{\mu_\phi} \approx 80$ .

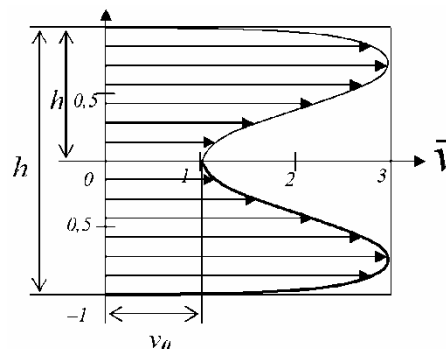


Рис. 2. Профиль безразмерной скорости, рассчитанный с учетом приведенных данных о размере канала и пористости заполняемого материала

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Аэров М.Э. Гидравлические и тепловые основы работы аппаратов со стационарным и кипящим зернистым слоем / М. Э. Аэров, О. М. Годес. – Л.: Химия, 1968г. 512 с.
2. Бахронов Х.Ш., Порозность неподвижного слоя зернистых материалов / Х.Ш. Бахронов // Хим. пром-сть сегодня. 2008. – №2. – С. 55-56.
3. Пушнов А.С., Расчет средней пористости зернистого слоя / А.С. Пушнов // Химическое и нефтегазовое машиностроение. 2006. – №1.
4. Берд, Р. Явление переноса : учеб. пособие / Р. Берд, В. Стьюарт, Е. Лайфут. М. : Химия, 1974. – 658 с.

УДК 678.01:536.21

**В. Б. Ряснов, В. М. Шаповалов**

**ТЕМПЕРАТУРНЫЕ НАПРЯЖЕНИЯ ПРИ НАНЕСЕНИИ ПОЛИМЕРНОГО ПОКРЫТИЯ НА ТРУБУ**

**Волжский политехнический институт (филиал) Волгоградского государственного технического университета**

После нанесения полимерного покрытия (расплава) на стальную трубу изделие подвергается интенсивному наружному охлаждению путем орошения водой из лотка. Охлаждение сопровождается существенной усадкой поверхностных слоёв, в то время как внутренние слои остаются в вязко-текучем состоянии. Усадка обусловлена повышением плотности полимера с уменьшением температуры, она может привести к трещинообразованию на поверхности. Температурное поле в покрытии нестационарное, поэтому температурные напряжения изменяются во времени.

*Ключевые слова:* температурное напряжение, полимерное покрытие, вязкая жидкость, гуковское тело.

**V. B. Rjasnov, V. M. Shapovalov**

**TEMPERATURE PRESSURE AT DRAWING THE POLYMERIC COVERING ON THE PIPE**

**Volgograd State Technical University**

After drawing a polymeric covering smelt on a steel pipe the product is exposed to intensive cooling from an external surface which is carried out by an irrigation by water from a tray. Process of cooling of polymer is accompanied essential compression superficial layers while internal layers remain in a plastic condition. Compression it is caused by increase of density of polymer with reduction of temperature. Compression coverings can lead to occurrence of the pressure exceeding strength and to destruction on a surface. As a temperature field in a covering non-stationary also temperature pressure change in time. Is of interest to analyses change of pressure in a polymeric covering during cooling.

*Keywords:* temperature stress, a polymeric coat, a viscous fluid, the Hookean body.

Предварительно необходимо найти температурное поле в полимерном покрытии. Второй задачей является определение температурных напряжений в покрытии (термоупругая задача). В настоящем рассмотрении предпринята попытка изучить термическое и механическое взаимодействие между покрытием и основой.

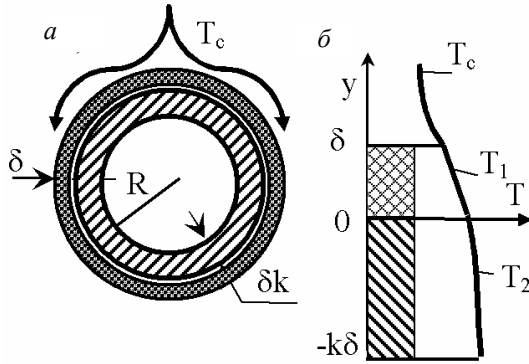


Рис. 1. Схема охлаждения трубы (а) и распределения температур в стенке трубы и покрытии (б)

На рис. 1 представлена схема процесса охлаждения трубы с полимерным покрытием. Температурное поле в слое полимера описывается функцией  $T_1 = T_1(t, y)$ , в стальной стенке трубы –  $T_2 = T_2(t, y)$ . Радиус поверхности металлической трубы  $R$ . Толщина покрытия  $\delta$ , стенки трубы –  $k\delta$ . Анализ ведем в системе Лагранжа, связанной с поверхностью трубы. Внутри трубы теплообмен отсутствует. Температура охлаждающей среды ( $T_c$ ) постоянна. Начальный профиль температур однороден в стенке трубы и покрытии. Ширина и толщина покрытия при охлаждении не изменяются. Кривизной стенки трубы пренебрегаем (задача одномерная, нестационарная). Тепловой поток радиальный. Между полимерным покрытием и поверхностью трубы имеет место идеальный тепловой контакт. Труба непрерывно вращается вокруг собственной оси, условия охлаждения однородны в окружном направлении, т.е. задача осесимметрична. Теплофизические свойства полимерного материала и стенки трубы постоянны. Тепловой эффект кристаллизации игнорируем. Поверхность покрытия охлаждается в соответствии с законом Ньютона.

Введем безразмерные переменные и параметры:

$$\{\theta_1, \theta_2\} = \frac{\{T_1, T_2\} - T_c}{T_0 - T_c}, \quad Y = \frac{y}{\delta}, \quad A = \frac{a_1}{a_2}, \quad \Lambda = \frac{\lambda_1}{\lambda_2},$$

$$Bi = \frac{\alpha\delta}{\lambda_1}, \quad Fo = \frac{a_1 t}{\delta^2},$$

$$\{\bar{\sigma}_z, \bar{\sigma}_r, \bar{\sigma}_\varphi\} = \frac{\{\sigma_z, \sigma_r, \sigma_\varphi\}(1-\mu)}{\beta E_0 (T_0 - T_c)}, \quad \Delta = \frac{\delta}{R}, \quad (1)$$

где  $a_1, a_2, \lambda_1, \lambda_2$  – коэффициенты теплопроводности и теплопроводности материала покрытия и материала трубы;  $T_1, T_2, \theta_1, \theta_2$  – размерные и безразмерные температуры покрытия и стенки трубы, соответственно;  $T_c$  – температура охлаждающей среды;  $T_0$  – начальная температура системы;  $t$  – время;  $\Lambda, A, Bi, Fo$  – безразмерные параметры;  $y, Y$  – размерная и безразмерная поперечная координата;  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи;  $E_0$  – коэффициент зависимости модуля упругости ( $E$ ) от температуры  $E = E_0 e(\Delta T)$ ;  $e(\Delta T)$  – безразмерная функция температуры;  $\sigma_z, \sigma_r, \sigma_\varphi, \bar{\sigma}_z, \bar{\sigma}_r, \bar{\sigma}_\varphi$  – размерные и безразмерные компоненты напряжения.

С учетом принятых допущений и обозначений (1) краевая задача описывается системой уравнений:

$$\frac{\partial \theta_1}{\partial Fo} = \frac{\partial^2 \theta_1}{\partial Y^2}, \quad Fo > 0, \quad 0 < Y < 1,$$

$$\frac{\partial \theta_2}{\partial Fo} = \frac{1}{A} \frac{\partial^2 \theta_2}{\partial Y^2}, \quad Fo > 0, \quad -k < Y < 0, \quad (2)$$

$$Fo = 0: \theta_1 = 1, \theta_2 = 1, \quad (3)$$

$$Fo > 0: Y = 1, \quad \frac{\partial \theta_1}{\partial Y} = -Bi\theta_1, \quad Y = -k, \quad \frac{\partial \theta_2}{\partial Y} = 0, \quad (4)$$

$$Y = 0, \quad \theta_1 = \theta_2, \quad \Lambda \frac{\partial \theta_1}{\partial Y} = \frac{\partial \theta_2}{\partial Y}. \quad (5)$$

Решение задачи (2)–(5) получено методом Фурье в виде рядов [1]

$$\theta_1 = \sum_{n=0}^{\infty} A_{2,n} S_n \exp(-\mu_n^2 Fo) \cdot \sin(\mu_n Y + \varphi_{1,n}),$$

$$\theta_2 = \sum_{n=0}^{\infty} A_{2,n} \exp(-\mu_n^2 Fo) \cdot \sin(\mu_n \sqrt{A} Y + \varphi_{2,n}), \quad (6)$$

$$A_{2,n} = \frac{\Lambda S_n [\cos \varphi_{1,n} - \cos(\mu_n + \varphi_{1,n})] - \sqrt{A} \cos \varphi_{2,n}}{\frac{\Lambda S_n^2}{4} \{2\mu_n + \sin 2\varphi_{1,n} - \sin[2(\mu_n + \varphi_{1,n})]\} + \frac{\sqrt{A}}{4} (2\mu_n \sqrt{A} k - \sin 2\varphi_{2,n})}, \quad S_n = \frac{\sin \varphi_{2,n}}{\sin \varphi_{1,n}}.$$

Собственные числа  $\mu_n$  и постоянные  $\varphi_{1,n}$  и  $\varphi_{2,n}$  находятся из уравнений

$$\Delta \operatorname{tg} \varphi_{2,n} = \sqrt{A} \operatorname{tg} \varphi_{1,n}, \quad \cos(-\mu_n k \sqrt{A} + \varphi_{2,n}) = 0, \\ \mu_n = -\operatorname{Bi} \cdot \operatorname{tg}(\mu_n + \varphi_{1,n}). \quad (7)$$

Температурный коэффициент линейного расширения материала стенки трубы ( $\beta=1,1 \times 10^{-5}$ ) значительно меньше температурного коэффициента линейного расширения материала покрытия ( $\beta=2 \times 10^{-4}$ ). Кроме того, модуль упругости покрытия ( $E=0,1$  ГПа) значительно меньше модуля упругости материала стенки трубы ( $E=200$  ГПа). Также толщина покрытия ( $\sim 3$  мм) меньше толщины стенки трубы ( $\sim 14$  мм). Температурную и механическую деформацию металлической стенки трубы не учитываем.

Для полимеров характерно сложное механическое поведение. В процессе охлаждения поверхностные слои находятся в состоянии, близком к упругому (модель Гука). Нижние слои покрытия находятся в расплавленном состоянии (вязкая жидкость). Используем двухслойную модель механического поведения покрытия. Рассматриваем нижние слои покрытия, находящиеся в расплавленном состоянии, как упругий материал с модулем упругости, близким к нулю. Верхние остывшие слои покрытия – как гуковское тело с модулем упругости, изменяющимся с температурой. Поперечные сечения остаются плоскими и осевая деформация отсутствует.

Уравнение равновесия для элемента покрытия имеет вид [2]

$$\sigma_r dr + r d\sigma_r - \sigma_\varphi dr = 0, \quad (8)$$

где  $\sigma_r$ ,  $\sigma_\varphi$  – радиальные и окружные напряжения,  $r$  – радиус. Напряжение ( $\sigma_z$ ) действует на площадках совпадающих с поперечным сечением.

Воспользуемся обобщенным законом Гука, добавив к деформациям, обусловленным напряжениями, температурные расширения:

$$\varepsilon_z = \frac{1}{E}(\sigma_z - \mu\sigma_r - \mu\sigma_\varphi) + \beta\Delta T; \\ \varepsilon_r = \frac{1}{E}(\sigma_r - \mu\sigma_z - \mu\sigma_\varphi) + \beta\Delta T; \quad (9) \\ \varepsilon_\varphi = \frac{1}{E}(\sigma_\varphi - \mu\sigma_z - \mu\sigma_r) + \beta\Delta T,$$

где  $\mu$  – коэффициент Пуассона;  $\Delta T = T_0 - T = (T_0 - T_c)(1 - \theta)$  – понижение температуры. Далее полагаем  $\beta = \text{const}$ .

Продольной усадкой трубы и смещениями покрытия относительно стенки трубы пренебрегаем. Для продольных деформаций  $\varepsilon_z = 0$ .

На внешней поверхности отсутствует нормальное давление

$$r=R+\delta, \quad \sigma_r=0. \quad (10)$$

На поверхности металлической трубы отсутствуют деформации

$$r=R, \quad \varepsilon_r=0. \quad (11)$$

Решение задачи (8)–(11) имеет вид

$$\bar{\sigma}_z = -e(\theta_1)\mu \left[ \frac{1}{\mu}(\theta_1 - 1) + \frac{2(\theta_{1*} - 1)(1 + 2\Delta^2 + 2\mu)}{(1 - 2\mu)(2\Delta + \Delta^2 + 2\mu)} + \frac{2\Delta}{(2\Delta + \Delta^2 + 2\mu)} I(1, Fo) \right]; \quad (12) \\ \bar{\sigma}_r = -\frac{e(\theta_1)}{(1 + \Delta Y)^2} \left\{ -I(Y, Fo) - \frac{(\theta_{1*} - 1)(1 + \Delta Y)^2}{(1 - 2\mu)} + \frac{[(1 + \Delta Y)^2 - 1 + 2\mu]}{(2\Delta + \Delta^2 + 2\mu)} \left[ \frac{(\theta_{1*} - 1)}{(1 - 2\mu)} + \frac{1}{(1 + \Delta)^2} I(1, Fo) \right] \right\}; \\ \bar{\sigma}_\varphi = -\frac{e(\theta_1)}{(1 + \Delta Y)^2} \left\{ \frac{\Delta I(Y, Fo) - \theta_1 + 1 + (\theta_{1*} - 1)[(1 + \Delta Y)^2(2\Delta - 1 - 2\mu) + (1 - 2\mu)(1 + \Delta)^2]}{(1 - 2\mu)(2\Delta + \Delta^2 + 2\mu)} + \frac{\Delta[(1 + \Delta Y)^2 + 1 - 2\mu]}{(2\Delta + \Delta^2 + 2\mu)} I(1, Fo) \right\};$$

где  $\theta_{1*} = \theta_1(Y=0, Fo)$ ,  $I(Y, Fo)$  – интеграл вида:

$$I(Y, Fo) = \sum_{n=0}^N A_{2,n} S_n e^{-\mu_n^2 Fo} \left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{\mu_n} [\cos \varphi_{1,n} - \cos(\mu_n Y + \varphi_{1,n})] + \\ + \frac{\Delta}{\mu_n^2} [\sin(\mu_n Y + \varphi_{1,n}) - \sin \varphi_{1,n} - \\ - \mu_n Y \cos(\mu_n Y + \varphi_{1,n})] \end{array} \right\} \left\{ \frac{\sin\left(\frac{\pi n}{N+1}\right)}{\left(\frac{\pi n}{N+1}\right)} - Y - \Delta \frac{Y^2}{2}, \right.$$

который получен с учетом первого выражения в (6) и  $\sigma$ -множителя Ланцоша [3].

В начале процесса охлаждения напряжения отсутствуют ( $\bar{\sigma}_z = \bar{\sigma}_r = \bar{\sigma}_\varphi = 0$ ), но по мере охлаждения они возрастают, достигая наибольшего значения в конце охлаждения ( $Fo \rightarrow \infty$ ).

Предельные свойства решения. При бесконечной продолжительности охлаждения ( $Fo \rightarrow \infty$ ) в выражениях (12) необходимо положить:  $I(Y, \infty) = -Y - 0,5\Delta Y^2$ ,  $\theta_1 = \theta_{1*} = 0$ . Осьевые напряжения однородны по толщине покрытия. На поверхности покрытия ( $Y=1$ ) безразмерные напряжения отвечают значениям  $I(1, \infty) = -1 - 0,5\Delta$ ,  $\theta_1 = \theta_{1*} = 0$ . У поверхности металлической трубы ( $Y=0$ ), имеем:  $I(0, \infty) = 0$ ,  $\theta_1 = \theta_{1*} = 0$ .

В предварительных расчетах проигнорируем температурную зависимость модуля упругости полимерного материала покрытия от температуры, т. е. положим  $\epsilon(\theta_1) = 1$ . Действительно, форма для безразмерных напряжений (12) позволяет исключить из расчетных выражений для напряжений (1) параметр  $\epsilon(\theta_1)$ , путем его переноса из правой части в левую.

Численный анализ выполнен для случая охлаждения полимерного покрытия на поверхности стальной трубы. Пользуясь литературными источниками, найдем пределы варьирования параметров процесса. Теплофизические характеристики для материала стальной стенки трубы и покрытия [4]: сталь Ст.20,  $\lambda_2 = 50$  Вт/(мК),  $\rho_2 = 7800$  кг/м<sup>3</sup>,  $C_2 = 500$  Дж/(кгК),  $a_2 = 1,28 \cdot 10^{-5}$  м<sup>2</sup>/с; ПЭНД:  $a_1 = (0,1 \div 0,7) \cdot 10^{-6}$  м<sup>2</sup>/с,  $\lambda_1 = 0,24 \div 0,55$  Вт/(мК),  $A = 0,0112$ ,  $\Lambda = 0,00722$ ;  $\alpha = 2148$  Вт/(м<sup>2</sup>К);  $Bi = 19,82$ ;  $k = 4,77$ . Механические свойства: для стальной трубы  $E = 2-2,1 \cdot 10^{11}$  Па;  $\mu = 0,24-0,28$ ;  $\beta = 1,3 \cdot 10^{-7}$  К<sup>-1</sup>, ПЭНД  $\beta = 1,7-2 \cdot 10^{-4}$  К<sup>-1</sup>;  $\mu = 0,3-0,35$ ;  $E = 0,1$  ГПа. Принимаем:  $T_0 = 200$  °С;  $T_c = 30$  °С; труба 168x14,3 мм.;  $\delta = 3$  мм,  $k = 4,77$ ,  $\Delta = \delta/R = 0,0341$ .

Результаты расчета представлены на рис. 2. Распределение напряжений близко к линейной зависимости. Окружные напряжения у стенки

трубы наибольшие (растягивающие). Радиальные напряжения (сжимающие); принимают наибольшее значение у стенки трубы. Осьевые напряжения – растягивающие и однородны по сечению покрытия.

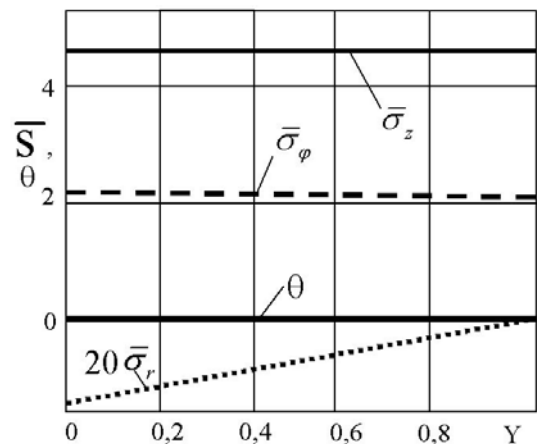


Рис. 2. Распределение главных безразмерных напряжений и температуры в покрытии при полном охлаждении системы ( $Fo \rightarrow \infty$ )

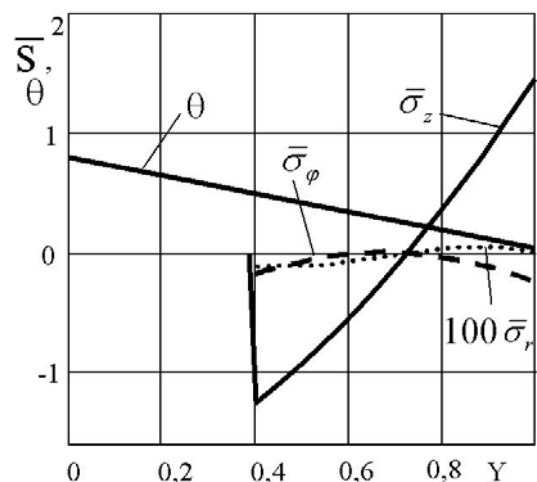


Рис. 3. Распределение температурных напряжений и безразмерной температуры по толщине покрытия с учетом температурной зависимости модуля упругости при  $Fo=2$

Случай температурозависимого модуля упругости покрытия. Примем, что модуль упругости в интервале температур  $T_c$  и температуры плавления изменяется по параболической зави-



симости:  $e = 1 - 4\theta_1^2$  при  $0 < \theta_1 < 0,5$  и  $e = 0$  при  $\theta_1 \geq 0,5$ . Начальная температура покрытия  $T_0 = 200$  °С. Температура охлаждающей жидкости  $T_c = 20$  °С. Температура затвердевания  $T_3 = 110$  °С. На рис. 3 представлена расчетная зависимость главных напряжений и безразмерной температуры по толщине покрытия для момента безразмерного времени  $Fo = 2$ . Из рисунка видно, что глубина кристаллизации, отвечающая температуре  $\theta = 0,5$ , составляет  $Y \approx 0,4$ . Для наглядности радиальные напряжения увеличены в 100 раз. Главные напряжения знакопеременны в пределах зоны кристаллизации. На цилиндрической поверхности в закристаллизовавшейся зоне, отвечающей  $Y \approx 0,73$ , главные напряжения принимают нулевые значения. Продольные (осевые) и тангенциальные напряжения описываются почти идентичными, но зеркально перевернутыми, кривыми. На границе кристаллизации напряжения изменяются скачкообразно. Это обусловлено изломом принятой функции  $e(\theta)$ . Анализ показал, что в процессе охлаждения в пределах зоны кристаллизации имеет место весьма сложная перестройка эпюр главных напряжений, существенно изменяется характер их распределения.

Другой вариант функции изменения модуля упругости с температурой

$$e(\theta_1) = \begin{cases} 0,5[1 + \cos(2\pi\theta_1)] & \text{при } 0 \leq \theta_1 < 0,5, \\ 0 & \text{при } \theta_1 \geq 0,5. \end{cases}$$

В этом случае расчетные графики напряжений не имеют разрыва на линии застывания.

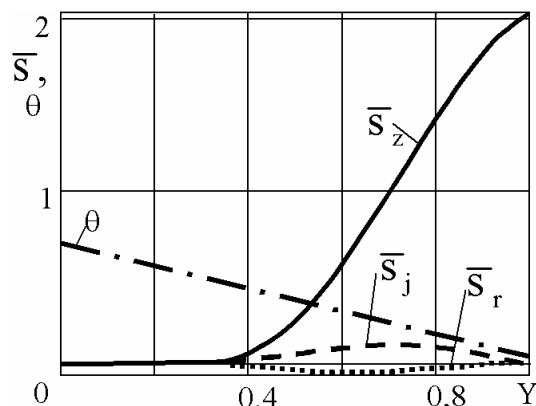


Рис. 4. Распределение температурных напряжений и безразмерной температуры по толщине покрытия с учетом косинусообразной температурной зависимости модуля упругости при  $Fo = 3$

Сопоставление рис. 3 с рис. 4 показывает, что напряжения значительно снижаются в окрестности точки застывания полимера. В целом характер изменения напряжений во времени (переходный процесс) остается достаточно сложным.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Шаповалов В.М. Механика элонгационного течения полимеров. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007.-176с.
2. Зозуля В.В., Мартыненко А.В., Лукин А.Н. Механика материалов. Харьков: Изд-во Национального университета внутренних дел, 2001.-404с.
3. Арфкен Г. Математические методы в физике. - М.: Атомиздат, 1970.-712с.
4. Тепло - и массообмен. Теплотехнический эксперимент: Справочник/Под общ. ред. В.А. Григорьева, В.М. Зорина. - М.: Энергоиздат, 1982.-512 с.

УДК 535.135:542.47

*В. М. Шаповалов*

**НЕСТАЦИОНАРНОЕ ВАЛКОВОЕ ТЕЧЕНИЕ ТЯЖЕЛОЙ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ**

**Волжский политехнический институт (филиал)  
Волгоградского государственного технического университета**

В представленной работе приводятся результаты теоретического анализа и математического моделирования процесса нестационарного течения вязкой жидкости в вертикальном зазоре вращающихся валков. При решении задачи используется принцип суперпозиции ввиду линейности уравнений сохранения. Методом малого параметра получено аналитическое решение задачи. Представлены результаты численного анализа математической модели.

*Ключевые слова:* нестационарное течение, тяжелая вязкая жидкость, вертикальный зазор, вращающиеся валки.

*V. M. Shapovalov*

**NON-STATIONARY CYLINDER CURRENT OF A HEAVY VISCOUS LIQUID**

**Volgograd State Technical University**

The submitted results of the theoretical analysis of non-stationary current of a viscous heavy liquid in vertical cylinder a backlash. In view of linearity of the equations of preservation the principle of superposition in the decision of a problem is used. The method of small parameter receives the analytical decision of a problem. Results of the numerical analysis of mathematical model are submitted. Job is connected to the theory contact hydrodynamics.

*Keywords:* a non-steady-state flow, a heavy viscous fluid, the vertical positive allowance, twirled rolls.

Принято считать, что силы инерции в валковых течениях незначительны [1,2]. Рассматриваются суспензии для  $Re \leq 2$ . Неравномерность подачи жидкости в валковый зазор приведет к неустойчивости расхода на выходе, в частности, будет изменяться толщина слоя жидкости на поверхности вала. Это существенно влияет на качественные показатели процесса (рис. 1).

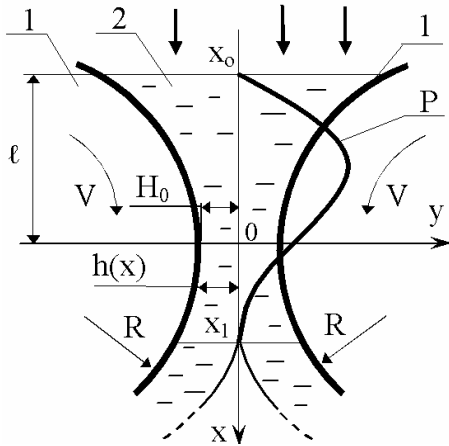


Рис. 1. Схема течения тяжелой вязкой жидкости в вертикальном зазоре:  
1 – вальки, 2 – жидкость

Задача связана с проблемой автоматического управления. Насколько известно автору, в научной литературе отсутствуют модели, учитывающие влияние сил инерции и собственного веса жидкости на нестационарное течение в валковом зазоре.

Выполним оценку членов уравнений. Предварительно перейдем к безразмерным переменным и параметрам:

$$\tau = \frac{Vt}{\ell}, \quad \{\xi, \xi_0, \lambda, \varepsilon\} = \frac{\{x, x_0, x_1, H_0\}}{\sqrt{2RH_0}}, \quad Y = \frac{y}{H_0},$$

$$St = \frac{\rho g H_0^2}{\eta V}, \quad L = \frac{p H_0^2}{\sqrt{2RH_0} \eta V}, \quad V_x = \frac{v_x}{V}, \quad V_y = \frac{v_y}{V},$$

$$Re = \frac{H_0 V \rho}{\eta}. \quad (1)$$

Здесь  $\rho, \eta$  – плотность и вязкость жидкости;  $t$  – время;  $x, y$  – координаты;  $v_x, v_y$  – компоненты скорости;  $p$  – давление;  $x_0, x_1$  – координаты начала и конца зоны течения;  $Re$  – число Рейнольдса;  $St$  – число Стокса;  $L$  – безразмерное давление;  $\xi, \xi_0, \tau, \lambda, \varepsilon$  – безразмерные параметры.

В безразмерной форме уравнения Навье–Стокса и неразрывности:

$$\begin{cases} Re \left( \frac{\partial V_x}{\partial \tau} + \varepsilon V_x \frac{\partial V_x}{\partial \xi} \right) + Re V_y \frac{\partial V_x}{\partial Y} = St - \frac{\partial L}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial Y^2}, & \frac{\partial V_y}{\partial Y} = -\varepsilon \frac{\partial V_x}{\partial X} \\ \varepsilon Re \left( \frac{\partial V_y}{\partial \tau} + V_x \frac{\partial V_y}{\partial \xi} - V_y \frac{\partial V_x}{\partial \xi} \right) = -\frac{1}{\varepsilon} \frac{\partial L}{\partial Y} - \varepsilon \frac{\partial}{\partial Y} \left( \frac{\partial V_x}{\partial \xi} \right), \end{cases}$$

Согласно второму уравнению изменение давления  $L$  по высоте зазора (в направлении  $y$ ) незначительно ( $\partial L / \partial Y \sim \varepsilon^2$ ) и им можно пренебречь. Следовательно  $L = L(\xi)$ . Остается только первое уравнение движения.

Нестационарное течение описывается системой уравнений

$$\varepsilon \frac{\partial V_x}{\partial \xi} + \frac{\partial V_y}{\partial Y} = 0, \quad (2)$$

$$Re \frac{\partial V_x}{\partial \tau} + \varepsilon Re V_x \frac{\partial V_x}{\partial \xi} + Re V_y \frac{\partial V_x}{\partial Y} = St - \frac{dL}{d\xi} + \frac{\partial^2 V_x}{\partial Y^2}. \quad (3)$$

Начальные и граничные условия задачи

$$\tau = 0: \quad \xi_0(\tau) = \xi_{00}, \quad \lambda(\tau) = \lambda_0, \quad V_x = V_{x0}(\xi, Y), \\ V_y = V_{y0}(\xi, Y), \quad L = L_0(\xi), \quad (4)$$

$$\tau > 0: \quad \xi = \xi_0(t), \quad L = 0, \quad (5)$$

$$\xi = \lambda(t), \quad L = 0, \quad \frac{\partial V_x}{\partial Y} \Big|_{Y=1+\lambda^2} = 0, \quad (6)$$

$$Y = 0, \quad \frac{\partial V_x}{\partial Y} = 0, \quad V_y = 0, \quad (7)$$

$$Y = \pm(1+\xi^2), \quad V_x = 1, \quad V_y = 2\varepsilon\xi. \quad (8)$$

Решение задачи (2)–(8) ищем в виде суммы

$$V_x = V_{x0}(\xi, Y) + V_{x1}(\xi, Y, \tau), \\ V_y = V_{y0}(\xi, Y) + V_{y1}(\xi, Y, \tau), \\ L = L_0(\xi) + L_1(\xi, \tau), \quad (9)$$

$$\lambda = \lambda_0 + \lambda_1(\tau), \quad \xi_0 = \xi_{00} + \xi_{01}(\tau), \quad q = q_0 + q_1(\tau),$$

$$\begin{aligned} |v_0| \gg |v_1|, \quad |L_0| \gg |L_1|, \\ |\xi_{00}| \gg |\xi_{01}|, \quad |\xi_{10}| \gg |\xi_{11}|, \\ |q_0| \gg |q_1|. \end{aligned}$$

Попытка решить задачу путем прямого разложения по степеням числа Рейнольдса оказалась неудачной; решение было неустойчивым.

С учетом (9) задача (2)–(8) примет вид

$$q_0 + q_1 = 2 \int_0^{1+\xi^2} V_{x0} dY + 2 \int_0^{1+\xi^2} V_{x1} dY, \\ \varepsilon \frac{\partial(V_{x0} + V_{x1})}{\partial \xi} + \frac{\partial(V_{y0} + V_{y1})}{\partial Y} = 0, \quad (10)$$

$$\text{Re} \frac{\partial V_{x1}}{\partial \tau} + \text{Re} \varepsilon (V_{x0} + V_{x1}) \left( \frac{\partial V_{x0}}{\partial \xi} + \frac{\partial V_{x1}}{\partial \xi} \right) + \\ + \text{Re} (V_{y0} + V_{y1}) \left( \frac{\partial V_{x0}}{\partial Y} + \frac{\partial V_{x1}}{\partial Y} \right) = \\ = \text{St} - \frac{\partial L_0}{\partial \xi} - \frac{\partial L_1}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 V_{x0}}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 V_{x1}}{\partial Y^2}, \quad (11)$$

$$\tau=0: \quad \xi_0 = \xi_{00}, \quad \xi_{01} = 0, \quad \lambda_1 = 0, \quad V_{x1} = 0, \\ V_{y1} = 0, \quad L_1 = 0, \quad (12)$$

$$\tau > 0: \quad \xi_0 = \xi_{00} + \xi_{01}, \\ L_0(\xi_{00} + \xi_{01}) + L_1(\xi_{00} + \xi_{01}, \tau) = 0, \quad (13)$$

$$\lambda = \lambda_0 + \lambda_1, \\ L_0(\lambda_0 + \lambda_1) + L_1(\lambda_0 + \lambda_1, \tau) = 0,$$

$$\frac{\partial V_{x0}}{\partial Y} \Big|_{Y=1+(\lambda_0+\lambda_1)^2} + \frac{\partial V_{x1}}{\partial Y} \Big|_{Y=1+(\lambda_0+\lambda_1)^2} = 0, \quad (14)$$

$$Y = 0, \quad \frac{\partial V_{x0}}{\partial Y} + \frac{\partial V_{x1}}{\partial Y} = 0, \\ V_{y0} + V_{y1} = 0, \quad (15)$$

$$Y = \pm(1+\xi^2), \\ V_{x0} + V_{x1} = 1, \quad V_{y0} + V_{y1} = 2\varepsilon\xi. \quad (16)$$

Учитывая соотношения (9) линеаризуем уравнение (11)

$$\text{Re} \frac{\partial V_{x1}}{\partial \tau} + \text{Re} \varepsilon \left( V_{x0} \frac{\partial V_{x0}}{\partial \xi} + V_{x0} \frac{\partial V_{x1}}{\partial \xi} + V_{x1} \frac{\partial V_{x0}}{\partial \xi} \right) + \\ + \text{Re} \left( V_{y0} \frac{\partial V_{x0}}{\partial Y} + V_{y0} \frac{\partial V_{x1}}{\partial Y} + V_{y1} \frac{\partial V_{x0}}{\partial Y} \right) = \\ = \text{St} - \frac{\partial L_0}{\partial \xi} - \frac{\partial L_1}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 V_{x0}}{\partial Y^2} + \frac{\partial^2 V_{x1}}{\partial Y^2}. \quad (17)$$

Линеаризуем условия (13), (14), путем их переноса из точек  $\xi_{00} + \xi_{01}$  и  $\lambda_0 + \lambda_1$  в точки  $\xi_{00}$  и  $\lambda_0$ , соответственно, для чего разложим функции в ряды Тейлора. При этом граничные условия (13), (14) примут вид

$$L_0(\xi_{00}) + L_1(\xi_{00}, \tau) + \\ + \xi_{01}(\tau) \left[ \frac{dL_0(\xi_{00})}{d\xi} + \frac{dL_1(\xi_{00}, \tau)}{d\xi} \right] + \\ + \dots = 0, \quad (18)$$

$$L_0(\lambda_0) + L_1(\lambda_0, \tau) + \\ + \lambda_1(\tau) \left[ \frac{dL_0(\lambda_0)}{d\xi} + \frac{dL_1(\lambda_0, \tau)}{d\xi} \right] + \\ + \dots = 0, \quad (19)$$

$$\frac{\partial V_{x0}}{\partial Y} \Big|_{Y=1+\lambda_0^2} + \frac{\partial V_{x1}}{\partial Y} \Big|_{Y=1+\lambda_0^2} +$$

$$+ \lambda_1(\tau) \left[ \frac{\partial^2 V_{x0}}{\partial Y \partial \xi} \Big|_{Y=1+\lambda_0^2} + \frac{\partial^2 V_{x1}}{\partial Y \partial \xi} \Big|_{Y=1+\lambda_0^2} \right] + \dots = 0.$$

С учетом (17)–(19) задача для стационарной составляющей течения

$$q_{01} = 2 \int_0^{1+\xi^2} V_{x0} dY, \quad \varepsilon \frac{\partial V_{x0}}{\partial \xi} + \frac{\partial V_{y0}}{\partial Y} = 0, \quad (20)$$

$$\text{Re} \varepsilon V_{x0} \frac{\partial V_{x0}}{\partial \xi} + \text{Re} V_{y0} \frac{\partial V_{x0}}{\partial Y} = \\ = \text{St} - \frac{\partial L_0}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 V_{x0}}{\partial Y^2}, \quad (21)$$

$$\xi_0 = \xi_{00}, \quad L_0(\xi_{00}) = 0, \quad (22)$$

$$\lambda = \lambda_0, \quad L_0(\lambda_0) = 0, \quad \frac{\partial V_{x0}}{\partial Y} \Big|_{Y=1+\lambda_0^2} = 0, \quad (23)$$

$$Y = 0, \quad \frac{\partial V_{x0}}{\partial Y} = 0, \quad V_{y0} = 0, \quad (24)$$

$$Y = \pm(1+\xi^2), \quad V_{x0} = 1, \quad V_{y0} = 2\varepsilon\xi. \quad (25)$$

Нестационарная составляющая течения описывается задачей

$$q_1 = 2 \int_0^{1+\xi^2} V_{x1} dY, \quad \varepsilon \frac{\partial V_{x1}}{\partial \xi} + \frac{\partial V_{y1}}{\partial Y} = 0, \quad (26)$$

$$\text{Re} \left[ \frac{\partial V_{x1}}{\partial \tau} + \varepsilon \left( V_{x0} \frac{\partial V_{x1}}{\partial \xi} + V_{x1} \frac{\partial V_{x0}}{\partial \xi} \right) + \right. \\ \left. + \left( V_{y0} \frac{\partial V_{x1}}{\partial Y} + V_{y1} \frac{\partial V_{x0}}{\partial Y} \right) \right] = - \frac{\partial L_1}{\partial \xi} + \frac{\partial^2 V_{x1}}{\partial Y^2}, \quad (27)$$

$$\tau=0: \quad \xi_{01} = 0, \quad \lambda_1 = 0, \quad V_{x1} = 0, \quad V_{y1} = 0, \quad L_1 = 0, \quad (28)$$

$$\tau > 0: \quad \xi_0 = \xi_{00} + \xi_{01}, \quad L_1(\xi_{00}, \tau) + \\ + \xi_{01}(\tau) \left[ \frac{dL_0(\xi_{00})}{d\xi} + \frac{\partial L_1(\xi_{00}, \tau)}{\partial \xi} \right] = 0, \quad (29)$$

$$\lambda = \lambda_0 + \lambda_1, \quad L_1(\lambda_0, \tau) + \\ + \lambda_1(\tau) \left[ \frac{dL_0(\lambda_0)}{d\xi} + \frac{\partial L_1(\lambda_0, \tau)}{\partial \xi} \right] = 0,$$

$$\frac{\partial V_{x1}}{\partial Y} \Big|_{Y=1+\lambda_0^2} + \lambda_1(\tau) \left[ \frac{\partial^2 V_{x0}}{\partial Y \partial \xi} \Big|_{Y=1+\lambda_0^2} + \right. \\ \left. + \frac{\partial^2 V_{x1}}{\partial Y \partial \xi} \Big|_{Y=1+\lambda_0^2} \right] = 0, \quad (30)$$

$$Y = 0, \quad \frac{\partial V_{x1}}{\partial Y} = 0, \quad V_{y1} = 0, \quad (31)$$

$$Y = \pm(1+\xi^2), \quad V_{x1} = 0, \quad V_{y1} = 0. \quad (32)$$

Для осевой скорости стационарной составляющей используем выражение, удовлетворяющее граничным условиям (24), (25)

$$V_{x0} = 1 + f(\xi) [Y^2 - (1 + \xi^2)^2]. \quad (33)$$

Из уравнения неразрывности (второе в (20)) с учетом условия (24), находим поперечную составляющую скорости

$$V_{y0} = -\varepsilon f' \left[ (1/3) Y^3 - (1 + \xi^2)^2 Y \right] + 4\varepsilon f (1 + \xi^2) \xi Y. \quad (34)$$

Используя условие (25), получим уравнение для неизвестной функции  $f$

$$(1/3)(1 + \xi^2)^3 f' + 2(1 + \xi^2)^2 \xi f = \xi.$$

Его решение имеет вид

$$f = (3\xi^2 + C_2) / \left[ 2(1 + \xi^2)^3 \right]. \quad (35)$$

Здесь  $C_2$  – постоянная интегрирования.

$$\begin{aligned} & \operatorname{Re} \varepsilon \left\{ f \left[ Y^2 - (1 + \xi^2)^2 \right] + 1 \right\} \left\{ f' \left[ Y^2 - (1 + \xi^2)^2 \right] - 4f\xi(1 + \xi^2) \right\} + \\ & + \operatorname{Re} \varepsilon \left\{ -f' \left[ Y^3/3 - (1 + \xi^2)^2 Y \right] + 4f\xi(1 + \xi^2) Y \right\} 2fY = \operatorname{St} - dL_0/d\xi + 2f. \end{aligned}$$

Выполним усреднение уравнения движения по сечению канала, проинтегрировав последнее уравнение по  $Y$  в пределах от 0 до  $1 + \xi^2$

$$dL_0/d\xi = \operatorname{St} + 2f - 2\operatorname{Re} \varepsilon \left[ 8ff'(1 + \xi^2)^4 + 40f^2\xi(1 + \xi^2)^3 - 5f'(1 + \xi^2)^2 - 4f\xi(1 + \xi^2) \right] / 15$$

С учетом условия (23) и соотношений (36) получим выражение для стационарной составляющей давления

$$L_0 = \operatorname{St}(\xi - \xi_{00}) + 3 \int_{\xi_{00}}^{\xi} \frac{(\xi^2 - \lambda_0^2)}{(1 + \xi^2)^3} d\xi - \operatorname{Re} \varepsilon \left[ \frac{12}{5} \int_{\xi_{00}}^{\xi} \frac{(\xi^2 - \lambda_0^2)(2 + \xi^2 + \lambda_0^2)}{(1 + \xi^2)^3} \xi d\xi - 2 \int_{\xi_{00}}^{\xi} \frac{\xi}{(1 + \xi^2)} d\xi \right]$$

Воспользовавшись условием (23), получим уравнение для  $\xi_{00}$  и  $\lambda_0$

$$\operatorname{St}(\lambda_0 - \xi_{00}) + 3 \int_{\xi_{00}}^{\lambda_0} \frac{(\xi^2 - \lambda_0^2)}{(1 + \xi^2)^3} d\xi - \operatorname{Re} \varepsilon \left[ \frac{12}{5} \int_{\xi_{00}}^{\lambda_0} \frac{(\xi^2 - \lambda_0^2)(2 + \xi^2 + \lambda_0^2)}{(1 + \xi^2)^3} \xi d\xi - 2 \int_{\xi_{00}}^{\lambda_0} \frac{\xi}{(1 + \xi^2)} d\xi \right] = 0 \quad (37)$$

Компоненты скорости стационарной составляющей течения (33), (34) с учетом соотношений (36) имеют вид

$$V_{x0} = 1 + 3 \frac{(\xi^2 - \lambda_0^2)}{(1 + \xi^2)^3} \left[ Y^2 - (1 + \xi^2)^2 \right],$$

$$\begin{aligned} V_{y0} = & -3\varepsilon \xi \frac{(1 - 2\xi^2 + 3\lambda_0^2)}{(1 + \xi^2)^4} \left[ \frac{Y^3}{3} - (1 + \xi^2)^2 Y \right] + \\ & + 6\varepsilon \frac{(\xi^2 - \lambda_0^2)}{(1 + \xi^2)^2} \xi Y. \quad (38) \end{aligned}$$

Согласно уравнению (20) с учетом выражений (38) расход стационарного течения жидкости составит  $q = 2(1 + \lambda_0^2)$ . Анализ уравнения (37) показал, что силы инерции незначительно влияют на протяженность зоны течения.

Нестационарную составляющую осевой скорости ищем в форме, удовлетворяющей граничным условиям (31), (32)

$$V_{x0} = f_1(\xi, \tau) [Y^2 - (1 + \xi^2)^2]. \quad (39)$$

Выражение для скорости (33) должно удовлетворять условию остановки течения (23), что приводит к равенству  $2f(\xi = \lambda_0)(1 + \lambda_0^2) = 0$ . Следовательно, значение постоянной интегрирования в (35)  $C_2 = -3\lambda_0^2$ . При этом выражения для  $f$  и  $df/d\xi$  будут иметь вид

$$f = 3(\xi^2 - \lambda_0^2) / \left[ 2(1 + \xi^2)^3 \right],$$

$$f' = 3\xi(1 - 2\xi^2 + 3\lambda_0^2)(1 + \xi^2)^{-4}. \quad (36)$$

Уравнение движения (21) с учетом (33), (34) примет вид

Интегрируя уравнение неразрывности (26) с учетом условия (31), находим

$$\begin{aligned} V_{y1} = & -\varepsilon \partial f_1 / \partial \xi \left[ Y^3/3 - (1 + \xi^2)^2 Y \right] + \\ & + 4\varepsilon f_1 (1 + \xi^2) \xi Y. \quad (40) \end{aligned}$$

Потребовав от (40) выполнения условия (32), получим уравнение для функции  $f_1$  и его решение  $(1/3)(1 + \xi^2) \partial f_1 / \partial \xi + 2\xi f_1 = 0$ ,

$$f_1 = C_2(\tau)(1 + \xi^2)^{-3}, \quad (41)$$

где  $C_2$  – неизвестная функция времени.

Подставив выражения (39)–(41) в уравнение (27) и проинтегрировав по  $Y$  в пределах от 0 до  $1 + \xi^2$ , получим уравнение для давления

$$\begin{aligned} \frac{dL_1}{d\xi} = & \frac{2\operatorname{Re} \varepsilon}{3(1 + \xi^2)} \frac{dC_2(\tau)}{d\tau} + \frac{2C_2(\tau)}{(1 + \xi^2)^3} - \\ & - \frac{16\operatorname{Re} \varepsilon \xi (1 + \lambda_0^2) C_2(\tau)}{5(1 + \xi^2)^3}. \quad (42) \end{aligned}$$

Его интеграл

$$L_1 = \frac{2}{3} \operatorname{Re} \frac{dC_2}{d\tau} \int_{\xi_{00}}^{\xi} \frac{d\xi}{(1+\xi^2)} + 2C_2 \int_{\xi_{00}}^{\xi} \frac{d\xi}{(1+\xi^2)^3} - \frac{16}{5} \operatorname{Re} \varepsilon (1+\lambda_0^2) C_2 \int_{\xi_{00}}^{\xi} \frac{\xi d\xi}{(1+\xi^2)^3} + C_3(\tau). \quad (42)$$

Здесь  $C_3(\tau)$  – неизвестная функция времени. Граничное условие (29) с учетом (42) приводит к уравнению

$$C_3(\tau) + \xi_{01}(\tau) \left[ dL_0(\xi_{00})/d\xi + \partial L_1(\xi_{00}, \tau)/\partial \xi \right] = 0. \quad (43)$$

Аналогично, первое условие в (30) с учетом (42) дает уравнение

$$\frac{2}{3} \operatorname{Re} \frac{dC_2}{d\tau} \int_{\xi_{00}}^{\lambda_0} \frac{d\xi}{(1+\xi^2)} + 2C_2 \int_{\xi_{00}}^{\lambda_0} \frac{d\xi}{(1+\xi^2)^3} - \frac{16}{5} \operatorname{Re} \varepsilon (1+\lambda_0^2) C_2 \int_{\xi_{00}}^{\lambda_0} \frac{\xi d\xi}{(1+\xi^2)^3} + C_3(\tau) + \lambda_1(\tau) \left[ \frac{dL_0(\lambda_0)}{d\xi} + \frac{\partial L_1(\lambda_0, \tau)}{\partial \xi} \right] = 0. \quad (44)$$

Исключив из уравнений (43), (44), функцию  $C_3(\tau)$  получим уравнение, связывающее функ-

ции  $\lambda_1(\tau)$  и  $C_2(\tau)$  (функция возмущения  $\xi_{01}(\tau)$  задана)

$$\frac{2}{3} \operatorname{Re} \frac{dC_2}{d\tau} \int_{\xi_{00}}^{\lambda_0} \frac{d\xi}{(1+\xi^2)} + 2C_2 \int_{\xi_{00}}^{\lambda_0} \frac{d\xi}{(1+\xi^2)^3} - \frac{16}{5} \operatorname{Re} \varepsilon (1+\lambda_0^2) C_2 \int_{\xi_{00}}^{\lambda_0} \frac{\xi d\xi}{(1+\xi^2)^3} + \lambda_1(\tau) \left[ \frac{dL_0(\lambda_0)}{d\xi} + \frac{\partial L_1(\lambda_0, \tau)}{\partial \xi} \right] - \xi_{01}(\tau) \left[ \frac{dL_0(\xi_{00})}{d\xi} + \frac{\partial L_1(\xi_{00}, \tau)}{\partial \xi} \right] = 0. \quad (45)$$

Используя второе условие в (30) с учетом (39)-(41) находим выражение для изменения выходной координаты

$$\lambda_1(\tau) = -(1+\lambda_0^2) C_2 / [3\lambda_0(1+\lambda_0^2 - 2C_2)]. \quad (46)$$

Начальное условие для функций  $\lambda_1(\tau)$  и  $C_2(\tau)$

$$\tau=0: \lambda_1=0, C_2=0. \quad (47)$$

Соотношение (46) позволяет исключить из уравнения (45) неизвестную функцию  $\lambda_1$  и получить дифференциальное уравнение первого порядка для функции  $C_2$ . Для малых возмущений ( $|\xi_{01}| \ll 1$ ) и  $\operatorname{Re}=0$  уравнение имеет асимптотику

$$C_2 = - \frac{(1+\lambda_0^2)^3 (St + 3\lambda_0 F)}{2 - 6\lambda_0 F (1+\lambda_0^2)^2},$$

$$F = 2 \int_{\xi_{00}}^{\lambda_0} \frac{d\xi}{(1+\xi^2)^3} - \frac{2\xi_{01}(\tau)}{(1+\xi_{00}^2)^3}.$$

Значения функции  $C_2$  находились путем решения дифференциального уравнения (45), (46) с учетом начального условия (47). Далее, из соотношения (46) вычислялись соответствующие отклонения координаты выхода  $\lambda_1$ .

О «собственной» частоте движения жидкости ( $\omega$ ). Среднее время пребывания жидкости в зоне течения определяется формулой:  $t_* = V_a/Q$ ,

где  $V_a = 2H_0 \int_{x_0}^{x_1} [1+x^2/(2RH_0)] dx$  – объем жидкости в зазоре,  $Q = 2VH_0 [1+x_1^2/(2RH_0)]$  –

объемный расход. С учетом (1) можем записать

$$t_* = \frac{\sqrt{2RH_0} (3\lambda - 3\xi_0 + \lambda^3 - \xi_0^3)}{3V(1+\lambda^2)},$$

$$\omega = 2\pi/t_*, \Omega = 2\pi l/(Vt_*),$$

$$\Omega = \frac{6\pi l (1+\lambda^2)}{\sqrt{2RH_0} (3\lambda - 3\xi_0 + \lambda^3 - \xi_0^3)}$$

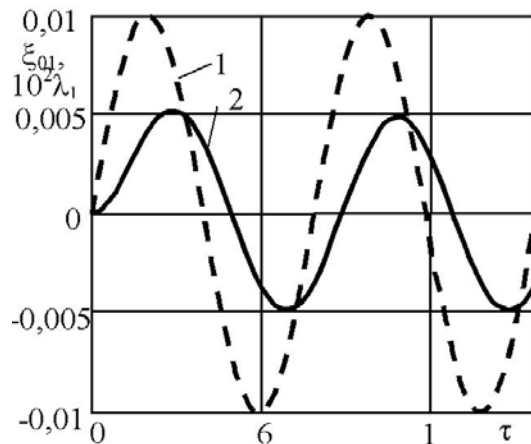


Рис. 2

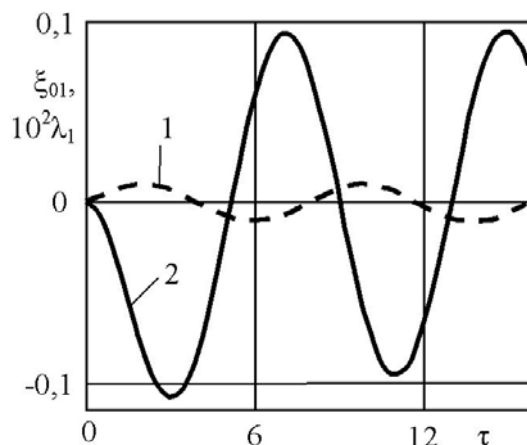


Рис. 3

Пусть изменяется во времени координата начала зоны течения. Найдем изменение во времени координаты окончания течения. Для условий: (суспензия)  $R=0,2$  м,  $\eta=0,05$  Па·с,  $\rho=1000$  кг/м<sup>3</sup>,  $H_0=10^{-3}$  м,  $V=0,084$  м/с,  $l=x_0=0,1$  м. Находим:  $\varepsilon=0,05$ ,  $St=2,803$ ,  $\xi_{00}=-5$ ,  $\lambda_0=2,504$ ,  $\Omega=4,198$ ,  $Re=2,016$ . Пусть координата входа описывается функцией  $\xi_0=\xi_{00}+\varepsilon_1 \sin \Omega\tau$ ,  $\xi_{01}=\varepsilon_1 \sin \Omega\tau$  где  $\varepsilon_1$  – амплитуда возмущений начальной координаты ( $|\varepsilon_1| \ll 1$ ). Координата  $\xi_{00}$  задается априорно. Стационарная составляющая координаты выхода ( $\lambda_0$ ) находится из уравнения (37).

Учет сил инерции незначительно увеличивает протяженность зоны течения. Так при  $St=0$  увеличение числа Рейнольдса от 0 до 2, приводит к смещению  $\lambda_0$  от 0,4725 до 0,4729.

Типичный график зависимости изменения координаты точки выхода  $\lambda_1$  (линия 2) от возмущения координаты входа (линия 1) представлен на рис. 2. Расчеты выполнены для условий:  $\varepsilon=0,01$ ,  $\Omega=0,8$ ,  $\xi_{00}=-5$ ,  $Re=2$ ,  $St=0$ ,  $\varepsilon_1=0,01$ . Амплитуда выходного сигнала очень мала. Имеет место запаздывание выходного сигнала, что обусловлено силами инерции. После первого периода выходной сигнал стабилизируется. Резонансный всплеск отсутствует (влияние сил вязкого трения). Амплитуда выходного сигнала уменьшается с частотой. Существует некоторое число Рейнольдса (в интервале от 0 до 2) при котором амплитуда колебаний выходной функции минимальна. С увеличением протяженности зоны течения амплитуда колебаний координаты выходного сечения уменьшается.

Рис. 3 иллюстрирует влияние сил собственного веса ( $St=2$ ) на выходной сигнал. Из сопоставления рис. 3 и рис. 2 видно, что силы собственного веса значительно увеличивают амплитуду выходного сигнала, кроме того, меняется его фаза. После первого периода наступает стабилизация формы выходного сигнала.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Галахов М.А., Гусятников П.Б., Новиков А.П. Математические модели контактной гидродинамики. - М.: Наука, 1985.-296с.
2. Шаповалов В.М., Зубович С.О. Влияние гравитационных сил на течение среды Шведова-Бингама в валковой сушилке. //Химия и химическая технология. Известия высших учебных заведений. – 2006. – №4. – С. 336–342.

УДК 531.391.1:532.5.011

*С. В. Лапина, Т. Г. Жеребцова, К. Ю. Романова*

#### К ПРОБЛЕМЕ РАБОТЫ РОТОРНЫХ ИСПАРИТЕЛЕЙ

Волжский политехнический институт (филиал)

Волгоградского государственного технического университета

В работе исследуется процесс выпаривания термически нестойких продуктов. Создана математическая модель роторно-пленочного выпарного аппарата, которая позволяет исследовать тепловую нагрузку аппарата и ее взаимосвязь с основными технологическими параметрами, что позволяет эффективно управлять процессом.

*Ключевые слова:* роторно-перемешивающее устройство, термически нестойкие продукты, выпаривание, ротор, балансировка, плотность орошения, теплопередача, теплоотдача.

*S. V. Lapshina, T. G. Zherebtsova, K. Y. Romanova*

#### PROBLEM OF WORK ROTOR DEVICES

Volgograd State Technical University

In work process evaporation of thermally unstable products is investigated. The mathematical model rotor streamline evaporating devices which allows to investigate thermal loading of the device and its interrelation with the basic technological parameters that allows to operate process effectively is created.

*Keywords:* rotary mixing device, thermally unstable products, evaporation, rotor balancing, the density of irrigation, heat transfer, heat transfer.

Роторные испарители предназначены для упаривания термически нестойких продуктов в химической, медицинской, пищевой и других отраслях промышленности. Аппараты со свободно стекающей пленкой могут быть эффективно использованы как массообменные, и в ряде случаев для проведения газожидкостных реакций [1]. Особо следует отметить перспективы применения роторно-пленочных аппаратов как теплообменников в процессах получения различных полимеров, обладающих высокой вязкостью [2, 3].

Из всего многообразия пленочных аппаратов в качестве примера рассматривается роторно – пленочный аппарат для концентрирования водного раствора капролактама расположенный на предприятии ОАО «Сибур – Волжский», город Волжский. Внутри цилиндрического корпуса аппарата, снабженного паровыми рубашками, вращается ротор, состоящий из вертикального вала (расположенного по оси аппарата) с шарнирно закрепленными лопастями. Аппарат разделен на пять секций. Каждая секция имеет автономный обогрев. Выпариваемый раствор поступает в аппарат сверху, захватывается вращающимися лопастями, под действием центробежной силы отбрасывается к стенкам аппарата и перемещается по их внутренней поверхности в виде турбулентно движущейся пленки. По мере движения пленки происходит выпаривание раствора. Рабочие давление в корпусе аппарата – вакуум не ниже 665 Па (5 мм. рт. ст.) остаточного до атмосферного и температура до 250 °С. Давление теплоносителя в рубашке до 1,6 МПа ( $16 \text{ кг} \cdot \text{с} / \text{см}^2$ ) и температура до 250 °С. Отличительной особенностью пленочных аппаратов является отсутствие циркуляции раствора, то есть его упаривание до конечной концентрации происходит за один проход через аппарат.

Преимуществами рассмотренного пленочного аппарата является кратковременный контакт раствора с поверхностью нагрева и некоторый рост коэффициента теплопередачи [4, 5, 6].

Недостатками пленочных аппаратов с подвижным ротором является их сравнительная небольшая производительность, сложность регулирования процесса при колебаниях давления греющего пара и начальной концентрации раствора, большая чувствительность к содержанию твердых частиц в выпариваемом растворе, наличие подвижных узлов требующих ухода и ремонта, а так же при их размещении

необходимы большие производственные территории [7, 8]. Производительность пленочных аппаратов ограничена размерами ротора. Однако с увеличением диаметра и длины аппарата значительно усложняется балансировка ротора и обеспечения его соосного размещения в корпусе.

Из числа технологических методов интенсификации теплообмена следует прежде всего отметить использование пленочного течения жидкости. Распределение жидкости по поверхности теплообмена в виде пленки позволяет в несколько раз повысить коэффициенты теплоотдачи по сравнению с получающимися при движении жидкости в трубах сплошным потоком [9, 10]. Это объясняется более благоприятным распределением скоростей в пленке. Особенной ценностью пленочных аппаратов является малое время пребывания в нем жидкости, что имеет исключительно важное значение при обработке термически нестойких веществ.

Основной проблемой при эксплуатации роторно – пленочных аппаратов является равномерное распределение и полная смачиваемость всей внутренней поверхности [2]. Это условие выполняется лишь в том случае, если локальная плотность орошения в любой точке превышает некоторое допустимое значение. Если же в какой – либо части поверхности аппарата локальная плотность орошения меньше минимально допустимой, то пленка разрывается и жидкость стекает отдельными струйками. Подобную картину можно получить при отклонении оси аппарата от вертикали, связанное с неточностью монтажа и погрешностями при сборке аппарата.

Эффективная работа пленочного аппарата возможна лишь при условии образования устойчивой пленки жидкости. На пленку, стекающую по поверхности аппарата, действуют силы тяжести и поверхностного натяжения. Особое внимание при моделировании пленочного испарителя было уделено минимальной плотности орошения, соответствующей нижней границе устойчивого пленочного течения в аппарате.

В работе проводились исследования влияние технологических и теплофизических факторов на интенсивность теплопередачи. В качестве основного параметра исследования был выбран коэффициент теплоотдачи. Создана детерминированная модель зависимости коэффициента теплоотдачи от частоты вращения ротора, от толщины пленки стекающей жидкости и изменение плотности концентрированного раствора. Основные допущения принятые в данной модели:

- толщина пленки по длине аппарата постоянна;
- все внутренние поверхности аппарата равномерно орошена пленкой жидкости;
- движение пленки происходит по ламинарному режиму;
- частота вращения ротора не меняется в течении одного цикла процесса выпаривания;
- лопасти ротора работают в режиме «плавления».

В результате предварительного расчета определилось: производительность аппарата по конечному продукту, производительность удаленному растворителю, тепловой поток, необходимый для нагревания исходного раствора и удаления растворителя, производилась оценка коэффициента теплопередачи и теплообмена, средняя разность температур, определилось необходимая минимальная площадь теплообмена. В результате уточненного расчета аппарата определили: коэффициент мощности, объем жидкости в одном валике лопасти, среднее время пребывания в аппарате (производилось сравнение с экспериментальным временем пребывания раствора в аппарате). Экспериментальные данные были получены с роторного аппарата на ОАО «Сибур – Волжский». Производился уточненный расчет коэффициента теплоотдачи и теплопередачи с учетом числа оборотов ротора, толщины и скорости движения пленки, уточнялась поверхность теплообмена, определялась потребная мощность электродвигателя привода

Для исследования работы роторно – пленочного испарителя в математической среде *Mathcad* создана модель. Разработанная модель базируется на уравнениях материального и теплового балансов, учитывает изменения начальных и конечных концентраций, вязкости, теплопроводности и плотности раствора, параметров теплоносителя. Изучена зависимость коэффициента теплоотдачи от основных технологических параметров:

$$\alpha = \left[ \frac{5.5 \cdot \eta^{-0.33} \text{Pr}^{0.15} + \text{Pr}}{\rho \cdot \text{Pr}^{0.75} + 25} \cdot \left( 1 + \frac{1.5}{\eta^{0.6} + \text{Pr}^{0.2}} \right) \right] \times \frac{U_*}{v_{жс}} \cdot \lambda_{жс}$$

где плотность орошения

$$U_* = 0.82 \left( \frac{K_N}{\text{Re}_{цб}} \cdot \frac{D}{v_{ср}} \right)^{0.25} nD;$$

модифицированный критерий Рейнольдса

$$\text{Re}_{цб} = \frac{nD^2}{v_{жс}};$$

коэффициент мощности

$$Kn = 15.5 \frac{2m_{л}}{\rho_k D^2} \cdot \frac{b+2c}{b+c} \cdot \sin 2\beta.$$

В работе исследовано влияния технологических факторов (скорость вращения ротора, плотность орошения) и теплофизические свойства жидкости (плотность) на коэффициент теплоотдачи. Коэффициент непосредственно связан с коэффициентом теплопередачи и необходимой рабочей поверхностью.

Влияние окружной скорости вращения ротора. В работе приведен характерный график изменения  $\alpha$  с ростом скорости вращения ротора при испарении растворителя.

С увеличением скорости вращения ротора возрастает кинетическая энергия струи жидкости, которая в результате ударного взаимодействия их с пленкой дисипируется в ней. В местах взаимодействия образуются даже повышенного тангенсального напряжения. Интенсивность теплообмена между стенкой и кипящей пленкой в значительной степени зависит от того, какое количество энергии передают пленки струи жидкости. С увеличением скорости вращения ротора возрастает тангенсальное на стенке  $\tau_{см}$ , что приводит к росту  $\alpha$ . (рис. 1).

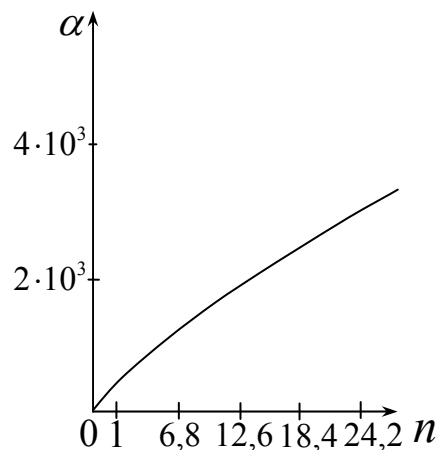


Рис. 1. Влияние числа оборотов ротора на коэффициент теплоотдачи

Однако, не стоит забывать об обратной стороне, с увеличением числа оборотов возрастает необходимость мощности электродвигателя. В данном случае мощность колеблется от 2,2 кВт до 15 кВт. (взято для стандартных роторно – пленочных аппаратов с шарнирно закрепленными лопастями. РП -160 -08 ÷ РП – 1000 – 20).



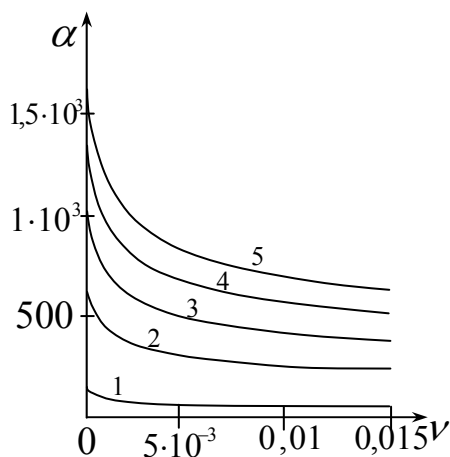


Рис. 2. Влияние толщины пленки на коэффициент теплоотдачи

На рис. 2 представлена зависимость изменения коэффициента теплоотдачи от толщины пленки при различных частотах оборота ротора. Для малых плотности орошения, особенно при нулевых скоростях вращения, характерно уменьшение коэффициента теплоотдачи с увеличением плотности орошения. В указанной области степень турбулизации жидкостной пленки незначительно, и теплоперенос осуществляется в основном теплопроводностью. Увеличении толщины пленки при увеличении плотности орошения приводится к росту термического сопротивления:  $\alpha = \lambda_x / \delta_x$

Значения плотности орошения были выбраны в соответствии РТМ 26 01 – 94 – 77 (руководящий технический материал. Аппараты роторного пленочные с шарнирными лопатками для процессов теплообмена дистилляции и выпаривания. Метод теплового и гидромеханического расчета). Плотность орошения находится в пределах  $0,03 \div 0,06 \text{ кг/м}^2$ . В этих пределах орошение наблюдается стабильная работа пленочного аппарата без захлебывания.

На рис. 3 представлена зависимость изменения коэффициента теплоотдачи от плотности раствора. При изменении плотности в пределах от  $1000 \div 1300 \text{ кг/м}^3$ . Значительных изменений не наблюдается.

Увеличении плотности дает уменьшение коэффициента теплоотдачи. Однако уменьшение незначительно ( $-0,01$ )

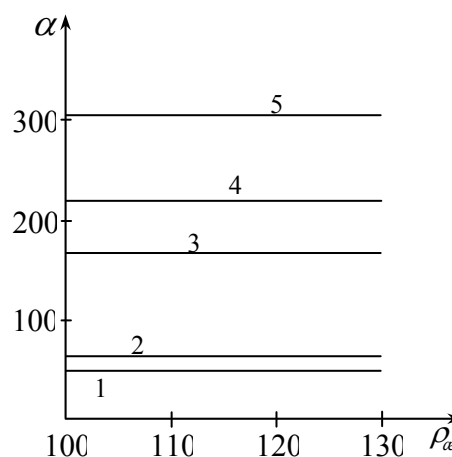


Рис. 3. Влияние плотности исходного раствора на коэффициент теплоотдачи

Созданная математическая модель может быть рекомендована к использованию на предприятии для облегчения выполнения технологических расчетов, а также в качестве обучающего модуля для студентов. Разработанная математическая модель для наглядности конструкции аппарата и лучшего представления направления движения материальных потоков дополнена объектом 3D созданная в 3Ds Max.

Адекватность математической модели проверялась на предприятии ОАО «Сибур – Волжский». Расхождение модельных результатов с оригиналом в пределах двух процентов.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Соколов В.Н. Газожидкостные реакторы, 1976, 216 с.
2. Олевский В.М. Роторно – плёночные тепло- и массообменные аппараты, 1977 г., 208 с.
3. Стабников В.Н. Расчет и конструирование контактных устройств ректификационных и абсорбционных аппаратов, 1970 г., 208 с.
4. Доманский И.В. Машины и аппараты химических производств, 1982 г., 385 с.
5. Айнштейн В.Г. Общий курс процессов и аппаратов химической технологии, 2002 г., 1760 с.
6. Плановский А.Н. Процессы и аппараты химической технологии, 1967 г., 849 с.
7. Шаповалов Ю.Н. Машины и аппараты общехимического назначения, 1981 г., 304 с.
8. Гельперин Н.И. Основные процессы и аппараты химической технологии Кн.1, 1981г., 813 с.
9. Коган В.Б. Теоретические основы типовых процессов химической технологии, 1977 г., 592 с.
10. Соколов Е.Я. Энергетические основы трансформации тепла и процессов охлаждения, 1981г., 320 с.

УДК 532.135

В. М. Шаповалов

### ТЕЧЕНИЕ АНОМАЛЬНО ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ В КЛИНООБРАЗНОМ ЗАЗОРЕ С УПРУГОЙ СТЕНКОЙ

Волжский политехнический институт (филиал)  
Волгоградского государственного технического университета

Поставлена и аналитически решена прикладная задача статического равновесия гидромеханической системы, состоящей из клинообразного зазора, заполненного вязкой жидкостью, и пружины. Задача связана с процессом нанесения покрытия на плоскость. Найдены основные параметры технологического процесса. Представлены результаты численного анализа математической модели.

*Ключевые слова:* лопасть, вязкость, давление, скорость.

V. M. Shapovalov

### CURRENTIS ABNORMALA VISCOUS LIQUID IN CONVERGING A BACKLASH WITH AN ELASTIC WALL

Volgograd State technical university

The applied problem about static balance of the hydromechanical system consisting from клинообразного of a backlash, filled by a viscous liquid and springs is put and analytically solved. The problem is connected to process of drawing of a covering on a plane. Key parameters of technological process are found. Results of the numerical analysis of mathematical model are submitted.

*Keywords:* the blade, viscosity, pressure, velocity.

Рассматриваемое течение имеет место при нанесении составов на поверхность, в том числе в плёночных сушилках. Течение обусловлено не перепадом давления, а относительным движением стенок жидкостного канала. Имеется большое разнообразие конструктивного выполнения одной из стенок (лопасти, ножа). Лопасти бывают: подвижные, неподвижные, сплошные, составные, металлические, резиновые и т. п. Случай течения вязкой жидкости при фиксированном положении наклонной лопасти рассмотрен в работе [1].

В настоящей работе рассмотрено стационарное течение жидкости Оствальда – де Вилля в клинообразном зазоре с подвижной, подпружиненной стенкой (лопастью). Подобная задача о качении тяжелого цилиндра по горизонтальной поверхности, покрытой слоем вязкой жидкости, была рассмотрена в 1953 году Капицей П. Л. [2].

Расчетная схема с принятой декартовой системой координат представлена на рис. 1. Ось  $x$  лежит на непроницаемой горизонтальной поверхности, движущейся вдоль оси  $x$  со скоростью  $V$ . Ось  $y$  направлена вертикально вверх и проходит через край лопасти. Верхняя, наклонная пластина (лопасть) механически связана с пружиной и имеет возможность вертикального перемещения, сохраняя свой угол наклона ( $h_0 - h_1 = \text{const}$ ). Величина начального зазора  $h_0$ , конечного –  $h_1$ , протяженность зоны течения

(ширина лопасти) –  $\ell$ , длина лопасти (перпендикулярна плоскости рисунка) –  $B$ , толщина наносимого покрытия –  $h_\infty$ . Требуется найти распределение давления по длине зазора, толщину наносимого покрытия ( $h_\infty$ ), расход жидкости, равновесное положение лопасти ( $h_1$ ).

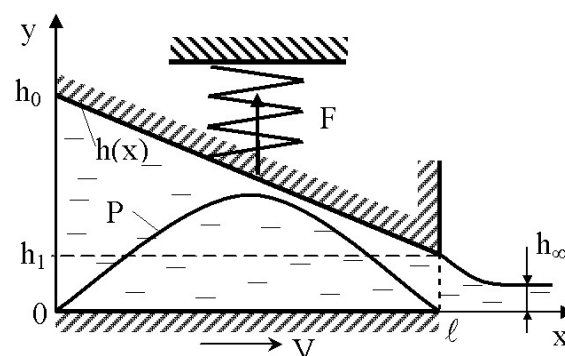
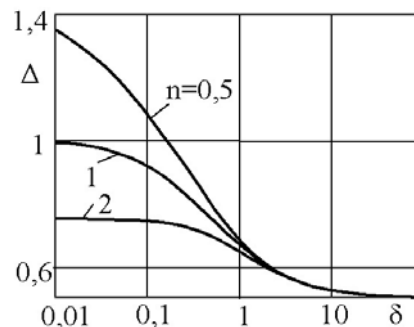


Рис. 1. Расчетная схема

Рис. 2. Зависимость безразмерной толщины покрытия ( $\Delta$ ) от индекса течения ( $n$ ) и параметра размера зоны течения ( $\delta$ )

Жидкость несжимаемая, Оствальда – де Вилля. Течение изотермическое, двумерное, ламинарное. Капиллярные силы, упругие эффекты, силы тяжести и инерции не учитываем. Для условия  $(h_0 - h_1)/\ell \ll 1$ , считаем давление однородным по высоте зазора  $\partial p/\partial y = 0$ . Течение в зазоре описывается уравнением движения, состояния и условием неразрывности:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y}, \tau_{xy} = \mu \left| \frac{\partial v_x}{\partial y} \right|^{n-1} \frac{\partial v_x}{\partial y}, Q = B \int_0^h v_x dy. \quad (1)$$

где  $x, y$  – декартовы координаты,  $p$  – давление,  $v_x$  – осевая компонента скорости,  $\tau_{xy}$  – касательное напряжение,  $Q$  – объёмный расход,  $\mu, n$  – реологические постоянные.

Граничные условия для скорости – условие прилипания жидкости к ограничивающим поверхностям

$$y=0, v_x = V; y=h(x), v_x=0, \quad (2)$$

где  $h(x)$  – уравнение поверхности лопасти.

Давление на входе и на выходе канала атмосферное. Без снижения общности положим давление равным нулю

$$x=0, p=0; x=\ell, p=0. \quad (3)$$

Решение задачи с представленным в (1) уравнением состояния достаточно громоздко и сложно, в частности, приводит к системе двух дифференциальных уравнений первого порядка для давления и вспомогательной функции. Множитель  $\mu |\partial v_x / \partial y|^{n-1}$  в уравнении состояния (1) характеризует эффективную сдвиговую вязкость жидкости. Для упрощения задачи примем, что эффекты аномалии вязкости обусловлены чисто сдвиговой составляющей течения. Уравнение состояния запишем так

$$\tau_{xy} = \mu \left| \frac{V}{h} \right|^{n-1} \frac{\partial v_x}{\partial y}. \quad (4)$$

Поскольку высота канала ( $h$ ) изменяется по длине выражение (4) предполагает однородную эффективную вязкость по высоте, но изменяющуюся по длине зоны течения.

Проинтегрировав уравнение движения в (1) с учетом (4) и граничных условий (2), получим выражение для осевой скорости

$$v_x = \frac{1}{2\mu} \left( \frac{h}{V} \right)^{n-1} \frac{dp}{dx} (y^2 - hy) + V \left( 1 - \frac{y}{h} \right). \quad (5)$$

Расход жидкости в любом поперечном сечении канала постоянен  $Q = \text{const}$ , но пока неизвестен. Проинтегрировав выражение (5) со-

гласно второму уравнению в (1), найдем расход жидкости

$$\frac{Q}{B} = -\frac{h^3}{12} \left( \frac{h}{V} \right)^{n-1} \frac{dp}{dx} + \frac{Vh}{2}. \quad (6)$$

Согласно выражению (6) уравнение для давления

$$\frac{dp}{dx} = \frac{6\mu V^n}{h^{n+1}} - \frac{12Q\mu V^{n-1}}{Bh^{n+2}}. \quad (7)$$

Высота зазора описывается линейной функцией (см. рис. 1)

$$h = h_0 - ax, \quad a = (h_0 - h_1)/\ell. \quad (8)$$

Разделив переменные в уравнении (7) и проинтегрировав с учетом выражения (8) и граничного условия для давления в начале зоны течения (3), получим выражение для давления в зазоре

$$p = \frac{6\mu V^n}{an} \left[ (h_0 - ax)^{-n} - h_0^{-n} \right] - \frac{12\mu QV^{n-1}}{aB(n+1)} \left[ (h_0 - ax)^{-n-1} - h_0^{-n-1} \right]. \quad (9)$$

Согласно выражению (9) рассматриваемое течение имеет свойство  $\lim_{h_1 \rightarrow 0} p = \infty$ . Поэтому при

любой конечной жесткости крепления лопасти в условиях течения всегда выполняется соотношение  $h_1 > 0$ .

Значение расхода найдем из (9), воспользовавшись граничным условием для давления в конце зоны течения (3)

$$Q = \frac{BV(n+1)(h_1^{-n} - h_0^{-n})}{2n(h_1^{-n-1} - h_0^{-n-1})}. \quad (10)$$

Расход жидкости, нанесенной на поверхность пластины, на большом удалении от лопасти  $Q = BVh_\infty$ . Рассматривая совместно это выражение и выражение (10), находим толщину покрытия

$$h_\infty = \frac{(n+1)(h_1^{-n} - h_0^{-n})}{2n(h_1^{-n-1} - h_0^{-n-1})}. \quad (11)$$

В случае ньютоновской жидкости  $n=1$ ,

$$h_\infty = h_1 h_0 / (h_1 + h_0).$$

Введем безразмерные переменные и параметры

$$\Delta = \frac{h_\infty}{h_1}, \delta = \frac{h_1}{h_0 - h_1}, f_0 = \frac{F_0 a(a\ell)^n n}{6B\mu\ell V^n},$$

$$C = \frac{ca^2(a\ell)^n n}{6B\mu V^n}. \quad (12)$$

При этом  $h_1 = a\ell\delta, h_0 = a\ell(1 - \delta)$ .

В безразмерной форме выражение (11) имеет вид

$$\Delta = \frac{(n+1) \left[ \delta^{-n} - (1+\delta)^{-n} \right]}{2n\delta \left[ \delta^{-n-1} - (1+\delta)^{-n-1} \right]}. \quad (13)$$

Согласно выражению (13) толщина покрытия не зависит от протяженности зоны течения  $\ell$ , но зависит от соотношения высот входного и выходного зазоров и индекса течения. Асимптотические свойства выражения (13):  $\lim_{\delta \rightarrow 0} \Delta = (1+n)/2n$ ,  $\lim_{\delta \rightarrow \infty} \Delta = 0,5$ . В частности, при  $h_1 = h_0$  (параллельная лопасть) толщина покрытия  $h_\infty = h_0/2$ . Для ньютоновских сред толщина покрытия находится в интервале  $h_1/2 \leq h_\infty < h_1$ . Результаты анализа формулы (13) представлены на рис. 2. Согласно рисунку для псевдопластиков ( $n < 1$ ) при малых  $\delta$  толщина покрытия превышает зазор на выходе ( $h_\infty > h_1$ ). Имеет место «разбухание», традиционно характерное для упругих жидкостей. Для дилатантных сред ( $n > 1$ ) всегда толщина покрытия меньше выходного зазора ( $h_\infty < h_1$ ).

Согласно схеме, представленной на рис. 1, гидродинамическая подъемная сила, действующая со стороны жидкости на лопасть, уравновешивается силой упругой деформации пружины. Сила, действующая со стороны пружины, зависит от степени ее сжатия. Допустим, что сила сжатия пружины  $F$  описывается линейной зависимостью

$$F = F_0 + c h_1, \quad (14)$$

где  $c$  – жесткость пружины,  $F_0$  – предварительный натяг пружины (усилие при  $h_1 = 0$  и неподвижной нижней поверхности).

Если в формуле (14) положить  $c = 0$ , а под  $F_0$  понимать массу лопасти, то задача переходит в задачу о гидродинамическом равновесии тяжелой лопасти. Ввиду отмеченного выше свойства выражения (9) под упругостью можно понимать упругость всей конструкции, связывающей лопасть и горизонтальную поверхность. Поэтому, строго говоря, даже жестко закрепленная лопасть имеет конечную упругость. Так, например, в соответствующих условиях распорное усилие может вызвать прогиб горизонтальной поверхности.

Гидродинамическая «подъемная» сила определяется интегралом

$$F = B \int_0^\ell p(x) dx. \quad (15)$$

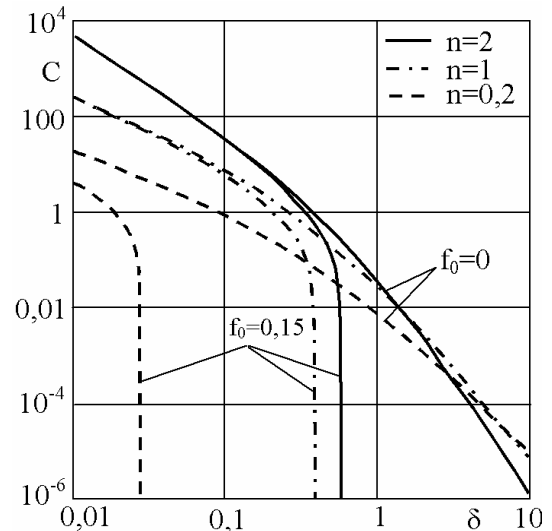


Рис. 3. Зависимость безразмерной жесткости ( $C$ ) от безразмерной высоты зазора ( $\delta$ ) и параметров  $n$  и  $f_0$

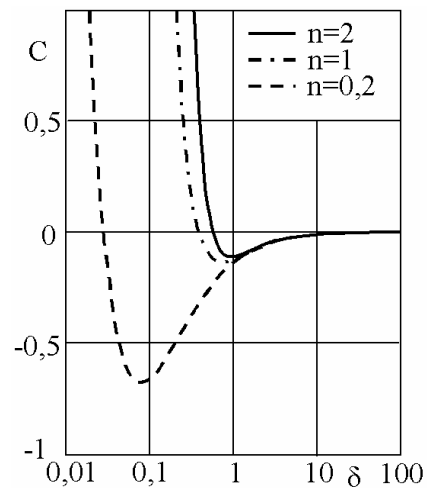


Рис. 4. Зависимость  $C$  от  $\delta$  в окрестности нуля при  $f_0=0,15$

Рассматривая совместно выражения (9), (12), (14), (15), выполнив интегрирование, получим уравнение, связывающее высоту подъема лопасти ( $\delta$ ), жесткость пружины ( $C$ ) и ее предварительный натяг ( $f_0$ ).

$$f_0 + C\delta = \frac{1}{1-n} \left[ (1+\delta)^{-n+1} - \delta^{-n+1} - (1-n)(1+\delta)^{-n} \right] - \frac{\left[ \delta^{-n} - (1+\delta)^{-n} \right] \left[ \delta^{-n} - (1+\delta)^{-n} - n(1+\delta)^{-n-1} \right]}{n \left[ \delta^{-n-1} - (1+\delta)^{-n-1} \right]}, \quad n \neq 1, \quad (16)$$

$$f_0 + C\delta = \ln \left( \frac{1+\delta}{\delta} \right) - \frac{2}{1+2\delta}, \quad n=1.$$

Результаты численного анализа выражения (16) представлены на рис.3. Видно, что без предварительного нагружения пружины (кри-

вые при  $f_0=0$ ) зависимости имеют монотонно убывающий характер. При предварительном нагружении пружины (кривые при  $f_0=0,15$ ) существует предельное значение безразмерной высоты зазора на выходе ( $\delta$ ). По физическому смыслу указанные вертикальные ветви кривых отвечают случаю тяжелой лопасти. При этом под параметром  $f_0$  следует понимать безразмерную массу лопасти. Двойная логарифмическая анаморфоза, используемая в графике рис. 3, не дает возможности проанализировать поведение системы в окрестности малых жесткостей пружины.

На рис. 4 представлен фрагмент графика рис. 3 в окрестности нулевой жесткости с линейной вертикальной шкалой жесткости пружины.

Видно, что зависимости носят экстремальный характер. Причем в окрестности экстремума жесткость пружины отрицательна. Следовательно, для реализации этого режима необходимо использовать тяжелую лопасть, а пружина (см. рис. 1) должна работать на растяжение. Анализ выражения (15) показал, что распорное усилие при любых параметрах  $n$  и  $\delta$  положительно ( $F>0$ ).

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Коновалов В.И. Пропиточно-сушильное и клеепро-мозочное оборудование/Коновалов В.И., Коваль А.М. – М.: Химия, 1989. 224 с.
2. Капица П.Л. Гидродинамическая теория смазки при качении/Капица П.Л.// ЖТФ, 1955, Т.25, вып. 4.-С.747-763.

УДК.510.(083)

*В. В. Савин, А. Б. Голованчиков, Е. Г. Фетисова*

**СРАВНЕНИЕ ФУНКЦИИ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ ФИБОНАЧЧИ С ФУНКЦИЕЙ ЛОГАРИФМИЧЕСКОЙ СПИРАЛИ**

**Волгоградский государственный технический университет**

В статье представлены аппроксимации дискретной функции Фибоначчи, аналог логарифмической функции, и оценка точности аппроксимации.

*Ключевые слова:* функция Фибоначчи, логарифмические функции.

*V. V. Savin, A. B. Golovanchikov, E. G. Fetisova*

**THE COMPARISON OF THE FIBONACCI SEQUENCE FUNCTION AND THE FUNCTION OF LOGARITHMIC SPIRAL**

**Volgograd State technical university**

The paper presents the approximation of the discrete Fibonacci function. The analogue logarithmic function, and the estimate of the approximation accuracy.

*Keywords:* Fibonacci function, logarithmic function, approximation.

Сравнение функций Фибоначчи и логарифмической спирали показывает, что они с каждым витком приближаются, друг к другу практически становятся неразличимыми уже с шага

$y=144$  последовательности Фибоначчи. Как известно функция Фибоначчи представляет собой дискретную зависимость, первые значения, которой представлены в табл. 1 [1].

Таблица 1

x	0	$\frac{120}{180}\pi$	$\frac{190}{180}\pi$	$\frac{280}{180}\pi$	$\frac{360}{180}\pi$	$\frac{480}{180}\pi$	$\frac{550}{180}\pi$	$\frac{640}{180}\pi$	$\frac{720}{180}\pi$	$\frac{840}{180}\pi$	$\frac{910}{180}\pi$
y	1	2	3	5	8	13	21	34	55	89	144

Логарифмическая спираль – плоская трансцендентная кривая. Ее уравнение в полярных координатах имеет вид:

$$\rho = ae^{k\varphi}, \tag{1}$$

где  $k=\text{ctg } \alpha$

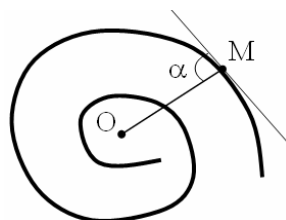


Таблица 2

При  $\alpha = \pi/2$  параметр  $k=0$  и кривая «вырождается». Она пересекает все свои радиус - векторы под одним и тем же углом  $\alpha$ , поэтому ее называют иногда «прямоугольной».

Полус О системы полярных координат (в которых уравнение кривой имеет вид (1) – асимптотическая точка кривой (кривая к ней неограниченно приближается при  $\alpha \rightarrow -\infty$ )).

Обозначим  $\rho = y$ ,  $\varphi = x$

Тогда уравнение (1) может быть представлено в виде:

$$y = a \exp^{(ctga)x} \quad (2)$$

Целью является описание функции Фибоначчи непрерывной функцией логарифмической спирали, подобрав такие параметры  $\alpha$  в последней, чтобы при

$$\delta = \frac{y_T - y}{y}$$

$$S = \sum_{i=1}^m \left( \frac{y_T - y}{y} \right)^2 \} \min$$

Тогда с учетом (2)

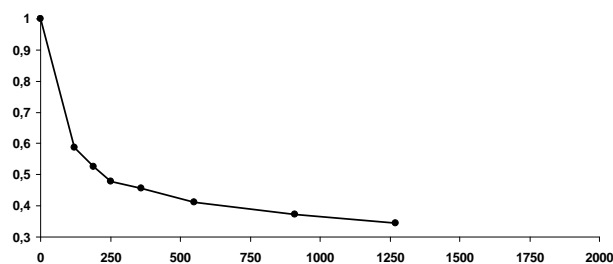
$$S = \sum_{i=1}^{10} \left( a \exp^{(ctga) \cdot x_i} - y_i \right)^2 \} \min ,$$

Условие  $\min S \frac{ds}{da} = 0$  приводит к уравне-

нию:

$$a \sum_i^{10} \exp^{2ctga \cdot x_i} - \sum y_i \exp^{ctga \cdot x_i} - a^2 \sum \frac{x_i}{\sin^2 x_i} \exp^{2ctga \cdot x_i} - a \sum \frac{y_i \cdot x_i}{\sin^2 x_i} \exp^{ctga \cdot x_i} = 0$$

На первом этапе исследования, по результатам табл. 2 и графика функции  $a = a(x)$  видно, что функция  $a = a(x)$  не непрерывна, где  $x$  – величина дискретная.



Приступим ко второму этапу сравнения функции последовательности Фибоначчи с функцией логарифмической спирали.

X	y-Ф	$\alpha$	$Y_T$	$d, *10^{-4}$
0	1	1	1	0
$\frac{120}{180}\pi$	2	0,5862	2,000065	0,3266
$\frac{190}{180}\pi$	3	0,5255	2,99936	-2,1
$\frac{280}{180}\pi$	5	0,4797	4,99644	-7,1
$\frac{360}{180}\pi$	8	0,4562	8,0079	9,91
$\frac{480}{180}\pi$	13	0,4121	12,99536	-3,56
$\frac{550}{180}\pi$	21	0,4102	20,989	-5,179
$\frac{640}{180}\pi$	34	0,3983	33,975	7,35
$\frac{720}{180}\pi$	55	0,3934	55,0222	4,135
$\frac{840}{180}\pi$	89	0,3735	89,013	1,55
$\frac{910}{180}\pi$	144	0,3749	1440831	5,77
$\frac{1000}{180}\pi$	233	0,369	232,8177	-7,82
$\frac{1080}{180}\pi$	377	0,3679	376,802	-5,23
$\frac{1200}{180}\pi$	610	0,3557	609,492	-8,33
$\frac{1270}{180}\pi$	987	0,3576	986,5494	-4,57
$\frac{1360}{180}\pi$	1597	0,3546	1597,671	4,2
$\frac{1440}{180}\pi$	2584	0,3541	2585,16	4,487
$\frac{1560}{180}\pi$	4181	0,3455	4180,597	-9,65
$\frac{1630}{180}\pi$	6765	0,3473	6763,633	-2,02
$\frac{1720}{180}\pi$	10946	0,3454	10942,57	-3,14
$\frac{1800}{180}\pi$	17711	0,3454	17719,8	4,97
$\frac{1920}{180}\pi$	28657	0,33874	28658,25	0,4368
$\frac{1990}{180}\pi$	46368	0,34051	46327,84	-8,66
$\frac{2080}{180}\pi$	75025	0,39172	75014,35	-1,42
$\frac{2160}{180}\pi$	121393	0,33935	121322,4	-5,82
$\frac{2280}{180}\pi$	196418	0,33398	121322,4	-9,68
$\frac{2350}{180}\pi$	317811	0,33569	318063	7,94

Проводим аппроксимацию табличных значений  $a$  в виде показательной функции.

$$a = a_{\min} + (1 - a_{\min})e^{-Bx} \quad (3)$$

В этом случае  $B=0,3517$  и 4 точки из 21 имеют относительную ошибку более 10 %, а средняя ошибка более 4 %.

$$a = a_{\min} + \frac{1 - a_{\min}}{1 + kx^n} \quad (4)$$

Попробуем провести аппроксимацию табличных значений (таб. 2) по формуле (4).

$$\frac{a - a_{\min}}{1 - a_{\min}} = \frac{1}{1 + kx^n}$$

$$\frac{1 - a_{\min}}{a - a_{\min}} = 1 + kx^n$$

$$\frac{1 - a_{\min}}{a - a_{\min}} - 1 = kx^n$$

$$\ln\left(\frac{1 - a_{\min}}{a - a_{\min}} - 1\right) = \ln k + n \cdot \ln x$$

После линеаризации этого уравнения получаем:

$$y = B + nx, \text{ где } \ln x = x, B = \ln k$$

$$y = \ln\left(\frac{1 - a_{\min}}{a - a_{\min}} - 1\right)$$

подставляя значения  $a$  в последнее уравнение, получим:

$$y = a \ln^{(ctga)x}$$

Тогда уравнение (4) аппроксимирует табличную зависимость  $a = a(x)$  со средней ошибкой  $|\delta|=4\%$ , лишь одна точка  $x=2$  дает локальное отклонение  $|\delta|=11\%$ . То есть уравнение (4) позволяет с достоверной точностью представить дискретную функцию Фибоначчи в виде непрерывной логарифмической функции.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Выгодский М.Я. Справочник по высшей математике / М.Я.Выгодский. – М.: Наука, 1966г. 872 с.

УДК 532.546

*В. А. Балашов, М. В. Ефимов, Е. А. Мишта*

**УРАВНЕНИЕ РУТСА ДЛЯ РАЗДЕЛЕНИЯ СУСПЕНЗИЙ С ПСЕВДОПЛАСТИЧЕСКОЙ ДИСПЕРСИОННОЙ СРЕДОЙ**

**Волгоградский государственный технический университет**

На основании дифференциального уравнения кинетики фильтрования получена расчетная зависимость для фильтрования при постоянном давлении суспензий с псевдопластической дисперсионной средой и образованием слоя осадка на несжимаемой фильтровальной перегородке. Расчетная зависимость представлена в форме уравнения Рутса.

*Ключевые слова:* фильтрование, дисперсионная среда, суспензия, кинетика фильтрования, уравнение Рутса.

*V. A. Balashov, M. V. Efimov, E. A. Mishta*

**RYTHYS'S EQUATION FOR DIVISION OF SUSPENSIONS WITH PSEUDO-PLASTIC DISPERSIVE ENVIRONMENT**

**Volgograd State Technical University**

The calculated dependence for filtration under constant pressure of suspensions with pseudo-plastic dispersive environment and the formation of precipitation layer on incompressible filtering partition was obtained according to differential equation of filtration kinetics. The calculated dependence was presented in the form of Rythys's equation.

*Keywords:* filtration, a disperse medium, suspension, kinetics of filtration, equation of Ruts.

Фильтрование суспензий с ньютоновской дисперсионной средой изучено достаточно глубоко и по этому вопросу имеется большое количество журнальных публикаций. Систематическое изложение теории и практики разделения суспензий с ньютоновской дисперсионной средой можно найти в монографиях [1, 2]. Фильтрование суспензий с неньютоновской дисперсионной средой, несмотря на встречаю-

щиеся в практике случаи разделения таких суспензий, остается малоизученными по этому вопросу имеется ограниченное количество публикаций. В настоящей работе рассматривается фильтрование суспензий с псевдопластической дисперсионной средой, осуществляемое с образованием несжимаемого осадка на несжимаемой перегородке при постоянном давлении. В работе [3] было получено дифференциальное

уравнение кинетики фильтрования для суспензий с псевдопластической дисперсионной средой, записанное как:

$$\frac{dg}{d\tau} = \left[ \frac{\Delta p}{K \cdot r \cdot x \cdot (g - g_{\text{э}}^*)} \right]^{\frac{1}{n}}, \quad (1)$$

где  $g$  – удельный объем фильтрата, полученный с единицы площади фильтровальной перегородки;  $\tau$  – продолжительность процесса фильтрования;  $\Delta p$  – гидравлическое сопротивление слоя осадка и фильтрующей перегородки;  $K$  и  $n$  – показатель консистенции и индекс течения фильтра;  $r$  – удельное сопротивление слоя осадка;  $x$  – отношение объемов полученного осадка и фильтра;  $g_{\text{э}}^*$  – эквивалентный объем фильтрата, при прохождении которого может образоваться слой осадка с сопротивлением равным сопротивлению фильтровальной перегородки.

Эквивалентный объем фильтрата и сопротивление фильтрующей перегородки  $R_{\text{фн}}$  связаны соотношением

$$R_{\text{фн}} = (r \cdot x \cdot g_{\text{э}}^*)^{\frac{1}{n}}. \quad (2)$$

При фильтровании с постоянной разностью давлений переменными величинами будут объем получаемого фильтра и время процесса, значения которых будут изменяться в пределах  $0 \div g$  и  $0 \div \tau$ . Разделяя в уравнении (1) переменные и выполнив интегрирование в указанных пределах получим уравнение

$$(g + g_{\text{э}}^*)^{\frac{n+1}{n}} = \frac{n+1}{n} \cdot \left( \frac{\Delta p}{K \cdot r \cdot x} \right)^{\frac{1}{n}} \times \left[ \tau + \frac{n}{n+1} \cdot \left( \frac{K \cdot r \cdot x}{\Delta p} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot g_{\text{э}}^{\frac{n+1}{n}} \right], \quad (3)$$

которое может быть представлено в форме зависимости

$$(g + g_{\text{э}}^*) \cdot \frac{n+1}{n} = K_{\text{ф}}^* \cdot (\tau + \tau_{\text{э}}^*), \quad (4)$$

где 
$$K_{\text{ф}}^* = \frac{n+1}{n} \cdot \left( \frac{\Delta p}{K \cdot r \cdot x} \right)^{\frac{1}{n}} \quad (5)$$

и 
$$\tau_{\text{э}}^* = \frac{n}{n+1} \cdot \left( \frac{K \cdot r \cdot x}{\Delta p} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot g_{\text{э}}^* \cdot \frac{n+1}{n} \quad (6)$$

– комплексы, остающиеся постоянными в процессе фильтрования, значения которых определяются свойствами дисперсионной среды, удельным сопротивлением осадка, концентрацией суспензии и давлением фильтрования. При этом величина  $\tau_{\text{э}}^*$  определяет время, которое требуется для получения эквивалентного объема фильтрата.

Согласно соотношению (2)

$$g_{\text{э}}^* = \frac{R_{\text{фн}}^n}{r \cdot x} \quad (7)$$

Подставив это значение в выражение (6), получим

$$\tau_{\text{э}}^* = \frac{n}{n+1} \cdot \left( \frac{K}{\Delta p} \right)^{\frac{1}{n}} \cdot \frac{R_{\text{фн}}^{n+1}}{r \cdot x} \quad (8)$$

Комплексы  $K_{\text{ф}}^*$ ,  $\tau_{\text{э}}^*$ ,  $g_{\text{э}}^*$  являются константами фильтрования при разделении суспензий с псевдопластической дисперсионной средой. Когда  $n=1$  и  $K = \mu$  они обращаются в известные константы фильтрования для разделения суспензий с ньютоновской дисперсионной средой  $K_{\text{ф}}$ ,  $\tau_{\text{э}}$  и  $g_{\text{э}}$ , а уравнение (4) обращается в известное уравнение Рутса для разделения таких суспензий.[1]

$$(g + g_{\text{э}})^2 = K_{\text{ф}} \cdot (\tau + \tau_{\text{э}}),$$

где 
$$K_{\text{ф}} = 2 \cdot \frac{\Delta p}{\mu \cdot r \cdot x}; \quad \tau_{\text{э}} = \frac{R_{\text{фн}}^2 \cdot \mu}{2 \cdot \Delta p \cdot r \cdot x}; \quad g_{\text{э}} = \frac{R_{\text{фн}}}{r \cdot x}.$$

Таким образом, уравнение (4) является обобщенным уравнением Рутса, которое может быть использовано для исследования и расчета фильтрования суспензий, дисперсионной средой которых являются неньютоновские псевдопластические и ньютоновские жидкости.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Жужиков, В. А. Фильтрование. Теория и практика разделения суспензий / В. А. Жужиков.- М.: Химия, 1971.- 440с.
2. Малиновская, Т.А. Разделение суспензий в промышленности органического синтеза / Т. А. Малиновская.- М.: Химия, 1971.- 318с.
3. Балашов, В.А. Уравнение кинетики фильтрования для суспензии с псевдопластической дисперсионной средой / В. А. Балашов, В. Н. Лапицкий, Г. П. Духанин, Ю. К. Мишанин // Известия ВолгГТУ.- 2009.- №1.- С. 14-15.



УДК 66.023.001.5

*А. Б. Голованчиков\**, *Н. Г. Кокорина\**, *А. А. Околелова\**, *Е. Е. Уткина\*\**

**РАСЧЕТ ЭКСТРАКЦИОННОГО ОБОРУДОВАНИЯ ДЛЯ ВЫЩЕЛАЧИВАНИЯ УГЛЕВОДОРОДОВ ИЗ НЕФТЕЗАГРЯЗНЕННЫХ ПОЧВ**

\*Волгоградский государственный технический университет

\*\*Волжский политехнический институт (филиал) ВолгГТУ

Данная работа посвящена расчету экстракционного оборудования для выщелачивания нефтепродуктов из нефтезагрязненных почв Волгоградской области. В работе обоснован выбор оптимальных показателей размера колонны с целью достижения наибольшей эффективности протекания процесса выщелачивания углеводородов.

*Ключевые слова:* экстракция нефтепродуктов, выщелачивание, прямоточная экстракция, противоточная экстракция.

*A. B. Golovanchikov, N. G. Kokorina, A. A. Okolelova, E. E. Utkina*

**CALCULATION OF EQUIPMENT FOR THE LEACHING EXTRACTION OF HYDROCARBONS FROM OIL-CONTAMINATED SOIL**

**Volgograd State technical university**

The given work is devoted calculation extraction the equipment for vuschilachivaniya mineral oil from нефтезагрязненных soils of the Volgograd region. In work the choice of optimum indicators of the size of a column on purpose, achievements of the greatest, efficiency of course of process vuschilachivaniya hydrocarbons is proved.

*Keywords:* extraction of petroleum derivatives, a lixiviation, direct-flow extraction, counter-current extraction.

Результаты экспериментальных исследований по выщелачиванию углеводородов из нефтезагрязненных почв раствором получаемым растворением хитозана в органической кислоте приведены в табл. 1.

Были проведены расчеты аппарата с мешалкой для выщелачивания нефтепродуктов из нефтезагрязненных светло-каштановых песчаных почв при одноступенчатом экстрагировании при расчетной производительности  $G_f = 3600 \frac{кг}{час}$  (по нефтезагрязненной почве) и начальной концентрации углеводородов в ней  $X_f = 0,0663 \frac{кг}{кг}$ , конечная концентрация в рафинате (очищенной от углеводородов светло-каштановой почвы принималась 0,005).

Концентрация углеводородов в экстракте на входе в аппарат  $Y = 0,01 \frac{кг}{кг}$ .

Расход экстрагента при однократном экстрагировании в этом случае составляет 275,85 кг/час или в относительном значении

к расходу очищенной от нефтепродуктов почвы (грунта) 0,77 кг/кг. В этом случае объем смеси-теля при времени перемешивания 48 часов составит 243,6 м<sup>3</sup>

Аналогичные расчеты проводились для многоступенчатого перекрестного экстрагирования [2,3]. Расчеты привели к следующим параметрам: расход свежего экстрагента в каждой из пяти секций составил 1379,2 кг/час, тогда относительный расход экстрагента будет 0,19 кг/кг или в 4 раза меньше, чем при одноступенчатом экстрагирование. Объем каждой секции при этом будет  $V_1 = 25,2 м^3$ , а всех пяти секций  $\sum V_1 = 126,1 м^3$ , то есть суммарный объем пяти аппаратов при перекрестном экстрагировании увеличивается по сравнению с однократным экстрагирование более чем в 2 раза, зато расход экстрагента снижается в 4 раза.

Были проведены расчеты полый противоточной колонны, в которой сверху вниз подается измельченная нефтезагрязненная светло-каштановая почва а с низу вверх экстрагент. При высоте колонны 4 м и расходе экстрагента 3171 кг/час

Таблица 1

**Зависимость равновесной концентрации углеводородов от рабочей концентрации в нефтезагрязненной светло-каштановой почве**

$X, \frac{кгC}{кгA}$	0,005	0,01	0,015	0,02	0,025	0,03	0,035	0,04	0,05	0,06	0,07
$Y, \frac{кгC}{кгB}$	0,017	0,036	0,045	0,051	0,061	0,065	0,068	0,075	0,084	0,091	0,095

Таблица 2

**Характеристики рассчитанного экстракционного оборудования**

Наименование процесса	Расход экстрагента, кг/час	Объем аппарата, м <sup>3</sup>
Одноступенчатое экстрагирование	275,85	243,6
Многоступенчатая перекрестная экстракционная колонна	На ступень 1379,2	На ступень 25,2
	На 5 ступеней 6896,2	На 5 ступеней 126,1
Противоточная экстракционная колонна	3171	H=10,35 м D=1,2 м V=11,7 м <sup>3</sup>

По сравнению с одноступенчатым экстрактором при многоступенчатом многоступенчатом экстрагировании общий расход экстрагента уменьшается в 4 раза и суммарный объем 5 ступенчатого экстрагента объем уменьшается в 2 раза. В противоточном пустотелом экстракторе эти преимущества еще больше: расход экстрагента снижается в 8,8 раз, а объем в 20,8 раза.

УДК 66.023.001.5

*А. Б. Голованчиков, Н. А. Дулькина, Н. Г. Кокорина*

**МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ ПОТОКА  
В НЕИЗОТЕРМИЧЕСКИХ РЕАКТОРАХ ВЫТЕСНЕНИЯ**

**Волгоградский государственный технический университет**

Решена задача, связывающая структуру потоков с профилем скорости и температурой по расчету в трубчатом реакторе. Приведены примеры расчета степеней конверсий от среднего времени для реакций первого и второго порядка и показано влияние неизотермичности на степень конверсии.

*Ключевые слова:* моделирование, профиль скорости, профиль температур, трубчатый реактор, концентрация, время пребывания.

*A. B. Golovanchikov, N. A. Dulkina and N. G. Kokorina*

**MODELLING OF STRUCTURE OF A STREAM IN NOT ISOTHERMAL REACTORS OF REPLACEMENT**

**Volgograd State technical university**

The problem connecting structure of streams with a profile of speed and temperature by calculation in the tubular reactor is solved. Examples of calculation of degrees of conversion from average time for reactions of the first and second order are resulted and influence неизотермичности on conversion degree is shown.

*Keywords:* modelling, a profile of velocity, a profile of temperatures, a tubular reactor, concentration, residence time.

В отличие от реакторов идеального вытеснения с постоянной скоростью движение реакционной массы по сечению и равной средней скорости  $V = V_c$ , что соответствует времени пребывания всех частиц равному среднему

Противоточный пустотелый экстрактор по объему меньше Пети аппаратов многоступенчатого экстрактора в 10,8 раз, а расход экстрагента меньше в 2,17 раза.

Однако нужно иметь ввиду основной недостаток пустотелых экстракторов при выщелачивании: необходимо перед подачей в колонну нефтезагрязненной светло-каштановой песчаной почвы измельчать до размера 1–2 мм; чтобы время пребывания этих частиц было достаточно при их оседании сверху в низ для выщелачивания углеводородов. [1,3] В экстракторах смесителях предварительное измельчение высокой степени необязательно, так как интенсивная работа мешалки разбивает куски материала с 10–20 мм до 1-2 мм размера частиц.

**БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК**

1. Закгейм, А.Ю. Введение в моделировании химико-технологических процессов. - М. : Химия, 1973.
2. Кафаров, В. В. Методы кибернетики в химии и химической технологии. - М. : Химия, 1973
3. Тябин, Н.В., Голованчиков, А.Б. Методы кибернетики в реологии и химической технологии. Учебное пособие. - Волгоград: Волгоградская правда, 1983.

времени пребывания  $t = \tau$ , в реакторах реального вытеснения скорость по сечению реактора меняется и, в частности, для трубчатых реакторов с ламинарным потоком описывается параболой [1,2]

$$V = 2 \cdot V_c \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^2 \right], \quad (1)$$

а с турбулентным потоком законом одной седьмой

$$V = V_o \left[ 1 - \left( \frac{r}{R} \right)^{\frac{1}{7}} \right], \quad (2)$$

где  $V_o$  – скорость на оси трубы и  $V_o = \frac{120}{98} \cdot V_c$ .

В реакторах реального вытеснения, как и в реакторах идеального, вытеснения полагают, что смешение на уровне молекул отсутствует, то есть имеет место макроуровень смешения или уровень сегрегации  $S=1$  [3].

Дифференциальные функции распределения времени пребывания или  $C$  – функции отклика для рассматриваемых режимов течения описываются уравнениями [3]:

для ламинарного потока

$$C = \frac{1}{2 \cdot \theta^3}, \quad \theta \geq 0,5; \quad (3)$$

для турбулентного потока

$$C = 14 \cdot \frac{\theta_o}{\theta^9} \left[ 1 - \left( \frac{\theta_o}{\theta} \right)^7 \right], \quad \theta \geq \theta_o, \quad (4)$$

где  $\theta_o = \frac{t_o}{\tau} = \frac{V_c}{V_o}$ ,  $\theta = \frac{t}{\tau}$  – безразмерное время и  $t_o$  – время запаздывания.

Относительная конечная концентрация реагирующего компонента на выходе реакторов реального вытеснения определяют по известному уравнению для макроуровня смешения [1,2]

$$c_{AK} = \int_{\theta_o}^{\infty} C \cdot c_A \cdot d\theta, \quad (5)$$

где  $c_A$  – интегральная кинетическая зависимость компонента А от времени.

Определим  $C$  – функцию отклика в виде ее зависимости от скорости и радиуса без перехода да к зависимости от безразмерного времени  $\theta$ .

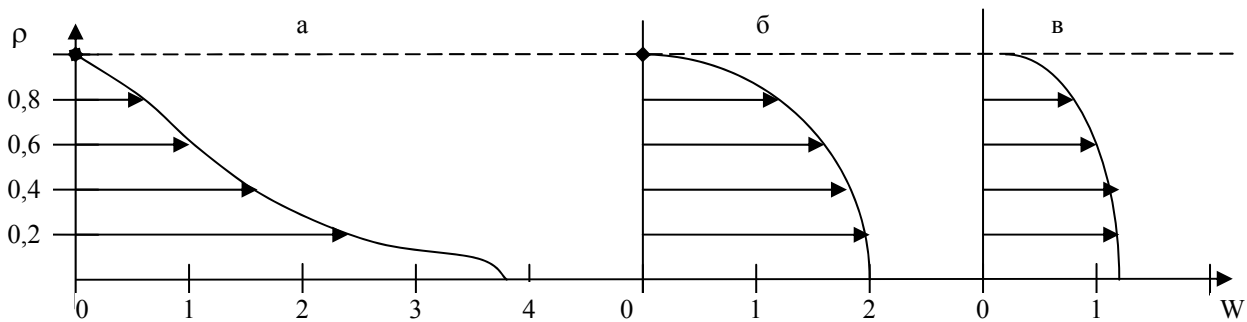


Рис. 1. Зависимость относительной скорости течения от относительного радиуса: а – горячий глицерин в холодной трубе [3]; б – ламинарное течение вязкой жидкости [1]; в – турбулентное течение жидкости [2]

Элементарный относительный расход реакционной массы кольцевого потока на радиусе  $r$  толщиной  $dr$  соответствует доле частиц, выходящих из реактора в момент времени  $\theta = \frac{t}{\tau} = \frac{V_c}{V}$  за время  $d\theta = -\frac{V_c}{V^2} dV$ , то есть соответствует элементарной площади под  $C$  – функцией отклика.

Тогда 
$$\frac{2 \cdot \pi \cdot r \cdot V \cdot dr}{\pi \cdot R^2 \cdot V_c} = C \cdot d\theta \quad (6)$$

и 
$$C = -\frac{2 \cdot r \cdot V^3 \cdot (r)}{V_c \cdot \frac{dV}{dr}}, \quad (7)$$

где  $r, R$  – соответственно радиус потока и трубчатого реактора.

Таким образом, уравнение (7) позволяет рассчитывать  $C$  – функцию отклика как ее зависимость от скорости и радиуса.

График дифференциальной  $C$  – функции отклика для заданного профиля скорости (рис. 1, а), рассчитанный по уравнению (7), приведен на рис. 2, а. Здесь для сравнения (рис. 2, б, в) представлены графики  $C$  – функций отклика ламинарного и турбулентного потоков в трубе (формулы (1) и (2), рис. 1, б, в).

Как видно из графиков рис. 2,  $C$  – кривая отклика профиля скорости, представленного на рис 1 а, отличается от режима идеального вытеснения (график 5,  $\delta$  – функции Дирака на рис. 2) еще больше чем,  $C$  – кривая отклика профиля скорости ламинарного потока вязкой реакционной массы в изотермическом режиме течения (рис. 2, кривая 2).

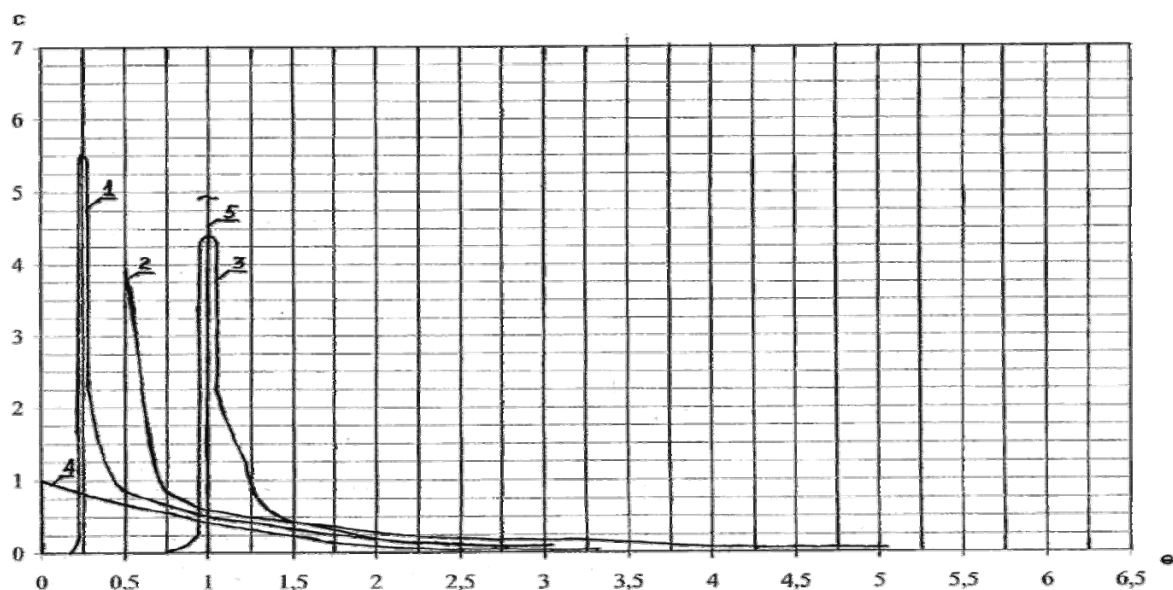


Рис. 2. Дифференциальные С – функции отклика:

1 – аппарат с профилем скорости в трубе (рис. 1, а) заданный в работе [3]; 2 – для ламинарного потока (1); 3 – для турбулентного потока (2); 4 – идеального смешения [2]; 5 – идеального вытеснения [2]

Подставляя в уравнение (5) зависимость  $Cd\theta$  из уравнения (6) получаем интегральное уравнение для расчета относительной концентрации реакционного компонента А на выходе из реактора:

$$c_{AK} = \frac{2}{R^2 \cdot V_C} \cdot \int_0^R c_A \cdot r \cdot V(r) \cdot dr \quad (8)$$

или в безразмерном виде:

$$c_{AK} = 2 \cdot \int_0^1 c_A \cdot \rho \cdot W(\rho) \cdot d\rho, \quad (9)$$

где  $\rho = \frac{r}{R}$  – относительный радиус;  $W(\rho) = \frac{V}{V_C}$  – относительная скорость.

Преимущества формул (8) и (9) по сравнению с формулой (5) связаны с переходом от несобственного интеграла с верхним пределом, стремящимся к бесконечности, к обычному определенному интегралу. Это особенно удобно, когда профиль скорости не задан аналитической функцией, то есть, задан в виде графика или таблице  $V=V(r)$ .

По уравнению (6) можно решать обратную задачу определения профиля скорости в трубчатом аппарате по известной С – функции отклика [3].

$$\begin{cases} \rho^2 = \int_{\theta_0}^{\theta} C\theta \cdot d\theta \\ W = \frac{1}{\theta} \end{cases} \quad (10)$$

Система уравнений (10) позволяет определить зависимость  $W = W(\rho)$  в параметрическом виде, так как известно, что при  $\theta = \theta_0$  – нижнем пределе интегрирования скорость  $W = W_0$ , то есть равна безразмерной скорости на оси потока и  $\rho = 0$ . При  $\theta = \theta_K$  даже если  $\theta_K \rightarrow \infty$ , то  $\rho = 1$  (по свойству С – функции отклика как вероятностной функции, у которой начальный момент первого порядка равен 1 [1,2]).

Часто для расчета реакторов, требуется знание дисперсии функции отклика (центрального момента второго порядка) [4]

$$\sigma^2 = \int_{\theta_0}^{\infty} C\theta^2 \cdot d\theta - 1, \quad (11)$$

Так как  $\theta = \frac{1}{W}$ , то согласно уравнению (6)

$$C\theta^2 \cdot d\theta = 2 \frac{\rho}{W^3} \cdot d\rho \text{ и } \sigma^2 = 2 \int_0^1 \frac{\rho \cdot d\rho}{W^3} - 1, \quad (12)$$

Последний определенный интеграл имеет преимущества перед несобственным интегралом уравнения (11), у которого верхний предел стремится к  $\infty$ , особенно при задании функции  $W = W(\rho)$  в виде таблицы или графика.

Для профиля скорости, представленного на рис. 1, а, дисперсия, рассчитанная по уравнению (12), имеет численное значение  $\sigma^2 = 2,282 \cdot 10^7$

Это объясняется тем, что при  $\rho \rightarrow 1$  относительное время пребывания  $\theta \rightarrow \infty$ , так как скорость у стенок равна 0.

Напомним, что для режима идеального вытеснения  $\sigma^2 = 0$ , для идеального смешения  $\sigma^2 = 1$  [1,2,4]. Можно теоретически показать, что действительно есть структуры потоков, для которых дисперсия (центральный момент второго порядка для времени пребывания частиц) стремится к бесконечности.

Так, для ламинарного потока  $C$  – функция отклика описывается уравнением (3), с учетом этого уравнения из формулы (11) получим

$$\sigma^2 = \ln \theta_{0,5}^\infty / -1 \rightarrow \infty \quad (13)$$

Для турбулентного потока расчет дисперсии по формуле (11) с учетом уравнения (4) приводит к численному значению дисперсии [2,3].

$$\sigma^2 = 0,026, \quad (14)$$

то есть практически соответствует идеальному вытеснению.

Для ламинарного потока нельзя рассчитать по значению дисперсии ни число ячеек  $N$  по ячейечной модели, ни число Пекле ( $Pe$ ) для «закрытого канала» диффузионной модели, для которого  $0 \leq \sigma^2 \leq 1$  [1,2]

$$N = \frac{1}{\theta^2} \text{ и } \sigma^2 = \frac{2}{Pe} - \frac{2}{Pe^2} [1 - \exp(-Pe)] \quad (15)$$

На рис. 3 приведены графики зависимости относительной концентрации реагирующего компонента  $A$  для простой элементарной реакции  $A \xrightarrow{K} R$  от параметра  $K\tau$  в реакторах идеального смешения и вытеснения (соответственно кривая 1 и 2) рассчитанные по математическим моделям этих реакторов [1,2]

$$c_{C1} = \frac{1}{1 + K\tau}; \quad (16)$$

$$c_{B1} = \exp(-k\tau) \quad (17)$$

и реактора реального вытеснения с профилем скорости (рис. 1. а), рассчитываемой по формулам (8) и (9), где  $c_A = \exp\left(\frac{-k\tau}{W}\right)$ .

Здесь же приведена аналитическая зависимость для ламинарного потока с  $C$  – функцией отклика (3) и параболическим профилем скорости (1) (рис. 3, кривая 4), описываемая формулой (9).

Как видно из графиков рис. 3 степень конверсии при неизотермическом течении реакционной массы в трубе меньше чем для изотермического течения (сравнить кривые 3 и 4). При степени конверсии конвекции  $\eta = 0,95$  (относительной концентрации  $C_{1K} = 0,05$ ) параметр  $K\tau$  должен быть увеличен с 4,65 до 6, то есть объем реактора необходимо увеличить в 1,3 раза. Неучет неизотермичности потока приводит к уменьшению степени конвекции с 95 % до 91 %.

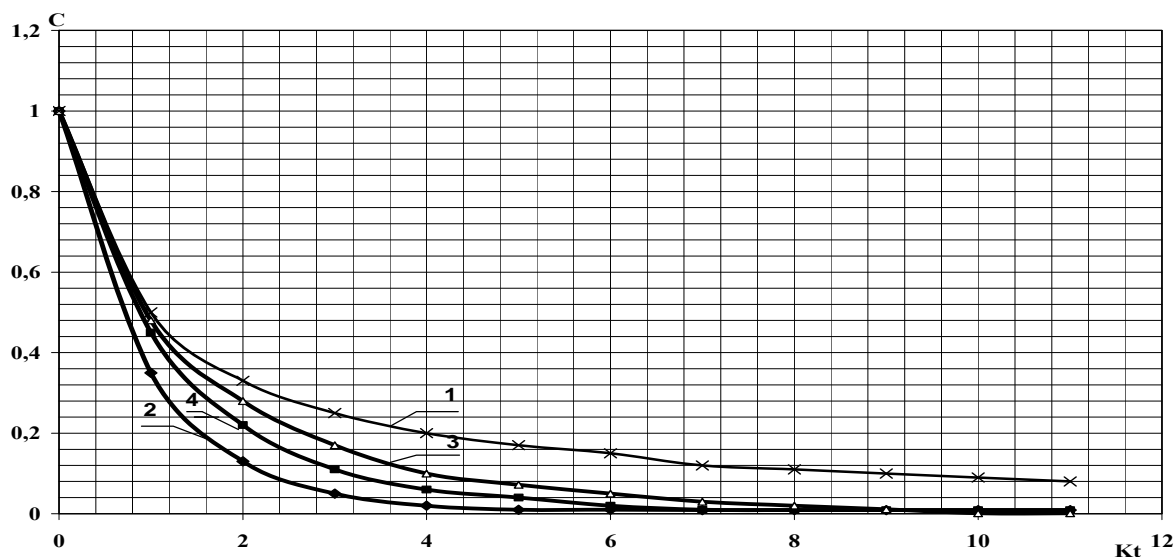


Рис. 3. Зависимости относительной концентрации реакционного компонента  $A$  в реакции  $A \rightarrow R$  от параметра  $K\tau$  для реактора:

1 – идеального смешения; 2 – идеального вытеснения; 3 – с профилем скорости горячего глицерина в холодной трубе [3], (рис. 1, а); 4 – с профилем скорости ламинарного потока (рис. 1, б)

Аналогичные расчеты проведены для реакции второго порядка  $2A \xrightarrow{k} R$  по формулам [1,2]:

реактора идеального смешения (рис. 4, а, кривая 1)

$$c_{C2} = \frac{\sqrt{1 + 4k\tau \cdot c_{AO}}}{2k\tau \cdot c_{AO}}; \quad (18)$$

реактора идеального вытеснения (рис. 4, а, кривая 2)

$$c_{B2} = \frac{1}{1 + k\tau \cdot c_{AO}}; \quad (19)$$

и реакторов идеального вытеснения с неизотермическим и изотермическим режимами течения, по формуле (9) (рис. 4, а, кривые 3 и 4)

$$c_A = \frac{1}{\left(1 + k\tau \cdot \frac{c_{AO}}{W}\right)}, \quad (20)$$

Относительная конечная концентрация на выходе из реактора реального вытеснения с профилем скорости (рис. 1, а) выше, чем в реакторе с ламинарным профилем скорости (рис. 1, б, уравнение (1)),  $c_2 > c_{L2}$

Аналогичные результаты для четырех выше описанных реакторов для реакции  $A + B \rightarrow R$

при  $C_{BO} = \frac{C_{BO}}{C_{AO}} = 1.1$

Формулы для расчета реакторов идеального смешения и вытеснения приведены в расчетах [1,2] и имеет вид:

для реактора идеального смешения

$$c_{CAB} = -a + \sqrt{a^2 + \frac{1}{k\tau c_{AO}}}, \quad (21)$$

УДК.532.546

*Е. Г. Фетисова, А. Б. Голованчиков, Д. А. Милова*

### ПЕРСПЕКТИВНЫЕ КОНСТРУКЦИИ ФИЛЬТРУЮЩИХ ЦЕНТРИФУГ ДЛЯ ПСЕВДОПЛАСТИЧЕСКИХ ЖИДКОСТЕЙ

Волгоградский государственный технический университет

В данной работе описаны новые конструкции фильтрующих центрифуг для псевдопластических жидкостей, позволяющих увеличить скорость фильтрации в 3-5 раз за счет создания дополнительного градиента скоростей и снижения эффективной вязкости.

*Ключевые слова:* фильтрующая центрифуга, псевдопластическая жидкость, эффективная вязкость.

*E. G. Fetisova, A. B. Golovanchikov, D. A. Milova*

### THE CENTRIFUGAL DRYER LONG-RANGE DESIGN FOR PSEUDOPLASTIC FLUIDS

Volgograd State Technical University

This paper presents screen-type centrifuge design for pseudoplastic fluid to produce higher filtration rate in 3-5 times. This can be achieved by creating extra velocity gradient  $d v_{\varphi} / dr$  and by reducing the effective viscosity. The paper also contains the usage of filtration equipment of elastic yarn.

*Keywords:* the filtering centrifuge, a pseudoplastic fluid, effective viscosity.

$$a = \frac{[1 + k\tau \cdot C_{AO} \cdot (C_{BO} - 1)]}{2 \cdot k\tau \cdot C_{AO}}; \quad (22)$$

где

для реактора идеального вытеснения

$$C_{BAB} = (C_{BO} - 1) \cdot \frac{\exp[-k\tau \cdot C_{AO} (C_{DO} - 1)]}{C_{DO} - \exp[-k\tau \cdot C_{AO} (C_{BO} - 1)]} \quad (23)$$

Для реакторов с неизотермическим и изотермическим режимами течения расчеты проводились по формуле (9), в которой

$$C_{BAB} = (C_{BO} - 1) \cdot \frac{\exp[-k\tau \cdot C_{AO} (C_{DO} - 1)]}{C_{DO} - \exp\left[-(C_{BO} - 1) \frac{k\tau c_{AO}}{W}\right]} \quad (24)$$

Как видно из данных относительная конечная концентрация на выходе из реактора реального вытеснения с неизотермическими профилями скорости (рис. 1, а) выше, чем аналогичная концентрация на выходе из реактора с ламинарным потоком (рис. 1, б, уравнение (1))  $c_{AB} > c_{BAB}$ , то есть учет профиля скорости в реакторах реального вытеснения может приводить к завышению степени конверсии на 3-5 % или снижению необходимого объема реактора на 20-30 %, особенно для достижения высоких степеней конвекции  $\eta > 0,9$

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Кафаров В. В. Методы кибернетики в химии и химической технологии. - М.: Химия, 1973.
2. Закгейм А.Ю. Введение в моделирование химико-технологических процессов.-М.: Химия, 1973.
3. Тябин Н.В., Голованчиков А.Б. Методы кибернетики в реологии и химической технологии. Учебное пособие. - Волгоград: Волгоградская правда, 1983.
4. Левеншпиль О. Инженерное оформление химических процессов.-М.: Химия, 1969.

Основной особенностью псевдопластических жидкостей является снижение эффективной вязкости с ростом скоростей деформации [1].

Увеличение скоростей деформации можно обеспечить вибрацией, однако она сильно влияет на узлы машин и оборудования. Поэтому перспективным является использование снижения вязкости при переработке псевдопластических жидкостей в центробежном поле фильтрующих центрифуг.

В данной статье представлены новые конструкции фильтрующих центрифуг, на полезные модели которых получены положительные решения.

Основным недостатком известных конструкций фильтрующих центрифуг является сложность полного удаления частиц из пор фильтровального материала, так как при механическом срезании осадка в поры фильтровального материала втираются частицы тонкодисперсной фазы, уплотненной центробежной силой, что приводит к резкому возрастанию сопротивления и необходимости остановки центрифуги на регенерацию фильтровального материала.

На рис. 1 представлен профиль изменения скоростей псевдопластических жидкостей по высоте ротора.

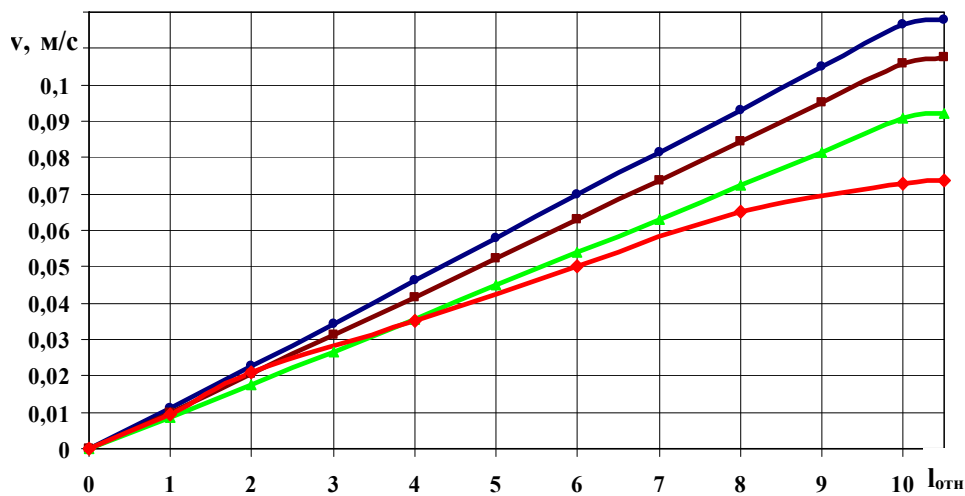


Рис. 1. Изменение профиля скоростей по высоте ротора: 1 – при  $l = 1$ ; 2 – при  $l = 0,75$ ; 3 – при  $l = 0,5$ ; 4 – при  $l = 0,25$

Обычная фильтрующая центрифуга представляет собой ротор конической или цилиндрической формы с перфорированной боковой поверхностью экипированной фильтровальным материалом [2].

В обычной центрифуге  $v_{\phi} = \text{const}$ , поэтому эффективная вязкость зависит только от продольного градиента.

$$\mu_{эф} = \mu \left( \frac{dv_z}{dr} \right)$$

В первой конструкции фильтрующей центрифуги, представленной на рис. 2, вдоль боковой поверхности устанавливают неподвижный кольцевой конус.

В этом случае помимо продольной скорости и ее градиента возникает градиент скорости,  $dv_{\phi}/dr$  и эффективная вязкость является функцией интенсивности скоростей.

$$J = \sqrt{\left( \frac{dv_z}{dr} \right)^2 + \left( \frac{dv_{\phi}}{dr} \right)^2}$$

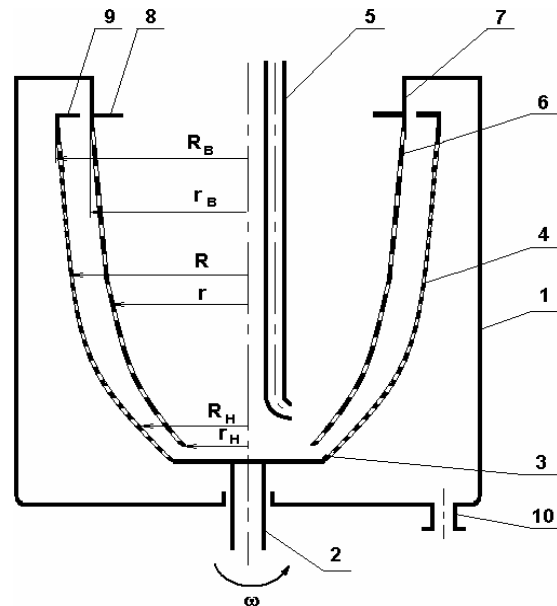


Рис. 2. Фильтрующая центрифуга с неподвижным конусом: 1 – корпус; 2 – вал; 3 – конический ротор; 4 – фильтровальная стенка; 5 – труба для подачи фильтруемой жидкости; 6 – кольцо; 7 – стойки; 8, 9 – кольцевые отражатели

Вязкость в такой модифицированной центрифуге уменьшается в 3–5 раз, а значит, возрастает во столько же раз производительность. При этом нужно иметь в виду, что энергозатраты возрастают в 1,5–2,5 раза.

Следующая разработанная фильтрующая центрифуга с переменной проницаемостью работает в режимах фильтрации и регенерации. Экипировка данной центрифуги выполнена из эластичных нитей. На рис. 3 представлен разрез в зоне локальной регенерации пор фильтровального материала.

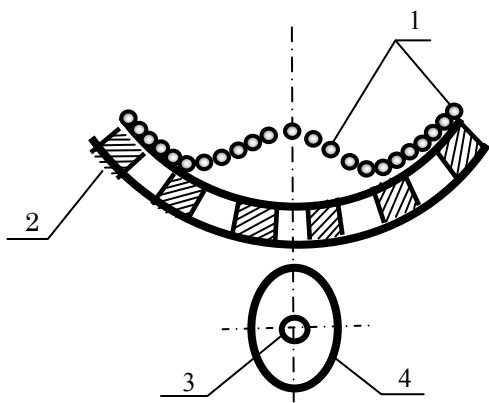


Рис. 3. Разрез в зоне локальной регенерации пор фильтровального материала

Особенностью работы данной центрифуги является следующее: под действием центробежного давления жидкая фаза фильтруется через предельно плотную структуру фильтровального материала 1 с минимальным размером пор. Тонкие частицы суспензии улавливаются этими порами, а сверху на поверхности фильтровального материала образуется слой осадка из средних и крупных частиц.

Локальная регенерация, возникающая в момент минимального зазора между поверхностями валика 4 и ротора 2 под действием эффектов гидроклина и гидроудара при пульсациях противодействия в зазоре, периодически охватывает все точки фильтровального материала 1. При этом эластичные нити фильтровального материала 1 растягиваются и размер пор увели-

чивается. Уловленные мелкие частицы противодействием выносятся внутрь ротора, а гидроудар разрушает образовавшийся осадок, частицы которого удаляются из ротора без контакта и повреждения нитей фильтровального материала 1.

Таким образом, предлагаемая конструкция фильтрующей центрифуги позволяет увеличить производительность за счет применения фильтровального материала из эластичных нитей, имеющего предельно плотную структуру и минимальный размер пор в режиме центробежного фильтрации и увеличенный размер пор при растяжении нитей в режиме локальной регенерации при создании противодействия и гидроудара от работы средства регенерации. Кроме того, предельно плотная структура фильтровального материала с минимальным размером пор позволяет улавливать тонкие фракции частиц суспензий, что увеличивает качество фильтрата, а обратный поток фильтрата, образующийся в режиме локальной регенерации при создании противодействия и гидроудара не только выбивает уловленные частицы из увеличенных пор фильтровального материала, но и разрушает осадок, что облегчает удаление частиц из ротора и увеличивает производительность.

Возможно совмещение обеих описанных новых конструкций центрифуг в одной центрифуге при фильтрации псевдопластичных жидкостей. На обе конструкции центрифуг поданы заявки на полезные модели и получены положительные решения.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Тябин Н.В. Реологическая кибернетика / Н.В. Тябин. – В.: Наука, 1977. 112 с.
2. Соколов В. Г. Современные промышленные центрифуги / В.Г. Соколов. – Л.: Машиностроение, 1967. 523с.
3. Полезная модель, В04 В3/00. Фильтрующая центрифуга / Голованчиков А.Б., Трусков С.А., Дулькина Н.А., Фетисова Е.Г. и др.
4. Полезная модель, В04 В3/00. Фильтрующая центрифуга / Голованчиков А.Б., Дулькина Н.А., Жалнина А.А., Фетисова Е.Г. и др.



УДК 66. 063. 8

*О. А. Тишин, А. В. Девкин***ВЫБОР ЧИСЛА ОБОРОТОВ ПЕРЕМЕШИВАЮЩЕГО УСТРОЙСТВА  
В РЕАКТОРЕ С МЕШАЛКОЙ****Волжский политехнический институт (филиал) ВолгГТУ**

Выбор числа оборотов перемешивающего устройства в химическом реакторе представляет сложную задачу в работе. На основе экспериментальных исследований предлагается удобная методика, позволяющая быстро и точно выбрать скорость вращения вала, удовлетворяющую условиям осуществления всех процессов, протекающих в рабочем объеме аппарата.

*Ключевые слова:* химический реактор перемешивания, мешалка, условия перемешивания.

*О. А. Tishin, A. V. Devkin***THE SETTING OF THE AGITATOR RATE SPEED OF THE STIRRED REACTOR****Volgograd State Technical University**

The choice of number of turns of the mixing device in the chemical reactor represents a challenge in work, on the basis of experimental researches the convenient technique allowing quickly and precisely to choose speed of rotation of a shaft satisfying is offered to conditions of realisation of all processes proceeding in working volume of the device.

*Keywords:* chemical reactor mixing, mixer, mixing condition.

Аппараты с перемешивающими устройствами являются одним из наиболее распространенных видов технологического оборудования. Применение такого оборудования обусловлено его универсальностью и возможностью использования для проведения различных процессов химической технологии. Одним из вариантов использования аппаратов с мешалками – химический реактор.

Основой проектирования реакторов является математическая модель процесса [1]. Математическая модель химического реактора представляет собой систему уравнений материальных балансов по веществам участвующим в процессе и тепловых балансов для рабочего объема аппарата и его теплообменных элементов. Эти уравнения дополняются системами уравнений (алгебраических) для расчета кинетических коэффициентов входящих в балансовые уравнения и расчета теплофизических свойств веществ. К числу кинетических коэффициентов относятся: коэффициент переноса массы (определяет скорость перемешивания), коэффициент массоотдачи между частицами дисперсной и сплошной фаз, коэффициент оценивающий влияние условий перемешивания на скорость химического процесса, коэффициенты теплоотдачи от перемешиваемой жидкости к стенке аппарата и коэффициенты теплоотдачи в теплообменных устройствах реактора.

Значения всех кинетических коэффициентов [2...7] (за исключением констант скоростей химических реакций) зависят от числа оборо-

тов мешалки, поэтому выбор числа оборотов перемешивающего устройства имеет решающее значение при расчете аппарата с перемешивающим устройством. Имеющиеся в распоряжении методики расчета числа оборотов [2,5], дают возможность оценить влияние числа оборотов на скорость протекания физических процессов. Оценка влияния скорости перемешивания на протекания химического процесса затруднена.

В настоящей работе предпринята попытка оценки влияния числа оборотов на характер протекания химического процесса.

Предлагаемая методика проверена на процессе синтеза тиациланилида (ТАА). ТАА, флотореагент, применяемый для обогащения руд цветных металлов. ТАА получается при взаимодействии жидкого ациланилида с пятисернистым фосфором (подается в виде порошка – твердая фаза). Плотности твердой и жидкой фаз различаются более чем в два раза. В исследуемом процессе одновременно осуществляется суспендирование частиц твердой фазы, транспорт растворяемого реагента в объем сплошной фазы, химическое взаимодействие между реагентами в сплошной фазе, перемещение сред в объеме аппарата, транспорт тепла в объеме аппарата и теплопередача между средой находящейся в объеме реактора и энергоносителем, циркулирующим в рубашке аппарата. Скорость всех этих процессов зависит от скорости вращения мешалки. Поэтому выбор числа оборотов ее представлял сложную проблему.

Решение этой проблемы осложнялось необходимостью осуществления процедуры масштабирования, так как необходимо было выдать данные на проектирование промышленного реактора.

Экспериментальные исследования проводились на лабораторной установке (объемом  $0,0003 \text{ м}^3$ ), пилотной установке (объемом  $0,1 \text{ м}^3$ ), и промышленном аппарате (объемом  $6,3 \text{ м}^3$ ). Лабораторные исследования проводились в стеклянном цилиндрическом реакторе объемом  $300 \text{ мл}$ , снабженном винтовой мешалкой, диаметр мешалки  $0,8D$ . Скорость вращения вала мешалки можно было измерять. Для осуществления синтеза тиаоцианилида на пилотной и промышленной установках использовались аппараты с турбинными мешалками и отражательными перегородками. Использование в качестве перемешивающего устройства турбинной мешалки позволяет добиться желаемого результата при меньшем числе оборотов. Перегородки погружены в жидкость на глубину равную  $0,3D$ , что исключает осаждение частиц в зоне за перегородкой. Между стенкой и отражательной перегородкой предусмотрен зазор, превышающий размер частиц в 2–3 раза, чтобы предотвратить образование застойных зон за перегородкой. Аппараты используемые в исследованиях имели эллиптическое днище. В качестве условия масштабного перехода были использовано условие полного суспендирования. Расчет условий суспендирования проводился для частиц пятисернистого фосфора максимального размера  $2,5 \text{ мм}$ , при известных физических свойствах реагентов и продукта по уравнению [4]:

$$\frac{n \cdot d_m^2}{v_{ж}} = 4,629 \cdot \left( \frac{d_4^3 \cdot g}{v_{ж}^2} \right)^{0,45} \cdot \left( \frac{\rho_{ч} - \rho_{ж}}{\rho_{ж}} \right)^{0,6} \times x^{-0,17} \cdot \left( \frac{d_c}{d_m} \right)^{0,25} \cdot \left( \frac{h_m}{d_m} \right)^{0,19} \cdot \left( \frac{D}{d_m} \right) \quad (1)$$

так как для осуществления процесса на пилотной установке и в промышленных условиях имелись в распоряжении стандартные аппараты объемом  $0,1$  и  $6,3 \text{ м}^3$  и приводами, обеспечивающими скорость вращения  $315$  и  $180 \text{ мин}^{-1}$ , соответственно. Поэтому, по уравнению (1) были определены размеры  $d_m$  и  $h_m$ , обеспечивающие условия полного суспендирования. Результаты расчетов приведены в табл. 1. Размеры лопастей связаны с диаметром мешалки известными соотношениями [2,5]. По указанным

в таблице размерам были изготовлены мешалки для пилотного и промышленного реакторов. Минимальное число оборотов мешалки, обеспечивающее полное суспендирование в лабораторном аппарате, было определено визуально и оказалось равным  $350 \text{ мин}^{-1}$ .

Таблица 1

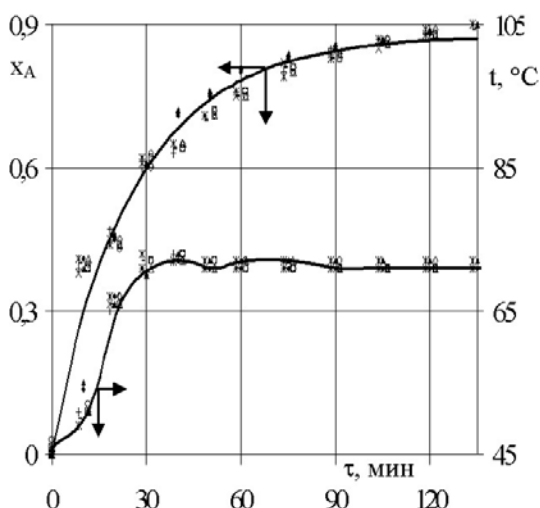
Размеры оборудования применявшегося в исследованиях

Реактор	объем, $V$	$D$	$d_m$	$h_m$	$n$
	$\text{м}^3$	$\text{мм}$			$\text{мин}^{-1}$
Лабораторный	0,0003	60	25	10	350, 500
Пилотный	0,100	500	225	76	315
Промышленный	6,3	1800	600	400	180

На всех этапах изучения процесс проводился по единой методике. Первоначально в реактор загружался тиаоцианилид, и содержимое реактора разогревалось до температуры  $45\text{--}50 \text{ }^\circ\text{C}$ , и затем загружался порошок пятисернистого фосфора (по возможности вся порция одновременно). Весовое соотношение ациланилид: пятисернистый фосфор  $4,61:1$ . В экспериментах использовался пятисернистый фосфор с размером частиц  $(0,16 \div 2,5) \text{ мм}$ . На лабораторной установке использовался порошок с удельной поверхностью  $11,3 \text{ м}^2/\text{кг}$ , на пилотной установке порошки с удельной поверхностью  $(11,3 \text{ и } 23,5) \text{ м}^2/\text{кг}$  на промышленной  $15,6 \text{ м}^2/\text{кг}$ . За счет тепла химической реакции температура реагирующей массы поднималась до  $70\text{--}73 \text{ }^\circ\text{C}$  (в адиабатических условиях) и при данной температуре реакционная масса выдерживалась до полного исчерпания пятисернистого фосфора (на этой стадии процесс проводился с подогревом). По ходу процесса через определенные промежутки времени из реактора отбирались пробы, по которым определялась степень превращения ациланилида. Мощность, затрачиваемая на перемешивание в лабораторном реакторе определялась экспериментально, по известной методике, а для пилотного и промышленного реакторов рассчитывалась по стандартной методике.

Результаты экспериментальных исследований представлены на рисунке.

Как видно из результатов исследований (рис. 1) в условиях полного суспендирования кинетические кривые для аппаратов различных масштабов совпадают. Это свидетельствует об определяющем влиянии химической реакции



Изменение степени превращения ациланилида и температуры в ходе синтеза:

\* + x – лабораторный; □ ◇ – пилотный;  
◆ ▲ – промышленный

на скорость процесса, о правильности выбора условий масштабного перехода и подтверждает возможность использования уравнения (1) для расчета числа оборотов мешалки. Значение константы скорости химической реакции определено по изотермическому участку кинетической кривой:  $k_{эф} = 0,0152 \text{ мин}^{-1}$

( $t = 70^\circ \text{C}$ ).

Реакция псевдопервого порядка. В работах [8,9] для оценки влияния скорости вращения мешалки на интенсивность физического перемешивания и оценки состояния предварительной перемешанности реагентов было предложено уравнение позволяющее определить коэффициент объемного массопереноса:

$$k_m = \frac{1}{\tau_{ц}} \approx K_{m_0} (\bar{V})^{-0,52} \sqrt{\frac{\varepsilon_m}{\nu} \frac{1}{\ln(Sc) - 1,27}} \quad (2)$$

Значения коэффициентов уравнения ( $K_{m_0}$ ) для лопастной мешалки  $K_{m_0} = 0,0016$ , для турбинной мешалки  $K_{m_0} = 0,00047$ . Уравнение (2) было использовано для оценки условий физического перемешивания, транспорта тепловой энергии по объему аппарата, условий предварительной перемешанности, суспендирования. Результаты оценки этих условий по экспериментальным данным приведены в табл. 2.

Как следует из результатов расчетов представленных в табл. 2 предлагаемая методика дает сопоставимые результаты по условиям полного суспендирования. Остальные условия выбора числа оборотов выполняются автоматически. Таким образом использованные в работе условия выбора числа оборотов можно рекомендовать для практического использования в расчете реакторов.

Таблица 2

Параметр	Параметр выбора	Реактор		
		лабораторный	пилотный	промышленный
Перемешивание реагентов	$K_m \cdot \tau \geq 30$	34	48	72
Равномерное распределение температуры	$\frac{r_{x.p.} \cdot \Delta H}{k_m \cdot c_p \cdot \rho \cdot t}$	~2300	~2000	~500
Предварительная перемешанность реагентов	$\frac{K_m}{K \cdot C_0} \geq 30$	1861	1579	394
Соотношение скоростей теплопередачи и транспорта по объему реактора	$1 \leq \frac{r_{x.p.} \cdot \Delta H}{K \cdot F \cdot (t_p - t_{xi})}$	~7,0	~6,0	~2,0
Условие полного суспендирования				
Штатная		1,0	1,0	1,0
Предлагаемая	$\frac{\nu}{\nu_{oc}}, \nu = \frac{k_m \cdot V}{F}$	1,8	1,2	1,0

Список условных обозначений:  $C, C_0, C_{н}$  – концентрация, начальная, кмоль/м<sup>3</sup>;  $c_p$  – теплоемкость, Дж/кг·С°;  $D$  – диаметр аппарата, м;  $D_A$  – коэффициент диффузии, м<sup>2</sup>/с;  $d_p$  – диаметр, частицы, мешалки, м;  $F, F_{тр}$  – площадь поверхности теплообмена, площадь поперечного сечения трубопровода, м<sup>2</sup>;  $f_{уд}$  – удельная поверхность, м<sup>2</sup>/м<sup>3</sup>;  $g$  – ускорение свободного падения, м/с<sup>2</sup>;  $G$  – производительность, массовый расход, кг/с;  $H_r$  – тепловой эффект, химической реакции, физических превращений, кДж/кмоль;  $h_m$  – высота расположения мешалки над дном аппарата, м;  $k_{эф}, K$  – константа скорости реакции, коэффициент теплопередачи, Вт/м<sup>2</sup>·с;  $N$  – мощность, затрачиваемая на перемешивание, Вт;  $n$  – число оборотов мешалки, с<sup>-1</sup>;  $\pm r_a$  – скорость реакции, кмоль/м<sup>3</sup>;  $T, t$  – абсолютная температура, К; С°;  $V$  – объем аппарата, м<sup>3</sup>;  $\nu, \nu_n$  – объемная скорость, производительность насоса;  $x_a$  – степень превращения;  $\varepsilon$  – мощность диссы в единице массы, Вт/кг;  $\alpha$  – коэффициент теплоотдачи, Вт/м<sup>2</sup>·град, параметр;  $\rho$  – плотность, кг/м<sup>3</sup>;  $\nu$  – кинематический коэффициент вязкости, м<sup>2</sup>/с;

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Кафаров В.В. Метода кибернетики в химии и химической технологии. М.: Химия, 1976 г. 464 с.
2. Васильцов Э.А., Ушаков В.Г. Аппараты для перемешивания жидких сред. Справочное пособие. Л.: Машиностроение, 1979 г. 271 с.
3. Брагинский Л.Н., Бегачев В.И., Барабаш В.М. Перемешивание в жидких средах: Физические основы и инженерные методы расчета. Л.: Химия, 1984 г. 336 с.
4. Nagata S. MIXING. Principles and applications. JOHN Wiley i sons. New York – London – Sydney – Toronto, p 458.
5. Руководящий нормативный документ. Механическое перемешивание устройства. Метод расчета. РД 26–01–90–85.
6. Стренк Ф. Перемешивание и аппараты с мешалками.: Пер. с польск. под ред. И.А. Щупляка. Л.: Химия, 1975 г. 884 с.
7. Холланд Ф., Чапман Ф. Химические реакторы и смесители для жидкофазных процессов.: Пер. с англ. под ред. Ю.К. Жорова. М.: Химия, 1974 г. 208 с.
8. Тишин О.А., Определение условий предварительной смешанности в аппаратах с мешалками./ Тишин О.А., Дорохов И.Н. Журнал прикладной химии, 2002 г., т.75, № 11, стр.–1877–1880.
9. Тишин О.А. Определение условий обеспечивающих в аппаратах с мешалками распределение времени пребывания, соответствующее модели идеального перемешивания./ Тишин О.А., Дорохов И.Н., Качегин А.Ф. Известия ВУЗов Химия и химическая технология, 2002 г., т.45, вып.5, стр.–70–73.

УДК 678.01:532.135

*О. А. Тишин, А. Ф. Ахrameев, Д. С. Володин***МОДЕЛЬ МАКСВЕЛЛА С УЧЕТОМ СТРУКТУРНЫХ ИЗМЕНЕНИЙ  
В ДЕФОРМИРУЕМОМ ВЯЗКОУПРУГОМ ТЕЛЕ****Волжский политехнический институт (филиал) ВолгГТУ**

В работе представлено решение обобщенной модели Максвелла в виде выражения Больцмана-Вольтерры с учетом структурных изменений, задаваемых уравнением Журкова. Полученные зависимости напряжений от времени качественно согласуются с опытными данными для каучуков.

*Ключевые слова:* модель Максвелла, вязкоупругое тело, упругая деформация, время релаксации, эффективная вязкость, модуль, ускорение сдвига.

*O. A. Tishin, A. F. Ahrameev, D. S. Volodin***MAXWELL'S MODEL TAKING INTO ACCOUNT STRUCTURAL CHANGES IN THE DEFORMABLE  
VISCOELASTIC BODY****Volgograd State Technical University**

In work the decision of the generalised model of Maxwell in the form of expression of Boltzman-Volterra taking into account structural changes of Zhurkov set by the equation is presented. The received dependences of pressure on time will qualitatively be co-ordinated with the skilled data for rubbers.

*Keywords:* model of the Maxwell, an elasto-viscous solid, an elastic deformation, relaxation time, effective viscosity, the module, a speed-up of shift.

В технологии переработки полимерных материалов достаточно распространено течение с ускорением. Например, в сходящихся каналах, геометрически сложных рабочих органах машин для переработки вязкоупругих материалов и др. Течение сопровождается рядом реологических эффектов связанных с изменением структуры [1, 2, 4]. В существующих моделях переработки данные изменения практически не учитываются [6]. Это может привести к ошибкам определения затрачиваемой мощности и силовых воздействий на рабочие органы.

Предлагаемая модель основана на феноменологическом подходе к описанию вязкоупругого материала.

Рассмотрим вязкоупругий материал, обладающий определенным набором релаксаторов,

времена жизни которых определяются формулой Больцмана [1; 2]:

$$\tau_i = \tau_{Si} \exp(E_{Ai} / kT), \quad (1)$$

где  $E_{Ai}$  – энергия активации  $i$ -го релаксационного процесса;  $\tau_{Si}$  – период собственных колебаний релаксационного элемента, индивидуальный для разных типов релаксации;  $k$  – постоянная Больцмана;  $T$  – абсолютная температура.

Времена жизни релаксаторов зависят не только от их строения и свойств, но и от внешних факторов [4, 5]. В [4] замечено, что уменьшение времени релаксации эквивалентно снижению активационного барьера. Учет работы внешних сил, так же производится в [3]. Можно привести, выражение предложенное С. Н. Журковым [3, 4]:

$$\tau = \tau_s \exp\left(\frac{E_A - \gamma\sigma}{kT}\right), \quad (2)$$

где  $\sigma$  – внешнее напряжение,  $\gamma$  – имеет смысл структурно-чувствительного коэффициента [3] и зависит от изменения структуры материала [4].

Переход релаксатора из одного состояния в другое зависит от величины запасенной им упругой энергии [3]. Предположим, что существует энергия  $E$ , которая приводит к перегруппировке элемента с собственным периодом колебаний. При этом  $\tau = \tau_s$ , такое состояние описывалось в [3]. Запишем подобно (2)

$$\tau = \tau_s \exp\left(\frac{E_A - E}{kT}\right). \quad (3)$$

Условие  $\tau = \tau_s$  выполнится, если в (3) принять  $E_A = E$ . При изменении структуры, в показателе экспоненты, возможно, следовало бы ввести коэффициент, учитывающий эти изменения и записать его в виде  $(E_A - \xi \cdot E)/kT$ .

Прологарифмировав (3), получим выражение энергии, которую необходимо запастись деформируемому элементу, для выполнения условия  $\tau = \tau_s$

$$E = E_A \left(1 - \frac{kT \ln(\tau/\tau_s)}{E_A}\right). \quad (4)$$

Положим, механическое поведение вязкоупругого материала описывается моделью Максвелла (ММ), режим деформирования  $\dot{\gamma} = const$ . Представим ее интегральным выражением в соответствии с принципом Больцмана-Вольтерры [5]

$$\sigma(t) = \int_0^t \dot{\gamma} \varphi(t-t') dt', \quad \varphi(t) = G \cdot e^{-t/\theta}, \quad (5)$$

где  $\varphi(t)$  – ядро релаксации;  $\theta$  – время релаксации;  $G$  – модуль упругости. Интегрирование выражения приводит к равенству

$$\sigma(t) = \dot{\gamma} \theta G (1 - e^{-t/\theta}). \quad (6)$$

Работа, затраченная на упругую деформацию ММ, характеризует запасенную элементом энергию, необходимую для перехода через энергетический барьер  $E_A$ , и выражается следующим образом

$$E(t) = \int_0^{\gamma_{УПР}} \dot{\gamma} \theta G (1 - e^{-t/\theta}) d\gamma. \quad (7)$$

Здесь упругая составляющая деформации  $\gamma_{УПР}$  определяется выражением

$$\gamma_{УПР}(t) = \int_0^t \dot{\gamma} \frac{\varphi(t)}{G} dt = \dot{\gamma} \theta (1 - e^{-t/\theta}). \quad (8)$$

Тогда интеграл (7) с учетом равенства (8) примет вид

$$E(t) = G \frac{\gamma_{УПР}^2}{2} = \frac{1}{2} G \left[ \dot{\gamma} \theta (1 - e^{-t/\theta}) \right]^2. \quad (9)$$

Учитывая (9) можно найти упругую составляющую деформации, которая не зависит от режима деформации

$$\gamma_{УПР} = \gamma_{УПР}^{\max} = \sqrt{\frac{2E_A}{G} \left(1 - \frac{kT \ln(\tau/\tau_s)}{E_A}\right)}. \quad (10)$$

Считая  $\tau$  временем жизни структурного элемента, выражение (1) приобретает смысл максимального значения упругой составляющей деформации  $\gamma_{УПР}^{\max}$ , соответствующее переходу структурного элемента со временем жизни  $\tau$  (при данной температуре и режиме деформирования) через энергетический барьер.

Положим, в процессе деформирования происходит тиксотропное изменение структуры вязкоупругого материала [6], и величины  $\tau$  характеризуют времена жизни структурного элемента до тиксотропного разрушения. Тогда, выражение (9) совместно с (4) позволяет найти момент времени  $t^{\max}$ , соответствующий разрушению структурного элемента, при скорости  $\dot{\gamma} = const$  и заданных параметрах вязкоупругой модели и уравнения (3). Разрешив выражение (10) относительно  $t$ , получим зависимость

$$t^{\max} = -\theta \cdot \ln \left[ 1 - \frac{1}{\dot{\gamma} \cdot \theta} \sqrt{\frac{2E_A}{G} \left(1 - \frac{kT \ln(\tau/\tau_s)}{E_A}\right)} \right]. \quad (11)$$

Рассмотрим случай ускоренного сдвига, считая  $\gamma = \int_0^t \dot{\gamma} dt = \ddot{\gamma} \cdot t^2 / 2$ , где  $\ddot{\gamma} = const$  – ускорение сдвига. Соответственно уравнение ММ в форме Больцмана-Вольтерры (5) примет вид

$$\sigma(t) = \int_0^t \ddot{\gamma} \cdot (t-t') \cdot \varphi(t-t') dt'. \quad (12)$$

Оставляя ядро релаксации прежним и интегрируя (12), получим

$$\sigma(t) = \ddot{\gamma} G \left[ \theta^2 (1 - e^{-t/\theta}) - t\theta \cdot e^{-t/\theta} \right]. \quad (13)$$

По аналогии с (8), учитывая закон деформирования, значение упругой деформации:

$$\gamma_{УПР}(t) = \ddot{\gamma} \left[ \theta^2 (1 - e^{-t/\theta}) - t\theta \cdot e^{-t/\theta} \right]. \quad (14)$$

Совместное рассмотрение выражений (14), (10) позволяет получить уравнение для времени

$$t^{\max} = \theta \cdot \ln \left[ \left( 1 + \frac{t}{\theta} \right) / \left( 1 - \frac{1}{\dot{\gamma} \theta^2} \sqrt{\frac{2E_A}{G} \left( 1 - \frac{kT(\ln(\tau) - \ln(\tau_S))}{E_A} \right)} \right) \right] \quad (15)$$

В приложении к моделированию механических свойств вязкоупругих материалов рассмотрим модель с функцией релаксации имеющей  $i=1..n$  элементов ММ с дискретным набором модулей  $G_1, G_2...G_n$  и времен релаксаций  $\theta_1, \theta_2... \theta_n$

$$\varphi(t) = \sum_{i=1}^n G_i \cdot e^{-t/\theta_i} \quad (12)$$

Положим, процесс одномерной сдвиговой деформации материала сопровождается тиксотропным изменением структуры. В процессе деформирования элементы структуры обратимо разрушаются и восстанавливаются при определенных условиях [6]. Моделирование процесса разрушения зададим отключением элементов ММ, восстановления – включением соответствующих элементов, подобно работе [7]. Разрушение происходит в направлении убывания времен релаксаций, что соответствует данным о сжатии релаксационного спектра со стороны больших времен релаксаций [7, 5, 6], восстановление - в обратном направлении.

Пусть, времена жизни  $\tau_1, \tau_2... \tau_n$ , периоды  $\tau_{S1}, \tau_{S2}... \tau_{Sn}$  и значения активационных барьеров  $E_{A1}, E_{A2}... E_{An}$  всех отдельных элементов известны. Тогда, разрушение элемента определится некоторой максимальной величиной деформации  $\dot{\gamma}_{УПРi}^{\max}$ , зависящей от известных параметров элемента, согласно (10). Следовательно, условия разрушения и восстановления запишем в виде.

Условие разрушения

$$\dot{\gamma}_{УПРi} \geq \dot{\gamma}_{УПРi}^{\max} = \sqrt{\frac{2E_A}{G} \left( 1 - \frac{kT \ln(\tau/\tau_S)}{E_A} \right)} \quad (13)$$

Условие восстановления

$$\dot{\gamma}_{УПР} < \dot{\gamma}_{УПРi}^{\max} = \sqrt{\frac{2E_A}{G} \left( 1 - \frac{kT \ln(\tau/\tau_S)}{E_A} \right)} \quad (14)$$

Включение и выключение элементов модели зададим единичной функцией Хевисайда  $U$ . Перепишем (12) в виде

$$\varphi(t) = \sum_{i=1}^n U(\dot{\gamma}_{УПРi}^{\max} - \dot{\gamma}_{УПРi}) \cdot G_i \cdot e^{-t/\theta_i} \quad (15)$$

$t^{\max}$  (через которое произойдет разрушение структуры)

Уравнения (15), (5), (8) и условия (13), (14) представляют модель тиксотропного вязкоупругого тела, деформируемого в условиях  $\dot{\gamma} = const$ .

Функция  $\sigma(t)$ , определенная релаксационным ядром (15) при выполнении условия (13) является кусочно-гладкой, с разрывами в точках  $[t^{\max}, t^{\max} + \Delta t]$ , где  $\Delta t$  – шаг по времени. Выполнение неравенства  $\sigma(t - \Delta t) < \sigma(t) > \sigma(t + \Delta t)$  соответствует переходу  $\sigma(t)$  через максимум. При условии  $\dot{\gamma}_{УПРi} < \dot{\gamma}_{УПРi}^{\max}$  во всем диапазоне вычислений  $[0, t]$ ,  $\sigma(t)$  является гладкой, непрерывной функцией. Т. к.  $\lim_{t \rightarrow \infty} (1 - e^{-t/\theta}) = 1$ , то в условии установившегося течения

$$\sigma = \sum_{i=1}^n \dot{\gamma} \theta_i G_i, \text{ следовательно, вязкость опреде-}$$

ляется пределом  $\eta_{\text{ЭФ}} = \sum_{i=1}^n \theta_i G_i$ . При отключе-

нии  $k$  элементов, когда  $i = k..n$ , установившемуся течению отвечают: напряжение –

$$\sigma = \sum_{i=k}^n \dot{\gamma} \theta_i G_i, \text{ вязкость – } \eta_{\text{ЭФ}} = \sum_{i=k}^n \theta_i G_i, \text{ эффек-}$$

$$\text{тивный модуль – } G_{\text{ЭФ}} = \sum_{i=k}^n G_i.$$

Развитие  $\dot{\gamma}_{УПРi}$  (8) ограничено асимптотическими значениями  $\dot{\gamma} \theta_i$ , т. о. случай  $\dot{\gamma}_{УПРi} \geq \dot{\gamma}_{УПРi}^{\max}$  может не наступить. С другой стороны, условие  $\dot{\gamma}_{УПРi} \geq \dot{\gamma}_{УПРi}^{\max}$  может выполняться для всех элементов, что будет означать полное разрушение материала и прекращение развития напряжений и деформаций. Во избежание этого можно дополнить модель эмпирической зависимостью  $\eta_{\text{ЭФ}}(\dot{\gamma})$ , как это сделано в работе [7].

При изменении  $\dot{\gamma}_j$  до  $\dot{\gamma}_{j+1}$ , в условиях  $\dot{\gamma}_{j+1} > \dot{\gamma}_j$ , развитие упругой деформации  $i$ -го элемента происходит интенсивней, при том же наборе постоянных  $\tau_i, \tau_{Si}, E_{Ai}$ . Этому соответствует выполнение условия (13) при меньшем зна-

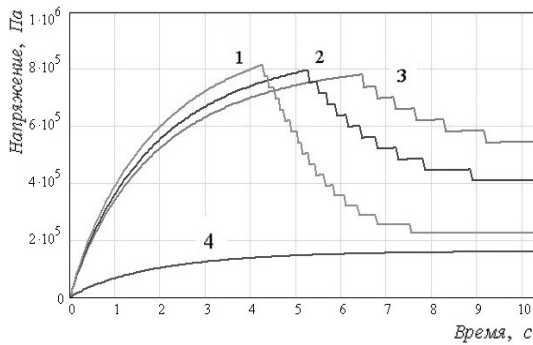


Рис. 2. Результаты расчета модели с ядром (15) и условиями (13) и (14):

$$1 - \dot{\gamma}_1 = 1.75c^{-1}, 2 - \dot{\gamma}_2 = 1.62c^{-1}, 3 - \dot{\gamma}_3 = 1.53c^{-1}, 4 - \dot{\gamma}_4 = 0.3c^{-1}$$

чении времени и для большего числа элементов. В целом такая картина будет отражать более быстрое и глубокое разрушение материала.

Численный анализ модели выполнен для условий:  $G_i = G_0 \cdot 20\sqrt{i+1}$ ,  $\theta_i = \theta_0 \left( \frac{\pi \cdot (n-i+1)}{2 \cdot (n+1)} \right)^2$ ,  $G_0 = 1,2 \cdot 10^4 \text{ Па} / \text{м}^2$ ,  $\theta_0 = 2,7c$  при  $i = 0..n$ ,  $n = 60$ . На рис. 2 представлены результаты расчета для скоростей сдвига:  $1 - \dot{\gamma}_1 = 1.75c^{-1}$ ,  $2 - \dot{\gamma}_2 = 1.62c^{-1}$ ,  $3 - \dot{\gamma}_3 = 1.53c^{-1}$ ,  $4 - \dot{\gamma}_4 = 0.3c^{-1}$ .

Рассмотренная модель малоприменима для описания каучуков, находящихся в вязкотекучем состоянии. Известно, что развитие деформаций (либо напряжений) в каучуках сопровождается серьезными изменениями структуры, тиксотропные изменения сопровождаются вязким течением [9], приводящим к перемещению элементов структуры друг относительно друга

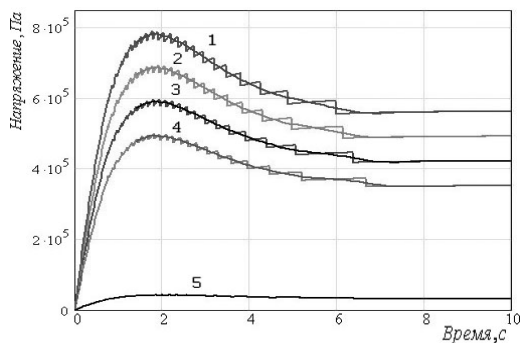


Рис. 3. Результаты расчета модели с ядром (15) и условиями (17):

$$1 - \dot{\gamma}_1 = 2.1c^{-1}, 2 - \dot{\gamma}_2 = 1.75c^{-1}, 3 - \dot{\gamma}_3 = 1.6c^{-1}, 4 - \dot{\gamma}_4 = 0.4c^{-1}, \\ 5 - \dot{\gamma}_5 = 0.02c^{-1}$$

[3]. С увеличением  $\dot{\gamma}$  усиливается влияние вязкой составляющей течения на развитие тиксотропных изменений [9]. Качественное сравнение результатов вискозиметрических испытаний с полученными данными (рис. 2.) приводит к необходимости учета в модели несколько больших критических деформаций, являющихся функцией эффективной вязкости либо скорости сдвига. Для этого уравнение (10) запишем в виде

$$\gamma_{УПР} = f(\dot{\gamma}) \cdot \sqrt{\frac{2E_A}{G} \left( 1 - \frac{kT \ln(\tau/\tau_0)}{E_A} \right)}. \quad (16)$$

Для коррекции уравнения (3) введем величину  $f(\dot{\gamma}) = a(\dot{\gamma})^m$  (обратную  $\xi$ ), где коэффициент  $a$  имеет размерность времени. Тогда (16) преобразуется к виду

$$\gamma_{УПР} = a \cdot \dot{\gamma}^m \cdot \sqrt{\frac{2E_A}{G} \left( 1 - \frac{kT \ln(\tau/\tau_0)}{E_A} \right)}. \quad (17)$$

Результаты расчета модели с уточненными значениями  $\gamma_{УПРi}$ , при скоростях сдвига  $1 - \dot{\gamma}_1 = 2.1c^{-1}$ ,  $2 - \dot{\gamma}_2 = 1.75c^{-1}$ ,  $3 - \dot{\gamma}_3 = 1.6c^{-1}$ ,  $4 - \dot{\gamma}_4 = 0.4c^{-1}$ ,  $5 - \dot{\gamma}_5 = 0.02c^{-1}$  представлены на рис. 3.

Полученная зависимость  $\sigma(t)$  качественно согласуется с опытными данными для каучуков [5, 7, 9].

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Бартенев Г.М., Френкель С.Я. Физика полимеров. - Л.: Химия. 1990. - 432 с.
2. Бартенев Г.М., Зеленов Ю.В. Курс физики полимеров. - Л.: Химия. 1976. - 288 с.
3. Бартенев Г.М. Прочность и механизм разрушения полимеров. - М.: Химия. 1984. - 280 с.
4. Гуль Е.В., Кулезнев Е.В. Структура и механические свойства полимеров. - М.: Высшая школа. 1966. - 314 с.
5. Малкин А.Я., Виноградов Г.В. Реология полимеров. - М.: Химия, 1980. - 439 с.
6. Малкин А.Я., Исаев А.И., Реология, Концепции, методы, приложения. СПб.: Профессия, 2007 г. - 560 с.
7. Леонов А.И., Виноградов Г.В. Реология полимеров. Теория Тиксотропии. ДАН СССР. Физическая химия. Т. 155, №2, 1964. с.406-409.
8. Гольберг И.И. Механическое поведение полимерных материалов. - М.: Химия. 1970. - 191 с.
9. Виноградов Г.В., Малкин А.Я., Плотникова Е.В., Каргин Е.А. О тиксотропии полимеров в вязкотекучем состоянии. ДАН СССР. Физ. химия. Т. 154, №6, 1964. с.1421-1424.

УДК 532.526.75

*Н. С. Ковалев, П. В. Мишта, Е. А. Беднарская, Г. И. Лепехин, Г. В. Рябчук***ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ РАБОТЫ  
ЦЕНТРОБЕЖНОЙ КОНИЧЕСКОЙ НАСАДКИ****Волгоградский государственный технический университет**

Рассмотрена работа центробежного аппарата, осуществляющего процессы в жидкостных пленках со свободной поверхностью. Определены полученные зависимости, которые позволяют прогнозировать оптимальные режимы работы центробежной конической насадки в зависимости от конструктивных, технологических параметров, а также физических свойств перерабатываемой среды.

*Ключевые слова:* центробежный аппарат, конический диск, тонкая пленка, вязкая жидкость, пленочное течение.

*N. S. Kovalev, P. V. Mishta, E. A. Bednarskaya, G. I. Lepihin, G. V. Ryabchuk***DETERMINATION OF OPTIMUM PARAMETERS OF TSEТROBEZHNOY cone nozzle****Volgograd State Technical University**

Determination in this work the Naviye-Stockses equation solution in quotient by movement of viscous liquid or considering forces of is describes. The method of numerals were done. As the result engeniring dependences for oversires meridional speed of movement solution and the dependence for determination of masimum available consumption when solution moves on for warning of were received.

*Keywords:* the centrifugal device, a conic disk, a thin film, a viscous liquid, film current.

Процессы, осуществляемые в тонких жидкостных пленках со свободной поверхностью в центробежных аппаратах, занимают особое место в технологических производствах, и, с точки зрения интенсификации процессов переноса, является весьма перспективными в нефтехимической, химической, микробиологической, полимерной, пищевой и в ряде других отраслей промышленности. В аппаратах с вращающимися насадками осуществляется процессы концентрирования, дистилляции, сушки, абсорбции, ректификации, полимеризации, смешения, распыления, литья и т. д.

Основными рабочим органом ротационных аппаратов является в большинстве случаев плоский или конический вращающийся диск, в цент которого подается перерабатываемая жидкость. Она под действием центробежных и кориолисовых сил растекается в виде тонкой пленки по поверхности диска. Вопросу течения вязких жидкостей по внутренней поверхности вращающейся конической насадки посвящен ряд теоретических и экспериментальных исследований [1–4].

Авторы работ [1,3,4] при рассмотрении течения вязких жидкостей по поверхности вращающихся конических насадок пренебрегали действием инерционных сил, которые при реальных режимах работы промышленных аппаратов [5] по значениям приближаются к центробежным и кориолисовым силам. Исследования тонкопленочного течения вязкой жидкости по

поверхности вращающихся насадок с учетом влияния сил инерции в настоящее время немногочисленны [6,7,8]. Результаты, полученные в вышеприведенных работах, можно применить при расчетах центробежных пленочных аппаратов небольшой единичной мощности, но их нельзя распространить на аппараты, работающие при больших расходах перерабатываемых жидкостей и сплавов.

Рассмотрим течение вязкой несжимаемой сплошной среды в виде тонкой пленки по внутренней поверхности вращающегося конического диска (рис. 1). Принимаем, что конический диск вращается с постоянной угловой скоростью  $\omega$ , т. е. будем исследовать стационарный процесс течения. Секундный расход жидкости постоянен. Ламинарное, осесимметричное, безволновое течение вязкой жидкости осуществляется при совместном действии сил инерции и вязкого трения. Влиянием сил тяжести, поверхностного натяжения и трения жидкой пленки о газовую среду, вследствие их малости, пренебрегаем. При решении задачи течения жидкости по поверхности конуса целесообразно использовать коническую систему координат. Таким образом, на вращающейся конической поверхности осуществляется пространственное течение жидкости с компонентами скорости:  $v_r$ ,  $v_\varphi$ ,  $v_z$ . Полагаем, как это делается в теории пограничного слоя, что существенны только компоненты тензора вязких напряжений на площадках с нормалью  $z$ , т. е.



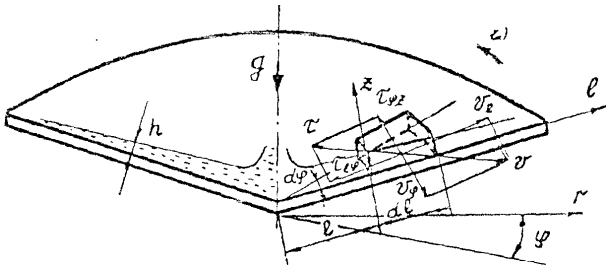


Рис. 1. Физическая картина пленочного течения жидкости по коническому диску

$\tau_{rz}$  и  $\tau_{\phi z}$ . Давление по высоте слоя жидкости, т. е.  $\frac{\partial p}{\partial z} = 0$ . Поскольку на поверхности пленки

жидкости  $p = const$  и  $\frac{\partial p}{\partial r} = 0$ , то всюду  $\frac{\partial p}{\partial r} = 0$ .

Анализ параметров работы центробежных пленочных аппаратов показывает, что на их поверхностях реализуется тонкопленочное течение, следовательно  $h/l \ll 1$ .

С учетом принятых допущений уравнения движения Навье-Стокса принимают вид:

$$v_l \frac{\partial v_l}{\partial l} + v_z \frac{\partial v_l}{\partial z} - \frac{v_\phi^2}{l} = g \frac{\partial^2 v_l}{\partial z^2}, \quad (1)$$

$$v_l \frac{\partial v_\phi}{\partial l} + v_z \frac{\partial v_\phi}{\partial z} + \frac{v_l v_\phi}{l} = g \frac{\partial^2 v_\phi}{\partial z^2}, \quad (2)$$

Поскольку, третье уравнение необходимо только для определения давления, оно опущено.

Уравнение неразрывности имеет вид:

$$\frac{\partial v_l}{\partial l} + \frac{v_l}{l} + \frac{\partial v_z}{\partial z} = 0. \quad (3)$$

Для решения уравнений (1) – (3) необходимо задать граничные условия, определяющие значения переменных параметров и на границах пленочного течения вдоль поверхности вращающегося конического диска.

Ввиду прилипания жидкости к поверхности диска и его непроницаемости граничными условиями для  $v_l, v_\phi, v_z$  будут:

$$\text{при } z=0, \quad v_l = 0, \quad v_\phi = \omega l \sin \theta, \quad v_z = 0. \quad (4)$$

Ввиду отсутствия сил трения на поверхности движущей пленки о газовую среду, получаем еще два граничных условия:

$$\text{при } z=h, \quad \frac{\partial v_l}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial v_\phi}{\partial z} = 0. \quad (5)$$

Дифференциальные уравнения (1)–(3), а также граничные условия (4), (5) являются мате-

матической моделью процесса стационарного пленочного течения вязкой жидкости вдоль поверхности вращающегося конического диска.

Анализ физической и математической моделей тонкопленочного течения вязкой жидкости по поверхности вращающегося конического диска позволили отыскать вид решения системы уравнений (1)–(3), приводящий к разделению переменных и переводу системы уравнений в частных производных к системе обыкновенных дифференциальных уравнений. Решение системы (1)–(3) искалось в виде:

$$v_l = \omega l \sin \theta \cdot h_0 f'(\delta), \quad v_\phi = \omega l \sin \theta \cdot h_0 \varphi(\delta), \quad (6)$$

$$\text{где } \delta = z \sqrt{\frac{\omega h_0 \sin \theta}{g}}, \quad h_0 = h \sqrt{\frac{\sin \theta}{g}}, \quad f'(\delta) = \frac{df}{d\delta}.$$

Безразмерная квазифункция тока  $f'$  введена с целью получения системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Определяя  $v_z$  из уравнения неразрывности (3) и учитывая зависимости  $v_l$  и  $v_\phi$  из (6), из системы уравнений (1), (2) получим:

$$\frac{(f')^2 - 2f'f'' - \varphi^2 - f'''}{0.5ff'' - (f')^2} = \frac{l}{h_0} \frac{\partial h_0}{\partial l} = K, \quad (7)$$

$$\frac{2f'\varphi - 2\varphi f' - \varphi''}{0.5f\varphi' - f'\varphi} = \frac{l}{h_0} \frac{\partial h_0}{\partial l} = K. \quad (8)$$

Граничные условия (4), (5) с учетом (6) принимают вид:

$$\text{при } \delta=0, \quad f = f' = 0, \quad \varphi = \frac{1}{h_0}, \quad (9)$$

$$\text{при } \delta=h_0^{3/2}, \quad f'' = 0, \quad \varphi = 0. \quad (10)$$

Для замыкания системы уравнений (7), (8) использовалось уравнение неразрывности, записанное в интегральной форме:

$$g = 2\pi l \sin \theta \int_0^h v_l dz.$$

Подставляя значение  $v_l$  из (6) получим:

$$g_0 = \frac{g}{2\pi l^2 (\sin \theta)^{3/2} \sqrt{\omega g}} = f \left( \delta = h_0^{3/2} \right) \cdot \sqrt{h_0}. \quad (11)$$

В этом случае для параметра получим зависимость

$$K = -2 \frac{\partial h_0}{\partial g_0} \frac{g_0}{h_0}. \quad (12)$$

При решении системы уравнений (7), (8), (12) искомой является функция  $h_0(K)$  или обратная ей функция  $K(h_0) = h_0^{-1}(K)$ . Если в уравнениях системы (7), (8) задаться независимо значениями  $K = \tilde{K}$  и  $h_0$ , то указанная система решается как обычная двухточечная краевая задача.

Предел изменения величины безразмерной толщины пленки определяется высотой пограничного слоя при вращении плоского диска в полубесконечном объеме вязкой жидкости [7]. Задаваясь значениями  $\tilde{K}$  и  $h_0$ , определим  $g_0^*$  в виде  $g_0^* = g_0^*(h_0, \tilde{K})$ .

При решении системы уравнений (7), (8), (12) безразмерная толщина пленки  $h_0$  рассматривалась как параметр, а  $\tilde{K}$  – как переменная. В (12) производная  $\partial h / \partial g^*$  заменялась, как это делается при численном решении, отношением конечных разностей, т. е.

$$\frac{\partial h_0}{\partial g_0^*} = \frac{a}{\Delta g_0^*},$$

где  $\Delta g_0^* = g_0^*(h_0 + a, \tilde{K}) - g_0^*(h_0, \tilde{K})$ ,  $a = \text{const} \ll 1$ .

В этом случае уравнение (12) можно записать в виде

$$-2 \frac{a}{g_0^*(h_0 + a, \tilde{K}) - g_0^*(h_0, \tilde{K})} \cdot \frac{g_0^*(h_0, \tilde{K})}{h_0} + \tilde{K} = 0 \quad (13)$$

и разрешить его относительно  $\tilde{K}$ . Если уравнение (13) имеет корень  $\tilde{K} = \tilde{K}(h_0)$ , то можно найти такой интервал  $(\tilde{K}_1, \tilde{K}_2)$ , содержащий корень, на концах которого левая часть уравнения (13) имеет значения противоположных знаков.

Исходя из указанных выше соображений, решение системы (7), (8), (12) можно свести к следующему.

Интегрирование системы уравнений (7), (8) с фиксированным  $h_0$  на множестве значений  $\{\tilde{K}_i\}$ ,  $i = 0, \bar{N}$ ,  $\tilde{K}_{j+1} > \tilde{K}_j$ , и затем после замены  $h_0$  на  $h_0 + a$  повторному интегрированию на том же множестве  $\{\tilde{K}_i\}$ , вычислению для каждого  $\tilde{K}_i$  значения левой части уравнения (13)

(обозначим ее  $m_i$ ) и будем рассматривать  $\tilde{K}$  как функцию от  $m_i$ , т. е.  $\tilde{K} = \tilde{K}(m_i)$ , отысканию такого номера  $j$ , что  $m_j$  и  $m_{j+1}$  отличаются по знаку; оценке  $\tilde{K}(h_0)$  величиной  $\tilde{K} = 0$ , приближенное значение которой дает линейная интерполяция  $\tilde{K}(m_i)$  между точками  $m_j$  и  $m_{j+1}$ ; окончательному интегрированию системы (7), (8) с параметрами  $h_0$  и  $\tilde{K}(h_0)$ .

Результаты численного решения системы (7), (8) позволяют проанализировать функции распределения меридианальной и тангенциальной скоростей по толщине пленки в зависимости от безразмерного параметра  $h_0$ . При

$h_0 \leq 0.5$  скорость отставания практически отсутствует, и распределение меридианальной скорости по толщине пленки представляет собой квадратичную параболу. Это вполне соответствует аналитическому решению проведенному Хинце и Мильброном [1] для течения вязких жидкостей по конической насадке. При  $h_0 > 0.5$

влияние скорости отставания на течение вязкой жидкости по вращающейся насадке начинает проявляться более существенно, что характеризуется и перестройкой профиля тангенциальной скорости от близкому к прямолинейному до параболического. Это влияет и на перестройку профиля меридианальной скорости, который начинает отличаться от квадратичного, и тем больше, чем больше значение  $h_0$ . Следовательно,

из общего решения пространственной задачи течения вязкой жидкости по поверхности вращающейся конической насадки вытекают частные случаи как одномерного [1], так и двумерного течения с меридианальной и тангенциальной компонентами скоростей [2–4].

Для технологических расчетов центробежных насадок необходимо знать среднее значение меридианальной скорости и толщину пленки, как функции основных параметров работы центробежной насадки.

Среднеинтегральное значение безразмерной меридианальной скорости определялось из зависимости

$$\bar{v}_\ell^0 = \frac{\bar{v}_\ell}{\omega \ell \sin \theta} = \frac{1}{h_0} \int \frac{v_\ell}{\omega \ell \sin \theta} dz,$$

с учетом которой и значения  $v_\ell$  из (6), получен следующий вид безразмерной меридианальной скорости:

$$\bar{v}_\ell^0 = f\left(\delta = h_0^{3/2}\right) \cdot h_0^{-1/2} \quad (14)$$

Используя результаты численного решения системы уравнений (7), (8), построен график  $\bar{v}_\ell^0 = \bar{v}_\ell^0(g_0)$ , представленный на рис. 2. Как видно из рис. 2 с ростом безразмерного расхода  $g_0$  средняя меридианальная скорость  $\bar{v}_\ell^0$  возрастает. Однако, это увеличение происходит до значения безразмерного расхода  $g_0 = 0.95$ . С дальнейшим увеличением  $g_0$  средняя меридианальная скорость начинает уменьшаться, т. е. наступает «захлебывание» конической насадки.

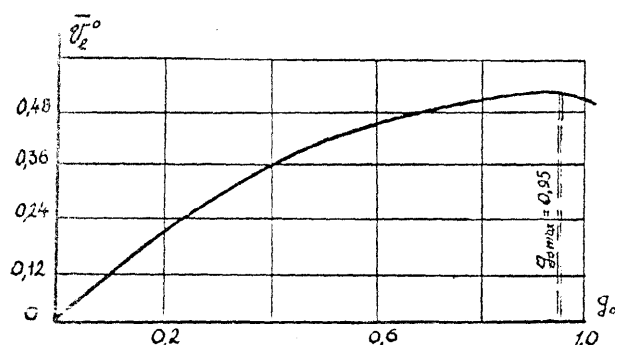


Рис. 2. Зависимость средней меридианальной скорости от расхода жидкости

Это позволило определить максимально возможный расход, при котором целесообразна работа вращающейся конической насадки:

$$g_{\max} = 1.9\pi\ell^2 (\sin\theta)^{3/2} \sqrt{\omega g} \quad (15)$$

Зависимость (15) позволит прогнозировать оптимальные режимы работы центробежной конической насадки в зависимости от конструктивных, технологических параметров ее, а также физических свойств перерабатываемых сред.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Hinze J.O., Milborn H. Atomization of Liquids by Means of a Rotating Cup. – J. of Appl. Mech., 1950, v.17, №2, p.145.
2. Николаев В.С., Вачагин К.Д., Барышев Ю.Н. Пленочное течение вязкой жидкости по поверхности быстровращающегося конического диска. – Известия высших учебных заведений СССР «Химия и химическая технология», 1967, №2, с.237-242.
3. Рябчук Г.В., Тябин Н.В. К расчету мощности на разбрызгивание вязкой и неньютоновской жидкости с помощью конической насадки. – В. Ин.: Химия и химическая технология. Сборник научных трудов. Волгоградский политехнический институт, Волгоград, 1968, с. 203-211.
4. Froser R.P., Eisenklam P., Dombrowski N. Liquid atomization in Chemical Engineering. – Brit. Chem. Eng., 1957, v.2, №9, p.236-243.
5. Плановский А.Н., Муштаев В.И., Ульянов В.М. Сушка дисперсных материалов в химической промышленности. М. Химия, 1979, 287 с.
6. Дорфман Л.А., Течение и теплообмен в слое вязкой жидкости на вращающемся диске. – ИФЖ, 1967, т. 12, №3, с.309-316.
7. Гинзбург И.П. Теория сопротивления и теплопередача. Л.: ЛГУ, 1970, 374 с.
8. Лебедев Д.С., Рябчук Г.В., Мишта П.В. Разделение суспензий с вязкопластической дисперсной средой при ее течении по наружной поверхности конического ротора. Известия ВолгГТУ, серия Реология, процессы и аппараты химической технологии. – 2009. Вып.2. - №1(49). – с.60-61.

УДК 532.516’526.75

**Н. С. Ковалев, П. В. Мишта, Е. А. Беднарская Г. И. Лепехин, Г. В. Рябчук**  
**ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПАРАМЕТРОВ РАБОТЫ**  
**ТОНКОПЛЕНКИХ РОТОРНЫХ АППАРАТОВ**

**Волгоградский государственный технический университет**

Получены зависимости для определения меридианальной скорости жидкости. Эти зависимости позволяют определить гидродинамические параметры работы центробежной конической насадки и провести научно обоснованный расчет роторно-пленочных аппаратов, в которых рабочим органом является конические диск.

*Ключевые слова:* центробежный аппарат, конический диск, тонкая пленка, вязкая жидкость, пленочное течение.

*N. S. Kovalev, P. V. Mishta, E. A. Bednarskaya, G. I. Lepchin, G. V. Ryabchuk*

**EXPERIMENTAL STUDY OF THE PARAMETERS OF TONKOPLENKIH ROTARY APPARATUS**

**Volgograd State Technical University**

In this work enginering dependences of meridional and tangential speeds for areas thin and beyond it is areas before phenomenon of and oversizing thickness of in these areas are describes. The thickness of has checked by experimental way by authors. The comparisons befaeren rassian and foreign are have made here.

*Keywords:* the centrifugal device, a conic disk, a thin film, a viscous liquid, film current.

Для инженерных расчетов роторно-пленочных аппаратов, рабочим органом которых является вращающаяся коническая насадка, можно с достаточной степенью точности пользоваться зависимостями для определения средней меридианальной скорости, которые являются аппроксимирующими функциями графика

$$\bar{v}_\ell^\circ = \bar{v}_\ell^\circ(g_0).$$

Для области тонкопленочного течения без отставания, т. е.

при  $g_0 \leq 0.08$

$$\bar{v}_\ell^\circ = 0.68g_0^{0.666} \quad (1)$$

для области  $0.08 < g_0 < 0.95$

$$\bar{v}_\ell^\circ = 0.575g_0^{0.622} \quad (2)$$

Среднеинтегральное значение безразмерной скорости отставания жидкости от поверхности диска нашли из выражения:

$$\bar{v}_{\text{отст}}^\circ = \frac{(\bar{v}_\varphi - \omega \ell \sin \theta)}{(\omega \ell \sin \theta)} = \frac{1}{\sqrt{h_0}} \int_0^{h_0^{3/2}} \varphi d\delta - 1 \quad (3)$$

Проведенный анализ результатов численного решения уравнений движения и неразрывности показал, что для области  $g_0 > 0.08$  средняя скорость отставания составляет примерно 40 % от средней тангенциальной скорости. Таким образом, для технологических расчетов в области больших расходов жидкости необходимо использовать значения средней безразмерной тангенциальной скорости, определенные с учетом отставания из зависимости:

$$\bar{v}_\varphi = 0.28g_0^{0.666} \quad (4)$$

Одним из основных параметров работы вращающейся конической насадки является толщина пленки. Используя результаты численного решения системы уравнений Навье-Стокса получили зависимости безразмерной толщины пленки  $h_0$  от безразмерного расхода  $g_0$ , график которой представлен на рисунке. На этом графике проведено сравнение теоретических и экспериментальных результатов по определению толщины пленки ряда исследователей [1,2,4,5] и авторов настоящей работы. Хорошая корреляция результатов по определению толщины пленки говорит о корректности полученных зависимостей для распределений меридианальной и тангенциальной скоростей по толщине пленки. Теоретические исследования Хинце и Мильброна [1] справедливы толь-

ко для значений  $g_0 \leq 0.08$ , что соответствует течению жидкости при малых расходах. Для  $g_0 > 0.08$ , обычно реализуемых в промышленных установках, толщина пленки жидкости, определяемая по теории [1], значительно отличается от экспериментальных данных.

Экспериментальные исследования были выполнены на полупромышленной установке, предусматривающей смену вращающихся насадок различной конфигурации. Схема установки подробно описана в работе [6]. В качестве модельных сред вязкой жидкости использовались водные растворы глицерина с вязкостью  $\nu = (\text{от } 1 \text{ до } 30) \cdot 10^5 \text{ м}^2/\text{с}$ . Расход жидкости изменяли в пределах  $g = (\text{от } 0.05 \text{ до } 2) \cdot 10^{-4} \text{ м}^3/\text{с}$ , частота вращения варьировалась в пределах  $\omega = (\text{от } 50 \text{ до } 200) \text{ с}^{-1}$ . Для определения толщины пленок применялись конические диски с углами при вершине  $2\theta = 90^\circ, 120^\circ, 145^\circ$ . Для инженерных расчетов можно использовать как график, представленный на рис. 1, так и аналитические зависимости, являющиеся аппроксимационными функциями графика

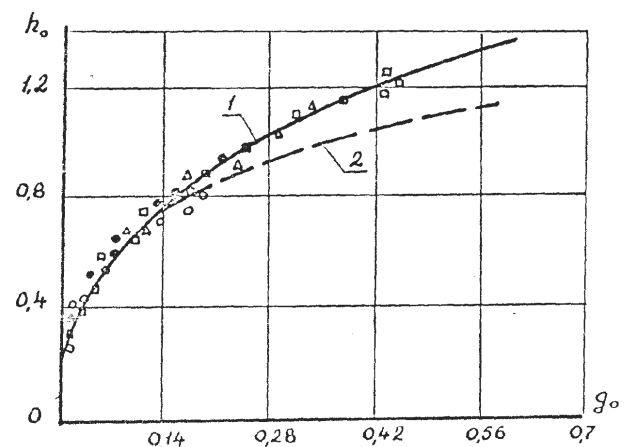
$$h_0 = h_0(g_0).$$

Для тонкопленочного режима течения ( $g_0 \leq 0.08$ ) эта зависимость имеет вид:

$$h_0 = 1.44g_0^{0.33} \quad (5)$$

Для области течения ( $0.08 < g_0 < 0.95$ ) толщина пленки запишется в виде:

$$h_0 = 1.76g_0^{0.4} \quad (6)$$



Зависимость толщины пленки от расхода:  
а —  $\Delta$  — [4]; б —  $\circ$  — [2]; в —  $\bullet$  — [10]; г —  $\square$  — авторы; е — 1 — теория авторов; д — 2 — теория [1]

Важным параметром работы вращающейся конической насадки является потребляемая мощность.

Определяя момент сопротивления по известным зависимостям для вращающейся конической насадки [3] и вводя коэффициент сопротивления

$$C_M = \frac{M}{\frac{\rho \omega^2}{2} (\ell \sin \theta)^3}, \quad (7)$$

для области работы центробежной конической насадки  $0.08 < g_0 < 0.95$ , в которой чаще эксплуатируются промышленные установки, получим:

$$C_M = \frac{3.57 g_0^{0.75}}{Re^{0.5}}. \quad (8)$$

где  $Re = \frac{\omega (\ell \sin \theta)^2}{\nu}$  – число Рейнольдса.

Из соотношения (8) следует, что коэффициент сопротивления при пленочном течении вязкой жидкости по поверхности вращающейся конической насадки зависит не только от числа Рейнольдса, но и от безразмерного параметра расхода.

Таким образом, зависимости (1), (2), (4)–(8) позволяют определить гидродинамические параметры работы центробежной конической насадки и провести научно обоснованный расчет роторно-пленочных аппаратов, в которых рабочим органом является конические диск.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Hinze J.O., Milbom H, Atomization of Liquids by Means of a Rotating Cup.- J. of Appl. Mech., 1950, v.17, №2, p.145.
2. Николаев В.С., Вачагин К.Д., Барышев Ю.Н. Пленочное течение вязкой жидкости по поверхности быстровращающегося конического диска. – Известия высших учебных заведений СССР «Химия и химическая технология», 1967, №2, с. 237-242.
3. Рябчук Г.В., Тябин Н.В., К расчету мощности на разбрызгивание вязкой и неньютоновской жидкости с помощью конической насадки. – В. ин.: Химия и химическая технология. Сборник научных трудов. Волгоградский политехнический институт, Волгоград, 1968, с. 203-211.
4. Froser R.P., Eisenklam P., Dombrowski N. Liquid atomization in Chemical Engineering. – Brit. Chem. Eng., 1957, v.2, №9, p.236-242.
5. Аристов В.Л., Рябчук Г.В., Лепехин Г.И., Мишта П.В., Евдокимов Р.А. Экспериментальные исследования параметров работы тонкопленочных аппаратов бесконтактным методом. Известия ВолгГТУ, серия Реология, процессы и аппараты химической технологии. – 2009. – вып. 2 - №1 (49) – С. 11-14.

УДК 678.743.22

*Ю. Н. Богданова, А. В. Навроцкий, В. А. Навроцкий*

#### РЕОЛОГИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА СИСТЕМ ПВХ-ПЛАСТИФИКАТОР

Волгоградский государственный технический университет

В работе изучены реологические свойства систем ПВХ-пластификатор в зависимости от способа выделения полимера из латекса. С применением ПВХ, выделенным из латекса коагуляцией, пластифицированная система характеризуется мало изменяющейся во времени вязкостью и стабильными тиксотропными свойствами.

*Ключевые слова:* реологические свойства, вязкость, полимер.

*J. N. Bogdanova, A. V. Navrotskiy, V. A. Navrotskiy*

#### RHEOLOGICAL PROPERTIES OF PVC – PLASTICIZER SYSTEMS

Volgograd State Technical University

In this article rheological properties of PVC-plasticizer systems depending on a way of polymer evolution from latex were studied. Using Polyvinyl Chloride, evolved from latex by means of coagulation, plasticized system is characterised by not changing much in time viscosity and constant thixotropic properties.

*Keywords:* rheological behavior, viscosity, polymer.

Поливинилхлорид (ПВХ) в настоящее время является одним из самых востребованных полимерных материалов для упаковки пищевых материалов [1]. Основным технологическим приемом модификации его свойств является пластификация низкомолекулярными веществами [2].

Исходные реологические свойства смеси ПВХ-пластификатор зависят от ее назначения и способа переработки. При этом марки пластификаторов должны иметь как низкую вязкость даже при низком содержании пластификатора, так и высокую вязкость при высоком содержании последнего. Другим основным требованием явля-

ется сохранение текучести пасты, то есть вязкость смесей не должна значительно возрастать за время необходимое для их транспортировки к месту использования и при хранении.

Причины нестабильности вязкости паст ПВХ до конца не выяснены. Считается, что она определяется многими факторами [3], среди которых важное значение имеет морфология полимера. На структуру частиц эмульсионного ПВХ существенное влияние оказывает способ его выделения из латекса. При этом перспективным направлением выделения полимера является коагуляция катионными полиэлектролитами (ПЭ).

Учитывая большую практическую значимость данных, представляется необходимым исследовать реологические свойства систем ПВХ-пластификатор в зависимости от способа выделения полимера из латекса.

В работе использовались промышленный эмульсионный ПВХ марки ПВХ-ЕП-6602С (ПВХ-1) и образец полимера (ПВХ-2), выделенный из латекса с помощью катионного ПЭ. Исследование процесса набухания образцов в двух пластификаторах дибutilфенилфосфате (ДБФФ) и диоктилфталате (ДОФ) осуществлялось с помощью метода оптической микроскопии [4]. При этом ДБФФ был выбран для сравнения свойств пластифицированных систем по отношению к промышленному ДОФ.

Реологические свойства смесей полимера с пластификаторами ДОФ и ДБФФ изучали с помощью ротационного вискозиметра "DV-Pro" с рабочим узлом цилиндр-цилиндр при температуре 30 °С в диапазоне скоростей сдвига ( $\dot{\gamma}$ ) от 1,02 до 68 с<sup>-1</sup>. Концентрацию смесей подбирали индивидуальным путем в зависимости от способности образцов ПВХ-1, ПВХ-2 набухать в пластификаторах.

Изучение процесса старения смеси проводили измерением ее вязкости через каждые 24 ча-

са в течение 6 дней. Коэффициент старения ( $K_{ст}$ ) рассчитывали как отношение эффективной вязкости пасты при скорости сдвига 1 с<sup>-1</sup> после нескольких суток хранения к эффективной вязкости при скорости сдвига 1 с<sup>-1</sup>, измеренной через сутки после приготовления смеси полимер-пластификатор.

Тиксотропные свойства систем оценивали по изменению площади петли гистерезиса во времени. Коэффициент изменения тиксотропных свойств определяли как отношение площади петли гистерезиса системы через определенный промежуток времени к площади системы, измеренной через сутки после приготовления смеси.

Производство ПВХ, получаемого методом эмульсионной полимеризации, включает стадию выделения, в которой традиционно в промышленности полимер выделяют из латекса в результате испарения воды при распылительной сушке [5]. Температурный режим процесса при этом значительно превышает температуру стеклования полимера, что приводит к оплавлению поверхности частиц, закрытию пор и повышению степени кристалличности ПВХ.

Альтернативным способом выделения ПВХ представляется использование катионных ПЭ. Среди преимуществ данной технологии в сравнении с распылительной сушкой необходимо отметить снижение энергоемкости и экологичность процесса, отсутствие загрязнения ПВХ водорастворимыми компонентами полимеризата и примесями, а также возможность изменения морфологии полимера, ввиду отсутствия воздействия повышенной температуры на строение частиц [6]. В этом случае образуются частицы с меньшей степенью кристалличности в сравнении с промышленным образцом. При этом они имеют меньший геометрический размер и развитую поверхность, с открытыми порами.

Таблица 1

Реологические свойства систем ПВХ – пластификатор

Система ПВХ- пластификатор, масс. ч.	Эффективная вязкость*, Па • с	K <sub>ст</sub> пасты после хранения**, сутки			
		1	2	3	6
50 ПВХ-1 : 50 ДОФ	3,3	1,2	2,0	2,8	6,2
30 ПВХ-1 : 70 ДБФФ	12,7	4,6	8,2	10,5	17,6
35 ПВХ-2 : 65 ДОФ	72,0	1,3	1,2	1,1	1,5

Примечание: \* – значение эффективной вязкости системы определено через сутки после приготовления смеси при скорости сдвига 1 с<sup>-1</sup> и температуре 30 °С.

\*\* – коэффициент старения определялся как отношение эффективной вязкости пасты после нескольких суток хранения к эффективной вязкости, измеренной через сутки после приготовления системы полимер-пластификатор (скорость сдвига 1 с<sup>-1</sup>).

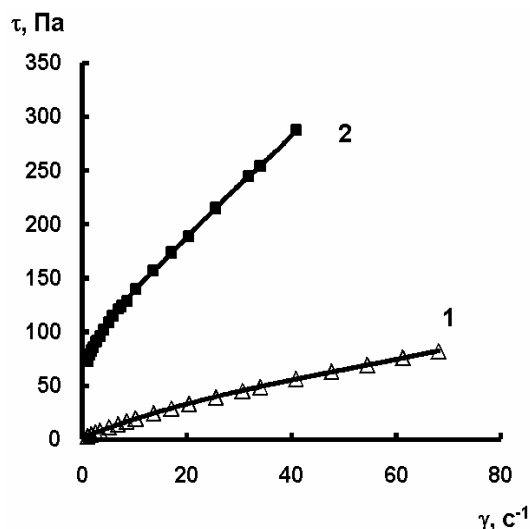
Исследование процесса набухания полимера в пластификаторах методом оптической микроскопии показало, что ПВХ, выделенный из латекса коагуляцией, обладает большей способностью к набуханию в сравнении с образцом, выделенным распылительной сушкой. Причем ДБФФ характеризуется большим сродством к полимеру в сравнении с промышленным пластификатором ДОФ.

Способность к набуханию частиц полимера в пластификаторах определяет реологические свойства систем, имеющих значение в процессах переработки ПВХ по пластизольной технологии. В табл. 1 представлены значения эффективной вязкости и коэффициентов старения смесей при хранении в зависимости от способа выделения полимера из латекса.

Согласно данным табл. 1 установлено, что смесь ПВХ-1 с ДОФ с концентрацией 50 : 50 масс. ч. относится к низковязким пастам. При этом ее  $K_{ст}$  имеет достаточно большое значение (при хранении пасты в течение 6 суток вязкость увеличивается в 6,2 раза). При замене ДОФ на ДБФФ требуется значительное увеличение концентрации пластификатора в смеси (70 масс. ч.) и при этом происходит рост коэффициента старения пасты (через 6 суток вязкость увеличивается в 17,6 раз). Изменение реологических свойств смесей связано с большей способностью ДБФФ совмещаться с ПВХ, поскольку, чем больше совместимость пластификатора с полимером и выше скорость диффузии его молекул в полимер, тем быстрее нарастает вязкость пластизоля при хранении [3].

Для системы ПВХ-2 - ДОФ требуется увеличение содержания пластификатора в смеси (65 масс. ч.) в сравнении с ПВХ-1, что связано с изменением морфологии полимера. Однако коэффициент старения пасты практически не изменяет своего значения. Это объясняется формированием в процессе коагуляции латекса зерен полимера с развитой, неоплавленной формой поверхности. Наличие открытых пор обуславливает низкое остаточное содержание воздуха в частицах, что оказывает влияние на стабильность вязкости пластифицированных систем, поскольку процесс проникновения пластификатора в пустоты растянут во времени и зависит от доступности внутренних полостей зерен для пластификатора и скорости вытеснения из них воздуха.

Реологические свойства нельзя строго характеризовать эффективной вязкостью, поскольку



Зависимость напряжения сдвига от градиента скорости сдвига систем ПВХ-пластификатор с концентрацией (масс.ч.):  
1 – 50 ПВХ-1 : 50 ДОФ; 2 – 35 ПВХ-2 : 65 ДОФ

характер течения пластизолей может изменяться в широких пределах в зависимости от состава, условий получения и градиента скорости сдвига при переработке [7]. Кривые течения смесей представлены на рис. 1.

Из рисунка видно, что характер течения смесей не изменяется с увеличением градиента скорости сдвига. Полученные зависимости соответствуют кривым течения неньютоновских нелинейно-вязкопластических жидкостей, для которых вязкость уменьшается с возрастанием градиента скорости сдвига. Снижение вязкости зависит в основном от ориентации частиц, молекул и их упорядочения в направлении течения при условии, что в результате возрастания скорости сдвига преодолевается влияние хаотического броуновского движения молекул. Эта ориентация так же быстро теряется, как и возникает [8].

Характерной чертой многих дисперсий является не только тенденция к ориентации частиц и их взаимодействию друг с другом или с молекулами дисперсионной среды, но и то, что этот процесс протекает во времени. Взаимодействие между частицами приводит к возникновению связей между ними и образованию в системе трехмерной сетчатой структуры, которую называют коагуляционной структурой [9]. По сравнению с силами, действующими внутри частиц, эти связи относительно слабы, они легко разрываются, когда дисперсия подвергается сдвигу в течение длительного времени. В покое связь частиц и, следовательно, разрушенная структура восстанавливаются. Явление обратн-

Тиксотропные свойства систем ПВХ – пластификатор

Система ПВХ- пласти- фикатор масс. ч.	Эффективная вязкость*, Па • с	S	Коэффициент изменения тиксотропных свойств систем**, сутки			
			1	2	3	6
50 ПВХ-1 : 50 ДОФ	3,3	165,5	1,3	1,9	2,2	4,5
35 ПВХ-2 : 65 ДОФ	72,0	453,3	2,0	1,6	0,6	1,3

Примечание: \* – значение эффективной вязкости системы определено через сутки после приготовления смеси при скорости сдвига  $1 \text{ с}^{-1}$  и  $30 \text{ }^{\circ}\text{C}$ .

\*\* – коэффициент изменения тиксотропных свойств системы определялся как отношение площади петли гистерезиса системы, измеренной через определенный промежуток времени, к площади системы (S), измеренной через сутки после приготовления смеси.

мого изотермического разрушения и восстановления структуры называется тиксотропией [8]. Она имеет большое значение при применении материалов в промышленности. В табл. 2 представлены тиксотропные свойства пластифицированных систем.

Согласно данным табл. 2 установлено, что в процессе хранения система ПВХ-2 – ДОФ по сравнению с исследованными образцами быстрее восстанавливает свою структуру, то есть время ее релаксации имеет меньшее значение. Это в свою очередь также обеспечивает большую стабильность реологических свойств смеси, а следовательно приемлемую переработку и хранение.

Таким образом, замена в технологии производства эмульсионного ПВХ стадии распылительной сушки на коагуляцию позволяет изменять морфологию полимера, оказывающую существенное влияние на реологические свойства. С применением ПВХ, выделенным из латекса коагуляцией, пластифицированная система характеризуется мало изменяющейся во времени вязкостью, стабильными тиксотропными свойствами и пониженным содержанием полимера в смеси.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Чалая, Н. М. Производство продукции из ПВХ – реальность и перспективы: обзор матер. науч.-практич. семинара / Н. М. Чалая // Пластические массы. - 2006. - № 1. - С. 4-7.
2. Штаркман, Б. П. Пластификация поливинилхлорида / Б. П. Штаркман. - М.: Химия, 1975. - 248 с.
3. Меринов, Ю.А. О механизме влияния природы дисперсионной среды ПВХ пластизолов на их реологические свойства / Ю.А. Меринов, В.В. Рябов // Коллоидный журнал. – 1994. – Т. 56, № 2. – С. 214-219.
4. Практикум по коллоидной химии и электронной микроскопии / под ред. С. С. Воюцкого, Р. М. Панич. - М.: Химия, 1974. – 224 с.
5. Меринов, Ю. А. Особенности строения частиц пастообразующего ПВХ и его взаимодействия с пластификатором: обзор / Ю. А. Меринов // Пластические массы. - 1995. - № 5. - С. 5-10.
6. Влияние термообработки на свойства эмульсионного ПВХ / И. В. Морозов [и др.] // Пластические массы. - 1990. - № 3. - С. 60-61.
7. ПВХ-пластизоли: получение, свойства, применение / Г.В Рыбачук [и др.] // Клеи. Герметики. Технологии. - 2006. - № 1. - С. 30-32.
8. Шрам, Г. Основы практической реологии и реометрии / Г. Шрам. - М.: КолосС, 2003. – 312 с.
9. Расчеты и задачи по коллоидной химии / под ред. В. И. Барановой. - М.: Высшая школа, 1989. – 288 с.



УДК 66.022:621.928

*Ю. Н. Богданова, П. В. Мишта, А. Г. Шукина***РАЗДЕЛЕНИЕ ТОНКОДИСПЕРСНЫХ СУСПЕНЗИЙ С НЕНЬЮТОНОВСКОЙ ДИСПЕРСИОННОЙ СРЕДОЙ НА РОТОРНО-ПЛЕНОЧНЫХ ЦЕНТРИФУГАХ****Волгоградский государственный технический университет**

Получена зависимость, позволяющая определить размер конического ротора роторно-пленочной центрифуги, обеспечивающий выход частиц заданного наименьшего диаметра и положение съемного лотка для приема целевой фракции частиц в заданных диапазонах изменения диаметра твердых частиц.

*Ключевые слова:* конический ротор, суспензия, разделение, классификация, твердая частица.

*J. N. Bogdanova, P. V. Mishta, A. G. Schukina***DIVISION OF FINE SUSPENSIONS WITH THE NON-NEWTON DISPERSIVE ENVIRONMENT IN ROTOR-FILM CENTRIFUGES****Volgograd State Technical University**

The obtained dependence allows to define the size of the conic rotor of the rotor-film centrifuge, providing the outcome of particles of the least indicated diameter and the position of the demountable tray for receiving the target fraction of particles in the indicated ranges of the diameter change of the firm particles.

*Keywords:* a conical rotor, suspension, separation, classification, a solid particle.

В химической, нефтехимической, пищевой, микробиологической и других отраслях промышленности разделению подвергаются большое количество суспензий, дисперсионная среда которых обладает ярко выраженными неньютоновскими свойствами. В качестве реологического уравнения состояния, удовлетворительно описывающего свойства многих промышленных дисперсионных сред, можно использовать «степенной» закон Оствальда де-Вилля. Поскольку, как правило, это многопорожные производства, для интенсификации этих процессов используется центробежное поле. Весьма эффективными аппаратами, позволяющими не только реализовать процесс разделения в интенсивных режимах, но и одновременно проводить классификацию твердых частиц по целевым фракциям, являются роторно-пленочные центрифуги. Поэтому разработка методик инженерных расчетов таких аппаратов представляет значительный теоретический и прикладной интерес.

Физическая модель процесса разделения суспензий на роторно-пленочных центрифугах формулируется при допущениях, изображенных в работе [2]. Полагаем, что течение пленки суспензии по внешней поверхности вращающегося конического ротора ламинарное, стационарное, безволновое, осесимметричное. Концентрация суспензии мала, так что взаимодействием твердых частиц между собой можно пренебречь. Вдоль поверхности конического ротора твердые частички движутся без инерции, в поперечном направлении реализуется

ламинарный процесс осаждения в центробежном поле.

Размер конического ротора, обеспечивающий полное разделение суспензии, определяется временем пребывания твердой частицы самого маленького размера в пленке неньютоновской жидкости. Полагаем также, что твердые частички сферической формы и однородные, то есть с одинаковой плоскостью.

Для определения размера ротора будем рассматривать самый неблагоприятный случай – в начальный момент времени: твердая частичка находится на поверхности ротора. Процесс выхода частички из пленки жидкости можно разбить на два этапа: этап прохождения частицы пути от поверхности ротора к поверхности пленки (см. рисунок) и этап прохождения частицей поверхности раздела фаз.

Траекторию движения твердых частиц на первом этапе можно представить уравнением линии тока

$$\frac{dl}{V_{лж}} = \frac{dt}{V_{2zr}}. \quad (1)$$

Здесь  $V_{лж}$  – скорость неньютоновской пленки;  $V_{2zr}$  – скорость центробежного осаждения твердой частицы.

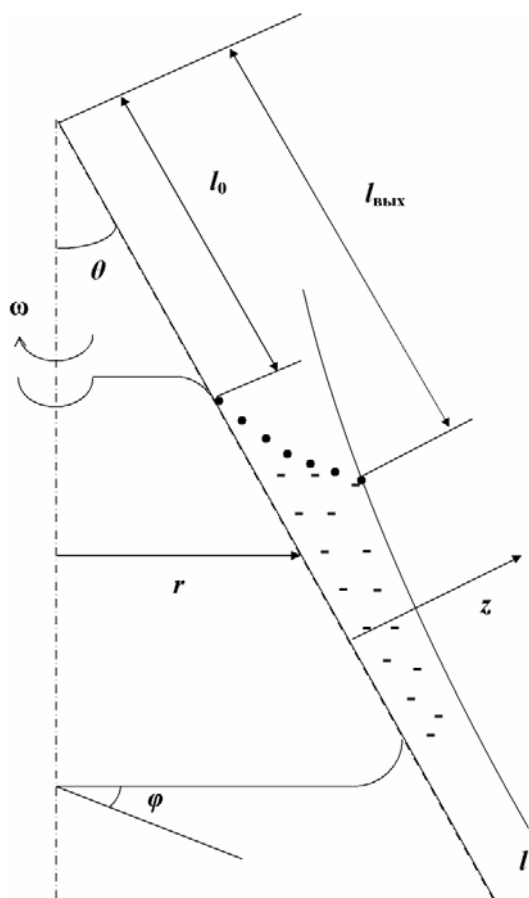
Обработка многочисленных экспериментальных данных позволила авторам работы [3] получить зависимость для определения скорости центробежного осаждения в виде

$$V_{zr} = \left[ \frac{2}{9} \left( \frac{d}{2} \right)^{n+1} \Delta \rho \omega^2 l \sin \Theta \frac{\Psi(n)}{k} \right]^{1/n}, \quad (2)$$

где  $\psi(n)$  – известная функция индекса течения;  $d$  – диаметр твердой частички;  $\Delta$  – разность плоскостей твердой частички и дисперсной среды;  $n$  – индекс течения;  $k$  – характеристика консистентности.

Уравнение (1) должно решаться при следующих граничных условиях:

$$\begin{aligned} l = l_0 \quad z = \frac{d}{2}, \\ \text{при} \\ l = l_{\text{nog}} \quad z = h - \frac{d}{2} \end{aligned} \quad (3)$$



Течение жидкости по конической роторной насадке

Как показали проведенные авторами этой статьи исследования, диагональную скорость пленки неньютоновской жидкости, текущей по

наружной поверхности вращающегося конического ротора, можно представить в виде

$$V_{lx} = V_{l_{\text{max}}} \left[ 1 - \left( 1 - \frac{z}{h} \right)^{\frac{n+1}{n}} \right], \quad (4)$$

где  $V_{l_{\text{max}}}$  – максимальное значение меридиональной скорости по поверхности пленки жидкости.

Из зависимости (4) нетрудно показать, что соотношение максимальных и среднеинтегральной компонент скоростей определяется соотношением:

$$V_{l_{\text{max}}} = \left( \frac{2n+1}{n+1} \right) \bar{V}_l. \quad (5)$$

Средняя меридиональная скорость в широком диапазоне изменения технологических параметров с достаточной степенью тонкости определяется зависимостью:

$$\bar{V}_l = \omega l \frac{q_0}{h_0}. \quad (6)$$

Здесь  $q_0$  – безразмерный расход, определяемый соотношением

$$q_0 = \frac{q \left( \frac{\rho}{k} \right)^{\frac{1}{n+1}}}{2\pi \sin \Theta l^{\frac{3n+1}{n+1}} \omega^{\frac{2n-1}{n+1}}};$$

$h_0$  – безразмерная толщина пленки,

$$h_0 = h \left( \frac{\omega^{2-n} l^{1-n} \rho}{k} \right)^{\frac{1}{n+1}}.$$

Интегрируя уравнение (1) с учетом зависимостей (2–6), получим

$$\left( \frac{l_{\text{nog}}}{l_0} \right) = \left[ \frac{(2n+1) \left( \frac{h-d}{l_0} \right)^{\frac{2n+1}{n+1}} q_0^{* \frac{2n+1}{4n+1}} (S_{il} \Theta)^{\frac{n+4}{n+1}}}{(3n+1) \psi_l(n) B} + 1 \right]^{\psi_l} \quad (7)$$

где  $q_0^*$  – безразмерный расход, определяемый по начальной координате  $l_0$ ;

$$\begin{aligned} \psi_l &= \frac{n(4n+1)(n+1)^2}{(4n+1)(n+1)^2 - n(4n+1)(n+1) - 2n^2(3n+1)(1-2n) - n(4n+1) - (n+1)^2}; \\ B &= \left[ \frac{2}{9} \left( \frac{d}{2} \right)^{n+1} \Delta \rho \sin \Theta \psi(n) \right]^{1/n} \omega^{\frac{3n-2n^2+2}{n(n+1)}} \left( \rho k^{\frac{1-2n}{n}} \right)^{\frac{1}{n+1}} h_0^{\frac{1-2n}{n+1}} l_0^{\psi_l^2}; \\ \psi_2 &= \psi_1 + \frac{2n(3n+1)(1-2n)}{(4n+1)(n+1)^2}. \end{aligned}$$

При прохождении частицей поверхности раздела фаз уравнение движения частицы можно представить в виде

$$m_r \ddot{x} = F_y - \Pi, \quad (8)$$

где  $F_y$  – центробежная сила, действующая на твердую частицу;  $\Pi$  – сила поверхностного натяжения.

Точка означает производную по времени.

Зависимость (8) получена в предположении, что на втором этапе выхода частицы из пленки жидкости существенна только сила инерции, поверхностного натяжения и центробежная. Сила вязкостного трения для второго этапа прохождения исчезающе мала.

Силу поверхностного натяжения  $\Pi$  найдем из уравнения свободной энергии системы твердое тело-жидкость-газ:

$$E = 2\pi R x \delta_{23} + 2\pi R (d - x) \delta_{13} - \pi (2Rx - x^2) \delta_{12}. \quad (9)$$

Здесь  $R$  – радиус твердой частички;  $\delta_{1-2}$ ,  $\delta_{1-3}$ ,  $\delta_{2-3}$  – коэффициенты поверхностного натяжения на поверхности раздела фаз 1-2, 1-3 и 2-3, соответственно.

В этом случае

$$\Pi = \frac{dE}{dx}. \quad (10)$$

Учитывая, что  $\delta_{1-2} \gg \delta_{1-3}$  и  $\delta_{2-3}$  и найденное значение поверхностной силы (9, 10), получим

$$m_2 \ddot{x} - 2\pi \delta_{12} - \frac{1}{2} m_2 \omega^2 l \sin 2\Theta + \pi d_2 \delta_{12} = 0. \quad (11)$$

Уравнение (11) должно решаться при следующих начальных условиях:

$$\text{при } \tau = 0, x = 0, \dot{x} = V_{znodx}. \quad (12)$$

Поскольку проход частицей поверхности раздела фаз, происходящий во времени, для решения уравнения (11) необходимо знать зависимость  $l = l(\tau)$ . При подходе твердой частицы к поверхности раздела фаз, она первоначально движется вместе с поверхностью пленки. Поэтому для определения зависимости  $l = l(\tau)$  можно воспользоваться соотношением

$$\frac{dl}{d\tau} = V_{l_{\max}} \cdot M \quad (12)$$

Подставляя в это выражение значение максимальной меридиональной скорости и (5), найдем

$$l = l_{\text{ног}} \left[ \left( \frac{2n+1}{4n+1} \right) \left( \frac{3n+1}{n+1} \right) \omega q_0^{4n+1}(n) \tau + 1 \right]^{\frac{(4n+1)(n+1)}{(2n+1)(3n+1)}}, \quad (13)$$

Здесь  $q_0(n)$  – безразмерный расход, определенный для  $l = l_{\text{ног}}$ .

Раскрывая скобки выражения (13) в ряд, и ограничиваясь тремя членами разложения, после интегрирования уравнения (11) с начальными условиями (12), получим

$$x = \left[ \frac{\omega^3 l_n \sin 2\Theta q_0^{4n+1}(n)}{2p^3} - \frac{V_{zn}}{2p} \right] e^{-p} - \frac{\omega^3 l_n \sin 2\Theta q_0^{4n+1}(n)}{p^3}. \quad (14)$$

$$\text{Здесь } p = \sqrt{\frac{12\delta_{12}}{\rho_2 d_2^3}}.$$

Время прохождения частицей поверхности раздела фаз определим, положив в уравнение (14)  $x = d$ . Анализ этого уравнения в широких пределах изменения параметров работы роторно-пленочных центрифуг показал, что время прохода частицей поверхности раздела фаз с достаточной степенью точности можно выразить зависимость

$$\tau_{np} = \frac{\delta_{12}}{\rho_2 d_2^2 \omega^3 l_{(n)} \sin 2\Theta}. \quad (15)$$

Подставляя найденное время выхода частицы из пленки из (15) в (13), получим

$$l = B_1 \left[ \left( \frac{3n+1}{n+1} \right) \left( \frac{2n+1}{4n+1} \right) \frac{\delta_{12} q_0^{4n+1}(n)}{\omega^2 d_2^2 \rho_2 B_1 \sin 2\Theta} + 1 \right]^{\frac{(4n+1)(n+1)}{(2n+1)(3n+1)}} \quad (16)$$

Здесь

$$B_1 = l_0 \left[ \frac{(2n+1) \left( \frac{h-d}{l_0} \right)^{\frac{2n+1}{n+1}} q_0^{*4n+1} \sin \Theta^{\frac{4+n}{n+1}}}{(3n+1) \psi_1(n) B} \right]^{\psi(1)}.$$

Зависимость (16) позволяет определить разделяющую способность роторно-пленочных центрифуг, то есть определить необходимый размер конического ротора, обеспечивающий безусловный выход частиц заданного наименьшего диаметра. Помимо этого, зависимость (16) позволяет определить и классифицирующую способность роторно-пленочных центрифуг, то есть определить положение съемного лотка для приема целевой фракции частиц в заданных диапазонах изменения диаметра твердых частиц.

## БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Шульман З.П. Конвективный теплоперенос реологически сложных жидкостей. М.: Энергия, 1975. – с. 347.
2. Мудрицкая Е.В., Рябчук Г.В., Богданов А.А. Опре-

деление разрешающей способности роторно-пленочного классификатора.

3. Виноградов Г.В., Вагагин К.Д., Качанов Б.М. К вопросу свободного осаждения сферических частиц в аномально вязких жидкостях. ИФЖ. 1975. Т. XXУ111, № 3. – т с. 12-15.

УДК 66.099.2.002.5

*Ю. Н. Богданова, П. В. Мишта, А. Г. Щукина*

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ МОЩНОСТИ, ЗАТРАЧИВАЕМОЙ НА ПРИВОД РОТОРНО-ПЛЕНОЧНОЙ ЦЕНТРИФУГИ

Волгоградский государственный технический университет

В работе получена зависимость, позволяющая определить потребляемую мощность привода роторно-пленочной центрифуги, затрачиваемую на сообщение пленке жидкости кинетической энергии, и на диссипативное рассеивание тепла вследствие вязкого трения.

*Ключевые слова:* мощность привода, центрифуга, пленка жидкости, кинетическая энергия.

*J. N. Bogdanova, P. V. Mishta, A. G. Schukina*

### DEFINITION OF THE POWER SPENT ON THE ROTOR-FILM CENTRIFUGE DRIVE

Volgograd State Technical University

In this article the obtained dependence allows to define the power consumed by the drive of the rotor-film centrifuge and spent on the kinetic energy transmitting to the film of the liquid and the dissipative dispersion of heat as a result of viscous friction.

*Keywords:* power of a driving, a centrifuge, a film of a fluid, a drop energy.

Мощность, затрачиваемая на привод центробежных насадок, является очень важным технологическим параметром работы роторно-пленочных центрифуг. Мощность, подводимая к вращающемуся коническому диску, в общем случае тратится на трение конического ротора о воздух, на потери в элементах передачи, на сообщение жидкости кинетической энергии и на диссипацию энергии вследствие вязкого трения. Определение мощности, затрачиваемой на трение центробежных насадок о воздух, достаточно полно изучено в работах Ластовцева А. М. [1]. Мощность, теряемая в элементах привода, может быть учтена в КПД привода. Задачей настоящего исследования является определение мощности, затрачиваемой на сообщение пленке жидкости кинетической энергии, и на диссипативный разогрев жидкости. В дальнейшем под мощностью, затрачиваемой на привод роторно-пленочной центрифуги, будет подразумеваться суммарная мощность, затрачиваемая на сообщение пленке жидкости кинетической энергии и на диссипативное рассеивание тепла вследствие вязкого трения.

В общем случае мощность, затрачиваемая на привод, может быть определена из зависимости

$$N = M_c \omega \quad (1)$$

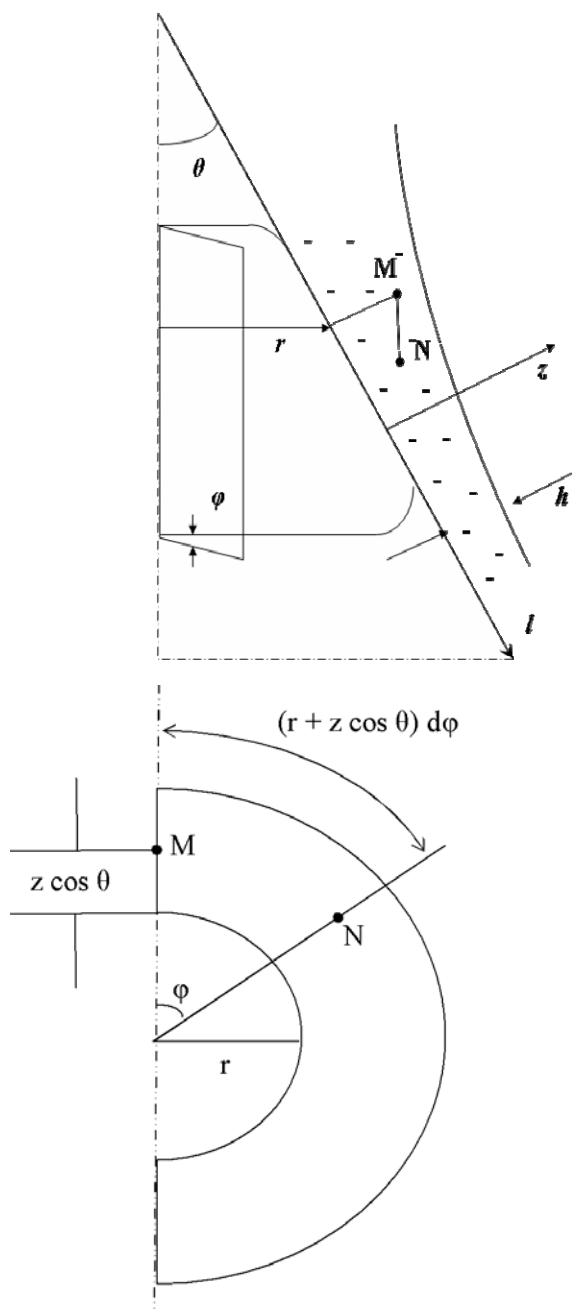
где  $M_c$  – момент сопротивления жидкости вращению диска;  $\omega$  – угловая скорость вращения диска.

Момент сопротивления конического ротора (рис. 1) может быть найден из зависимости

$$M_c = 2\pi \int_{l_0}^L l^2 \sin^2 \Theta \tau_{(\varphi z)=0} dl. \quad (2)$$

Как видно из зависимости (2), для определения момента сопротивления жидкости вращению конического ротора, необходимо рассмотреть процесс тонкопленочного течения жидкости по наружной поверхности вращающегося конического ротора. При определении момента  $M_c$  будем полагать, что реологическое уравнение состояния суспензии описывается «степенным» законом Оствальда де Вилля: концентрация дисперсной фазы мала, так что она практически не влияет на характер течения пленки жидкости. Из-за малости концентраций взаимодействием твердых частиц между собой будем пренебрегать.

Задачу течение пленки неньютоновской жидкости по поверхности конического ротора будем рассматривать в биконической системе



Ортогональная криволинейная система координат

координат (см. рисунок) Уравнения движения и уравнение неразрывности «степенной» жидкости в выбранной системе координат в компонентах напряжения запишутся в виде:

$$\rho \left( V_l \frac{\partial V_l}{\partial l} + V_z \frac{\partial V_l}{\partial z} - \frac{V_\varphi^2}{l} \right) = -\frac{\partial P}{\partial l} + \frac{\partial \tau_{ll}}{\partial l} + \frac{\tau_{ll}}{l} + \frac{\partial \tau_{l\varphi}}{\partial z} + \frac{\tau_{lz}}{l} \operatorname{ctg} \Theta - \frac{\tau_{\varphi\varphi}}{k}; \quad (3)$$

$$\rho \left( V_l \frac{\partial V_\varphi}{\partial l} + V_z \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} + \frac{V_l V_\varphi}{l} + \frac{V_z V_\varphi}{l} \operatorname{ctg} \Theta \right) = -\frac{\partial \tau_{l\varphi}}{\partial l} + \frac{2}{l} \tau_{l\varphi} + \frac{\partial \tau_{\varphi z}}{\partial z} + \frac{\tau_{\varphi z}}{l} \operatorname{ctg} \Theta; \quad (4)$$

$$\rho \left( V_l \frac{\partial V_z}{\partial l} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} - \frac{V_\varphi^2}{l} \operatorname{ctg} \Theta \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial \tau_{lz}}{\partial l} + \frac{\tau_{lz}}{l} + \frac{\partial \tau_{zz}}{\partial z} + \frac{\tau_{lz}}{l} \operatorname{ctg} \Theta - \frac{\tau_{\varphi\varphi}}{k} \operatorname{ctg} \Theta; \quad (5)$$

$$\frac{\partial V_l}{\partial l} + \frac{V_l}{l} + \frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{V_z}{l} \operatorname{ctg} \Theta = 0. \quad (6)$$

Тангенциальная компонента тензора напряжений определяется из зависимости

$$\tau_{\omega z} = k \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} A^{n-1},$$

где  $k$  – характеристика consistency среды;  $n$  – индекс течения;  $A$  – интенсивность скоростей деформации.

Метод решения полных уравнений реодинамики изложен в предыдущей статье данного сборника. В этом случае с учетом принятого вида решения момент сопротивления определяется зависимостью

$$M_c = 2\pi \int_{l_0}^L k l^2 \sin^2 \Theta U_0^n \left( \frac{l_0}{l} \right)^{\frac{n^2}{2-n}} \times \left( \frac{l}{l} \right)^n \left\{ \varphi' \left[ 4 \left( \left( \frac{n}{2-n} \right) f' + f'' \delta \right)^2 + 4G'^2 + \left( \left( \frac{n}{2-n} \right) \varphi + \varphi' \delta \right)^2 + \right] + \left[ \varphi'^2 + \left( f'' - \left( \frac{n}{2-n} \right) G - G' \delta \right)^2 \right] \right\} \partial l \quad (7)$$

Используя результаты численного решения уравнений движения и аппроксимируя подинтегральное выражение в уравнении (7) в виде степенной функции ОК, была определена мощность безразмерного расхода  $q_0$ , затрачиваемая на привод роторно-пленочной центрифуги в виде

Используя результаты численного решения уравнений движения и аппроксимируя подинтегральное выражение в уравнении (7) в виде степенной функции ОК, была определена мощность безразмерного расхода  $q_0$ , затрачиваемая на привод роторно-пленочной центрифуги в виде

$$N = \rho \omega^2 L^2 q \psi, \quad (8)$$

где  $\rho$  – плотность среды;  $L$  – линейный размер конического ротора;  $q$  – объемный расход суспензии;  $\psi$  – функция:

$$\psi = \psi \left( k, n, \Theta, \omega, \left( \frac{l_0}{L} \right), q_0, \text{Re} \right). \quad (9)$$

Зависимость (8) позволяет определить один из основных параметров центробежной насадки – потребляемую мощность.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Ластовцев А.М. Гидродинамический расчет вращающихся распылителей. М.: изд-во МИХМ, 1957, т.11 – с. 41-70.

УДК 629.1.033.3+532.527

*Ю. Н. Богданова, П. В. Мишта, А. Г. Щукина*

### МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭЛЕМЕНТОВ ГИДРОПРИВОДА ШАГАЮЩИХ ТРАНСПОРТНЫХ СРЕДСТВ

Волгоградский государственный технический университет

Получены зависимости, позволяющие рассчитать узлы и элементы гидропривода шагающих транспортных средств, где реализуется течение масел вблизи вращающихся тел осевой симметрии.

*Ключевые слова:* уравнение реодинамики, гидравлический привод, вращающееся тело.

*J. N. Bogdanova, P. V. Mishta, A. G. Schukina*

### MATHEMATICAL ELEMENTS MODELLING OF HYDRODRIVE OF WALKING MACHINES

Volgograd State Technical University

The obtained dependences allow to calculate knots and elements of hydrodrive of walking machines where the current of oils near the rotating bodies of axial symmetry is realised.

*Keywords:* the equation of a rheodynamics, a hydraulic pressure drive, a rotaried body.

Шагающие транспортные системы являются весьма перспективными при использовании их в труднодоступных местах Сибири и Крайнего Севера. В этих случаях использование отечественных масел в системах гидропривода требует добавления различных присадок, увеличивающих морозостойкость масел, понижающих износ деталей и др. Добавление этих присадок изменяет вязкостные характеристики масла, и оно начинает обладать ярко выраженными неньютоновскими свойствами. Анализ работы элементов гидропривода с неньютоновскими маслами практически отсутствует. Данная работа является попыткой восполнить этот пробел.

Работа элементов гидропривода, гидромуфт, специальных лабиринтных уплотнений сопровождается течением масел вблизи вращающихся поверхностей (тел осевой симметрии). Например, в специальных лабиринтных уплотнениях эти элементы представляют собой набор неподвижных вращающихся плоских дисков.

Рассмотрим математическую модель такого течения. Пусть центр вращающегося с постоянной угловой скоростью  $\omega$  плоского диска ра-

диусом  $R$  поступает жидкость с постоянным объемным расходом  $q$ . Вблизи центра жидкость, вследствие прилипания, замедляется в радиальном направлении и ускоряется в тангенциальном, то есть формируется пространственный пограничный слой. На некотором расстоянии от оси вращения  $r=r_0$  пространственный пограничный слой достигает поверхности пленки. В области  $r>r_0$  вся жидкость вовлекается во вращательное движение и под действием массовых сил растекается по поверхности диска в виде пленки. В данной работе будем рассматривать область течения  $r>r_0$ . Задачу будем решать в цилиндрической системе координат  $(r, z, \varphi)$ . Полагаем, что реологическое уравнение состояния среды описывается степенным законом Оствальда-де-Вилля:

$$\delta_v = 2k \dot{\gamma}_v A^{n-1},$$

где  $\delta_v$  – тензор напряжения;  $\dot{\gamma}_v$  – тензор скоростей деформации;  $k$  – характеристика консистенции;  $n$  – индекс течения;  $A$  – интенсивность скоростей деформации.

Интенсивность скоростей деформации определяется зависимостью

$$A = \left[ \left( 2 \frac{\partial V_r}{\partial r} \right)^2 + \left( 2 \frac{V_r}{r} \right)^2 + \left( 2 \frac{\partial V_z}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial V_\varphi}{\partial r} \right)^2 + \left( \frac{\partial V_\varphi}{\partial z} \right)^2 + \left( \frac{\partial V_z}{\partial z} + \frac{\partial V_l}{\partial z} \right)^2 \right]^{1/2}.$$

Уравнение реодинамики в выбранной системе координат запишутся в виде:

$$\rho \left( V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_r}{\partial z} - \frac{V_\phi^2}{r} \right) = -\frac{\partial P}{\partial r} + \frac{\partial \delta_{rr}}{\partial r} + \frac{\delta_{rr}}{r} + \frac{\partial \delta_{rz}}{\partial z} - \frac{\delta_{\phi\phi}}{r}; \quad (1)$$

$$\rho \left( V_r \frac{\partial V_r}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_\phi}{\partial z} + \frac{V_r V_\phi}{r} \right) = \frac{\partial \delta_{r\phi}}{\partial r} + \frac{2}{r} \delta_{r\phi} + \frac{\partial \delta_{\phi z}}{\partial z}; \quad (2)$$

$$\rho \left( V_r \frac{\partial V_z}{\partial r} + V_z \frac{\partial V_z}{\partial z} \right) = -\frac{\partial P}{\partial z} + \frac{\partial \delta_{zz}}{\partial r} + \frac{\delta_{zz}}{r} + \frac{\partial \delta_{zz}}{\partial z}. \quad (3)$$

Уравнение неразрывности

$$\frac{\partial V_r}{\partial r} + \frac{V_r}{r} + \frac{\partial V_z}{\partial z} = 0. \quad (4)$$

Компоненты тензора напряжений определяются зависимостями:

$$\begin{aligned} \delta_{rr} &= 2k \frac{\partial V_r}{\partial r} A^{n-1}; \\ \delta_{\phi\phi} &= 2k \frac{\partial V_r}{\partial r} A^{n-1}; \\ \delta_{zz} &= 2k \frac{\partial V_r}{\partial z} A^{n-1}; \\ \delta_{z\phi} &= k \left( \frac{\partial V_\phi}{\partial r} - \frac{V_\phi}{r} \right) A^{n-1}; \\ \delta_{\phi z} &= k \frac{\partial V_\phi}{\partial z} A^{n-1}; \\ \delta_{zr} &= k \left( \frac{\partial V_\phi}{\partial r} - \frac{\partial V_r}{\partial z} \right) A^{n-1}. \end{aligned} \quad (5)$$

Система уравнений (1–5) должна решаться при следующих граничных условиях:

$$\text{при } z=0 \quad V_r = 0; \quad V_\phi = \omega r, \quad V_z = 0;$$

$$\text{при } z=h \quad \frac{\partial V_r}{\partial r} = \frac{\partial V_\phi}{\partial z} = 0, \quad V_z = V_r \frac{\partial h}{\partial r};$$

$$P + 2k \frac{\partial V_z}{\partial z} A^{n-1} = P_0. \quad (6)$$

Систему уравнений (1–6) будем решать в виде:

$$\begin{aligned} V_r &= U_0 \left( \frac{r_0}{r} \right)^{\frac{n}{2-n}} f'(\delta); \\ V_\phi &= U_0 \left( \frac{r_0}{r} \right)^{\frac{n}{2-n}} \phi(\delta); \\ V_z &= U_0 \left( \frac{r_0}{r} \right)^{\frac{n}{2-n}} G(\delta); \\ \frac{P - P_0}{\rho} &= U_0^2 \left( \frac{r_0}{r} \right)^{\frac{n}{2-n}} F(\delta) \end{aligned} \quad (7)$$

где  $\delta = \frac{z}{r}$  – автомодельная переменная;

$U_0 = \left( \frac{k\omega^2}{\rho} \right)^{0,5}$  – характерная скорость.

Подставляя вид решения (7) в систему уравнений (1–4) и учитывая зависимость (5), получим:

$$\begin{aligned} & -\left( \frac{n}{2-n} \right) f'^2 - ff'\delta + f'G - \phi^2 - \left( \frac{2n}{2-n} \right) F - F'\delta - \\ & - \frac{1}{\text{Re}^{\frac{1}{2}}} \left\{ 2 \left[ \left( \frac{n}{2-n} \right) f' + f''\delta \right] \left[ A^{-\frac{n-1}{2}} + \frac{d}{d\delta} A^{-\frac{n-1}{2}} \right] + \right. \\ & \left. \left[ f'' - \left( \frac{n}{2-n} \right) G - G'\delta \right] \left[ A^{-\frac{n-1}{2}} + \frac{d}{d\delta} A^{-\frac{n-1}{2}} \right] \right\} = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

$$\frac{2(1-n)}{2-n} f'\phi - \phi f'\delta + G\phi' -$$

$$-\frac{1}{\text{Re}^{\frac{1}{2}}}\left\{-\left[A^{\frac{n-1}{2}}\left[\frac{4(n-1)}{(2-n)}\varphi+\left(\frac{2n}{2-n}\right)\varphi'\delta+\varphi'\delta+(1+\delta^2)\varphi''\right]-\right.\right. \\ \left.\left.+\varphi'\left[A^{\frac{n-1}{2}}+\frac{d}{d\delta}A^{\frac{n-1}{2}}\right]\right\}=0 \quad (9)$$

$$-\left(\frac{n}{2-n}\right)f'G-fG\delta+G'G+F'- \\ \left.-\frac{1}{\text{Re}^{\frac{1}{2}}}\left\{A^{\frac{n-1}{2}}\left[\left(\frac{n}{2-n}\right)^2G+\left(\frac{2n}{2-n}\right)G'\delta+G'\delta\right]+ \right.\right. \\ \left.\left.+\left[f''-\left(\frac{n}{2-n}\right)G-G'\delta\right]\left[A^{\frac{n-1}{2}}+\frac{d}{d\delta}A^{\frac{n-1}{2}}\right]+ \right.\right. \\ \left.\left.+G'\left[A^{\frac{n-1}{2}}+\frac{d}{d\delta}A^{\frac{n-1}{2}}\right]\right\}=0 \quad (10)$$

$$\frac{2(1-n)}{2-n}f'+\delta f''+G'=0 \quad (11)$$

Граничные условия (6) трансформируются к виду при  $\delta=0$   $f=f'=0, h=0, G'=0,$  при  $\delta=\delta_k$   $f''=\varphi'=0, F=2GA^{*\frac{n-1}{2}}\frac{1}{\text{Re}^*},$   
 $\varphi=r^{*\frac{2}{2-n}}\text{Re}^{*\frac{2}{2-n}};$  где

$$A^*=\left\{4\left[\left(\frac{n}{n-1}\right)f'+f''\delta\right]^2+4f'^2+4G'^2+ \right. \\ \left.+\left[\left(\frac{2}{2-n}\right)\varphi+\varphi'\delta\right]^2+\varphi'^2+\left[f''-\left(\frac{n}{2-n}\right)G-G'\delta\right]^2\right\}^{\frac{n-1}{2}} \quad (12)$$

– безразмерная интенсивность скоростей деформации.

$r^*=r\left(\frac{\rho\omega^{2-n}}{k}\right)^{\frac{1}{2}}$  – безразмерная радиальная координата.

Численное интегрирование системы (8–11) проводилось методом Рунге-Кутты с организацией итерационного процесса по методу Ньютона.

В результате интегрирования были найдены поля скоростей и давления. По результатам решения уравнений реодинамики легко рассчитать параметры лабиринтного уплотнения и определить максимальный расход масла при работе уплотнения.

Предложенный анализ полных уравнений реодинамики позволяет рассчитать и другие узлы и элементы гидропривода, где реализуется течение вблизи вращающихся тел осевой симметрии.



УДК 539.31:517.928.7

*Б. А. Жуков, Н. А. Шукина*

**ЭФФЕКТЫ ТРЕТЬЕГО ПОРЯДКА В ИССЛЕДОВАНИИ  
КОНЦЕНТРАЦИИ НАПРЯЖЕНИЙ ОКОЛО ОТВЕРСТИЙ**

**Волгоградский государственный технический университет**

Построена инженерная модель нелинейной теории упругости для плоской деформации в рамках эффектов третьего порядка. Проводится сравнение решения, полученного в рамках построенной модели с точным решением задачи о концентрации напряжений около круглого отверстия при равномерном растяжении на бесконечности.

Показано, что разложение точного решения по малому параметру совпадает с решением, полученным в рамках инженерной теории третьего порядка. В отличие от классического результата линейной теории упругости, в которой коэффициент концентрации постоянен, в линейном решении он растет с ростом внешней нагрузки.

*Ключевые слова:* эффекты третьего порядка, концентрация напряжений, инженерная модель, краевая задача, уравнения равновесия.

*B. A. Zhukov, N. A. Shchukina*

**THE THIRD ORDER EFFECTS IN RESEARCHES OF STRESS CONCENTRATION AROUND  
OPENINGS**

**Volgograd State Technical University**

Within the third order effects there has been found the engineering model of the non-linear elasticity theory for the plane strain. Make a comparison between engineering solution and exact solution in object of stress concentration around openings for uniform stretch to infinity.

*Keywords:* effects of the third order, stress concentration, engineering model, a boundary value problem, equilibrium equations.

Математические модели нелинейной теории упругости достаточно сложны и в настоящее время существуют аналитические решения весьма немногих задач. Существенный разброс в уравнениях состояния нелинейной теории гиперупругости в отличие от линейной теории, где всегда выполняется закон Гука, снижает ценность точных постановок задач нелинейной теории упругости. Точные решения, найденные для конкретных потенциалов энергии деформации гиперупругих материалов, удовлетворительно совпадающие с экспериментальными данными для одного вида деформированного состояния, могут не совпадать с этими данными для других деформированных состояний. Одним из методов упрощения постановки и получения аналитических решений является метод возмущений, использующий разложение в степенные ряды по малому параметру объекты, описывающие напряженно-деформированное состояние. Применение этого метода, введенного в нелинейную теорию упругости Синьорини [1, 2], для эффектов выше второго порядка мало использовалось в виду громоздкости выражений [3].

Задачей данной работы является построение инженерной модели нелинейной теории упругости для плоской деформации в рамках эффектов третьего порядка и сравнение решения, полученного в рамках построенной модели с точным решением задачи о концентрации напряжений около круглого отверстия при равномерном растяжении на бесконечности.

Для изотропного несжимаемого материала с функцией удельной потенциальной энергии деформации (потенциалом энергии деформации) в виде  $w = w[I_1(\mathbf{G}), I_2(\mathbf{G})]$ , где  $I_k(\mathbf{G})$  – главные инварианты меры деформации Коши  $\mathbf{G}$ , краевая задача в напряжениях для плоской деформации

$$\mathbf{R} - \mathbf{r} = [X(x, y) - x]\mathbf{i} + [Y(x, y) - y]\mathbf{j},$$

где  $\mathbf{R}$  и  $\mathbf{r}$  – радиус-векторы точек в плоскости, ортогональной оси  $OZ$ , в текущей и отсчетной конфигурациях соответственно.  $(X, Y)$  – декартовы координаты точек в плоскости  $XOY$  в текущей конфигурации, а  $(x, y)$  – координаты тех же точек в отсчетной, в точной постановке сводится к следующей системе выражений. Для тензора напряжений Пиолы

$$\mathbf{D} = 2 \left[ \left( \frac{\partial w}{\partial I_1^*} + \frac{\partial w}{\partial I_2^*} \right)^0 \nabla \mathbf{R} + q \nabla \mathbf{r}^T + \left( \frac{\partial w}{\partial I_1^*} + (I_1 - 1) \frac{\partial w}{\partial I_2^*} + q \right) \mathbf{k}\mathbf{k} \right] \quad (1)$$

Здесь  $\overset{0}{\nabla} = \mathbf{i} \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{j} \frac{\partial}{\partial y}$ ,  $\nabla = \mathbf{R}^1 \frac{\partial}{\partial x} + \mathbf{R}^2 \frac{\partial}{\partial y}$  – операторы Гамильтона в базисах исходной и текущей конфигураций,  $\mathbf{R}_1 = \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial x}$ ,  $\mathbf{R}_2 = \frac{\partial \mathbf{R}}{\partial y}$ ,  $\mathbf{R}^1 = \frac{\mathbf{R}_2 \times \mathbf{k}}{\mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{R}_2 \times \mathbf{k}}$ ,  $\mathbf{R}^2 = \frac{\mathbf{k} \times \mathbf{R}_1}{\mathbf{R}_1 \cdot \mathbf{R}_2 \times \mathbf{k}}$  – базисные векторы материальной системы координат в текущей конфигурации,  $I_1 = \mathbf{E} \cdot \mathbf{F} = \mathbf{E} \cdot \mathbf{G}$ ,  $\mathbf{E} = \mathbf{ii} + \mathbf{jj}$ ,  $I_1^* = I_1 + 1$ ,  $\mathbf{G} = \overset{0}{\nabla} \mathbf{R} \cdot \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}^T$ ,  $\mathbf{F} = \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}^T \cdot \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}$ . Точка означает скалярное произведение. Для плоской деформации несжимаемого материала главные инварианты меры деформации Коши удовлетворяют условиям  $I_2^* = I_1^* = 1 + I_1$ ,  $I_3^* = I_3 = 1$ , где  $I_2 = \frac{1}{2} [I_1^2(\mathbf{G}) - I_1(\mathbf{G}^2)]$ ,  $q$  – функция, связанная с гидростатическим давлением. Точка означает скалярное произведение, значок “Т” – транспонирование. Дифференциальные операторы действуют только на первый множитель справа, не являющийся оператором.

Условие несжимаемости задается соотношением

$$(\mathbf{E} \cdot \mathbf{G})^2 - \mathbf{G} \cdot \mathbf{G} = 2 \quad (2)$$

Уравнения равновесия в отсутствие массовых сил принимают вид

$$\nabla q = -\overset{0}{\nabla} \cdot \left( \frac{\partial w}{\partial I_1^*} + \frac{\partial w}{\partial I_2^*} \right) \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}. \quad (3)$$

Условие интегрируемости первого уравнения записывается в форме

$$\nabla \times \overset{0}{\nabla} \cdot \left( \frac{\partial w}{\partial I_1^*} + \frac{\partial w}{\partial I_2^*} \right) \overset{0}{\nabla} \mathbf{R} = 0. \quad (4)$$

$$w = \frac{1}{6} \left\{ (3\mu + \mu_1) [I_1(\mathbf{G}) - 3] - \mu_1 [I_2(\mathbf{G}) - 3] + \frac{\mu_2 + \mu_1 - \mu}{8} [I_2(\mathbf{G}) - 3]^2 \right\}, \quad (8)$$

где  $\mu$ ,  $\mu_1$ ,  $\mu_2$  – константы, причем  $\mu$  – модуль сдвига линейной теории, поскольку остальные константы не влияют на эффекты третьего порядка.

Для эффектов первого, второго и третьего порядков получаем три краевые задачи линейной теории упругости, что позволяет использовать для их решения хорошо разработанные аналитические методы линейной теории упругости. Эти эффекты выделяются при ограничении разложений для радиус-вектора частиц в текущей конфигурации  $\mathbf{R}$  и функции гидро-

Здесь значок “ $\times$ ” означает векторное произведение.

Обозначим через  $\mathbf{f}$  вектор плотности внешних сил, приложенный к деформированной боковой поверхности и рассчитанный на единицу площади этой поверхности. Тогда силовые граничные условия в текущей конфигурации представляются выражениями

$$\mathbf{N} \cdot \left( \left( \frac{\partial w}{\partial I_1^*} + \frac{\partial w}{\partial I_2^*} \right) \mathbf{F} + q \mathbf{E} \right) = \frac{\mathbf{f}}{2} \quad (5)$$

на части боковой поверхности с нормальным вектором  $\mathbf{N}$ , где заданы усилия.

Силовые граничные условия в отсчетной конфигурации записываются в виде

$$\mathbf{n} \cdot \left[ \left( \frac{\partial w}{\partial I_1^*} + \frac{\partial w}{\partial I_2^*} \right) \overset{0}{\nabla} \mathbf{R} + q \nabla \mathbf{r}^T \right] = \frac{\mathbf{f}}{2} (\mathbf{n} \cdot \mathbf{G}^{-1} \cdot \mathbf{n})^{1/2}. \quad (6)$$

Здесь  $\mathbf{n}$  прообраз  $\mathbf{N}$  в отсчетной конфигурации.

В работе Ривлина и Сондерса [4] показано, что для изотропного несжимаемого материала потенциал  $w$  линейно зависит от инварианта  $I_1(\mathbf{G})$  и нелинейно от инварианта  $I_2(\mathbf{G})$ :  $w = c_1 [I_1(\mathbf{G}) - 3] + f [I_2(\mathbf{G})]$ , поэтому предполагается, что он допускает полиномиальную аппроксимацию вида

$$w [I_1(\mathbf{G}), I_2(\mathbf{G})] = c_{10} [I_1(\mathbf{G}) - 3] + \sum_n c_{0n} [I_2(\mathbf{G}) - 3]^n. \quad (7)$$

В рамках рассматриваемой модели можно ограничиться выражением для потенциала энергии деформации в форме:

статического давления  $q$  членами до третьего порядка по малому параметру  $\eta$ .

Полагая  $\mathbf{R} = \mathbf{r} + \eta \mathbf{R}' + \eta^2 \mathbf{R}'' + \eta^3 \mathbf{R}'''$ , (9)

получаем разложения для тензоров-градиентов и меры деформации Коши с точностью до  $O(\eta^4)$ :

$$\begin{aligned} \overset{0}{\nabla} \mathbf{R} &= \mathbf{E} + \eta \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}' + \eta^2 \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}'' + \eta^3 \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}''', \\ \mathbf{G} &= \mathbf{E} + 2\boldsymbol{\varepsilon}'\eta + \left( 2\boldsymbol{\varepsilon}'' + \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}' \cdot \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}'^T \right) \eta^2 + \\ &+ \left( 2\boldsymbol{\varepsilon}''' + \left( \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}' \cdot \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}''^T + \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}'' \cdot \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}'^T \right) \right) \eta^3, \end{aligned}$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}' = \frac{1}{2} \left( \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}' + \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}'^T \right), \quad \boldsymbol{\varepsilon}'' = \frac{1}{2} \left( \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}'' + \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}''^T \right),$$

$$\boldsymbol{\varepsilon}''' = \frac{1}{2} \left( \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}''' + \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}'''^T \right).$$

$$I_1(\mathbf{G}) = 2 + 2I_1(\boldsymbol{\varepsilon}')\eta + \left( 2I_1(\boldsymbol{\varepsilon}'') + \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}' \cdot \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}'^T \right) \eta^2 + \left( 2I_1(\boldsymbol{\varepsilon}''') + 2\overset{0}{\nabla} \mathbf{R}'' \cdot \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}''^T \right) \eta^3.$$

Условие несжимаемости (2) приводит к системе уравнений для эффектов первого, второго и третьего порядков:

$$I_1(\boldsymbol{\varepsilon}') = 0, \quad I_1(\boldsymbol{\varepsilon}'') = \frac{1}{2} \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}'^T \cdot \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}'^T,$$

$$I_1(\boldsymbol{\varepsilon}''') = \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}''^T \cdot \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}''^T. \quad (10)$$

С учетом (10) выражение для разложения первого главного инварианта примет вид:

$$I_1(\mathbf{G}) = 2 + 2\boldsymbol{\varepsilon}' \cdot \boldsymbol{\varepsilon}' \eta^2 + 4\boldsymbol{\varepsilon}' \cdot \boldsymbol{\varepsilon}'' \eta^3.$$

Вводя разложение для гидростатического давления:

$$p = \mu \left( -\frac{1}{2} + p_1 \eta + p_2 \eta^2 + p_3 \eta^3 \right)$$

получим разложение выражения для «плоской» части тензора напряжений Пиолы:

$$\mathbf{D} = \boldsymbol{\sigma} \eta + \mathbf{D}'' \eta^2 + \mathbf{D}''' \eta^3, \quad (11)$$

где  $\boldsymbol{\sigma} = 2\mu [p_1 \mathbf{E} + \boldsymbol{\varepsilon}']$ ,

$$\mathbf{D}'' = 2\mu \left[ \left( p_2 - \frac{I_1(\boldsymbol{\varepsilon}'')}{2} + \alpha \boldsymbol{\varepsilon}' \cdot \boldsymbol{\varepsilon}' \right) \mathbf{E} + \boldsymbol{\varepsilon}'' - p_1 \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}'^T \right],$$

$$\mathbf{D}''' = 2\mu \left[ \left( p_3 - \frac{I_1(\boldsymbol{\varepsilon}''')}{2} + p_1 I_1(\boldsymbol{\varepsilon}'') + 2\alpha \boldsymbol{\varepsilon}' \cdot \boldsymbol{\varepsilon}'' \right) \mathbf{E} + \boldsymbol{\varepsilon}''' - p_1 \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}''^T - p_2 \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}'^T + \alpha \boldsymbol{\varepsilon}' \cdot \boldsymbol{\varepsilon}' \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}' \right].$$

и разложение «плоской» части выражения тензора напряжений Коши с помощью соотношения для несжимаемого материала  $\mathbf{S} = \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}^T \cdot \mathbf{D}$ :

$$\mathbf{S} = \boldsymbol{\sigma} \eta + \mathbf{S}'' \eta^2 + \mathbf{S}''' \eta^3, \quad (12)$$

где

$$\mathbf{S}'' = 2\mu \left[ \left( p_2 - \frac{I_1(\boldsymbol{\varepsilon}'')}{2} + \alpha \boldsymbol{\varepsilon}' \cdot \boldsymbol{\varepsilon}' \right) \mathbf{E} + \boldsymbol{\varepsilon}'' + \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}'^T \cdot \boldsymbol{\varepsilon}' \right],$$

$$\mathbf{S}''' = 2\mu \left[ \left( p_3 - \frac{I_1(\boldsymbol{\varepsilon}''')}{2} + 2\alpha \boldsymbol{\varepsilon}' \cdot \boldsymbol{\varepsilon}'' \right) \mathbf{E} + \boldsymbol{\varepsilon}''' - \frac{1}{2} I_1(\boldsymbol{\varepsilon}'') \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}'^T + \right.$$

$$\left. + \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}'^T \cdot \boldsymbol{\varepsilon}'' + \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}''^T \cdot \boldsymbol{\varepsilon}' + 2\alpha I_1(\boldsymbol{\varepsilon}'^2) \boldsymbol{\varepsilon}' \right].$$

Следствием условия несжимаемости является равенство  $\overset{0}{\nabla} \cdot \nabla \mathbf{r}^T = 0$ . Применяя оператор  $\overset{0}{\nabla}$  к разложению тензора  $\nabla \mathbf{r}^T$  и приравнявая коэффициенты при степенях  $\eta$  нулю, получим три соотношения:

$$\overset{0}{\nabla} \cdot \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}'^T = 0, \quad \overset{0}{\nabla} \cdot \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}''^T = \overset{0}{\nabla} I_1(\boldsymbol{\varepsilon}''),$$

$$\overset{0}{\nabla} \cdot \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}'''^T = \overset{0}{\nabla} I_1(\boldsymbol{\varepsilon}'''), \quad (13)$$

учитывая которые уравнения равновесия в отсутствие массовых сил (3) приводятся к трем уравнениям равновесия для эффектов первого, второго и третьего порядков:

$$2\overset{0}{\nabla} p_1 + \Delta \mathbf{R}' = 0,$$

$$\overset{0}{\nabla} [2p_2 + 2\alpha \boldsymbol{\varepsilon}' \cdot \boldsymbol{\varepsilon}'] + \Delta \mathbf{R}'' + \Delta \mathbf{R}' \cdot \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}'^T = 0, \quad (14)$$

$$2\overset{0}{\nabla} (p_3 + 2\alpha \boldsymbol{\varepsilon}' \cdot \boldsymbol{\varepsilon}'') + \Delta \mathbf{R}''' + \Delta \mathbf{R}'' \cdot \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}'^T + \Delta \mathbf{R}' \cdot \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}''^T + 4\alpha \overset{0}{\nabla} \cdot [(\boldsymbol{\varepsilon}' \cdot \boldsymbol{\varepsilon}') \boldsymbol{\varepsilon}'] = 0.$$

Условия интегрируемости можно записать в виде системы

$$\begin{aligned} \Delta \overset{S}{\nabla} \cdot \mathbf{R}' = 0, \quad \Delta \overset{S}{\nabla} \cdot \mathbf{R}'' + \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}'^T \cdot \Delta \overset{S}{\nabla} \mathbf{R}' = 0, \\ \Delta \overset{S}{\nabla} \cdot \mathbf{R}''' + \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}'^T \cdot \Delta \overset{S}{\nabla} \mathbf{R}'' + \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}''^T \cdot \Delta \overset{S}{\nabla} \mathbf{R}' + \\ + 4\alpha \overset{S}{\nabla} \cdot \overset{0}{\nabla} \cdot [I_1(\boldsymbol{\varepsilon}'^2) \boldsymbol{\varepsilon}'] = 0. \end{aligned} \quad (15)$$

Здесь  $\overset{S}{\nabla} = \frac{\partial}{\partial y} \mathbf{i} - \frac{\partial}{\partial x} \mathbf{j}$  – симплектический оператор.

Используя представления  $\mathbf{f} = \mathbf{f}' \eta + \mathbf{f}'' \eta^2 + \mathbf{f}''' \eta^3$  для плотностей внешних поверхностных усилий в деформированной конфигурации, граничные условия в напряжениях получим в форме

$$\begin{aligned} \mathbf{n} \cdot (\boldsymbol{\varepsilon}' + p_1 \mathbf{E}) = \mathbf{f}_1, \\ \mathbf{n} \cdot \left[ \boldsymbol{\varepsilon}'' + \left( p_2 - \frac{I_1(\boldsymbol{\varepsilon}'')}{2} + \alpha \boldsymbol{\varepsilon}' \cdot \boldsymbol{\varepsilon}' \right) \mathbf{E} \right] = \\ = \mathbf{f}_2 + p_1 \mathbf{n} \cdot \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}'^T, \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{n} \cdot \left[ \boldsymbol{\varepsilon}''' + \left( p_3 - \frac{I_1(\boldsymbol{\varepsilon}''')}{2} + p_1 I_1(\boldsymbol{\varepsilon}'') + 2\alpha \boldsymbol{\varepsilon}' \cdot \boldsymbol{\varepsilon}'' \right) \mathbf{E} \right] = \\ = \mathbf{f}_3 + \mathbf{n} \cdot \left( p_1 \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}''^T + p_2 \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}'^T - \alpha \boldsymbol{\varepsilon}' \cdot \boldsymbol{\varepsilon}' \overset{0}{\nabla} \mathbf{R}' \right), \end{aligned}$$

$$\mathbf{f}_1 = \frac{\mathbf{f}'}{2\mu}, \quad \mathbf{f}_2 = \frac{\mathbf{f}''}{2\mu} - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}' \cdot \mathbf{n} \frac{\mathbf{f}'}{2\mu}, \quad (17)$$

$$\mathbf{f}_3 = \frac{\mathbf{f}'''}{2\mu} - \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}' \cdot \mathbf{n} \frac{\mathbf{f}''}{2\mu} - \left[ \mathbf{n} \cdot \left( \boldsymbol{\varepsilon}'' + \frac{1}{2} \nabla \mathbf{R}' \cdot \nabla \mathbf{R}'^T - 2\boldsymbol{\varepsilon}'^2 \right) \cdot \mathbf{n} + \frac{1}{2} (\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}' \cdot \mathbf{n})^2 \right] \frac{\mathbf{f}'}{2\mu}.$$

**Задача о концентрации напряжений  
около круглого отверстия  
при равномерном растяжении на бесконечности**

Проведем сравнение решений, полученных на основе инженерной теории с точными решениями для потенциала вида (8).

Без потери общности будем считать радиус отверстия равным единице. Контур отверстия свободен от напряжений. На бесконечности приложена равномерная радиальная нагрузка интенсивности  $p = \mu\eta$ .

Введем единичный базис  $\mathbf{e}_1 = \cos\varphi\mathbf{i} + \sin\varphi\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{e}_2 = -\sin\varphi\mathbf{i} + \cos\varphi\mathbf{j}$ ,  $\mathbf{e}_3 = \mathbf{k}$  цилиндрической системы координат  $\{r, \varphi, z\}$ .

На внутреннем контуре  $\mathbf{f}' = \mathbf{f}'' = \mathbf{f}''' = 0$ , на бесконечности  $-\mathbf{f}' = \mu\eta\mathbf{e}_1$ ,  $\mathbf{f}'' = \mathbf{f}''' = 0$ . (18)

**Решение в рамках инженерной теории**

Коэффициент концентрации в нелинейной теории, как и в классическом решении линейной теории, будем определять как  $k = \frac{S_{22}}{p} \Big|_{r=1}$ ,

где  $S_{22}$  – тангенциальная компонента «плоской» части тензора истинных напряжений Коши  $\mathbf{S} = S_{11}\mathbf{e}_1\mathbf{e}_1 + S_{22}\mathbf{e}_2\mathbf{e}_2$ . Представление этой компоненты в рамках приближенной теории имеет вид  $S_{22} = \sigma_{22}\eta + S_{22}''\eta^2 + S_{22}''' \eta^3$ , откуда, вспоминая, что  $p = \mu\eta$ , получим выражение для коэффициента концентрации в рамках приближенной теории:

$$k = \frac{S_{22}}{p} \Big|_{r=1} = \frac{\sigma_{22}\eta + S_{22}''\eta^2 + S_{22}''' \eta^3}{\mu\eta} \Big|_{r=1} = \frac{\sigma_{22}}{\mu} \Big|_{r=1} + \frac{S_{22}''}{\mu} \Big|_{r=1} \eta + \frac{S_{22}'''}{\mu} \Big|_{r=1} \eta^2 = k_1 + k_2\eta + k_3\eta^2.$$

Для эффектов первого порядка кинематическая гипотеза при осевой симметрии принимает вид  $\mathbf{R}' = u(r)\mathbf{e}_1$ . Используя первое уравнение условия несжимаемости (10), находим  $u(r) = \frac{a_{11}}{r}$ , где  $a_{11} = \text{const}$ .

С помощью разложения (12) для эффектов первого порядка, получим выражение тензора напряжений Коши в виде:

$$\frac{\boldsymbol{\sigma}}{\mu\eta} = 2 \left[ \frac{p_1(r, \varphi, z)r^2 - a_{11}}{r^2} \mathbf{e}_1\mathbf{e}_1 + \frac{p_1(r, \varphi, z)r^2 + a_{11}}{r^2} \mathbf{e}_2\mathbf{e}_2 \right]. \quad (19)$$

Уравнение равновесия (14) для эффектов первого порядка используется для определения функции гидростатического давления  $p_1(r, \varphi, z) = a_{12}$ , где  $a_{12}$  – постоянная. Принимая во внимание первое граничное условие в (18), находим  $\lim_{r \rightarrow \infty} \mathbf{f}_1 = \frac{1}{2}\mathbf{e}_1$ , откуда  $a_{12} = \frac{1}{2}$ . Тогда выражение (19) записывается в форме

$$\frac{\boldsymbol{\sigma}}{\mu} = \frac{r^2 - 2a_{11}}{r^2} \mathbf{e}_1\mathbf{e}_1 + \frac{r^2 + 2a_{11}}{r^2} \mathbf{e}_2\mathbf{e}_2. \quad (20)$$

При  $r=1$  из (20) находим  $a_{11} = \frac{1}{2}$ . Линейное решение принимает вид

$$\frac{\boldsymbol{\sigma}}{\mu} = \frac{r^2 - 1}{r^2} \mathbf{e}_1\mathbf{e}_1 + \frac{r^2 + 1}{r^2} \mathbf{e}_2\mathbf{e}_2.$$

Откуда получаем:  $k_1 = \frac{\sigma_{22}}{\mu} \Big|_{r=1} = 2$ . Первое слагаемое в разложении коэффициента концентрации есть классический результат линейной теории упругости  $k_1 = 2$ .

Решая аналогичным образом линейные задачи для эффектов второго и третьего порядков, найдем второе  $k_2$  и третье  $k_3$  слагаемые в разложении коэффициента концентрации.

Для эффектов второго порядка кинематическая гипотеза при осевой симметрии принимает вид  $\mathbf{R}'' = v(r)\mathbf{e}_1$ . Из второго уравнения (10) определяем  $v(r) = \frac{8a_{21}r^2 - 1}{8r^3}$ , где  $a_{21}$  – постоянная

и второе слагаемое разложения тензора напряжений Коши (12) принимает вид:

$$\frac{\mathbf{S}''}{\mu} = \frac{2p_2(r, \varphi, z)r^4 - 2a_{21}r^2 + 1 + \alpha}{r^4} \mathbf{e}_1\mathbf{e}_1 + \frac{2p_2(r, \varphi, z)r^4 + 2a_{21}r^2 + \alpha}{r^4} \mathbf{e}_2\mathbf{e}_2 \quad (21)$$

Используя уравнение равновесия (14) для эффектов второго порядка, находим гидростатическую функцию  $p_2(r, \varphi, z) = \frac{8a_{22}r^4 - 1 - 4\alpha}{8r^4}$ ,

где  $a_{22}$  – постоянная. Выражение (21) тогда записывается в форме

$$\frac{\mathbf{S}''}{\mu} = \frac{3 - 8a_{21}r^2}{4r^4} \mathbf{e}_1 \mathbf{e}_1 + \frac{8a_{21}r^2 - 1}{4r^4} \mathbf{e}_2 \mathbf{e}_2. \quad (22)$$

Из второго граничного условия в (18) находим  $\lim_{r \rightarrow \infty} \mathbf{f}_2 = 0$ , откуда  $a_{22} = 0$ .

При  $r = 1$  из (22) находим  $a_{21} = 3/8$ . Квадратичное решение принимает вид

$$\frac{\mathbf{S}''}{\mu} = -\frac{3(r^2 - 1)}{4r^4} \mathbf{e}_1 \mathbf{e}_1 + \frac{3r^2 - 1}{4r^4} \mathbf{e}_2 \mathbf{e}_2. \quad (23)$$

$$\frac{\mathbf{S}'''}{\mu} = \frac{4p_3(r, \varphi, z)r^6 - 4a_{31}r^4 + 3(1 + \alpha)r^2 - 2 - 4\alpha}{2r^6} \mathbf{e}_1 \mathbf{e}_1 + \frac{4p_3(r, \varphi, z)r^4 + 4a_{31}r^2 + 3\alpha}{2r^4} \mathbf{e}_2 \mathbf{e}_2. \quad (24)$$

Из уравнения равновесия (14) для эффектов третьего порядка, находим гидростатическую функцию

$$p_3(r, \varphi, z) = \frac{48a_{32}r^6 - 9(4\alpha + 1)r^2 + 8 + 40\alpha}{48r^6},$$

где  $a_{32}$  – постоянная. Теперь выражение (24) записывается в виде

$$\frac{\mathbf{S}'''}{\mu} = -\frac{48a_{31}r^4 - 27r^2 + 16 + \alpha}{24r^6} \mathbf{e}_1 \mathbf{e}_1 + \frac{48a_{31}r^4 + -9r^2 + 8 + 40\alpha}{24r^6} \mathbf{e}_2 \mathbf{e}_2.$$

Из граничного условия (18) для эффектов третьего порядка находим  $\lim_{r \rightarrow \infty} \mathbf{f}_3 = 0$ , откуда

$$a_{32} = 0. \text{ При } r = 1 \text{ из (24) получим } a_{31} = \frac{11 - 8\alpha}{48}$$

и решение для третьего порядка принимает вид:

$$\frac{\mathbf{S}'''}{\mu} = \frac{(8\alpha - 11)r^4 + 27r^2 - 16 - 8\alpha}{24r^6} \mathbf{e}_1 \mathbf{e}_1 - \frac{(8\alpha - 11)r^4 + 9r^2 - 8 - 40\alpha}{24r^6} \mathbf{e}_2 \mathbf{e}_2.$$

Третье слагаемое в разложении коэффициента концентрации есть

$$k_3 = \frac{S'''}{\mu} \Big|_{r=1} = \frac{5 + 16\alpha}{12}.$$

Таким образом, разложение по малому параметру  $\eta = p/\mu$  коэффициента концентрации  $k = k_1 + k_2\eta + k_3\eta^2$  запишется в форме

$$k = 2 + \frac{1}{2} \frac{p}{\mu} + \frac{(5 + 16\alpha)}{12} \left( \frac{p}{\mu} \right)^2. \quad (25)$$

Второе слагаемое в разложении коэффициента концентрации есть:

$$k_2 = \frac{S''}{\mu} \Big|_{r=1} = \frac{1}{2}.$$

Для эффектов третьего порядка кинематическая гипотеза при осевой симметрии принимает вид  $\mathbf{R}''' = g(r)\mathbf{e}_1$ . Из третьего уравнения

$$(10) \text{ определяем } g(r) = \frac{16a_{31}r^4 - 3r^2 + 1}{16r^5}, \text{ где}$$

$a_{31}$  – постоянная и третье слагаемое разложения тензора напряжений Коши (12) запишется в форме:

### Точное решение

Используя полуобратный метод, положим, что радиус-вектор точек в текущей конфигурации задается выражением с произвольной функцией  $U(r)$ :

$$\mathbf{R} = U(r)\mathbf{e}_1.$$

Подставив это выражение в уравнение несжимаемости (2) и решив последнее, получим:

$$\mathbf{R} = \sqrt{r^2 + t} \mathbf{e}_1, \quad (26)$$

где  $t$  – параметр нагружения. Уравнение интегрируемости выполняется тождественно, а уравнения равновесия (3) запишутся в форме:

$$\frac{\partial q}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial q}{\partial \varphi} = 0,$$

$$\frac{\partial q}{\partial r} = \frac{\mu t^2 (r^2 (r^2 + t) + \alpha (8r^4 + 8r^2 t + 3t^2))}{r^3 (r^6 + 3r^4 t + 3r^2 t^2 + t^3)}.$$

Решая последнее уравнение с учетом условия  $S_{11}|_{r=1} = 0$ , находим функцию гидростатического давления

$$q = \mu \left( (\alpha - 1) \ln \frac{r^2 + t}{r^2} - \frac{1}{4} (\alpha - 1) \ln(t + 1) + \frac{2(t + 1)(1 - t^2 \alpha) - (\alpha - 1)(t^2 + 2t)}{8(t + 1)^2} - \frac{2(\alpha - 1)r^4 + (11\alpha - 2)t^2 r^2 + 6\alpha t^3}{8r^2 (r^2 + t)^2} \right).$$

Тогда коэффициент концентрации  $k$  выражается параметрически через  $\eta = p/\mu$  с  $t$  в качестве параметра:

$$\left\{ \begin{aligned} k &= \frac{4t(t+2)(\alpha t^2 + t + 1)}{2(1-\alpha)(t+1)^2 \ln(t+1) + \alpha t(2t^2 + 3t + 2) + 2t(t+1)}, \\ \frac{p}{\mu} &= \frac{1}{2}(1-\alpha) \ln(t+1) + \frac{\alpha t(2t^2 + 3t + 2)}{4(t+1)^2} + \frac{t}{2(t+1)}. \end{aligned} \right. \quad (1)$$

Разложение по малому параметру  $\eta = p/\mu$  коэффициента концентрации выражения (1) записывается в виде  $k'' = 2 + \frac{1}{2} \frac{p}{\mu} + \frac{(5+16\alpha)}{12} \left(\frac{p}{\mu}\right)^2$ .

Таким образом, видим, что разложение точного решения по малому параметру совпадает с решением, полученным в рамках инженерной теории третьего порядка. В отличие от классического результата линейной теории упругости, в которой коэффициент концентрации постоянен ( $k = 2$ ), в нелинейном решении он растет

с ростом внешней нагрузки. При  $p/\mu = 0.7$  поправка к линейному решению достигает 25 %.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Signorini A. Transformazioni termoelastiche finite. // Mem. 1<sup>a</sup>. Ann. di Mat. (4), 1943. V. 22. P. 33-143.
2. Signorini A. Transformazioni termoelastiche finite. // Mem. 2<sup>a</sup>. Ann. di Mat. (4), 1949. V. 30. P. 1-72.
3. Лурье А. И. Нелинейная теория упругости. М.: Наука, 1980. 512 с.
4. Rivlin R. S. and Saunders D. W. Large elastic deformations of isotropic materials. V11. Experiments on the deformation of rubber. /Trans. Roy. Soc. London. 1951, Ser. A, No.865. P. 243, 251-288.

УДК 681.515.8

*П. В. Мишта, П. Г. Бызов, Е. В. Васильева*

### ПРИМЕНЕНИЕ РЕГУЛЯТОРОВ В АСУТП. ВЫБОР МЕТОДИКИ НАСТРОЙКИ И ПЕРСПЕКТИВЫ РАЗВИТИЯ Волгоградский государственный технический университет

В статье представлены наиболее распространенные методы расчета и настройки регуляторов, применяемых в химической и нефтяной промышленности. Рассматриваются достоинства и возможности применения автоматической настройки и адаптивных алгоритмов управления в системах контроля и регулирования параметров технологического процесса.

*Ключевые слова:* регулятор, методы настройки параметров, АСУТП в химической промышленности, оценка качества систем, автоматическая настройка, адаптивные алгоритмы управления в системах контроля и регулирования.

*P. V. Mishta, P. G. Byzov, H. V. Vasileva*

### APPLICATION OF REGULATORS IN INDUSTRIAL PROCESS CONTROL SYSTEM. CHOICE OF SETTINGS AND DEVELOPMENT PROSPECT

Volgograd state technical university

This article presents the most widespread methods of calculation and setting of regulators, which applied in chemical and a petroleum industry. Also in this paper, have been considered advantages and possibilities of application automatic adjustments and adaptive algorithms of management in monitoring and control systems of technological parameters in manufacture process.

*Keywords:* Regulator, methods of adjustment of parameters, processing control systems in the chemical industry, an estimation of quality of systems, automatic adjustment, adaptive algorithms of management in monitoring systems and regulation.

Крупномасштабное внедрение автоматизированных систем управления технологическими процессами (АСУТП) в химической и нефтяной промышленности, связано с использованием современных измерительных систем, а так же средств контроля и регулирования.

С момента применения в технологическом комплексе предприятий программируемых логических контроллеров, микропроцессорных систем, и многих других устройств цифровой техники, необходимых для создания быстродействующих и высокоточных систем автома-

тизированного управления, одной из наиболее приоритетных задач автоматизации стало обеспечение надежного и качественного регулирования [1].

Актуальность исследования регуляторов состоит в том, что традиционно основные качественные показатели любой системы автоматического управления формулируются исходя из требований к форме реакции замкнутой системы на ступенчатое изменение уставки (задающего воздействия), но такой критерий весьма ограничен. В частности, он не учитывает влияние внешних возмущений и шумов, возникших при измерении, что может дать ошибочное представление о системе в целом. Именно поэтому для полного описания автоматической системы с регулятором нужен ряд дополнительных показателей качества.

В общем случае, выбор показателей качества должен осуществляться, исходя из смысла решаемой задачи управления. Выбор критерия качества регулирования зависит от цели применения или от типа самого регулятора.

В автоматических системах управления регуляторы, как правило, применяются для: поддержания постоянного значения параметра (температуры, расхода и др.); слежения за изменением уставки или программного управления и т. д. При этом, для определенной задачи наиболее важными факторами являются: форма отклика на внешние возмущения и сигналы задающего воздействия; экономия энергии в управляемой системе; минимизация внешних возмущений и шумов [1].

Среди различных типов регуляторов наиболее востребованными и перспективным для нефтехимической промышленности, являются пропорционально–интегрально–дифференциальные регуляторы или ПИД-регуляторы, которые являются универсальными, и позволяют реализовать различные законы регулирования. Кроме того, параметры ПИД-регуляторов, в общем случае, являются наилучшими для слежения за изменением входной величины, хотя могут и отличаться от параметров, обеспечивающих достаточное ослабление влияния внешних возмущений.

Точное слежение за изменением уставки необходимо в системах управления движением, в робототехнике; в системах управления технологическими процессами химической промышленности, где задание обычно остается длительное время без изменений и требуется зна-

чительное ослабление влияния внешних возмущений и многих других.

Согласно теории автоматического управления, для описания переходного процесса (рисунок 1) и оценки качества регулирования в целом, в замкнутой системе управления с регулятором используют ступенчатое входное воздействие и ряд критериев, таких как:

- статическая ошибка  $e_0$ , как постоянная ошибка в установившемся режиме;
- время регулирования (установления)  $T_e$  с заданной погрешностью  $e_s$  (время, по истечении которого погрешность регулирования не превышает значения  $e_s$ ; обычно  $e_s$  составляет 1 %, 2 % или 5 % – соответственно время установления обозначают  $T_{0,01}$ ,  $T_{0,02}$ ,  $T_{0,05}$ );
- перерегулирование  $e_{max}$ , как превышение первого выброса над установившимся значением переменной, обычно выражается в процентах от установившегося значения; время нарастания  $T_r$ , то есть интервал времени, в течение которого выходная переменная нарастает от 10 до 90% от своего
- установившегося значения; период затухающих колебаний  $T_c$ , (расстояние между двумя соседними максимумами переходной характеристики).

Кроме того, используются:

- максимум ошибки регулирования:
- $$e_{max} = \max_{0 < t < \infty} |e(t)| \quad (1)$$
- интегрированная абсолютная ошибка (интегральный критерий качества):

$$J = \int_0^{\infty} |e(t)| dt \quad (2)$$

- квадратичный интегральный критерий:

$$J^2 = \int_0^{\infty} e(t)^2 dt \quad (3)$$

- декремент затухания:

$$d = \frac{a}{b} \quad (4)$$

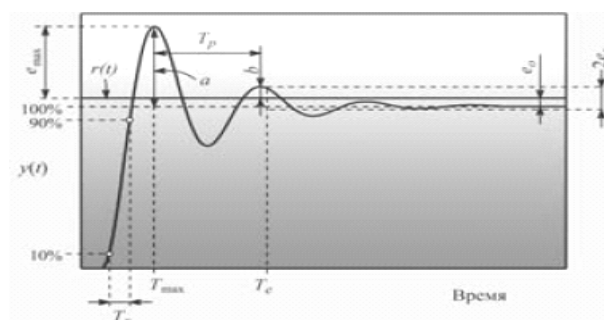


Рис. 1. Переходная характеристика

Стоит отметить, что использование прямых и интегральных оценок качества при расчете регуляторов является наиболее удобным, так не требует использования методов подбора и построения графиков функций, как в случае с использованием частотных критериев. Кроме того, приведенные критерии могут быть применимы как для оценки реакции системы на изменение задающего воздействия, так и на воздействие внешних возмущений и шумов измерений.

Качество системы управления с использованием регуляторов напрямую зависит от точности расчета его параметров. Именно поэтому при определении проектировании и расчете систем автоматического контроля следует уделить отдельное внимание способу вычисления настроек устройств регулирования [1].

Впервые методику расчета параметров регуляторов предложили Зиглер и Никольс еще в 1942 году. В настоящее время для устройств и систем регулирования существует множество более точных методов определения параметров. Рассмотрим и проанализируем некоторые из них.

Все аналитические методы настройки регуляторов основаны на аппроксимации динамики объекта моделью первого или второго порядка с учетом соответствующей задержки. Причиной этого является громоздкость, а иногда и невозможность, аналитического решения полученной системы уравнений. Именно поэтому данные методы являются мало применимыми к использованию с моделями более высокого порядка.

В последние годы в связи с появлением контроллеров и персональных компьютеров получили распространение численные методы оптимизации, которые являются гибким инструментом для оптимальной настройки параметров регулятора для моделей любой сложности и легко учитывают нелинейности объекта управления и требования к системе в целом.

Многие исследователи систем регулирования считают, что расчет параметров по формулам не может дать оптимальной настройки регулятора, поскольку полученные математические результаты основываются на упрощенных моделях объектов [2]. В частности, в них не учитывается всегда присутствующая нелинейность, а значит, определяемые параметры содержат некоторой погрешностью. Поэтому после расчета настроек регулятора требуется сделать его подстройку.

Подстройку, обычно, выполняют на основе правил, полученных из эксплуатационного опы-

та работы данного типа регуляторов, теоретического анализа и численных экспериментов. Они сводятся к следующему:

увеличение пропорционального коэффициента увеличивает быстродействие, но снижает запас устойчивости;

- с уменьшением интегральной составляющей, ошибка регулирования с течением времени уменьшается быстрее;

- уменьшение постоянной интегрирования уменьшает запас устойчивости;

- увеличение дифференциальной составляющей увеличивает запас устойчивости и быстродействие.

Применение правил, возможно только после предварительной настройки регулятора по формулам. Это связано с тем, что попытки настроить регулятор, без начального приближенного расчета коэффициентов, могут быть безуспешными [2].

Таким образом, сформулированные правила подстройки регуляторов справедливы только в окрестности оптимальных настроек. В противном случае, эффекты от изменения параметров могут быть негативными.

Рассматривая численные методы оптимизации для настройки параметров регуляторов, в частности ПИД-регулятора, необходимо отметить простату определения начальной функции. А именно, выбирается критерий минимизации, которым может быть один из показателей качества (критерии качества во временной области или частотные критерии качества) или комплексный критерий, составленный из нескольких показателей, далее к критерию добавляются ограничения, накладываемые требованиями процесса.

Таким путем получается критериальная функция, строго зависящая от параметров регулятора. Дальнейшее применение численных методов минимизации критериальной функции и позволяет определить искомые настройки регулятора [3].

Методы численной оптимизации имеют следующие достоинства:

- получение оптимальных значений параметров, не требующих подстройки;

- не требуют упрощения модели объекта;

- позволяют избежать процедуры подстройки параметров.

Однако главным недостатком данного подхода является длительность процесса поиска минимума, который являются предметом мно-



гих научных исследований в области автоматизации.

Современное направление развития регуляторов связано с разработкой методов, позволяющих снизить затраты человеческого труда при настройке и обслуживании, то есть включить в систему возможности автоматической настройки и адаптации.

Несмотря на то, что многие методы разработки адаптивных регуляторов, используемых в настоящее время, были предложены еще в 60-х годах XX века [3], в промышленных контроллерах адаптивная техника начала использоваться только с середины 80-х. Что связано с технической сложностью реализации адаптивных алгоритмов на элементной базе, которая существовала до появления микроконтроллеров.

Настройка современных цифровых регуляторов может выполняться вручную или автоматически. Автоматическая настройка может выполняться полностью автоматически или по требованию, когда человек является инициатором. Полностью автоматическая настройка срабатывает при наступлении заранее заданного условия (например, при изменении нагрузки; при изменении внешних воздействий) или в установленный момент времени.

Автоматическая настройка, инициируемая без участия человека, называется адаптацией. Иногда термин «адаптация» трактуют более широко, как приспособление регулятора к реальному объекту на стадии ввода системы в эксплуатацию [4].

Все виды автоматической настройки используют три принципиальных этапа: идентификация, расчёт параметров, оптимизация настроек регулятора.

Оптимизация настройки, включающая в себя введение параметров с последующей их коррекцией (подстройкой), необходима, так как методы расчета параметров регулятора не учитывают нелинейности объекта, а идентификация объекта выполняется с некоторым упрощением.

Подстройка регулятора может быть поисковой (без идентификации объекта, путем поиска оптимальных параметров) и беспойсковой (с идентификацией). Поисковая идентификация базируется обычно на правилах настройки регуляторов, рассмотренных выше, или на итерационных методах поиска минимума критериальной функции.

Важно подчеркнуть, что, несмотря на наличие автоматической подстройки, контроллер

может и не дать требуемого качества регулирования по причинам, не зависящим от качества заложенных в него алгоритмов [4]. Например, объект управления может быть плохо спроектирован (существуют зависимые контуры регулирования; высокий порядок объекта); датчики могут иметь плохой контакт с объектом; уровень помех в канале измерения выше допустимого; высокая инерционность источника входного воздействия. Именно поэтому, прежде чем начинать автоматическую настройку, нужно убедиться в отсутствии перечисленных проблем. Например, если вследствие износа механической системы появился непредусмотренный проектом гистерезис и система перейдет в режиме колебаний, подстройка регулятора может не дать желаемого результата, пока не устранена причина проблемы. Структурная схема самонастраивающейся системы приведена на рис. 2.

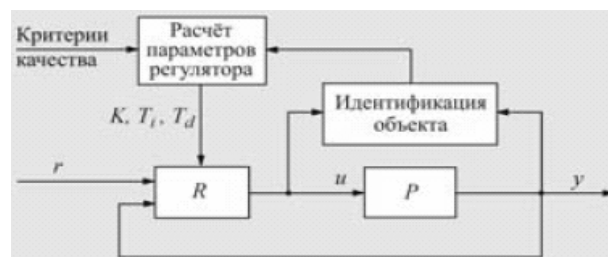


Рис. 2. Структура системы с автоматической настройкой: R – регулятор; P – объект регулирования;  $K_0, T_i, T_d$  – изменяемые настройки регулятора;  $r$  – задаваемое воздействие (уставка);  $u$  – входной параметр объекта регулирования;  $y$  – выходная величина

Основным этапом автоматической настройки и адаптации является идентификация модели объекта, которая выполняется в автоматическом режиме. Процесс идентификации объекта управления является принципиально важным, так как внезапное изменение свойств и параметров объекта могут привести к сбоям в системе регулирования. Именно поэтому для выполнения качественного регулирования, в том числе после автоматической настройки ПИД-регулятора, необходимы знания о динамическом поведении объекта управления.

В теории автоматического управления, идентификацией принято называть процесс получения математического описания объекта на основе выходных сигналов, при заданном или изменяемом входном воздействии.

Идентификация может быть структурной, когда ищется структура математической модели объекта, или параметрической, когда для известной структуры находят величины парамет-

ров, входящих в дифференциальные уравнения описываемой модели. Результатом идентификации является импульсная или переходная функция объекта, а также соответствующие им фазовые и частотные характеристики. Полученные результаты могут быть непосредственно использованы для определения параметров регулятора [5].

На сегодняшний день, теория расчета и настройки регуляторов хорошо развита для линейных объектов управления. Однако практически все реальные объекты имеют нелинейность вида: «ограничение управляющего воздействия», которое может быть связано: с ограниченной мощностью нагревателя при регулировании тепловых процессов; с ограничением площади сечения клапана; с ограничением скорости потока жидкости и т. п.

Модели, применяемые для нелинейных процессов и при повышенных требованиях к качеству регулирования, являются более сложными, и разрабатываются с индивидуальной структурой, основываясь на физике технологических процессов, протекающих в объекте управления, что, несомненно, является предметом отдельного рассмотрения и исследования.

Стоит отметить, что метод аппроксимации применим для многих технологических процессов, изменяющихся во времени (рис. 3). Полученные таким образом параметры управления: постоянная времени ( $T$ ) и величина задержки ( $L$ ), в довольно точно отражают параметры объекта [5].

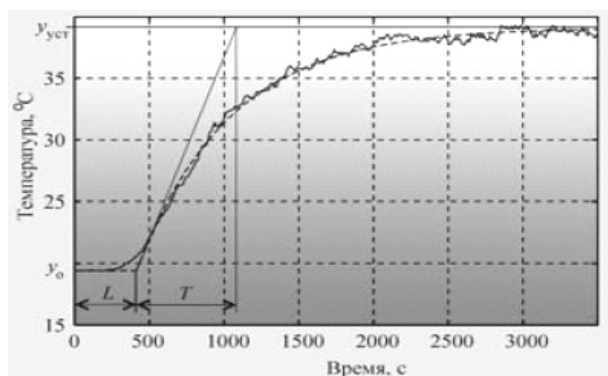


Рис. 3. Аппроксимация динамической системы

Подводя итог, стоит отметить, что структура регулятора, согласно теории автоматического управления, выбирается исходя из модели технологического объекта. При этом более сложным объектам управления соответствуют более сложные математические модели, что де-

лает невозможным простой аналитический расчет параметров регулятора на основании параметров модели. Для сложных моделей качество регулирования ограничивается не точностью модели, а возможностями самого регулятора.

Таким образом, с учетом того, что выбор критериев качества регулирования должен исходить из смысла решаемой задачи управления, при определении параметров настройки регулятора необходимо учитывать реакцию системы не только на изменение задающего воздействия (уставки), но и на внешние возмущения.

Автоматическая настройка и возможность адаптации регулирующих устройств, на сегодняшний день, являются наиболее актуальными задачами управления при построении современных систем регулирования. Несмотря на достаточное количество конструктивных решений, проблемы связанные с качеством настройки регуляторов остаются нерешенными. Причиной тому служат влияние нелинейностей объекта управления и трудноустраняемые внешние возмущения, возникающие в процессе идентификации [5].

На этом фоне, ручная настройка (без накопленного эксплуатационного опыта) и правила подстройки параметров отходят на второй план, так как не позволяют обеспечить желаемое качество системы в течении длительного промежутка времени.

Методы автоматической настройки с применением компьютерной техники, временно включенной в контур регулирования, позволяют не только ускорить расчеты настроек регуляторов, но и производить вычисление подстроечных параметров в динамическом режиме, что немало важно для проведения и исследования длительных технологических. Благодаря большой мощности процессоров и отсутствию ограничений на объем информации, поступающей в вычислительные программы связанные с цифровыми регуляторами, адаптивные программно-цифровые системы и системы с автоматической настройкой являются наиболее эффективными средствами построения современных систем управления технологическими процессами в химической промышленности.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Ким, Д. П. Теория автоматического управления. В 2 т. Т. 1. Линейные системы / Д. П. Ким. — М.: Физматлит, 2003. — 288 с.
2. Ефитов, Г. Л. АСУТП на химическом предприятии / Г. Л. Ефитов, С. Б. Артемьев. — М.: Химия, 1990. — 159 с.

3. Ключев, А. С. Синтез быстродействующих регуляторов для объектов с запаздыванием / А. С. Ключев. В. С. Карпов. – М. : Энергоатомиздат, 1990. – 175 с.

4. Специальные разделы теории управления. Оптимальное управление динамическими системами. / Ю. Ю. Громов [ и др.]. – Тамбов : ТГТУ, 2004. – 330 с.

5. Денисенко, В.В. ПИД-регуляторы: принципы построения и модификации / В. В. Денисенко // Современные технологии автоматизации. – 2006. – № 4. – С. 66 – 74.

5. Денисенко, В.В. ПИД-регуляторы: принципы построения и модификации / В. В. Денисенко // Современные технологии автоматизации. – 2006. – № 4. – С. 66 – 74.

УДК 535.135:542.47

*С. О. Zubovich*

**СИММЕТРИЧНОЕ ТЕЧЕНИЕ ТЯЖЕЛОЙ ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЙ СРЕДЫ ШВЕДОВА-БИНГАМА В ЗАЗОРЕ ВРАЩАЮЩИХСЯ ВАЛКОВ**

**Волжский политехнический институт (филиал)  
Волгоградского государственного технического университета**

Составлена математическая модель процесса течения вязкопластической среды Шведова-Бингама в зазоре вращающихся валков, учитывающая влияние гравитационных сил. Течение материала сверху вниз. Вальцевание симметричное. Перерабатываемый материал прилипает к поверхности валков. Реологические свойства среды не зависят от температуры. Найдены функции тока жидкости. Для валка единичной длины найдены интегральные параметры: сила трения, величина распорного усилия, технологическая мощность процесса. Обнаружен эффект разряжения на выходе из валков.

*Ключевые слова:* нестационарное течение, тяжелая вязкая жидкость, вертикальный зазор, вращающиеся валки.

*S. O. Zubovich*

**THE SYMMETRIC FLOW OF HEAVY VISCOUSLY PLASTIC SHVEDOV-BINGAM'S MEDIUMS IN THE GAP OF ROTATING ROLLS**

**The Volghsky polytechnical institute (branch)  
of the Volgograd state technical university**

The mathematical model of process viscous plastic Shvedov-Bingam medium in the gap of rotating rolls, taking into account effect of gravity forces is made. The material flow from above to downwards. Roll milling is symmetric. The manufactured material adheres to a surface of rolls. Rheological behavior of medium do not depend on temperature. Functions of liquid's flow are found. For the roll simple length integrated parameters are found: frictional force, size of a separating force, technological power of process. The effect of uncompression on escaping of rolls detected.

*Keywords:* a non-steady-state flow, a heavy viscous fluid, the vertical positive allowance, twirled rolls.

Задача связана с течением маловязкой жидкой среды, подчиняющейся закону Шведова-Бингама, в зазоре вращающихся с одинаковой угловой скоростью валков. Подробный обзор работ, посвященных течению вязкопластических жидкостей в валковом зазоре, дан в работах [1–4].

Цель работы – построение математической модели и определение основных характеристик течения вязкопластической среды Шведова-Бингама в зазоре вращающихся валков с учетом сил собственного веса жидкости.

Схема течения и система координат представлены на рис. 1. Начало декартовой системы координат помещено в середине сечения минимального зазора. Ось  $y$  направлена горизонтально, ось  $x$  – вертикально вниз. Уровень жидкости  $x = x_0$  постоянен. Объемный расход жидкости  $G$ . Окружная скорость валков  $V$ , их радиус  $R$ . Минимальный зазор между валками  $2H_0$ ,

а текущий  $2h$ . Текущая толщина квазитвердого ядра  $2h_0$ . Полагаем, что валки имеют достаточ-

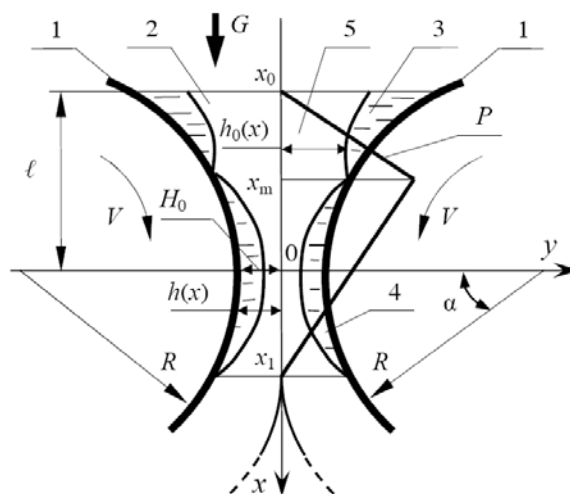


Рис. 1. Схема течения вязкопластической среды в вертикальном межвалковом зазоре:  
1 – валки; 2 – жидкость; 3, 4 – первая (противотока) и вторая (прямотока) зоны градиентного течения; 5 – квазитвердое ядро

ную длину, пренебрегая тем самым течением материала вдоль валков (задача квазиплоская). Окружные скорости валков одинаковы (задача симметричная), но малы и силы инерции не учитываем. Физические свойства жидкости не зависят от температуры и давления. Величина минимального межвалкового зазора мала по сравнению с радиусом кривизны валков ( $2H_0 \ll R$ ). Давление изменяется по длине зоны течения ( $\partial p / \partial y = 0$ ). Среда описывается реологической моделью Шведова-Бингама ( $\tau = \tau_0 + \eta(\partial v_x / \partial y)$ ). Направление течения сверху-вниз.

С учетом принятых допущений течение описывается системой дифференциальных уравнений движения (включая гравитационный член), неразрывности и реологического состояния:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \rho g, \quad G = 2 \int_0^h v_x dy, \quad (1)$$

$$\begin{cases} \gamma = 0, & |\tau_{xy}| < \tau_0, \\ \tau_{xy} = s\tau_0 + \eta\gamma, & |\tau_{xy}| \geq \tau_0, \end{cases}$$

где  $\gamma = \partial v_x / \partial y$  – скорость сдвига,  $\rho$  – плотность среды,  $g$  – ускорение свободного падения,  $G$  – расход жидкости,  $v_x$  – продольная компонента скорости.

По характеру изменения градиента давления и скорости в зонах пластического течения всю область течения можно разбить на две зоны (см. рис. 1):

В первой  $x_0 < x < x_m$  градиент давления положителен ( $dp/dx > 0$ ). При этом в зоне вязкопластического течения ( $h_0 < y < h$ ) осевая скорость квазитвердого ядра меньше окружной скорости поверхности валков ( $\partial v_x / \partial y > 0$ ). Условно назовем ее зоной противотока.

Во второй  $x_m < x < x_1$  градиент давления отрицателен ( $dp/dx < 0$ ). В зоне вязкопластического течения ( $h_0 < y < h$ ) скорость квазитвердого ядра превышает скорость валков ( $\partial v_x / \partial y < 0$ ). Назовем ее зоной прямотока.

На стыке зон ( $x = x_m, h_0 = h$ ) осевая скорость квазитвердого ядра равна окружной скорости валков ( $v_x = V$ ), а эпюра давления в общем случае ( $\tau_0 \neq 0$ ) имеет излом ( $dp/dx|_{x=x_m-0} \neq dp/dx|_{x=x_m+0}$ ). В выходном сечении  $x = x_1$  квазитвердое ядро соприкасается с поверхностями валков ( $h_0 = h$ ) и осевая скорость однородна по сечению ( $v_x = V$ ). На входе ( $x = x_0$ ) и выходе ( $x = x_1$ ) давление равно атмосферному и без снижения общности полагаем  $p = 0$ .

В произвольном поперечном сечении должно выполняться граничное условие прилипания среды к поверхности валка, а также условие текучести Генки-Мизеса и непрерывности скорости на границе квазитвердого ядра.

Таким образом, уравнения (1) следует дополнить следующими граничными условиями:

входное сечение

$$x = x_0, p = 0, \quad (2)$$

первая зона (противотока)

$$x_0 < x < x_m:$$

условие прилипания

$$y = h, v_x = V, \quad (3)$$

на границе ядра

$$y = h_0, \gamma = 0, |\tau_{xy}| = \tau_0, v_x = v_0, \quad (4)$$

стык зон

$$x = x_m, v_x = V, h_0 = h, \quad (5)$$

вторая зона (прямотока)

$$x_m < x < x_1:$$

условие прилипания

$$y = h, v_x = V, \quad (6)$$

на границе ядра

$$y = h_0, \gamma = 0, |\tau_{xy}| = \tau_0, v_x = v_0, \quad (7)$$

выходное сечение

$$x = x_1, p = 0, v_x = V, |\tau_{xy(y=h)}| = \tau_0, \quad (8)$$

условие симметричности

$$x_0 < x < x_1, y = 0, \gamma = 0, \tau_{xy} = 0. \quad (9)$$

В результате решения задачи получены следующие выражения. Распределение скорости в зонах градиентного течения:

$$v_x = \frac{s\tau_0}{\eta} \left( \frac{y^2 - h^2}{2h_0} - y + h \right) + V. \quad (10)$$

Здесь и ниже знак  $s$  указывает на принадлежность выражения к первой ( $s = +1$ ) или второй зоне ( $s = -1$ ).

Осевая скорость квазитвердого ядра  $v_0$  находится из условий (4), (7):

$$v_0 = -\frac{s\tau_0(h_0 - h)^2}{2\eta h_0} + V. \quad (11)$$

Расход жидкости  $G$  в уравнении (1) складывается из осевого расхода квазитвердого ядра и расхода в зонах вязкопластического течения. Выполнив интегрирование с учетом выражений (10) и (11), имеем:

$$G = 2Vh + \frac{s\tau_0}{3\eta h_0}(h - h_0)(h_0^2 + hh_0 - 2h^2). \quad (12)$$

Для удобства дальнейшего анализа математической модели введем безразмерные параметры и переменные:

$$\{\xi, \xi_0, \xi_m, \lambda\} = \frac{\{x, x_0, x_m, x_1\}}{\sqrt{2RH_0}}, \quad St = \frac{\rho g H_0^2}{\eta V},$$

$$q = \frac{G}{VH_0}, \quad S = \frac{\tau_0 H_0}{\eta V},$$

$$La = \frac{\rho H_0^2}{\eta V \sqrt{2RH_0}}, \quad \zeta(\xi) = \frac{h_0(x)}{h(x)}, \quad (13)$$

где  $q$  – безразмерный расход,  $2\zeta$  – безразмерная текущая толщина квазитвердого ядра,  $\eta$  – пластическая вязкость,  $\xi$  – безразмерная переменная Гаскела,  $\xi_0, \xi_m, \lambda$  – безразмерные координаты входа, точки максимума и выхода из зазора,  $\rho$  – плотность жидкости,  $\tau_0$  – предельное напряжение сдвига,  $La, S, St$  – безразмерные числа Лагранжа, Ильюшина, Стокса.

В качестве модельного объекта выбрана валковая сушилка, работающая на ОАО “Волж-

$$\psi = v_0 h_0 + \frac{s\tau_0}{\eta} \left[ \frac{(y^3 - h_0^3)}{6h_0} - \frac{h^2(y - h_0)}{2h_0} - h_0(y - h_0) + h(y - h_0) \right] + V(y - h_0). \quad (17)$$

При определенных условиях организации течения возможно возникновение циркуляции жидкости во входной области. Условие циркуляции жидкости на входе определяется по движению ядра. Применяя условие  $s = +1, y = 0, x = x_0, v_0 < 0$  к выражению (11) и учитывая обозначения (13) получим неравенство, показывающее, что циркуляция имеет место, если для координаты входа выполняется условие:

$$\xi_0^2 > 2S^{-1} [1 - \zeta(\xi_0)]^{-2} - 1. \quad (18)$$

Соответственно, величина, определяемая выражением  $\xi_0^2 = 2S^{-1} [1 - \zeta(\xi_0)]^{-2} - 1$  характеризует координату точки остановки течения.

Для определения функции  $\zeta(\xi)$ , перепишем выражение (12) с учетом переменных (13), (14):

$$q = 2(1 + \xi^2) + sS \frac{(3\zeta - \zeta^3 - 2)}{3\zeta} (1 + \xi^2)^2. \quad (19)$$

Кубическое относительно  $\zeta$  уравнение (19) описывает распределение безразмерной ширины квазитвердого ядра  $\zeta$  по длине зоны течения  $\xi$ .

Соответственно уравнение для давления (1) в безразмерных переменных (13) примет вид:

$$\frac{dLa}{d\xi} = St + \frac{sS}{\zeta(1 + \xi^2)}. \quad (20)$$

ский Оргсинтез” для сушки изобутилового ксантогената калия ( $R = 0,6$  м,  $H_0 = 10^{-3}$  м). Условия течения пасты следующие:  $n = 4$  об/мин;  $\tau_0 = 4$  Па;  $\eta = 0,026$  Па·с;  $\rho = 965$  кг/м<sup>3</sup>. При этом  $V = 0,251$  м/с;  $Re = 0,007$ ;  $S = 0,306$ ;  $St = 0,362$ . Следовательно, в уравнении сохранения импульса в (1) необходимо учитывать силы собственного веса и можно игнорировать силы инерции.

Для поверхности валка принимаем параболическое приближение [5]:

$$h = H_0(1 + \xi^2). \quad (14)$$

Для анализа поля скоростей можно использовать функцию тока, определяемую соотношениями  $v_x = \partial\psi/\partial y, v_y = \partial\psi/\partial x$ .

В области квазитвердого ядра ( $y < h_0$ ) функция тока, с учетом условия  $y = 0, \psi = 0$ :

$$\psi = v_0 y. \quad (15)$$

На границе ядра ( $y = h_0$ ) функция тока:

$$\psi = v_0 h_0. \quad (16)$$

В зонах градиентного течения ( $y > h_0$ ), с учетом условия  $y = h_0, \psi = v_0 h_0$ :

В выходном сечении  $\xi = \lambda, \zeta = 1$  и в соответствии с выражением (19)  $q = 2(1 + \lambda^2)$ , а из уравнения (20) следует граничное значение градиента давления  $dLa/d\xi = St - S/(1 + \lambda^2)$ . С другой стороны, в сечении  $\xi = \xi_m$  квазитвердое ядро также касается поверхностей валков ( $\zeta = 1$ ) и согласно (11) скорость ядра  $v_0 = V$ . При этом для расхода из (19) имеем  $q = 2(1 + \xi_m^2)$ . Сопоставляя выражения расхода в сечениях  $\xi = \lambda$  и  $\xi = \xi_m$ , получим  $\xi_m = -\lambda$ . Зона прямотока симметрична относительно сечения минимального зазора.

Решение уравнений (19), (20) с учетом граничного условия (8) и равенства  $s = -\text{sign}(\xi + \lambda)$  можно представить в интегральной форме:

$$La = St(\xi - \lambda) - S \int_{\lambda}^{\xi} \frac{\text{sign}(\xi + \lambda)}{\zeta(1 + \xi^2)} d\xi,$$

$$\zeta = 2r \cos\left(\frac{\pi + \varphi}{3}\right), \quad \varphi = \arccos\left(\frac{1}{r^3}\right),$$

$$r = \sqrt{|\beta|}, \quad \beta = -1 - \frac{2|\lambda^2 - \xi^2|}{S(1 + \xi^2)^2}. \quad (21)$$

Здесь функция  $\zeta(\xi)$ , как решение кубического уравнения (19), найдена для отрицательного

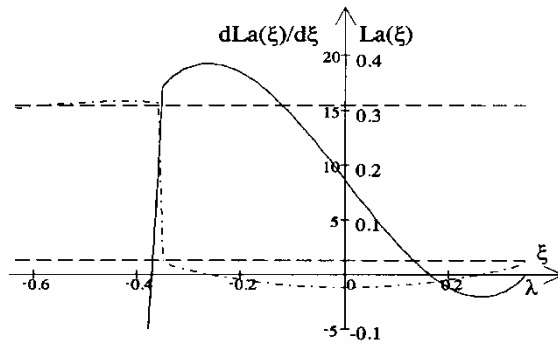


Рис. 2. Распределения градиента давления  $dLa/d\xi$  (штрихпунктирная линия) и безразмерного давления  $La$  (сплошная) по длине зоны течения при  $St = 8.309$ . Штриховые линии – функции  $St \pm B$

значения дискриминанта (он всегда отрицателен). Координата входного сечения  $\xi_0$  определяется из интегрального уравнения (21) с учетом условия (2).

Течение вязкопластической жидкости возможно если градиент давления отвечает одному из условий:  $dLa/d\xi > +B$  на интервале  $\xi_0 < \xi < -\lambda$ ,  $dLa/d\xi < -B$  на интервале  $-\lambda < \xi < \lambda$ . Если  $|dLa/d\xi| < B$ , то  $\zeta = 1$ , квазитвердое ядро занимает весь зазор и течение не возможно. В сечении  $\xi = -\lambda$  функция  $dLa/d\xi$  терпит разрыв, а эпюра давления имеет излом. В случае вязкой жидкости  $S = 0$  и  $B = 0$  излом эпюры давления (или скачок градиента давления) отсутствует. В выходном сечении  $\xi = \lambda$  градиент давления не равен нулю и используется условие остановки течения вязкопластической жидкости  $dLa/d\xi = -B$ . На участке  $|\xi| < \lambda$  функция  $dLa/d\xi$  симметрична относительно вертикальной линии  $\xi = 0$ .

При незначительном влиянии сил собственного веса  $St < B$ . Распределение давления качественно мало отличается от первого случая: на участке  $\xi_0 < \xi < -\lambda$ ,  $dLa/d\xi \geq St + B$ , а на участке  $|\xi| < \lambda$ ,  $dLa/d\xi \leq St - B$ .

Схема для случая  $St > B$  показана на рис. 2. Видно, что на участке  $|\xi| < \lambda$ , функция  $La$  имеет два экстремума, расположенных симметрично относительно сечения минимального зазора  $\xi = 0$ . Причем, минимум в окрестности  $\xi = \lambda$  предполагает разрежение  $La < 0$ . В ньютоновском случае ( $S = 0$ ) или без учета силы тяжести ( $St = 0$ ) отмеченный эффект исчезает. Максимум давления из точки  $\xi = -\lambda$  смещается к выходному сечению.

При значительном влиянии сил тяжести градиент давления на всем участке течения положителен и граничное условие (2) для сечения

входа  $\xi = \xi_0$ ,  $La = 0$  не выполняется. Во всей области течения давление вакуумметрическое. Практически реализовать этот режим можно либо создавая пониженное давление над поверхностью жидкости на входе (при  $\xi = \xi_0$ ), либо создавая избыточное давление на выходе – в сечении  $\xi = \lambda$ . Проявляется наносной эффект валков, обусловленный силами вязкого трения среды, который положен в основу работы, например, валкового экструдера [4], а также имеет место в процессе нанесения покрытия на твердую металлическую ленту [6].

Таким образом, в зависимости от соотношения параметров  $St$ ,  $B = S/(1 + \lambda^2)$  и  $\lambda$  можно выделить три режима валкового течения, условно названные легким ( $St < B$ ), средним ( $B < St < St^*$ ) и тяжелым ( $St > St^*$ ).

Переходу от среднего режима к тяжелому соответствует критическое значение числа Стокса  $St^*$ . Оно определяется из уравнений (20), (21) с учетом условия:  $\xi = 0$ ,  $dLa/d\xi = 0$ .

Анализ может быть распространен и на случай  $St < 0$ , который имел бы место если в схеме рис. 1 направление вращения валков изменить на противоположное, а материал подавать снизу. В частности, следует ожидать смещения координаты максимума давления к области входа.

Математическая модель позволяет определить характерные диапазоны скоростей и напряжений сдвига, необходимые при определении реологических констант. Наименьшее касательное напряжение и скорость сдвига имеют место на оси течения  $y = 0$ ,  $\text{int}(\tau_{xy}) = 0$ ,  $\text{int}(\dot{\gamma}) = 0$ . Соответственно, наибольшее касательное напряжение  $\text{sup}(\tau_{xy})$  и скорость сдвига  $\text{sup}(\dot{\gamma})$  имеют место в точках  $x = 0$ ,  $y = \pm H_0$  (или  $\xi = 0$ ,  $\zeta = \pm h_0/H_0$ ). Используя уравнение состояния из (1), с учетом выражений (13), (14), (20), (21), можем записать:

$$\text{sup}(\dot{\gamma}) = \frac{\tau_0}{\eta} \left( \frac{1}{\zeta^*} - 1 \right), \quad \text{sup}(\tau_{xy}) = \frac{\tau_0}{\zeta^*}, \quad (22)$$

где  $\zeta^*$  определяется согласно уравнению (21).

Для валка единичной длины сила трения  $F$  и распорное усилие  $T$ :

$$F = \int_{x_0}^{x_1} \tau_{xy} \Big|_{y=h} dx = \tau_0 \sqrt{2RH_0} \int_{\xi_0}^{\lambda} \frac{d\xi}{\zeta},$$

$$T = \int_{x_0}^{x_1} P dx =$$

$$= -\frac{2VR\eta}{H_0} \int_{\xi_0}^{\lambda} \left[ St + \frac{S(-\text{sign}(\xi + \lambda))}{(1 + \xi^2)\zeta} \right] \xi d\xi. \quad (23)$$

Технологическая мощность процесса, отнесенная к единице рабочей длины вала, равна  $N=2VF$ .

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Zubovich S.O., Shapovalov V.M. Влияние гравитационных сил на течение среды Шведова-Бингама в валковой сушилке. // Химия и химическая технология. Известия высших учебных заведений. – 2006. – Т.49. – №6. – С. 59-61.
2. Zubovich S.O., Shapovalov V.M. Математическая модель течения тяжелых вязкопластических сред в зазоре вращающихся валков (постановка задачи). // Известия ВолгГТУ (сер. Реология, процессы и аппараты химиче-

ской технологии): межвуз. сб. науч. ст. – №11(37) / ВолгГТУ. – Волгоград, 2007. – С. 37 - 40.

3. Клинков А.С., Соколов М.В., Кочетов В.И. Автоматизированное проектирование валковых машин для переработки полимерных материалов. – М.: Издательство машиностроения - 1, 2005. – С. 5–17.
4. Скробин Ю.Б., Тябин Н.В. Основы расчетов реологических процессов течения полимерных систем в рабочих органах валковых машин. Часть 1. Учебное пособие. Изд-во ВПИ. Волгоград, 1981. – С. 33–59.
5. Мак-Келви Д.М. Переработка полимеров. М.: Химия. 1965. с. 230.
6. Буевич Ю.А., Розенталь О.М. // Инженерно-физич. журн. – 1987. – Т53. – №1. – С. 26-31.

УДК 681.515.8:004УДК 681.515.8:004.032.26

*П. В. Мишта, П. Г. Бызов*

### НЕЙРОННЫЕ СЕТИ. ПЕРСПЕКТИВНОЕ НАПРАВЛЕНИЕ РАЗВИТИЯ РЕГУЛИРУЮЩИХ УСТРОЙСТВ В АСУТП

**Волгоградский государственный технический университет**

В статье рассматриваются возможности применения нейронных систем в структуре регуляторов, используемых в комплексе АСУТП химических и нефтяных производств. Анализируются основные преимущества и недостатки нейросетевых устройств.

*Ключевые слова:* нейронные сети, регулятор, АСУТП в химической промышленности, структурная схема нейронных регулирующих устройств, преимущества и недостатки нейросетевых устройств.

*P. V. Mishta, P. G. Byzov*

### NEURAL NETWORKS. A PERSPECTIVE DIRECTION OF DEVELOPMENT REGULATING DEVICES IN PROCESS CONTROL SYSTEM

**Volgograd state technical university**

This article considers possibilities of application of neural systems in structure of the regulators, which used in industrial complexes of processing control systems in chemical and oil manufactures. Also in this paper, have been analyzed a basic advantages and lacks of neural devices.

*Keywords:* Neural networks, regulator, processing control systems in the chemical industry, block scheme of neural regulating devices, advantages and lacks neural devices.

Согласно теории автоматического управления (ТАУ), регулирование технологическим объектом – это процесс воздействия на него с целью обеспечения требуемого течения процессов в объекте или требуемого изменения состояния. При чем, основой управления является процесс получения и обработки информации о состоянии объекта и внешних условиях его работы, используемый для определения регулирующих воздействий, которые обеспечат требуемое качество управления.

Другими словами, новые подходы к построению автоматизированных систем управления технологическими процессами (АСУТП) позволяют не только расширить сферу приложения систем автоматизации за пределы применимости классической теории, но и стать фундаментом к проектированию абсолютно нового класса устройств регулирования [1].

В настоящий момент, нечеткое управление в системах контроля и регулирования параметры, в промышленном комплексе химических и нефтяных производств, является одной из самых активных и результативных областей исследований применения теории нечетких множеств. Нейронные сети, построенные на основе применения данных алгоритмов управления, оказывается особенно полезным, когда технологические процессы являются слишком сложными для анализа с помощью общепринятых количественных методов, или когда доступные источники информации интерпретируются качественно, то есть неточно или неопределенно.

Нейронные сети используются в регуляторах двумя путями: для построения самого регулятора и для построения блока настройки его коэффициентов. Главной особенностью нейронной сети является способность к «обуче-

нию», что позволяет передать нейронной сети опыт эксперта.

Регулятор с нейронной сетью похож на регулятор с табличным управлением на основе нечеткой теории множеств, однако отличается специальными методами настройки («обучения»), разработанными исключительно для нейронных сетей, а так же методами интерполяции данных.

Стоит отметить, что нечеткая логика и нейронные сети, на которых основаны современные методы нечеткого управления процессами, ближе по духу к человеческому мышлению, чем к традиционным логическим системам. Нечеткая логика, в основном, обеспечивает эффективные средства отображения неопределенностей и неточностей реального технологического процесса, что дает возможность системам управления прогнозировать и взаимодействовать с нелинейными параметрами объектов управления. Таким образом, наличие математических средств отражения и описания нечеткости исходной информации позволяет построить модель любого объекта регулирования наиболее адекватную действительности.

В отличие от нечеткого регулятора, где эксперт должен сформулировать правила настройки в лингвистических переменных, при использовании нейронной сети от эксперта не требуется формулировки правил – достаточно, настройки регулятора в процессе «обучения» нейронной сети [1].

Нейронные сети были предложены в 1943 году Мак-Каллоком и Питтсом как результат изучения нервной деятельности и биологических нейронов. Искусственный нейрон представляет собой функциональный блок с одним выходом  $y$  и  $n$  входами:  $x_1, x_2, \dots, x_n$ , который реализует в общем случае нелинейное преобразование:

$$y = F\left(\sum_{i=1}^n w_i x_i + b\right) \quad (1)$$

где  $x_i$  – входная переменная;  $w_i$  – весовые коэффициенты при входных переменных;  $b$  – постоянное смещение;  $F$  – функция активации нейрона.

Нейронная сеть состоит из множества связанных между собой нейронов, количество связей может составлять тысячи. Пример построения нейросетевых структур представлен на рис. 1.

Благодаря нелинейности функций активации и большому количеству настраиваемых коэффициентов нейронная сеть может выполнять

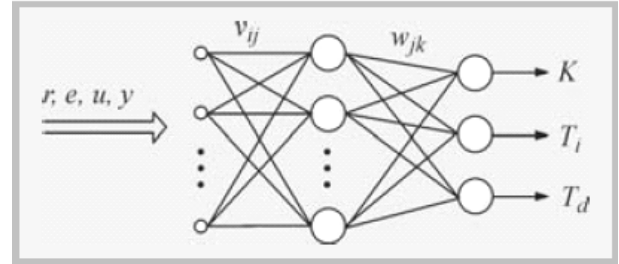


Рис. 1. Структура нейронной сети в блоке настройки регулятора:

$r$  – задающее воздействие;  $e$  – ошибка регулирования;  $u$  – управляющее воздействие в системе;  $y$  – выходная величина (поступает в блок через обратную связь);  $w_{jk}$  и  $v_{ij}$  – весовые коэффициенты при входных переменных;  $K, T_i, T_d$  – параметры регулятора

достаточно точно нелинейное отображение множества входных сигналов во множество выходных [2]. Типовая структура системы автоматического управления (САУ) с регулятором и нейронной сетью в качестве блока автоматической настройки показана на рис. 2.

В данной структуре нейронная сеть NN играет роль функционального преобразователя, который для каждого набора сигналов  $\{r, e, u, y\}$  подбирает параметры настроек регулятора:  $K, T_i, T_d$ .

Несомненно, самой сложной частью в проектировании регуляторов с нейронной сетью является процедура «обучения» сети. Так называемая «процедура обучения» заключается в идентификации неизвестных параметров нейронов:  $v_i, w_i$  и  $b$ . Для этой цели используют методы градиентного поиска минимума критериальной функции  $\varepsilon(u) = (u^* - u)^2$ , строго зависящей от параметров нейронов.

Процесс поиска является итерационным, на каждой итерации находят все коэффициенты сети, сначала для выходного слоя нейронов, затем предыдущего и так до первого слоя (метод обратного распространения ошибки) [2]. Используются также другие методы поиска минимума, в том числе генетические алгоритмы, ме-

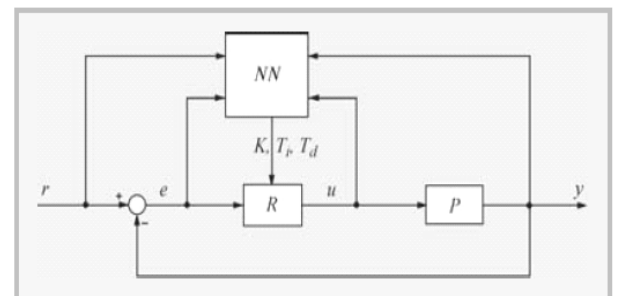


Рис. 2. Структура САУ с блоком автоматической настройки на основе нейронных сетей:

NN – блок автоматической настройки; R – регулятор; P – объект управления



год моделирования отжига, метод наименьших квадратов.

Процесс, так называемого «обучения нейронной сети», схематично представлен на рис. 3. Разработчику системы (эксперту – аналитику) предоставляют возможность подстраивать параметры регулятора  $K$ ,  $T_i$ ,  $T_d$  в замкнутой системе автоматического регулирования при различных входных воздействиях  $r(t)$ .

Временные диаграммы переменных  $r^*$ ,  $e^*$ ,  $u^*$ ,  $y^*$ , полученные в подстраиваемой экспертом системе (рис. 3, а), записываются в архив и затем подаются на нейронную сеть, подключенную к регулятору (рис. 3, б).

Нейронная сеть настраивается таким образом, чтобы минимизировать погрешность  $\varepsilon(u) = (u^* - u)^2$  между сигналом  $u^*$ , полученным с участием эксперта, и сигналом  $u$ , полученным в процессе «обучения» нейронной сети.

После выполнения процедуры «обучения» параметры нейронной сети заносятся в блок автоматической настройки. В соответствии с теорией нейронных сетей «обученная» нейронная сеть должна вести себя так же, как и эксперт, причём даже при тех входных воздействиях, которые не были включены в набор сигналов, использованных при «обучении» [3].

Подводя итог, необходимо отметить, что длительность и трудоёмкость процесса «обуче-

ния» является основной преградой на пути широкого использования методов нечеткой логики и нейронных сетей в регуляторах. Кроме того, существенным недостатком нейронных сетей являются невозможность предсказания погрешности регулирования по отношению к воздействиям, которые не входили в набор обучающих сигналов.

Однако, у нейросетевых устройств регулирования имеется ряд преимуществ, которые коренным образом отличают данный класс устройств от традиционных регуляторов. К ним относятся:

- возможность оперировать входными данными, заданными нечетко (например, непрерывно изменяющиеся во времени параметры при решении динамические задачи; значения, которые невозможно задать однозначно, такие как результаты статистических опросов);
- возможность нечеткой формализации критериев оценки и сравнения;
- возможность проведения качественных оценок, как входных данных, так и выводимых результатов (возможность оперирования не только значениями данных, но их степенью достоверности и ее распределением);
- возможность проведения моделирования сложных динамических систем сравнительный анализ систем с заданной степенью точности, оперируя принципами поведения и техническими требованиями.

Кроме того, при использовании нейросетевых устройств, существенно расширяется область технологических задач, которые можно решить с помощью регуляторов, так как применение нейронной сети, определяется не только выбранной моделью управления системой, но и тем, как она обучается.

При работе нейронная сеть принимает значения входных переменных и выдает определенные значения выходных величин, что можно применять в ситуациях, когда уже имеется определенная (известная ранее) информация, и из нее требуется получить некоторые, пока не известные данные [4]. Примерами служат: прогнозирование наступления события (изменение параметров с течением времени) и анализ полученной информации; создание самообучающихся систем (или классификаторы), для исследования критических ситуаций; контроль параметров и управление нелинейным технологическим процессом;

Исследование и разработка подобных устройств, применительно к химико-технологиче-

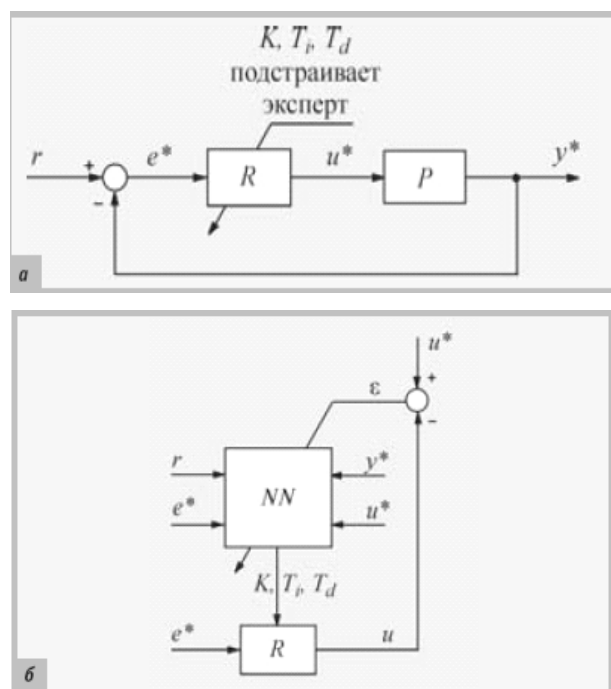


Рис. 3. Структурная схема процесса «обучения» нейронных сетей в блоке автоматической настройки: а – система управления, подстраиваемая экспертом; б – обучаемая нейронная сеть

скому производству, позволит не только снизить затраты труда при наладке систем контроля и управления, но и ускорить процесс настройки устройств регулирования.

Разработка и проектирование регуляторов, построенных на основе нейронных сетей, является одним из перспективных направлений развития современной теории автоматического управления [4]. На основе полученных результатов, могут быть модифицированы уже существующие и построены абсолютно новые устройства регулирования, внедрение которых в комплекс АСУТП нефтяных и химических производств, существенно повысит качество управления технологическим процессом, а значит и эффективность производства.

Способность принимать рациональные решения в обстановке неполной информации является наиболее поразительным свойством че-

ловеческого интеллекта. Именно поэтому, построение моделей приближенных рассуждений и использование их в цифровых системах управления представляет, на сегодняшний день, одну из важнейших проблем науки.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Егупов, Н. Д. Методы робастного, нейро-нечёткого и адаптивного управления: Учебник / Н. Д. Егупов. – 2-е изд. – М. : МГТУ им. Баумана, 2002. – 744 с.
2. Усков, А. А. Интеллектуальные технологии управления. Искусственные нейронные сети и нечеткая логика / А. А. Усков, А. В. Кузьмин. – М. : Горячая линия – Телеком, 2004. – 143 с.
3. Круглов, В. В. Нечеткая логика и искусственные нейронные сети / В. В. Круглов, М. И. Дли, Р. Ю. Годунов. – М. : Физматлит, 2001. — 224 с.
4. Ротштейн, А. П. Интеллектуальные технологии идентификации: нечеткая логика, генетические алгоритмы, нейронные сети / А. П. Ротштейн. – Винница : УНИВЕРСУМ-Винница, 1999. – 320 с.

УДК 535.135:542.47

*С. О. Zubovich*

### АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ СИММЕТРИЧНОГО ТЕЧЕНИЯ ТЯЖЕЛОЙ ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЙ СРЕДЫ ГЕРШЕЛЯ-БАЛКЛИ В ЗАЗОРЕ ВРАЩАЮЩИХСЯ ВАЛКОВ

Волжский политехнический институт (филиал)  
Волгоградского государственного технического университета

Составлена математическая модель процесса симметричного течения вязкопластической среды Гершеля-Балкли в зазоре вращающихся валков, учитывающая влияние гравитационных сил. Течение материала сверху вниз. Перерабатываемый материал прилипает к поверхности валков. Реологические свойства среды не зависят от температуры. Найдены функции тока жидкости. Для валка единичной длины найдены интегральные параметры: сила трения, величина распорного усилия, технологическая мощность процесса. Обнаружен эффект разряжения на выходе из валков. Проведен анализ модели.

*Ключевые слова:* нестационарное течение, тяжелая вязкая жидкость, вертикальный зазор.

*S. O. Zubovich*

### THE ANALYSIS OF SYMMETRIC FLOW OF HEAVY VISCOUSLY PLASTIC HERSHEY-BALKLEY'S MEDIUMS IN THE GAP OF ROTATING ROLLS

The Volgshy polytechnical institute (branch) of the Volgograd state technical university

The mathematical model of process viscous plastic Shvedov-Bingham medium in the gap of rotating rolls, taking into account effect of gravity forces is made. The material flow from above to downwards. Roll milling is symmetric. The manufactured material adheres to a surface of rolls. Rheological behavior of medium do not depend on temperature. Functions of liquid's flow are found. For the roll simple length integrated parameters are found: frictional force, size of a separating force, technological power of process. The effect of uncompression on escaping of rolls detected. The model study is carried out.

*Keywords:* a non-steady-state flow, a heavy viscous fluid, the vertical positive allowance, twirled rolls.

Рассматривается процесс течения высоконаполненной суспензии, подчиняющейся закону Гершеля-Балкли, в зазоре встречно вращающихся валков. Частным случаем является течение вязкопластической жидкости Шведова-Бингама. Подробный обзор работ, посвящен-

ных течению вязкопластических жидкостей в валковом зазоре, дан в работах [1–2].

Цель работы – анализ влияния реологических свойств и гравитационных сил на характер течения вязкопластической среды Гершеля-Балкли в зазоре вращающихся валков с учетом

сил собственного веса жидкости. Остаются в силе схема течения, система координат, все обозначения, а также все допущения, принятые при решении задачи валкового течения вязкопластической среды Шведова-Бингама [3]. Однако среда описывается реологической моделью Гершеля-Балкли ( $\tau = \tau_0 + \eta(\partial v_x / \partial y)^m$ ).

Течение описывается системой дифференциальных уравнений движения (включая гравитационный член), неразрывности и реологического состояния:

$$\frac{dp}{dx} = \frac{\partial \tau_{xy}}{\partial y} + \rho g, \quad G = 2 \int_0^h v_x dy, \quad (1)$$

$$\begin{cases} \gamma = 0, & |\tau_{xy}| < \tau_0, \\ \tau_{xy} = s\tau_0 + \eta|\gamma|^{m-1}\gamma, & |\tau_{xy}| \geq \tau_0, \end{cases}$$

где  $\gamma = \partial v_x / \partial y$  – скорость сдвига,  $\rho$  – плотность среды,  $g$  – ускорение свободного падения,  $G$  – расход жидкости,  $v_x$  – продольная компонента скорости,  $m$  – степенной коэффициент.

Уравнения (1) следует дополнить следующими граничными условиями:

входное сечение

$$x = x_0, p = 0, \quad (2)$$

первая зона (противотока)

$$x_0 < x < x_m:$$

условие прилипания

$$y = h, v_x = V, \quad (3)$$

на границе ядра

$$y = h_0, \gamma = 0, |\tau_{xy}| = \tau_0, v_x = v_0, \quad (4)$$

стык зон

$$x = x_m, v_x = V, h_0 = h, \quad (5)$$

вторая зона (прямотока)

$$x_m < x < x_1:$$

условие прилипания

$$y = h, v_x = V, \quad (6)$$

на границе ядра

$$y = h_0, \gamma = 0, |\tau_{xy}| = \tau_0, v_x = v_0, \quad (7)$$

выходное сечение

$$x = x_1, p = 0, v_x = V, |\tau_{xy(y=h)}| = \tau_0, \quad (8)$$

условие симметричности

$$x_0 < x < x_1, y = 0, \gamma = 0, \tau_{xy} = 0. \quad (9)$$

В результате решения задачи получены следующие выражения. Распределение скоро-

сти в зонах градиентного течения:

$$v_x = V + \frac{sm}{m+1} \left( \frac{\tau_0}{\eta} \right)^{\frac{1}{m}} h_0 \left[ \left( \frac{y}{h_0} - 1 \right)^{\frac{1}{m+1}} - \left( \frac{h}{h_0} - 1 \right)^{\frac{1}{m+1}} \right]. \quad (10)$$

Здесь и ниже знак  $s$  указывает на принадлежность выражения к первой ( $s = +1$ ) или второй зоне ( $s = -1$ ).

Осевая скорость квазитвердого ядра  $v_0$  находится из условий (4), (7):

$$v_0 = V - \frac{sm}{m+1} h_0 \left( \frac{\tau_0}{\eta} \right)^{\frac{1}{m}} \left( \frac{h}{h_0} - 1 \right)^{\frac{1}{m+1}}. \quad (11)$$

Расход жидкости  $G$  в уравнении (1) складывается из осевого расхода квазитвердого ядра и расхода в зонах вязкопластического течения. Выполнив интегрирование с учетом выражений (10) и (11), имеем:

$$G = 2Vh - 2smh_0 \left( \frac{\tau_0}{\eta} \right)^{\frac{1}{m}} \left( \frac{h}{h_0} - 1 \right)^{\frac{1}{m+1}} \frac{(h_0 m + h m + h)}{(m+1)(2m+1)}. \quad (12)$$

Для удобства дальнейшего анализа математической модели введем безразмерные параметры и переменные:

$$\{\xi, \xi_0, \xi_m, \lambda\} = \left\{ \frac{x, x_0, x_m, x_1}{\sqrt{2RH_0}} \right\}, \quad St = \frac{\rho g H_0}{\eta} \left( \frac{H_0}{V} \right)^m,$$

$$q = \frac{G}{VH_0}, \quad S = \frac{H_0}{V} \left( \frac{\tau_0}{\eta} \right)^{\frac{1}{m}},$$

$$La = \frac{\rho H_0}{\eta \sqrt{2RH_0}} \left( \frac{H_0}{V} \right)^m, \quad \zeta(\xi) = \frac{h_0(x)}{h(x)},$$

$$h(x) = H_0(1 + \xi^2). \quad (13)$$

В качестве модельного объекта выбрана валковая сушилка, работающая на ОАО “Волжский Оргсинтез” для сушки изобутилового ксантогената калия ( $R = 0,6$  м,  $H_0 = 10^{-3}$  м). Условия течения пасты следующие:  $n = 4$  об/мин;  $\tau_0 = 4$  Па;  $\eta = 0,026$  Па·с;  $\rho = 965$  кг/м<sup>3</sup>. При этом  $V = 0,251$  м/с;  $Re = 0,007$ ;  $S = 0,306$ ;  $St = 0,362$ . Следовательно, в уравнении сохранения импульса в (1) необходимо учитывать силы собственного веса и можно игнорировать силы инерции.

Функция тока для модели Гершеля-Балкли определяется по методике, применяемой для модели Шведова-Бингама.

В области квазитвердого ядра ( $y < h_0$ ) функция тока, имеет вид:

$$\psi = \nu_0 y. \quad (14)$$

На границе ядра ( $y = h_0$ ) функция тока:

$$\psi = \nu_0 h_0 + V(h - h_0) + \frac{smh_0}{m+1} \left(\frac{\tau_0}{\eta}\right)^{\frac{1}{m}} \left[ h_0 \frac{m}{2m+1} \left(\frac{y}{h_0} - 1\right)^{\frac{1}{m}+2} - \left(\frac{h}{h_0} - 1\right)^{\frac{1}{m}+1} (y - h_0) \right]. \quad (16)$$

Циркуляция жидкости на входе имеет место при условии:

$$V - \frac{mh_0}{m+1} \left(\frac{\tau_0}{\eta}\right)^{\frac{1}{m}} \left(\frac{h}{h_0} - 1\right)^{\frac{1}{m}+1} \Big|_{x=x_0} < 0. \quad (17)$$

Для определения функции  $\zeta(\xi)$ , перепишем выражение (12) с учетом переменных (13):

$$q = 2(1 + \xi^2) - 2sm\zeta S(1 + \xi^2)^2 \left(\frac{1}{\zeta} - 1\right)^{\frac{1}{m}+1} \frac{(\zeta m + m + 1)}{(m+1)(2m+1)}. \quad (18)$$

Соответственно уравнение для давления (1) в безразмерных переменных (13) примет вид:

$$\frac{dLa}{d\xi} = St + \frac{sS^m}{\zeta(1 + \xi^2)}. \quad (19)$$

Из совместного решения уравнений (18) и (19) следует, что зона прямотока симметрична относительно сечения минимального зазора ( $\xi_m = -\lambda$ ).

При подстановке в уравнения (10)–(19) коэффициента  $m = 1$ , получим результаты, идентичные случаю валкового течения среды Шведова-Бингама [3].

Решение уравнений (18), (19) с учетом граничного условия (8) и равенства  $s = -\text{sign}(\xi + \lambda)$  можно представить в интегральной форме:

$$La = St(\xi - \lambda) - S^m \int_{\lambda}^{\xi} \frac{\text{sign}(\xi + \lambda)}{\zeta(\xi)(1 + \xi^2)} d\xi, \quad (20)$$

где  $\zeta(\xi)$ , есть решение уравнения (18).

Решение уравнения (18) ищется с учетом следующего граничного условия: при  $\xi = \lambda$ ,  $\zeta = 1$ , тогда

$$2(1 + \xi^2) - 2sm(1 + \xi^2)^2 \zeta S \left(\frac{1}{\zeta} - 1\right)^{\frac{1}{m}+1} \times \frac{(\zeta m + m + 1)}{(m+1)(2m+1)} - 2(1 + \lambda^2) = 0. \quad (21)$$

Полученное уравнение (21) является трансцендентным и его решение имеет вид  $\zeta = \zeta(S, \lambda, m, \xi)$ . Графический вид решения представлен на рис. 1 (примерные значения степен-

$$\psi = \nu_0 h_0. \quad (15)$$

В зонах градиентного течения ( $y > h_0$ ):

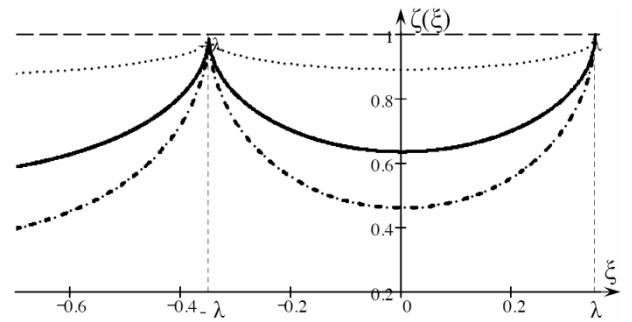


Рис. 1. Распределение безразмерной ширины квазитвердого ядра  $\zeta$  по длине зоны течения  $\xi$  при  $\lambda = 0.35$ :  $m = 1$  (сплошная линия),  $m = 0.6$  (мелкий пунктир),  $m = 1.2$  (штрих-пунктир)

ного коэффициента:  $m \approx 0,6-0,8$  для цемента;  $m \approx 1$  для ксантогената калия,  $m \approx 1,01-1,15$  для мокрого песка).

Для удобства численного анализа перейдем от интегрирования выражения (20) к решению системы дифференциальных уравнений первого порядка для  $La(\xi)$  и  $\zeta(\xi)$  методом Рунге-Кутты. При этом отпадает необходимость искать корень трансцендентного уравнения (18).

Преобразуем уравнение (21), связывающее  $\zeta$  и  $\xi$ :

$$F(\zeta, \xi) = (\xi^2 - \lambda^2) - 2sm(1 + \xi^2)^2 \zeta S \left(\frac{1}{\zeta} - 1\right)^{\frac{1}{m}+1} \frac{(\zeta m + m + 1)}{(m+1)(2m+1)}, \quad (22)$$

и используя правило дифференцирования неявной функции

$$\frac{d\zeta}{d\xi} = - \frac{dF(\zeta, \xi)/d\xi}{dF(\zeta, \xi)/d\zeta}, \quad (23)$$

получаем

$$\frac{d\zeta}{d\xi} = \frac{\xi - 4sm(1 + \xi^2)\zeta S \left(\frac{1}{\zeta} - 1\right)^{\frac{1}{m}+1} \frac{\zeta m + m + 1}{(m+1)(1+2m)} \xi}{s(1 + \xi^2)^2 S \left(\frac{1}{\zeta} - 1\right)^{\frac{1}{m}+1} \frac{2\zeta^2 m^2 + m + 2\zeta m + 1}{(m+1)(1+2m)(\zeta - 1)}} \quad (24)$$

Имеем систему дифференциальных уравнений первого порядка (19) и (24) для функций  $La$  и  $\zeta$ . Ее необходимо дополнить граничным условием:

$$\xi = \lambda, \quad \zeta = 1, \quad La = 0. \quad (25)$$

Расчет ведется методом Рунге–Кутты, от выходного сечения (25) к входному, для которого граничное условие имеет вид:

$$\xi = \xi_0, \quad La = 0. \quad (26)$$

Шаг вычислений по  $\xi$  отрицательный.

Очевидно, что свойства решения сохраняются такими же как для случая валкового течения среды Шведова–Бингама. Изменится лишь вид самих кривых давления. На рис. 2 представлены, в качестве примера, графические зависимости для валкового течения тяжелой вязкопластической среды Гершеля–Балкли при различных значениях степенного показателя  $m$ . Как видно по графической зависимости, степенной показатель  $m$  оказывает незначительное влияние на величину давления в валковом зазоре, а основное влияние – на расход обрабатываемого материала. Значительнее на расход суспензии и величину давления в валковом зазоре влияет толщина наносимого на валки материала (рис. 3).

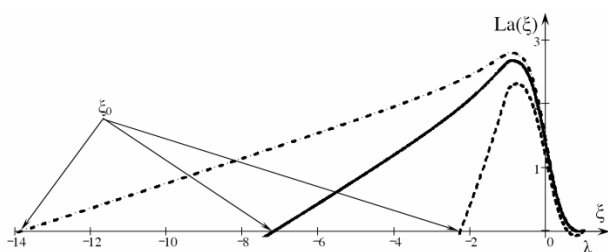


Рис. 2. Вид кривых безразмерного давления в зависимости от степенного коэффициента:  
 $m = 1$  (сплошная линия),  $m = 0,8$  (пунктир),  $m = 1,1$  (штрих-пунктир)

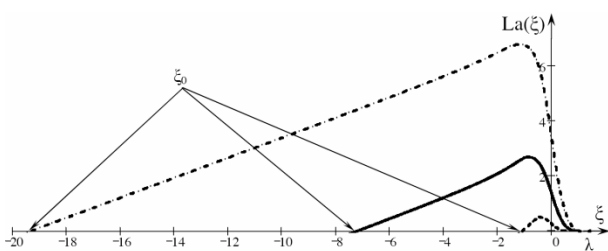


Рис. 3. Вид кривых безразмерного давления в зависимости от координаты выхода:  
 $\lambda = 1$  (сплошная линия),  $\lambda = 0,5$  (пунктир),  $\lambda = 1,5$  (штрих-пунктир)

Границы режимов валкового течения находятся аналогично случаю течения среды Шведова–Бингама [3]. Граница первого режима ( $0 < St < B$ ) представлена в виде  $B = S/(1 + \lambda^2)$ .

Граница второго режима ( $B < St < St^{кр}$ ) – критическое значение числа Стокса  $St^{кр}$ , определяется из уравнений (19), (21) с учетом условия: при  $\xi = 0, dLa/d\xi = 0$ .

Соответственно третий режим наступает при  $St > St^{кр}$ .

Пределы применимости математической модели определяются выражениями:

$$\sup(\gamma) = \left[ \frac{\tau_0}{\eta} \left( \frac{1}{\zeta^*} - 1 \right) \right]^m, \quad \sup(\tau_{xy}) = \frac{\tau_0}{\zeta^*}, \quad (27)$$

где  $\zeta^*$  определяется согласно уравнению (21).

Для валка единичной длины сила трения  $F$  и распорное усилие  $T$ :

$$F = -\tau_0 \sqrt{2RH_0} \int_{\xi_0}^{\lambda} \frac{\text{sign}(\xi + \lambda) d\xi}{\zeta(\xi)},$$

$$T = -2\tau_0 \sqrt{2RH_0} \int_{\xi_0}^{\lambda} \frac{\text{sign}(\xi + \lambda) d\xi}{\zeta(\xi)}. \quad (28)$$

Технологическая мощность процесса, отнесенная к единице рабочей длины валка, равна  $N=2VF$ .

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Зубович С.О., Шаповалов В.М. Математическая модель течения среды Гершеля-Балкли в валковой сушилке с учетом гравитационных сил. // Химия и химическая технология. 2006. – №3. – С. 36 - 41.
2. Зубович С.О., Шаповалов В.М. Математическая модель течения тяжелых вязкопластических сред в зазоре вращающихся валков (постановка задачи). // Известия ВолгГТУ (сер. Реология, процессы и аппараты химической технологии): межвуз. сб. науч. ст. – №11(37) / ВолгГТУ. – Волгоград, 2007. – С. 37 - 40.
3. Зубович С.О., Шаповалов В.М. Влияние гравитационных сил на течение среды Шведова-Бингама в валковой сушилке. // Химия и химическая технология. Известия высших учебных заведений. – 2006. – Т.49. – №6. – С. 59-61.

УДК 658.52.011.56

*П. В. Мишта, П. Г. Бызов***ПРИМЕНЕНИЕ СИСТЕМ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРИ РАЗРАБОТКЕ АСУТП****Волгоградский государственный технический университет**

Статья посвящена роли систем моделирования на стадии проектирования АСУТП в химической промышленности. Рассматриваются вопросы перспективного развития и эффективного использования САПР при проектировании производств на примере системы инженерного расчета и анализа данных HYSYS.

*Ключевые слова:* АСУТП, моделирование технологических процессов в химической промышленности, системы инженерного расчета и анализа данных, САЕ-система AspenTech HYSYS.

*P. V. Mishta, P. G. Byzov***APPLICATION OF MODELLING SYSTEMS BY WORKING OUT OF PROCESS CONTROL SYSTEM****Volgograd state technical university**

Article is devoted a role of modelling systems of on a design stage of industrial processing control systems in chemical industry. Questions of perspective development and effective use in automated layout systems are considered at stage of engineering of manufactures, on an example of system of engineering calculation and the analysis of data, named HYSYS.

*Keywords:* Processing control systems, modelling of technological processes in the chemical industry, systems of engineering calculation and data analyzing, CAE-system AspenTech HYSYS.

На сегодняшний день, системам комплексной автоматизации и управления технологическими процессами уделяется значительное внимание в науке и производстве. При разработке и проектировании технологических комплексов в химической промышленности, где протекают крайне сложные реакционные, массообменные и термодинамические процессы, к системам автоматического контроля и управления предъявляются повышенные требования, относительно надежности и качества регулирования [1].

В химической промышленности, автоматизированные системы управления технологическими процессами (АСУ ТП) представляют собой комплексы программно-технических средств, предназначенных не только для управления технологическим оборудованием, но и формирования единого информационного пространства на предприятии.

Иными словами, АСУ ТП не просто обеспечивает автоматизацию основных технологических операций на производстве, с помощью отдельных систем управления (САУ), но и обеспечивает сбор, подготовку и передачу данных, для решения различных производственных задач, наиболее важными из которых являются планово-экономические проблемы и расчеты, а также вопросы технической модернизации.

На этом фоне, использование процессов моделирования, на уровне проектирования АСУ ТП, является немало важным условием создания качественных систем контроля и регулирования технологическими процессами [1]. Ис-

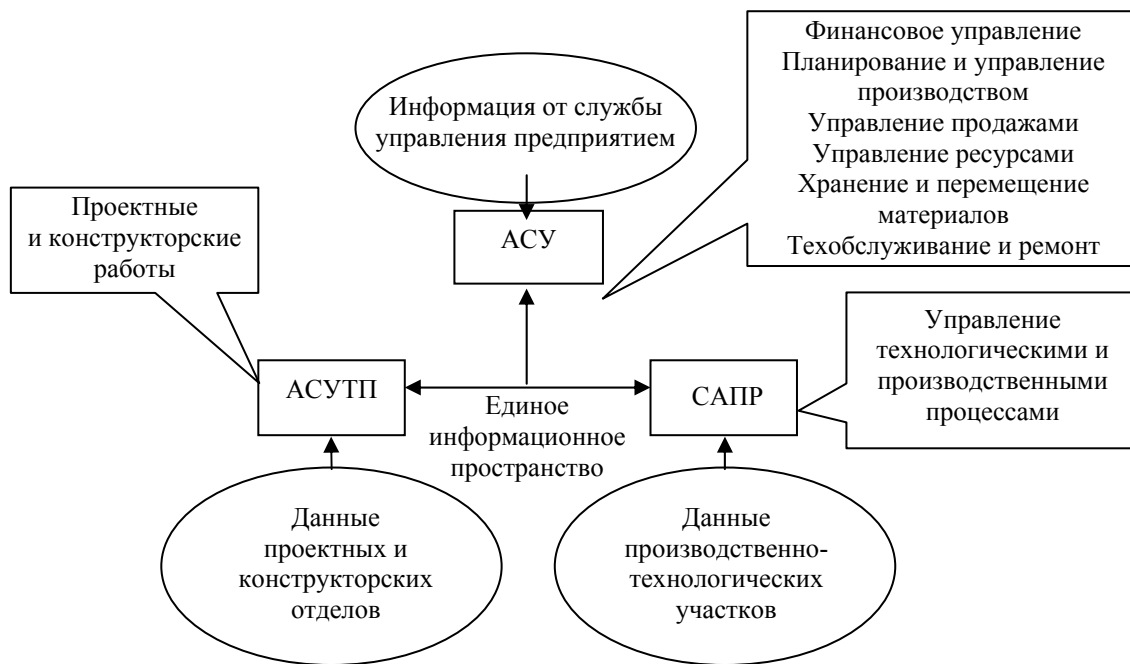
пользованием современной компьютерной техники, при наличии соответствующих программных продуктов, не только позволяет упростить и ускорить процесс моделирования, но заранее произвести расчеты необходимых технических параметров.

Система автоматизированного проектирования (САПР) являются главным инструментом при моделировании АСУ ТП. Подобные системы представляют собой программы, предназначенные для разработки технологических устройств и процессов. Современные САПР, включают:

- CAD – системы (от англ. «Computer-Aided Design») (программные пакеты, предназначенные для создания чертежей, конструкторской документации, а также трехмерных моделей);
- CAM – системы (от англ. «Computer-aided manufacturing») (системы подготовки технологического процесса производства);
- CAE – системы (от англ. «Computer-aided engineering») (программы для проведения инженерных расчетов и анализа данных).

Стоит отметить, что различные виды систем автоматизированного проектирования могут быть взаимосвязаны, что дает не только возможность более детального построения компьютерных моделей технологических объектов, но и позволяет учитывать влияния различных внешних факторов

Структурная схема взаимодействия САПР и других систем разработки проектируемого производства представлена на рисунке.



Структурная схема взаимодействия автоматизированных систем при разработке промышленного производства

Современные системы автоматизации инженерных расчетов (CAE) являются наиболее перспективным направлением развития систем моделирования технологических процессов в химической промышленности.

CAE-системы – это разнообразные программные продукты, позволяющие при помощи расчетных методов (метод конечных элементов, метод конечных разностей, метод конечных объемов) оценить, как поведет себя компьютерная модель химико-технологического процесса в реальных условиях эксплуатации. Как правило, подобные системы могут быть интегрированы в вычислительный пакет CAD – программ, что позволяет повысить эффективность и ускорить процессы моделирования промышленного производства [2].

В Российской промышленности наиболее широкое применение получили следующие инженерные системы компьютерного моделирования:

PRO II, LS-DYNA, HYSYS и UniSim. Перечисленные программы, на основе встроенных инструментов, позволяют разработчику систем управления исследовать различные технологические объекты с учетом широкого спектра изменяемых внешних и внутренних параметров.

Среди разнообразных программных продуктов, система автоматизации инженерных расчетов HYSYS компании-разработчика AspenTech, является наиболее популярной.

CAE – система HYSYS предназначена для расчета стационарных и динамических режимов работы технологических устройств и аппаратов, преимущественно применяемых, в химической и нефтяной промышленности.

Встроенные пакеты расчета свойств моделируемых объектов, позволяют HYSYS обеспечивать надежные результаты при исследовании параметров смесей углеводородов и не углеводородных сред, применяемых в нефтехимической и химической промышленности [2].

Точность и достоверность применяемых вычислительных алгоритмов, была обеспечена благодаря компании NiproTech, специалисты которой обработали и проанализировали экспериментальные данные, на основе которых и были построены базы данных HYSYS, содержащие более 1500 компонент и более 16 тысяч бинарных коэффициентов [3].

Наряду со стандартными встроенными пакетами свойств, пользователь имеет возможность для расчета конкретного свойства обратиться к специальному «табличному» пакету, который может дать более точные результаты в конкретном узком диапазоне, или создать свой собственный специализированный пакет свойств, который легко встраивается в HYSYS с помощью технологии ActiveX.

Программа компьютерного моделирования HYSYS соответствует передовым технологиям программирования. В расчетную систему вклю-

чено, основанное на стандарте Microsoft COM (Component Object Model), программное приложение COMThermo, представляющее собой инструмент термодинамических расчетов. Пакет состоит из отдельных компонент, что позволяет разрабатывать независимые и расширяемые модули расчета термодинамики. По существу, пакет работает как термодинамический сервер, что позволяет пользователю применять, добавлять или удалять любой из его компонентов [3].

С точки зрения моделирования АСУТП, программа HYSYS имеет принципиальное практическое значение, так как позволяет исследовать технологические модели в стационарном и динамическом режимах, используя одну и ту же термодинамическую основу. Таким образом, одни и те же объекты можно рассчитывать последовательно с разной степенью детализации и точности, что представляет собой принципиально новое слово в моделировании технологических процессов и систем управления.

Целый ряд существенных компонент программы HYSYS, делают ее мощным инструментом моделирования стационарных режимов работы технологических схем [4]. Прежде всего, сюда относятся весьма обширный список моделируемых технологических операций и большое количество методов расчета фазового равновесия и свойств, что позволяет надежно рассчитывать широкий класс технологических объектов.

Ключевым моментом программы является наличие событийно ориентированного принципа работы. Постоянный анализ числа степеней свободы исследуемой функциональной схемы или технологического объекта позволяет программе определять порядок проведения вычислений полностью автоматически [4]. При чем, полученные результаты исследования, сразу же передаются по всей исследуемой схеме.

Таким образом, САЕ – программа HYSYS позволяет начать расчет функционально-технологической схемы производства с любого места, используя имеющуюся информацию в максимальной степени. Результаты расчета становятся доступными немедленно, включая информацию о том, как проходил сам расчет. Пользователь сразу же может ознакомиться с полученными результатами, с учетом требуемой степени детализации.

Кроме того, стоит отметить, что программа HYSYS ориентирована для работы с 32-разряд-

ными операционными системами, среди которых Windows NT/2000/XP, и поддерживает стандарты OLE и XML, что позволяет данной системе взаимодействовать с другими программами, поддерживающими перечисленные стандарты [5].

Современные системы автоматизированного проектирования содержат множество операций, которые могут быть использованы для моделирования как функционально-технологических схем, так и отдельно исследуемых производственных процессов, устройств и аппаратов, применяемых в химическом и нефтяном производстве.

В настоящее время, системы инженерного расчета, или САЕ – системы, по праву занимают лидирующее положение среди прочих видов систем проектирования, так как могут служить не только связующим звеном между САД и САМ – системами, но и стать единой платформой для создания новых пакетов программ, объединяющих функции различных САПР приложений

Подводя итог, стоит отметить, что методы компьютерной разработки и проектирования, построенные на основе технической информации и экспериментальных данных, сочетают в себе достоинства практических и теоретических расчетов исследований. К тому же, значительным преимуществом систем моделирования является и то, что компьютерные программы позволяют создавать объекты любой сложности. При чем, степень точности рассматриваемой модели (насколько разработанная модель соответствует реальному объекту исследования), будет зависеть как от функций, представленных программой моделирования, так и от опыта работы проектировщика.

Моделирование технологических процессов, на стадии разработки АСУ ТП в нефтяной и химической промышленности, является незаменимым инструментом проектирования. Современные программы автоматизированного расчета отличаются разнообразием предложенных моделей расчета, функций и свойств. Однако, программа HYSYS имеет важную особенность, которая открывает новые возможности для систем моделирования. И этим качеством является концепция анализа степеней свободы в исследуемой системе. Планирование последовательности расчета операций, основанное на данном методе, делает вычисления в программе HYSYS весьма гибкими, а значит



при проектировании, в большинстве случаев, нет необходимости задавать информацию в определенном порядке или задавать заранее.

Моделирование производственных процессов с использованием программно-технических средств является эффективным и удобным способом исследования и описания технологических объектов, на стадии разработки и проектирования комплексов АСУТП. Такой подход к построению автоматизированных систем управления позволяет проанализировать исходные данные и текущую информацию, получаемую от различных служб и отделов промышленного предприятия, а так же дает возможность рассчитывать наиболее оптимальные параметры ведения процесса и прогнозировать критические и аварийные условия производства.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Федоров, Ю. Н. Справочник инженера по АСУТП: Проектирование и разработка / Ю. Н. Федоров – М.: Инфра – Инженерия, 2008. – 928 с.
2. Автоматизация предприятия: вчера, сегодня, завтра [Электронный ресурс]. — [2009]. — Режим доступа : <http://www.ingener.info/pages-page-18-3.html>
3. Калашников, О. В. Вопросы адекватности теплофизической базы программных систем HYSYS, PRO-II и ГАЗКОНДНЕФТЬ / О. В. Калашников, Ю. В. Иванов, С. В. Будняк // Экотехнологии и ресурсосбережение. – 2005. – № 4. – С. 70-74.
4. Герасимов, В. А. Опыты автоатизации процессов проектирования в ОАО «Криогенмаш» / В. А. Герасимов, О. С. Каминский // САПР и графика. – 2005. – № 6. – С. 110-114.
5. AspenTech: Optimizing Process Manufacturing [Электронный ресурс]. – [2009]. – Режим доступа : <http://www.aspentech.com/>

УДК(532.135.533.17): 532.5

*О. А. Залипаева, В. Л. Аристов, Ю. В. Аристова*

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ПОЛЯ СКОРОСТЕЙ ПРИ СТЕСНЕННОМ ВСПЛЫТИИ ПУЗЫРЕЙ

Волгоградский государственный технический университет

Разработана программа и методика расчета для определения поля скоростей и давлений при стесненном всплытии пузырей. Полученные решения рекомендуется использовать при расчете массообменных аппаратов.

*Ключевые слова:* поле скоростей, газожидкостные среды, стесненное всплытие.

*O. A. Zalipaeva, V. L. Aristov, Y. V. Aristova*

### DETERMINATION OF VELOCITY FIELD IN STRAINED POPUP BUBBLE

Volgograd State Technical University

A program and method of calculation to determine the velocity and pressure fields in a bind surfacing bubbles. The solutions recommended for use in the calculation of mass transfer apparatus.

*Key words:* a field of velocities, fluid mediums, constrained emersion.

При проведении технологических расчетов массообменных аппаратов в настоящее время используется ряд прикладных программ. В тоже время, сложность формализации характеристик газо-жидкостных сред ограничивает построение обобщенных моделей. Предлагается программа, описывающая движение газовых включений в жидкости при ламинарном режиме течения. Для описания турбулентных течений, к которым можно отнести режим неразвитой турбулентности, называемый переходным, имеется достаточно большое количество теорий, например теория Прандтля–Кармана, статическая теория и прочие. Решение одних и тех же задач с использованием различных теорий турбулентности может привести к неоднозначным результатам. В этом смысле использование эмпирико-теоретических теорий турбулентности для определения интегральных пара-

метров течений является наиболее обоснованным.

Для ламинарных течений вязкой жидкости без учета вторичных эффектов, связанных с влиянием поверхностного натяжения, адгезионных свойств, образования вихрей, в настоящее время применяются достаточно надежно апробированные уравнения Навье–Стокса, Кирхгофа–Фурье и Фика. В этом смысле математическая постановка задачи процессов, протекающих при ламинарном течении жидкости может быть корректно сформулирована и удастся учесть целый ряд факторов, которые не могут быть достаточно надежно определены при переходном и турбулентном течении вследствие отсутствия экспериментальных и теоретических данных. Среди таких факторов при пузырьковом режиме барботирования следует назвать влияние стесненного движения пузырей

газа и появляющуюся циркуляцию жидкости в объеме. Как правило, задача о ламинарном течении решается численным методом и такой подход положен в основу математической модели процесса течения жидкости и массопереноса при движении пузырей.

Рассматривается физическая картина течения отдельных пузырей газа при диспергировании жидкости. Пузыри круглые, что достаточно обосновано влиянием поверхностного натяжения при незначительных размерах пузырей газа. При пузырьковом режиме образования газожидкостного слоя визуально обнаружено, что в неподвижной жидкости с достаточно высокой вязкостью пузыри совершают прямолинейное движение снизу вверх, образуя вертикальные чередующиеся ряды пузырей. Для формулировки задачи вокруг каждой частицы удаётся выделить равноценный объем, в центре которого находится пузырь газа. Стесненный характер движения пузырей определяется величиной объема жидкости и диаметром пузыря газа. При увеличении диаметра пузыря газа и уменьшении расстояния между ними естественный характер движения конгломерата пузырей оказывается все более выраженным.

Течение жидкости описывается уравнениями Навье-Стокса. Разработана программа и методика расчета поля скоростей и давлений для стоксовского приближения без учета сил инерции.

Пузырь рассматривается как твердое тело, что несколько снижает значения величин компонент поля скоростей при обтекании его жидкостью, однако для малых размеров пузыря, его шарообразной формы и высоком влиянии сил поверхностного натяжения, что наблюдается при ламинарном обтекании пузырей и капель, это допущение не приводит к существенным искажениям результатов расчета. Другие

граничные условия вытекают из условия равноценности и симметрии течения относительно границ объема. Для ламинарного режима течение внутри объема будет осесимметричным, поэтому рассматривается только часть объема вокруг пузыря газа и граничные условия вытекают из естественных условий прилипания к поверхности пузыря и симметрии течения относительно оси и поверхности раздела объемов. Рассматриваемые уравнения удобнее представить в безразмерной форме, для этой цели вводятся безразмерные переменные.

Таким образом, окончательная формулировка математической модели процесса обтекания пузыря жидкостью включает в себя определение поля безразмерных компонент скорости и безразмерного давления при заданных граничных условиях. Данная постановка содержит необходимое и достаточное количество уравнений, граничных условий к ним и является корректной.

Разработана программа и методика расчета поля скоростей и давлений для стоксовского приближения без учета сил инерции. Следует отметить, что имеющиеся методики определения сил инерции с использованием метода итераций при численном расчете и определения сил инерции по значениям скоростей на предыдущих итерациях могут быть легко учтены в описываемой программе. Однако это приводит к существенному увеличению времени сходимости итераций.

В результате решения приведенной системы уравнений получены графические зависимости, описывающие процесс стесненного обтекания пузырей газа. Полученные решения используются для расчета коэффициента массопередачи при расчете ректификационных, абсорбционных и других массообменных аппаратов.

УДК 681.515.8:004.827

*П. В. Мишта, П. Г. Бызов, Е. В. Васильева***НЕЧЕТКАЯ ЛОГИКА – СОВРЕМЕННЫЙ ПУТЬ РАЗВИТИЯ ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ****Волгоградский государственный технический университет**

В статье рассматриваются особенности применения нечеткой логики в структуре регуляторов, используемых в комплексе АСУТП химических производств. Представлены основные методы проектирования и настройки параметров. Анализируются преимущества и недостатки использования устройств управления, разработанных на основе методов теории нечетких множеств, в промышленности.

*Ключевые слова:* нечеткая логика, регулятор, АСУТП в химической промышленности, методы проектирования, настройка параметров, структурная схема регулирующих устройств, преимущества и недостатки применения устройств на основе нечеткой логики.

*P. V. Mishta, P. G. Byzov, H. V. Vasileva***THE FUZZY LOGIC - A MODERN WAY OF DEVELOPMENT OF THE THEORY OF MANAGEMENT****Volgograd state technical university**

This article considers features of application fuzzy logic in structure of the regulators, which used in industrial complexes of processing control systems in chemical manufactures. Also in this paper, have been presented basic methods of designing and settings, and have been analyzed advantages and lacks of use control devices, which based on the basis of indistinct set theory methods, in industry.

*Keywords:* Indistinct logic, regulator, processing control systems in the chemical industry, designing methods, adjustment of parameters, block scheme of regulating devices, advantages and lacks of use control devices, which based on the basis of indistinct logic.

При решении многих задач управления производством в комплексе автоматизированных систем, применяемых в химической промышленности, возникает необходимость приближенного задания параметров и условий, определяющих протекание технологических процессов. Проблемы и вопросы принятия решений в «нестрогих» условиях, в настоящее время, занимают особое место в науке и, в частности, теории автоматического управления.

Традиционные методы оптимизации представляют собой совокупность способов, помогающих, при использовании регуляторов и цифровых вычислительных устройств, эффективно принимать решения при известных и фиксированных параметрах. Но в тех случаях, когда основные параметры процесса оказываются неопределенными, применение стандартной методики не позволяет достичь требуемого результата.

Подход к решению задач управления на основе теории нечетких множеств является альтернативой общепринятым количественным методам анализа систем. Качественное отличие нового подхода, состоит в том, что в теории автоматического управления появляется эффективный способ описания сложных технологических процессов, не поддающихся точному математическому анализу.

Нечеткая логика («fuzzy logic») или управление на основе методов теории нечетких мно-

жеств используется при недостаточном знании об объекте управления или наличии опыта управления им [1]. Поэтому в нелинейных системах, описание которых слишком трудоемко, использование опыта экспертов-технологов является желательным, а в некоторых случаях и необходимым. Примером может быть доменная печь или ректификационная колонна, математическая модель которых содержит много эмпирических коэффициентов, изменяющихся в широком диапазоне.

Поскольку информация, полученная от оператора, выражена, как правило, словесно или в форме данных журналов контроля, требующих дополнительной обработки и анализа, то для ее использования в описании модели процесса применяют лингвистические переменные и аппарат теории нечетких множеств, который был разработан Л. Заде в 1965 году [1].

Основная идея этой теории состоит в следующем: если в классической теории множеств, некоторый элемент принадлежит множеству или нет, то в теории нечетких множеств вводится понятие функции принадлежности, которая характеризует степень принадлежности этого элемента конкретному множеству. Функция принадлежности определяется, как вероятность того, что данный элемент принадлежит множеству [1], однако такая интерпретация, хотя и является для инженеров более понятной,

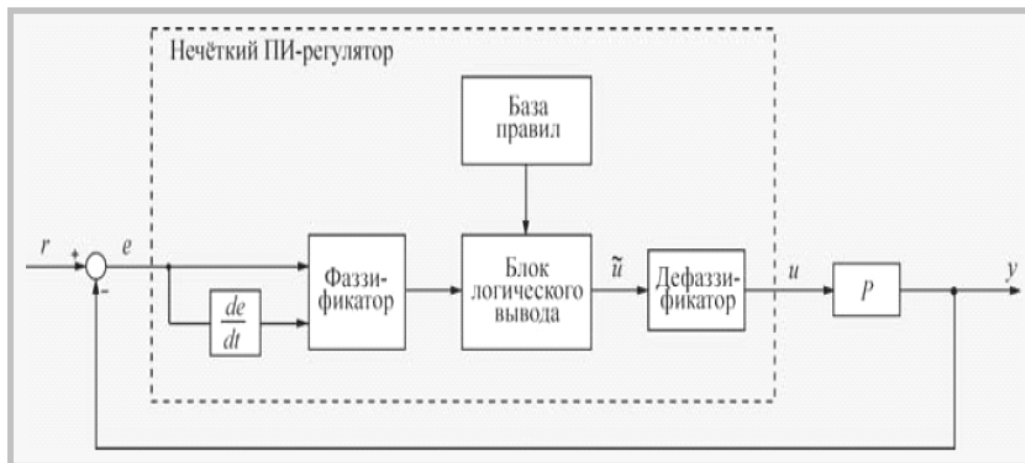


Рис. 1. Структура нечеткого ПИ регулятора:

$r$  – задающее воздействие;  $e$  – ошибка регулирования;  $\tilde{u}$  – сигнал управления в форме нечеткой логики;  $u$  – управляющее воздействие в системе;  $y$  – выходная величина (поступает в блок через обратную связь);  $P$  – объект управления

но не является математически строгой, поскольку существующая теория нечетких множеств не оперирует понятием вероятности.

В 1974 году Мамдани показал возможность применения идей нечеткой логики для построения системы управления динамическим объектом, а годом позже вышла публикация, в которой описывался нечеткий ПИ-регулятор и его применение для управления парогенератором [1]. С тех пор область применения подобных устройств увеличивается, также как и разнообразие их структур и выполняемых функций.

В настоящее время, регуляторы с нечеткой логикой используются во многих системах управления, применяемых для наведения телекамер при трансляции спортивных событий; в системах кондиционирования воздуха, при управлении подачей технологического сырья и продуктов; для автоматического управления электродвигателями, а так же во многих других системах.

Нечеткая логика в регуляторах используется преимущественно двумя путями: для построения самого регулятора или для организации подстройки коэффициентов. Рассмотрим структуру нечеткого пропорционально-интегрального регулятора, представленного на рис. 1. На вход системы регулирования поступает ошибка ( $e$ ), которая используется для вычисления производной по времени ( $de/dt$ ). Обе величины сначала подвергаются преобразованию в нечеткие переменные (блок фаззификации или фаззификатор), а затем уже в виде нечетких переменных используются в блоке нечеткого логического вывода для получения управляющего

воздействия на объект управления [2]. Полученный сигнал регулирования ( $\tilde{u}$ ), после выполнения операции дефаззификации (обратного преобразования нечетких переменных в четкие), поступает на выход регулятора в виде требуемого управляющего воздействия ( $u$ ).

Таким образом, для применения методов нечеткой логики, прежде всего, необходимо преобразовать обычные четкие переменные в нечеткие. Общая схема процесса фаззификации представлена на рис. 2.

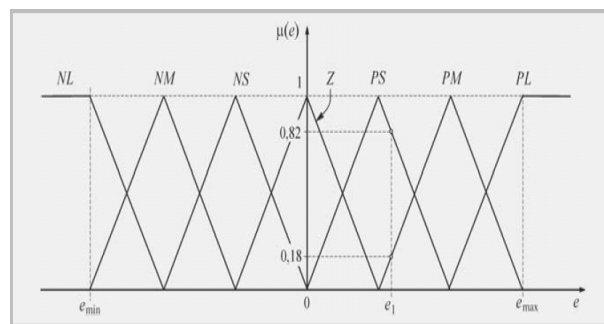


Рис. 2. Получение нечетких переменных: NL, NM, NS, Z, PS, PM, PL – множества;  $e$  – изменяемая величина;  $\mu(e)$  – степень принадлежности множеству

Диапазон изменения переменной  $e$  разбивается на множества: NL, NM, NS, Z, PS, PM, PL, в пределах каждого из которых, строится функция принадлежности переменной каждому из множеств:  $\mu(e)$ . На представленном рисунке, функции принадлежности имеют треугольную (наиболее распространенную) форму, хотя в общем случае они могут быть любыми, и зависят от решаемой задачи. Количество множеств также может быть произвольным, но подчиняется общепринятой системе обозначений: N –

отрицательный (Negative), Z – нулевой (Zero), P – положительный (Positive); к этим обозначениям добавляют признаки множества: S (Small – малый), M (Medium – средний), L (Large – большой). Например, NL – отрицательный большой, NM – отрицательный средний, PL – положительный большой.

Количество переменных так же может быть любым, но с увеличением их числа существенно возрастают требования к опыту эксперта, который должен сформулировать правила для всех комбинаций входных переменных.

Если величина ошибки  $e$  на входе нечеткого регулятора равна  $e_1$ , то соответствующее значение нечеткой переменной будет равно PS со степенью принадлежности подмножеству, равной  $\mu(e_1) = 0,82$  или будет равно PM со степенью принадлежности  $\mu(e_1) = 0,18$ . Степень принадлежности ошибки  $e_1$  другим множествам (Z, PL, NS и т.д.) соответственно равна нулю.

Таким образом, величина ошибки  $e_1$  оказалась преобразованной в нечеткие переменные. Для выполнения функции регулирования над нечеткими переменными должны быть выполнены операции, построенные на основании высказываний оператора (эксперта), сформулированных в виде нечетких правил. Совокупность правил и нечетких переменных используется для осуществления нечеткого логического вывода, результатом которого является определение управляющего воздействия на объект управления [2].

Нечеткий вывод выполняется следующим образом. Предположим, что область изменения ошибки  $e$  разделена на множества N, Z, P, область изменения управляющего воздействия – на множества NL, NM, Z, PM, PL и что с помощью эксперта удалось сформулировать следующие правила работы регулятора (табл. 1).

Используя данные правила, можно получить значение управляющей переменной  $\tilde{u}$  на выходе нечеткого регулятора. Для этого определяют функцию принадлежности переменной множеству, образованному при выполнении операций

Таблица 1

Представление нечетких правил в табличной форме

		de/dt		
		P	Z	N
e	N	Z	NM	NL
	Z	PM	Z	NM
	P	PL	PM	Z

вывода над множествами, входящими в систему [2].

Главным недостатком регуляторов, основанных на правилах нечеткой логики, является сложность определения данной функции принадлежности. В этом смысле сама теория нечетких множеств тоже является нечеткой. К примеру, в литературе приводится более 10 способов различных определений функции принадлежности для пересечения множеств, но не сказано, какое из них нужно выбрать для решения конкретной задачи. Поэтому при решении используют более понятную операцию нахождения функций принадлежности множеств, аналогично правилами теории вероятности [3].

В определенной степени упростить нахождение функции принадлежности, позволяет запись, результирующей функции управляющего воздействия  $\tilde{u}$ , которая предстает в виде объединения функций принадлежности различных подмножеств:

$$\mu(\tilde{u}) = \max \left\{ \mu_{P1}(\tilde{u}), \mu_{P2}(\tilde{u}), \dots, \mu_{Pn}(\tilde{u}) \right\} \quad (1)$$

Теперь, когда получена результирующая функция принадлежности управляющего воздействия, возникает вопрос, какое конкретно значение управляющего воздействия нужно выбрать.

Если использовать вероятностную интерпретацию теории нечетких множеств, то становится понятно, что такое значение можно получить по аналогии с математическим ожиданием управляющего воздействия в виде:

$$u = \frac{\int_{u_{\min}}^{u_{\max}} u \mu(\tilde{u}) d\tilde{u}}{\int_{u_{\min}}^{u_{\max}} \mu(\tilde{u}) d\tilde{u}} \quad (2)$$

Представленный способ дефаззификации является наиболее распространенным, но не единственным. Еще одним методом получения управляющего воздействия, с помощью элементов нечеткой логики, является автоматическая коррекция параметров регулятор с помощью фаззи-блоков.

Настройка регулятора по формулам обычно не является оптимальной и может быть улучшена с помощью дальнейшей подстройки. Подстройка (установка заданного закона коррекции) должна быть выполнена оператором на ос-

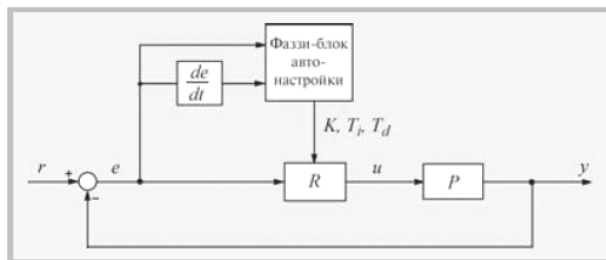


Рис. 3. Структура системы регулирования с блоком автоматической настройки на основе нечеткой логики:  
 $K$ ,  $T_i$ ,  $T_d$  – параметры регулятора;  $R$  – регулятор;  $P$  – объект управления

новании эвристических правил или автоматически. Система с нечеткое корректирующим устройством, представлена на рис. 3.

Блок нечеткой логики (фаззи-блок) использует базу правил и методы нечеткого вывода, что позволяет уменьшить перерегулирование, снизить время установления и повысить качество работы регулятора [4].

Процесс автонастройки регулятора с помощью блока нечеткой логики начинается с поиска начальных приближений коэффициентов регулятора:  $K$ ,  $T_i$ ,  $T_d$ , исходя из периода собственных колебаний в замкнутой системе. Далее формулируется критериальная функция, необходимая для поиска значений параметров настройки классическими методами оптимизации.

Подводя итог, следует отметить, что, несмотря на, высокую скорость обработки данных и достаточную степень надежности регуляторы, построенные по принципам теории нечетких множеств малое применение в промышленности. И главная причина этому состоит в крайней сложности реализации подобных устройств. На пример, для проектирования нечеткого ПИД-регулятора необходимо составить

трехмерную таблицу правил в соответствии с тремя слагаемыми в уравнении ПИД-регулятора, которую чрезвычайно сложно безошибочно заполнить.

Однако, несмотря на сложность разработки, нечеткие регуляторы позволяют стабильно работать не только с сигналом ошибки регулирования, но с целым комплексом «нетрадиционных входных сигналов», таких как приращение ошибки, квадрат ошибки и интеграл от ошибки [4].

Исследование и разработка интеллектуальных регуляторов, на основе принципов нечеткой логики, на сегодняшний день как никогда актуальны в химической и нефтеперерабатывающей промышленности. Это связано с тем, что данный тип средств и систем регулирования, позволит создать абсолютно новый класс устройств, позволяющих не только вычислять настройки, соответствующие определенным ограничениям и требованиям технологического процесса, но и прогнозировать текущие изменения величин, подбирая оптимальные значения параметров.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Егупов, Н. Д. Методы робастного, нейро-нечеткого и адаптивного управления: Учебник / Н. Д. Егупов. – 2-е изд. – М. : МГТУ им. Баумана, 2002. – 744 с.
2. Усков, А. А. Интеллектуальные технологии управления. Искусственные нейронные сети и нечеткая логика / А. А. Усков, А. В. Кузьмин. – М. : Горячая линия – Телеком, 2004. – 143 с.
3. Круглов, В. В. Нечеткая логика и искусственные нейронные сети / В. В. Круглов, М. И. Дли, Р. Ю. Годунов. – М. : Физматлит, 2001. – 224 с.
4. Ротштейн, А. П. Интеллектуальные технологии идентификации: нечеткая логика, генетические алгоритмы, нейронные сети / А. П. Ротштейн. – Винница : УНИВЕРСУМ-Винница, 1999. — 320 с.

УДК(532.135.533.17): 532.5

*О. А. Залипаева, В. Л. Аристов, Ю. В. Аристова***АЛГОРИТМ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ДЛЯ РАСЧЕТА КОЭФФИЦИЕНТА МАССООТДАЧИ В ВЫСОКОВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ****Волгоградский государственный технический университет**

Рассматривается алгоритм нахождения коэффициента массоотдачи в газожидкостных системах. Получены расчетные зависимости числа Шервуда от определяющих чисел подобия.

*Ключевые слова:* числа подобия, газожидкостные системы, число Шервуда.

*O. A. Zalipaeva, V. L. Aristov, Y. V. Aristova***ALGORITHM FOR THE NUMERICAL SOLUTION FOR CALCULATING MASS TRANSFER COEFFICIENT IN THE HIGH-VISCOSITY FLUIDS****Volgograd State Technical University**

An algorithm for finding the coefficient of mass transfer in gas-liquid systems. Calculated dependence of Sherwood number on the determining the numbers of similarity.

*Key words:* numbers of a similarity, liquid systems, number of Shervud.

Гидродинамика многофазных течений является разделом механики жидкостей и газов и опирается на ее методы и принципы. Данные течения часто встречаются в природе и используются в химической, нефтеперерабатывающей промышленности и современных технологиях. Из-за недостаточного теоретического развития математическое описание движения многофазных систем является сложным, и поэтому применяется экспериментальный путь изучения опытных результатов. Развитие методов расчета процессов массо- и теплопереноса в дисперсных системах имеет принципиальное значение для повышения точности и достоверности математического моделирования химико-технологических процессов. Прогрессивные технологии в области химического машиностроения направлены на интенсификацию массообменных процессов, повышение коэффициента массоотдачи газожидкостных систем. Получение алгоритмов расчета основных гидродинамических параметров, влияющих на процесс разделения многофазных сред, является приоритетным в этой области.

Исходным уравнением для расчета концентраций внутри движущейся жидкости, обтекающей пузырь газа, является уравнение конвективного массопереноса, которое для рассматриваемой задачи имеет вид:

$$U_r \frac{\partial c}{\partial r} + U_z \frac{\partial c}{\partial z} = D_y \left( \frac{\partial^2 c}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial c}{\partial r} + \frac{\partial^2 c}{\partial z^2} \right).$$

Граничные условия вытекают из условий непрерывности концентраций жидкости на поверхности пузыря, вытекающих из библиотечной теории массопереноса вблизи поверхности раздела фаз, и материального баланса с учетом потока количества вещества и симметрии концентраций относительно оси и границ рассматриваемой области:

Уравнение конвективного массопереноса удобнее записать в безразмерной форме:

$$\tilde{U}_r \frac{\partial \bar{c}}{\partial r} + \tilde{U}_z \frac{\partial \bar{c}}{\partial z} = \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \bar{c}}{\partial r} + \frac{\partial^2 \bar{c}}{\partial z^2}$$

С целью нахождения плотности потока диффузии рассчитывается безразмерный градиент концентрации к поверхности пузыря через частные производные безразмерных концентраций. По первому закону Фика находится плотность потока диффузии. Найденная по методу Симпсона, безразмерная средняя по объему концентрация  $c_{cp}$  вычитается из безразмерной концентрации на пузыре  $\bar{c}_0$ .

Объемный коэффициент массоотдачи при ламинарном режиме течения, который находится как отношение потока диффузии  $Q_M$  к полученной разности концентраций  $\Delta c_{cp}$ , определяет величину движущей силы процесса массопереноса в пузырьковом слое и для рассматриваемой области записывается в виде:

$$\beta_{yv} = \frac{Q_M}{2\pi L^2 H (c_0 - c_{cp})}.$$

Коэффициент массоотдачи характеризуется числом Шервуда, которое выражается через диаметр пузыря и после подстановки коэффициента массоотдачи имеет вид:

$$Sh_{yv} = \frac{2Q_M}{\pi L H \Delta c_{cp}}.$$

Таким образом, алгоритм нахождения коэффициента массоотдачи в высоковязкой жидкости построен на последовательном решении системы уравнений и имеет целью определение числа Шервуда, а также позволяет построить зависимости числа Шервуда от определяющих чисел подобия

$$Sh_{yv} = f(Re_0, Ar_0, We_0, Pe).$$

Результаты расчета представлены в виде графических зависимостей. Значения, полученные с учетом стесненного движения пузырей несколько выше значений найденных по эмпи-

рическим формулам, что обуславливается возникновением циркуляции жидкости между пузырями и интенсификацией процесса массопереноса.

УДК 658.52.011.56

*П. В. Мишта, Е. В. Васильева*

## МОДЕЛИРОВАНИЕ. НОВЫЙ МЕТОД ПРОЕКТИРОВАНИЯ АСУТП

Волгоградский государственный технический университет

В статье представлены преимущества внедрения автоматизации и АСУТП в химической промышленности. Рассмотрен алгоритм создания автоматизированных систем контроля технологических параметров. Анализируются возможности и перспективы применения компьютерных систем моделирования на стадии проектирования систем управления.

*Ключевые слова:* компьютерное моделирование технологическим процессом, AspenTech HYSYS, модель, АСУТП, проектирование, прикладные программы.

*P. V. Mishta, H. V. Vasilieva*

## MODELLING. NEW METHOD DESIGNING AUTOMATED CONTROL SYSTEM PROCESS

Volgograd State Technical University

This article presents advantages of automation and processing control systems in chemical industry. Also in this paper, have been considered algorithm of creation automated systems for monitoring of technological parameters, and have been analyzed possibilities and prospects of application computer systems of modelling, on stage of engineering control systems.

*Keywords:* Computer modelling of technological process, AspenTech HYSYS, the model, the Automated control systems of technological process, designing, applied programs.

Автоматизированные системы управления предприятием используются на химическом производстве. Большинство компаний в той или иной степени прибегают к помощи информационных технологий для управления производственными и бизнес-процессами[1]. Применяются такие АСУТП на «Каустике». Применяются не только зарубежные контроллеры siemens, но и российские разработки: контроллеры МФК и scada – системы и комплексы программного обеспечения, такие как МикСис. МФК и МикСис применяются на «Каустике» на хранении жидкого хлора в танках.

Преимущества внедрения АСУТП.

Технические преимущества автоматизации состоят в :

- возможности автоматического оперативного сбора технологической информации, оперативного диспетчерского контроля и управления исполнительными устройствами;

- автоматическое документирование и архивирование процесса с возможностью последующего анализа любой его стадии, в том числе и оценки действий персонала и представление информации в удобном для оператора виде;

- возможность создания контуров управления объектами с меняющимися во времени характеристиками, а также систем адаптивного управления и реализации алгоритмов нечеткой логики.

Внедрение АСУ ТП позволит:

- повысить эффективность производства за счет снижения потерь исходных компонентов;

- уменьшить время простоев и работы вхолостую технологического оборудования;

- автоматически либо дистанционно управлять основными технологическими процессами и оперативно вносить корректирующие действия;

- получать информацию о состоянии технологического оборудования в реальном времени;

- хранить информацию о проведенных измерениях, управляющих воздействиях, аварийных и других событиях технологического процесса;

- получать различные формы отчетов по результатам работы технологического оборудования за произвольный период времени;

- отображать технологическую схему с выводом полной информации о текущем состоянии оборудования на удаленные рабочие станции (компьютеры) операторов, технологов и руководителей;

- оптимизировать по результатам измерений время проведения ремонтных и регламентных работ на технологическом оборудовании;

- дистанционно и оперативно отключать неисправное оборудование переключаться на резерв[2].

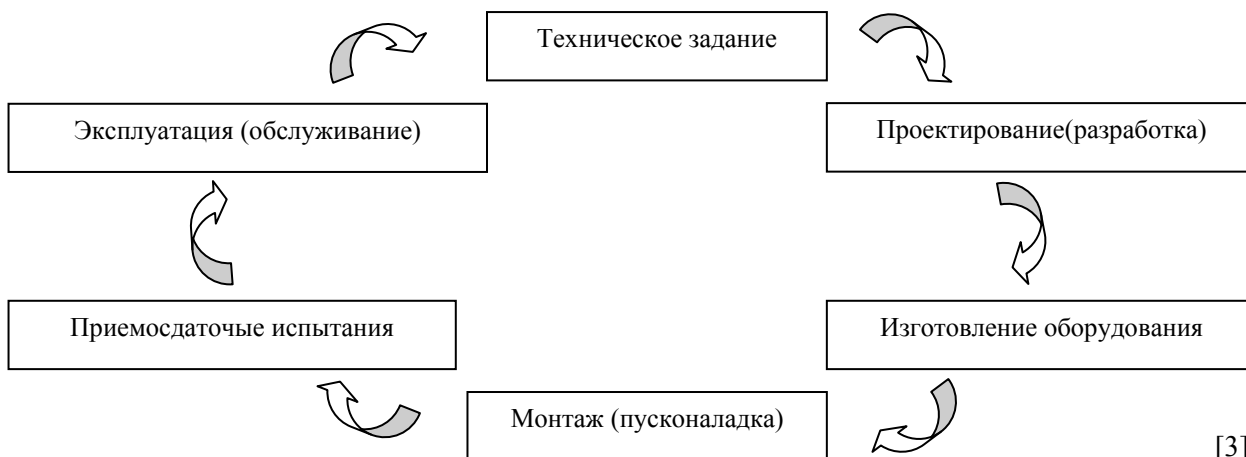
Существует несколько причин, по которым предприятия не могут или не хотят использо-



вать упомянутые системы. Во-первых – кадровая проблема. Для внедрения и сопровождения АСУТП нужны квалифицированные специалисты, которыми зачастую завод не располагает. И здесь возникает вторая проблема – проблема менталитета руководства. В индустрии информационных технологий часто принято использовать аутсорсинг, и зачастую те, от кого зависит решение об использовании современных компьютерных систем для технологического проектирования, предпочитают передать данную задачу специалистам извне, например, ин-

жиниринговой компании. Но люди, сидящие в инжиниринговых центрах, не всегда понимают актуальные проблемы тех, кто непосредственно занят на производстве. Перспективно, решение конкретных задач на самом производстве. Кроме того, если специалисты среднего и нижнего звена, те, кто непосредственно сталкивается с производственными проблемами, ощущают необходимость системы, то для руководства ее потребность не столь очевидна [1].

Процесс создания системы строится на следующем алгоритме:



[3].

Почему на стадии проектирования (разработка) не использовать компьютерного моделирования технологических процессов.

Компьютерное моделирование – один из самых мощных инструментов познания, анализа и проектирования, которым располагают специалисты, ответственные за разработку и функционирование сложных химических, био- и пищевых технологий и производств. Идея компьютерного моделирования проста и в то же время интуитивно привлекательна. Она дает возможность инженеру (исследователю) экспериментировать с объектами в тех случаях, когда делать это на реальном объекте практически невозможно или нецелесообразно. Сущность методологии компьютерного моделирования состоит в замене исходного технологического объекта его "образом" – математической моделью – и в дальнейшем изучении модели с помощью реализуемых на компьютерах вычислительно-логических алгоритмов. Этот метод познания, конструирования, проектирования сочетает в себе достоинства как теории, так и эксперимента. Работа не с самим объектом (явлением, процессом), а с его моделью дает возможность относительно быстро и без существенных затрат исследовать его свойства и поведение в любых мыслимых ситуациях (преимущества теории). В то же время вычислительные

(имитационные) эксперименты с моделями объектов позволяют подробно и глубоко изучать объекты в достаточной полноте, недоступной чисто теоретическим подходам (преимущества эксперимента) [4].

При автоматизации производства такую модель помогает создать такие программы как PRO II, HYSYS и некоторые другие.

HYSYS – интегрированная система для расчета стационарных и динамических режимов работы технологических схем. HYSYS представляет собой пакет программ, предназначенный для расчета стационарных и динамических режимов работы химико-технологических схем, содержащих массообменную и теплообменную аппаратуру, трубопроводы, реакторы и т. д., проведения оптимизационных расчетов, разработки схем регулирования, контроля за работой систем управления, обучения операторов технологических установок. HYSYS написан на объектно-ориентированном языке C++ для 32-разрядных операционных систем, таких как Windows 95/98/Me или Windows NT/2000/XP. Поддерживает стандарты OLE и XML, позволяет осуществлять связь с другими программами, поддерживающими эти стандарты [5].

Всякий реальный технологический процесс состоит не только из взаимосвязанных рабочих устройств (колонн, теплообменников, реакто-

ров и т. п.), но обязательно содержит и элементы управления. Поэтому HYSYS, являясь программой моделирования реальных процессов, имеет достаточно широкие возможности моделирования систем автоматического управления.

Поэтому целесообразнее применить в производстве сначала его модель, используя прикладные программы, а расчеты полученные в программе воплотить в жизнь, а так же регулировать производство с помощью АСУ ТП.

Применение комплекса прикладных программ, при разработке АСУТП, позволяет не только рассмотреть модель технологического процесса, но и сделать необходимые коррекци-

ровки соответствующих параметров, перед внедрением в производство.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. АСУТП: российским специалистам нет нужды изобретать велосипед [Электронный ресурс]. - 2009. - Режим доступа : <http://rcc.ru/Rus/IT/?ID=23430>
2. Преимущества внедрения АСУТП [Электронный ресурс]. - 2009. - Режим доступа : [http://www.csys.ru/products/asu\\_tp/page293/index.html](http://www.csys.ru/products/asu_tp/page293/index.html)
3. Федоров, Ю.Н. Справочник инженера по АСУТП: Проектирование и разработка / Ю. Н. Федоров. - М. : Инфра-Инженерия, 2008. - 958 с.
4. Самарский, А.А., Михайлов, А.П. Математическое моделирование: Идеи. Методы. Примеры. / А.А. Самарский, А.П. Михайлов. - М. : Физматлит, 2001. - 320 с.
5. AspenHysys [Электронный ресурс]. - 2009. - Режим доступа : <http://www.aspentech.ru>

УДК(532.135.533.17): 532.5

*О. А. Залипаева, М. Ю. Ефремов, А. С. Трусов*

### ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЕФОРМАЦИИ ДИСПЕРСНЫХ ЧАСТИЦ ПРИ ДВИЖЕНИИ

Волгоградский государственный технический университет

Рассмотрено движение газового пузыря жидкости на границе раздела фаз. Приведен способ для определения деформации дисперсных частиц.

*Ключевые слова:* раздел фаз, поверхностное натяжение, поверхностная энергия, газовый пузырь.

*O. A. Zalipaeva, M. Y. Efremov, A. S. Trusov*

### DETERMINATION OF THE DEFORMATION OF DISPERSED PARTICLES IN MOTION

Volgograd State Technical University

In this paper, a dependence of pressure inside the gas bubble through the Weber number and is described by a dimensionless parameter ellipsoid. To test the adequacy of the mathematical model is proposed to use optical methods for monitoring and diagnostics.

*Key words:* partition of phases, interfacial tension, a surface energy, a gas bubble.

При движении газового пузыря в жидкости на границе раздела фаз, в связи с поверхностным натяжением, возникает давление обратно пропорциональное радиусу кривизны  $R$  поверхности пузыря. Со стороны жидкости на пузырь действует поверхностное давление, изменяющее форму круглого пузыря к эллипсоидной. Равновесная форма пузыря описывается концепцией поверхностного натяжения, в соответствии с концепцией свободной поверхностной энергии, характеризующейся переносом молекул из газовой фазы к поверхности раздела контакта фаз. Концепция поверхностной энергии предпочтительна для систем жидкость-жидкость, природа поверхности которых не зависит от размеров.

Для систем газ-жидкость, твердое тело-жидкость необходимы сведения о поверхностном

натяжении  $\sigma$ . В случае, когда величина поверхностного давления описывается выражением

$$p_1 = \frac{\sigma}{R}$$

и превосходит давление, пропорциональное кинетической энергии движения

$$p_2 = \rho U^2$$

газовый пузырь сохраняет эллипсоидную форму [1, 2].

Для определения минимальной свободной энергии получена зависимость давления внутри газового пузыря  $p_s$  через число Вебера  $We$

$$We = \frac{\sigma}{g \Delta \rho d_{экв}^2}$$

и безразмерный параметр эллипсоида вращения  $w$ :

$$p_e = \left\{ \frac{2Wew^2}{\sqrt{1-w^2}} \operatorname{arctg} \frac{\sqrt{1-w^2}}{w} + 2Wew^{\frac{1}{3}}(1-w^2) + \frac{w^{\frac{2}{3}}}{6(1+w)} \right\} \times$$

$$\times \left( 1 + \frac{w^2}{\sqrt{1-w^2}} \ln \left( \frac{1+\sqrt{1-w^2}}{w} \right) \right) = \text{const}$$

Минимум свободной энергии  $E_{ce}$  дисперсной для пузыря объемом  $V$  и площадью поверхности  $f$  фазы определяется в виде

$$\frac{dE_{ce}}{dw} = 0, \quad \text{где } E_{ce} = p_e V + \sigma f.$$

Для проверки адекватности математической модели предложено использовать оптические дистанционные методы контроля и диагностики [3, 4]. Метод лазерной интерферометрии позволяет оценивать разность динамического и статического поверхностного натяжения, определять время релаксации неравновесных состояний на поверхности пузыря в динамических условиях. В результате интерференции световых волн, проходящих через пузырь, и отраженных от его поверхности, лучи распространяются по пленке, как по светодиоду и вне пузыря. Данное явление основано на трехкратном преломлении световых лучей на контуре пузыря. Для определения деформации дисперсных частиц рекомендуется применять способ автоматизированного дистанционного измерения геометрических параметров и числа частиц в проточных средах. Задача формулируется, как задача об излучении объема колеблющейся

частицы с заданным в нем распределением электромагнитного поля в окружающее пространство. С увеличением дисперсной частицы изменяется и характер колебаний. Применение для обработки сигнала ЭВМ дает возможность получать информацию о геометрических параметрах каждой регистрируемой частицы.

Оптические методы контроля дисперсных систем обладают высокой точностью измерения, быстродействием. Возможность работы с агрессивными и потенциально опасными средами позволяет успешно использовать рассматриваемые методы для автоматизации процессов химической и нефтехимической промышленности, для оценки качества и эффективности технологического процесса.

#### БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Moore D.F. J.Fluid Mech., 1963, V.16, P.161–176.
2. Moore D.W. Ibid., 1965, V.23, P.749–766.
3. Мелик-Гайказян В.И., Абрамов Ю.И. и др. Методы исследования флотационного процесса.– М.: Недра, 1990, 301 с.
4. Максачук А.Н., Леонов Г.В. Способ определения параметров дисперсных частиц. Приборы и системы. Управление. Контроль. Диагностика. 2005, №1, с. 44-46.

Научное издание

**ИЗВЕСТИЯ**  
**Волгоградского государственного технического университета**  
**№ 1(61), 2010 г.**

Серия "РЕОЛОГИЯ, ПРОЦЕССЫ И АППАРАТЫ ХИМИЧЕСКОЙ ТЕХНОЛОГИИ"  
(Выпуск 3)

*Межвузовский сборник научных статей*

Редактор *Е. В. Кравцова*  
Компьютерная верстка *Е. В. Макаровой*

Темплан 2010 г. Поз. № 92  
Подписано в печать 16.02.2010. Формат 60×84 1/8. Бумага офсетная.  
Гарнитура Times. Печать офсетная. Усл. печ. л. 17,20. Уч.-изд. л. 18,70.  
Тираж 150 экз. Заказ

Волгоградский государственный технический университет.  
400131, г. Волгоград, просп. им. В. И. Ленина, 28, корп. 1.

Отпечатано в типографии ВолгГТУ.  
40013, Волгоград, просп. им. В. И. Ленина, 28, корп. 7.