

На правах рукописи



**Харитонов Михаил Алексеевич**

**МОДЕЛИ И АЛГОРИТМЫ УПРАВЛЕНИЯ СТРУКТУРОЙ  
СИММЕТРИЧНЫХ ПОТОКОВЫХ ИЕРАРХИЙ**

05.13.01 — «Системный анализ, управление и обработка информации»  
(информационные технологии и промышленность)

**АВТОРЕФЕРАТ**  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Волгоград — 2017

Работа выполнена на кафедре фундаментальной информатики и оптимального управления института математики и информационных технологий Волгоградского государственного университета.

Научный руководитель доктор физико-математических наук, профессор  
**Воронин Александр Александрович.**

Официальные оппоненты: **Квятковская Ирина Юрьевна,**  
доктор технических наук, профессор,  
ФГБОУ ВО «Астраханский государственный технический университет», Институт информационных технологий и коммуникаций, директор;

**Галкин Александр Васильевич,**  
кандидат технических наук, доцент,  
ФГБОУ ВО «Липецкий государственный технический университет», кафедра прикладной математики, заведующий кафедрой.

Ведущая организация Федеральное государственное бюджетное учреждение науки «Институт проблем управления им. В.А. Трапезникова» Российской академии наук, г. Москва.

Защита диссертации состоится «21» декабря 2017 года в 12 часов 00 минут на заседании диссертационного совета Д 212.028.08, созданного на базе Волгоградского государственного технического университета, по адресу: 400005, г. Волгоград, пр-кт им. В.И. Ленина, д. 28, ауд. 237.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке и на сайте ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный технический университет» по ссылке: <http://www.vstu.ru>

Автореферат разослан «\_\_\_» \_\_\_\_\_ 2017 года.

Ученый секретарь  
диссертационного совета

Орлова Юлия Александровна

## Общая характеристика работы

### Актуальность темы.

Задачи оптимизации и управления потоками в сетях и иерархических структурах имеют многочисленные содержательные интерпретации и практически важные приложения: транспортные (в том числе водные, газотранспортные, нефтепроводы) энергетические, информационные потоки, потоки факторов производства и др. На фоне большого числа моделей и методов управления самими потоками задачам управления структурой уделяется сравнительно мало внимания.

Между тем эффективное управление структурой, с одной стороны, расширяет область поиска оптимальных потоков, с другой — позволяет снижать затраты на поддержание избыточной постоянной структуры.

Анализ работ по структурной оптимизации позволяет сделать вывод о наличии двух методологических подходов. Первый подход — дедуктивный — является попыткой создания теории иерархических структур. Согласно этому подходу вид оптимальной структуры без априорных ограничений на ее вид определяется общими свойствами целевой функции (секционная, однородная и т.п.), а конкретные содержательные модели исследуются в рамках общей теории. Среди авторов, развивающих первый подход, можно назвать Новикова Д.А., Воронина А.А. и Мишина С.П., Губко М.В., Дементьева В.Т., Ерзина А.И. и др., Рожихина П.В. и др.

Второй подход — индуктивный — построение частных моделей с сильным содержательным ограничением на вид иерархической структуры и конкретным видом целевой функции, определяемыми моделируемой системой или процессом.

Среди авторов, работающих в рамках этого подхода, можно назвать Сафронова В.В., Цирлина А.М., Adizes I., Bailly G., Oulasvirta A., Blake R.R., Mouton J.S., Champy J., Grant R.M., Kauffman S., Minberg G., Sheu C.Y., Prager W., Tran Q., Tian Y., Troiano L., Birtolo C., Armenise R., Watzlawick P., Weick K.E., Quinn R.E., Yang W.H.

Актуальным является создание методов оптимизации и управления системами, иерархические структуры которых обладают свойствами упорядоченности (симметрии, самоподобия, повторяемости), постулируемыми на основе содержательных интерпретаций и облегчающими создание аналитических и численных алгоритмов структурной оптимизации и управления. Этот подход сочетает в себе в некоторой степени достоинства и недостатки дедуктивного и индуктивного подходов.

Одним из классов систем со структурной симметрией являются производственные системы с переменными потоками факторов производства. Возможность управления структурой производственной подсистемы лежит в основе адаптивности предприятия, обеспечивающей его эффективное функционирование в условиях внешних и внутренних изменений. Другим классом таких систем являются производственные и технические системы, реализующие итерационные процессы преобразования потоков факторов производства. При варьировании величин преобразуемого фактора оптимальное число итераций его преобразования является искомым величиной.

Идея, лежащая в основе развиваемого подхода к управлению структурой производственных систем предприятий, состоит в возможности представления любой производственной функции предприятия в виде суперпозиции производственных функций Леонтьева. При этом фактический вид производственной функции определяется оптимальной технологической структурой конкретного производственного процесса. Предполагается, что структура производственной подсистемы предприятия состоит из базовой (неизменной) и переменной вспомогательной структур. Базовая структура может быть представлена графом, вершины которого отвечают элементам технологии с

фиксированными факторными пропорциями. Изменения внутренней и внешней среды организации приводят к отклонениям факторных пропорций от их наиболее эффективных значений потенциально в каждой вершине технологического графа. Смягчение или ликвидация этих отклонений является целью создания вспомогательной структуры, потенциально встраиваемой между всеми парами вершин базового графа. Оптимальное управление вспомогательной структурой придает свойство адаптивности всей структуре производственной подсистемы предприятия.

Еще одним классом потоковых систем со структурной симметрией являются ирригационные системы, и, в частности, искусственные русловые системы пойменных территорий. Деградация природных русел пойменных систем вследствие зарегулированности паводков на крупных реках в сочетании с социохозяйственным освоением их территории в условиях переменных паводков актуализирует создание и оптимальное управление искусственными русловыми системами. Среди авторов работ по численному моделированию паводковой динамики и ее зависимости от параметров русловых систем и рельефа следует отметить Ali A., Baldassarre G., Solomatine D., Afouda A.A., Badjana H.M., Castellarin A., Ciullo A., Kvočka D., Falconer R.A., Brayvoronaa M., Devkota J., Fang X. В их работах исследуется влияние величины поперечных сечений русел на процесс затопления, а также анализируется взаимодействие регулируемых водосбросов с поступлениями воды от притоков и приливов. Вопросы оптимальности русловой структуры обсуждаются ими лишь на качественном уровне.

**Объект исследования.** Симметричные иерархические структуры потоков различной природы в производственных, природных и технических системах.

**Предмет исследования.** Свойство оптимальности и управляемости симметричных иерархических структур потоков различной природы в производственных, природных и технических системах.

**Цель исследования.** Повышение эффективности функционирования производственных и технических систем с потоками за счет разработки аналитических и численных методов управления их симметричными иерархическими потоковыми структурами. Достижение этой цели требует решения следующих основных задач:

1. структурно-функциональный анализ конкретных производственных и технических систем с потоками;
2. постановка и формализация задач оптимального управления симметричными иерархическими структурами производственных и технических систем;
3. разработка методов и алгоритмов численного решения задач оптимизации и оптимального управления симметричными иерархическими структурами производственных и технических систем;
4. получение аналитических оценок эффективности решения формальных задач оптимизации некоторых симметричных иерархических структур;
5. программная реализация разработанных методов и алгоритмов численной оптимизации и оптимального управления иерархической структурой в частных моделях технических систем и производственных подсистем предприятий;
6. сценарно-имитационное компьютерное моделирование функционирования оптимальных структур технических систем и производственных подсистем предприятий в широком диапазоне параметров.

**Методы исследования.** В работе применяются методы математического и сценарно-имитационного моделирования, оптимизации и оптимального управления, теории графов и математической экономики.

**Научная новизна.** Разработаны методы и алгоритмы численной оптимизации и оптимального управления иерархическими структурами, описываемыми  $n$ -дольными иерархическими графами и порожденными подграфами со структурнозависимыми целевыми функциями, представимыми в виде суперпозиций элементарных целевых функций, заданных в их вершинах. На их основе построены и программно реализованы формальные модели и алгоритмы аналитической и численной оптимизации и оптимального управления симметричными иерархическими структурами производственных потоков предприятий со структурно зависимыми производственными функциями леонтьевского типа, а также структурами искусственных русловых систем пойменных территорий, оптимизирующими паводковые водные потоки.

**Достоверность результатов** обеспечивается строгостью применяемого математического аппарата и подтверждается результатами численной оптимизации и оптимального управления, а также соответствием результатов, полученных различными методами системного анализа.

**Практическая и теоретическая ценность.** Созданные методы и алгоритмы могут найти применение при оптимизации и управлении производственными, транспортными, энергетическими, водными, информационными и другими потоками.

**На защиту выносятся следующие положения.**

1. Формализация задач оптимизации и оптимального управления симметричными иерархическими структурами производственных подсистем предприятий, реализующих итерационные технологические процессы, а также задач оптимизации симметричных иерархических структур ирригационных систем.
2. Разработка и программная реализация методов и алгоритмов численной оптимизации и оптимального управления иерархическими структурами, описываемыми  $n$ -дольными иерархическими графами и порожденными подграфами со структурно зависимыми целевыми функциями, представимыми в виде суперпозиции элементарных целевых функций, заданных в их вершинах.
3. Аналитические оценки решения четырех частных задач оптимизации иерархических структур, описываемых  $n$ -дольными иерархическими графами и порожденными подграфами с целевыми функциями, представимыми в виде суперпозиции элементарных целевых функций, заданных в их вершинах.
4. Результаты исследования зависимости вида оптимальных структур и оптимальных режимов управления производственными системами, реализующими итерационные технологические процессы в условиях нестационарности факторов производства, от параметров их внутренней и внешней среды, полученные в ходе имитационного моделирования.
5. Результаты исследования зависимости вида и динамики оптимальных структур искусственных русловых систем пойменных территорий с управляемым поперечным сечением от параметров территории и паводковых режимов, а также тенденций их изменения, полученные в ходе имитационного моделирования.

**Апробация результатов работы.** Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на следующих конференциях: 6th Workshop

Nonlinear PDEs and Financial Mathematics (Zittau, Germany, 2015), международной научно-практической мультikonференции «Управление большими системами — 2011» (Москва, 2011), международной научно-практической конференции «Управление в технических, эргатических, организационных и сетевых системах (УТЭОСС — 2012)» (Санкт-Петербург, 2012), 6-й Всероссийской мультikonференции по проблемам управления (МКПУ-2013) (Дивноморск, 2013), Тринадцатой Всероссийской научно-практической конференции с международным участием «Современные проблемы горно-металлургического комплекса. Наука и производство» (г. Старый Оскол, 2016 г.), Международной научно-технической конференции «Пром — Инжиниринг» (ICIE-2017) (Санкт-Петербург, 2017), XII Международной научно-практической конференции «Современные сложные системы управления» (HTCS 2017) (Липецк, 2017), X — XIV Всероссийских школах-конференциях молодых ученых «Управление большими системами» (Уфа (2013), Арзамас (2014), Волгоград (2015), Самара (2016), Пермь (2017)), XVI—XX Региональных конференциях молодых исследователей Волгоградской области «Физика и математика» (Волгоград, 2011-2015), Научной сессии ВолГУ «Математика и информационные технологии» (Волгоград, 2011-2014).

Результаты диссертационного исследования дважды докладывались на семинарах чл. корр. РАН Д.А. Новикова (ИПУ им. В.А. Трапезникова РАН).

Исследования по оптимизации русловой структуры пойменной территории выполнялись по плану Министерства образования и науки Российской Федерации (государственное задание № 2.852.2017/4.6), а также при финансовой поддержке РФФИ и Администрации Волгоградской области в рамках научного проекта № 16-48-340147 (2016-2017 г.г.), РГНФ и Администрации Волгоградской области в рамках научного проекта № 14-12-34019 а(р) (2015-2016 г.г.) и Правительства Волгоградской области рамках договора № 284 (2014 г.).

**Публикации.** Основное содержание диссертации изложено в 25 научных публикациях. Из них четыре статьи в изданиях из перечня ВАК [1–4], две статьи в научных журналах, входящих в наукометрическую базу WEB OF SCIENCE [5, 6], одна статья в научном журнале, входящем в наукометрическую базу SCOPUS [7], одна статья в рецензируемом журнале [8], а также статьи в сборниках двух международных [9, 10] и семи российских конференций [11–17]. Кроме того, получено 2 свидетельства о государственной регистрации программы для ЭВМ [18, 19].

**Личный вклад соискателя.** Все результаты по оптимизации и оптимальному управлению иерархическими структурами, представленные в диссертации и вошедшие в работы [1–5, 7–11], опубликованные в соавторстве, получены лично автором. Автором разработаны и программно реализованы модели и алгоритмы решения задач оптимизации и оптимального управления симметричными иерархическими структурами. Постановка задач, обсуждение и интерпретация результатов проводились совместно с научным руководителем.

**Структура и объем диссертации.** Диссертация состоит из введения, 3 глав, Заключение, трех Приложений и списка литературы. Общий объем диссертации составляет 162 страницы машинописного текста. Библиография содержит 130 наименований. Рисунки и таблицы нумеруются по главам.

## Содержание работы

Во **Введении** обоснована актуальность темы диссертации, сформулированы цель, задачи, научная и практическая ценность работы, описана структура диссертационного

исследования.

**Первая** глава содержит результаты оптимизации иерархических структур производственных подсистем предприятий. В п. 1.1 приводится обзор, характеристика и анализ современного состояния научных отечественных и зарубежных исследований иерархических систем с потоками различного назначения. Анализ структур производственных и технических систем позволяет заключить, что рассмотренные технологические процессы описываются порожденными подграфами полного  $n$ -дольного графа.

В п. 1.2 вводятся основные иерархические структуры, каждая из которых представляет собой семейство иерархических графов (ориентированных графов без циклов), число вершин и ребер которых зависят от параметров.

**Определение 1.** Сложным преобразователем (СП) будем называть семейство графов  $G_{S_1}(V(n, m), E(n, m))$  с параметрами  $n$  и  $m$ , где  $V(n, m) = \{N \cup \{R^i N\}_{i=1}^m \cup \{N_i\}_{i=1}^n \cup F\}$ ,  $E(n, m) = \{[N \cup \{R^i N\}_{i=1}^m, \{N_i\}_{i=1}^n \cup F], [\{N_i\}_{i=1}^{n-1}, \{N_j\}_{j=i+1}^n \cup F]\}$ , где  $[A, B]$  множество дуг, таких что для каждой вершины  $a \in A$  существуют дуга  $(a, b_i) \in E$ ,  $i = 1, |B|$ , где  $A \subset V$  и  $B \subset V$  непустые множества вершин графа  $G(V, E)$ , такие что  $A \cap B = \emptyset$ .

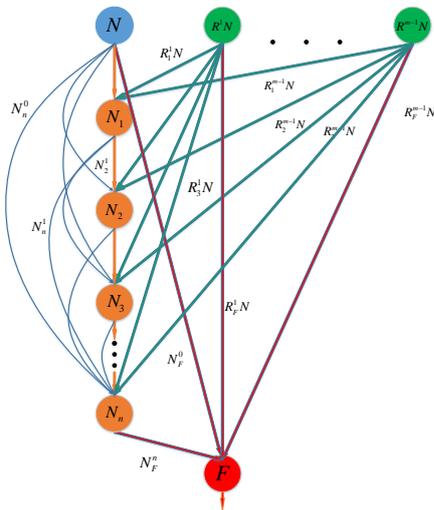


Рисунок 1 — Структура сложного преобразователя

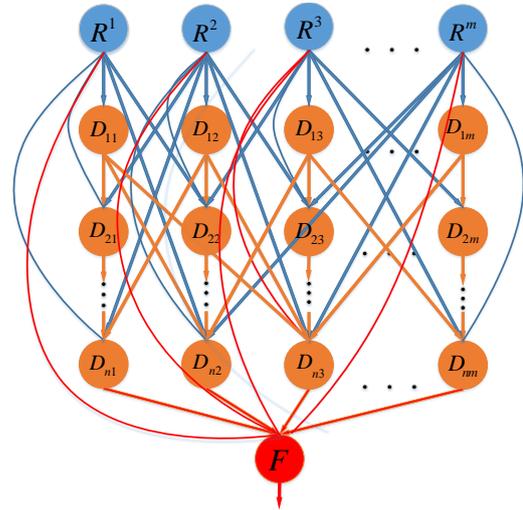


Рисунок 2 — Структура универсального преобразователя

**Определение 2.** Универсальным преобразователем (УП) будем называть семейство полных  $n$ -дольных иерархических графов  $G_{S_0}(V(n, m), E(n, m))$  с параметрами  $n$  и  $m$ , где  $V(n, m) = \{R \cup \{D_i\}_{i=1}^n \cup F\}$ ,  $E(n, m) = \{[R, \{D_i\}_{i=1}^n \cup F], [\{D_i\}_{i=1}^n, \{D_j\}_{j=i+1}^n \cup F]\}$ .

В п. 1.3 на основе анализа иерархических структур предыдущего пункта представлены модели описания и методы формализации задач оптимизации иерархической структуры производственных подсистем предприятий с целевой функцией, представимой в виде суперпозиции элементарных производственных функций (ПФ) леонтьевского типа, заданных в вершинах структурного графа.

В качестве элементарной ПФ каждого элемента производственной подсистемы предприятия с неизменной технологией (простого преобразователя — ПП) используется ПФ Леонтьева  $F = S \min \left( \frac{R_1}{a_1}, \frac{R_2}{a_2}, \dots, \frac{R_m}{a_m} \right)$ , где  $R_i$  — величины аргументов — трансформационных факторов производства,  $a_i$  — технологические коэффициенты,  $S$  — нормирующий множитель, выбираемый так, чтобы максимальное значение ПФ равнялось сумме

величин ее аргументов (например,  $S = \sum_{i=1}^m a_i$ ). Использование  $m$ -факторной модели позволяет учитывать векторную природу макроэкономических факторов производства.

Свойство эластичности по аргументам (входам) появляется в специализированном преобразователе (СП) — последовательности нескольких вспомогательных ПП, производящих при необходимости недостающую часть одного из факторов производства для достижения максимальной эффективности (последнего в цепочке) базового ПП, отвечающего основному производству. Эластичность СП по входам растет вместе с длиной цепочки до достижения максимума при некоторой ее (конечной) длине.

Целевая функция (ПФ)  $F$  для УП (см. рис. 2) задается следующими соотношениями

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m R_{i,j}^{0,k} + R_F^{0,k} = R^k, \quad k = \overline{1, m}; \quad (1)$$

$$\sum_{l=i+1}^n \sum_{j=1}^m R_{l,j}^{i,k} + R_F^{i,k} = S_{i,p} \min \left( \frac{1}{a_{i,p}^1} \sum_{d=0}^{i-1} R_{i,p}^{d,1}, \dots, \frac{1}{a_{i,p}^m} \sum_{d=0}^{i-1} R_{i,p}^{d,m} \right), \quad k, p = \overline{1, m}, i = \overline{1, n}; \quad (2)$$

$$R_F^{n,d} = S_{n,d} \min \left( \frac{1}{a_{n,d}^1} \sum_{k=0}^{n-1} R_{n,d}^{k,1}, \dots, \frac{1}{a_{n,d}^m} \sum_{k=0}^{n-1} R_{n,d}^{k,m} \right), \quad d = \overline{1, m}; \quad (3)$$

$$F = S \min \left( \frac{1}{A^1} \sum_{k=0}^n R_F^{k,1}, \dots, \frac{1}{A^m} \sum_{k=0}^n R_F^{k,m} \right). \quad (4)$$

Уравнения (1) описывают распределение исходных факторов производства по структуре УП, уравнения (2) дают балансовые соотношения для  $i$ -го вспомогательного ПП (вершины  $D_{ik}$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $k = \overline{1, m}$ ), где  $R^{i,k} = \sum_{l=i+1}^n \sum_{j=1}^m R_{l,j}^{i,k} + R_F^{i,k}$  — общая величина фактора  $R^k$  произведенного на  $i$ -м ПП,  $R_{l,j}^{i,k}$  — величина фактора  $R^k$  произведенного на  $i$ -м ПП и используемого на  $l$ -м ПП для фактора  $R^j$ . Уравнения (3) отвечают последнему вспомогательному ПП ( $i = n$ ).

Из переменных системы (1)-(4) составим вектор факторных потоков  $\varphi(n, m) = \left( \{ \{ \{ \{ R_{j,k}^{i,l} \}_{k=1}^m \}_{j=i+1}^n \}_{l=1}^m \}_{i=0}^n, \{ \{ R_F^{i,l} \}_{l=1}^m \}_{i=0}^n, \varphi_F \right)$  размерности  $p(n, m) = \frac{m(n+1)(mn+2)}{2}$ .

**Утверждение 1.** *ПФ, соответствующая оптимальной структуре, заданной на множестве структур, описываемых системой (1)-(4), является решением следующей задачи параметрического линейного программирования*

$$F = \varphi_F \rightarrow \max_{\varphi(n,m), n}^{p(n,m)} \sum_{j=1}^m M(n, m)_{ij} \varphi(n, m)_j \leq \beta_i, \quad i = \overline{1, m(mn+2)},$$

$$\beta = (R^1, R^2, \dots, R^m, 0, \dots, 0)^T. \quad (5)$$

$n^* = \min \left( \arg \max_n \varphi_F(n) \right)$ , где  $\varphi_F(n)$  — решение задачи (5).

В п.1.3 описываются алгоритмы формирования балансовых соотношений и представлены результаты численного решения задачи (5). Обозначим  $\lambda = \frac{F}{\sum_{i=1}^m R^i}$ . Внешними параметрами задачи (5) являются исходные межфакторные пропорции  $R_i : R_k$  и пропорции технологических коэффициентов  $a_{jl}^i : a_{jl}^k$  ( $i, k, l = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{1, n}$ ).

Результаты решения задачи (5) некоторых значений переменных  $R_i$  и параметров  $a_{jl}^i$ , принимающих случайные значения из отрезка  $K \subset R^+$ , представлены на рис.3.

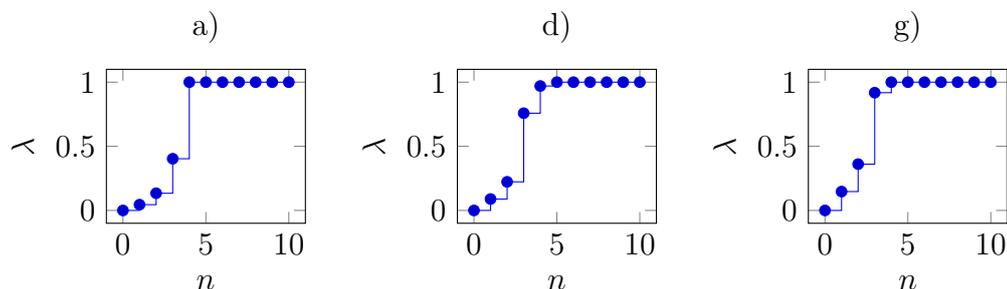


Рисунок 3 — График зависимости  $\lambda$  от числа уровней  $n$  при  $m = 3$ : а)  $R^1 = 0.01$ ;  $R^2 = 1$ ;  $R^3 = 1$ ;  $K = \{1\}$ ;  $n^* = 4$ ; б)  $R^1 = 0.01$ ;  $R^2 = 1$ ;  $R^3 = 1$ ;  $K = [1, 5]$ ;  $n^* = 5$ ; в)  $R^1 = 1$ ;  $R^2 = 1$ ;  $R^3 = 1$ ;  $K = [1, 10]$ ;  $n^* = 6$ ;

На рис. 4 приведены некоторые решения задачи (5): графики изменения  $\lambda$  при  $R^1 \in [0, 1]$ ,  $R^2 \in [0, 1]$  с шагом  $\Delta = 0.1$  и некоторых значениях параметра  $n$ .

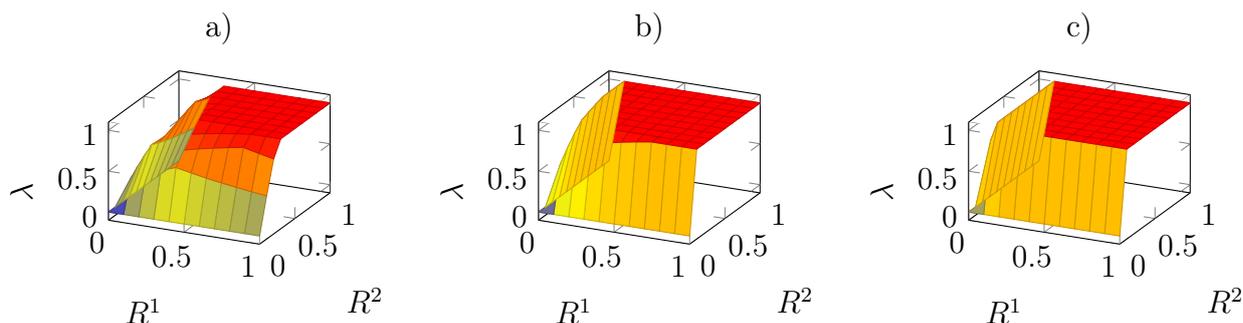


Рисунок 4 — График  $\lambda$  при  $K = \{1\}$ . а)  $n = 1$ ; б)  $n = 2$ ; в)  $n = 3$ ;

В п.1.4 для некоторой области значений внешних параметров получены аналитические оценки оптимальных значений целевой функции, оформленные в виде следующих утверждений:

**Утверждение 2.** Для СП с технологическими коэффициентами  $a_i^j$ ,  $A^j$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $j = \overline{0, m-1}$ , и пропорциями между входами  $\frac{N}{R^i N} = x$ ,  $\frac{R^j N}{R^i N} = 1$ ,  $x < 1$ ,  $i, j = \overline{1, m-1}$ , решение оптимизационной задачи (5) имеет следующую оценку сверху:

$$F_m(n, x) \leq \begin{cases} \frac{S_A}{A^0} \prod_{j=1}^n \frac{S_{a_j}}{a_j^0} x, & n \leq n^* \\ x + m - 1, & n > n^* \end{cases}, \quad (6)$$

$$\text{где } n^* \in \left( \left[ \frac{\ln\left(\frac{A^0(x+m-1)}{S_A x}\right)}{\ln\left(\frac{S_{a_j}}{a_j^0}\right)} \right] + 1, \left[ \frac{\ln\left(\frac{A^0(x+m-1)}{S_A x}\right)}{\ln\left(\frac{S_{a_j}}{a_j^0}\right)} \right] + 1 \right).$$

**Следствие 1.** Для СП с технологическими коэффициентами  $a_i^j = A^j$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $j = \overline{0, m-1}$ , и пропорциями между входами  $\frac{N}{R^i N} = x$ ,  $\frac{R^j N}{R^i N} = 1$ ,  $x < 1$ ,  $i, j = \overline{1, m-1}$ ,

решение оптимизационной задачи (5) имеет следующую оценку сверху:

$$F_m(n, x) \leq \begin{cases} m^{n+1}x, n \leq n^* \\ x + m - 1, n > n^* \end{cases}, n^* = \left\lfloor \frac{\ln \frac{m-1+x}{x}}{\ln m} \right\rfloor. \quad (7)$$

**Утверждение 3.** Для СП с технологическими коэффициентами удовлетворяющими условиям:  $\frac{A^i}{A^j} < \Delta$ ,  $\frac{a_i^i}{a_i^j} < \Delta_i$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $j = \overline{0, m-1}$  и пропорциями между входами  $\frac{N}{R^i N} = x$ ,  $\frac{R^j N}{R^i N} = 1$ ,  $x < 1$ ,  $i, j = \overline{1, m-1}$ , решение оптимизационной задачи (5) имеет следующую оценку снизу:

$$F_m(n, x) > \begin{cases} \frac{m^{n+1}}{\Delta \prod_{i=1}^n \Delta_i}, n < n^* \\ \frac{m^{n^*}}{\Delta \prod_{i=1}^{n^*} \Delta_i}, n \geq n^* \end{cases}, n^* = \left\lfloor \frac{\ln \left( \frac{A^0(x+m-1)}{S_A x} \right)}{\ln \left( \max_{j=1, n} \frac{S_{a_j}}{a_j^0} \right)} \right\rfloor. \quad (8)$$

**Утверждение 4.** Для СП с технологическими коэффициентами  $a_i^j = A^j$ ,  $i = \overline{1, n}$ ,  $j = \overline{0, m-1}$ , и пропорциями между входами  $\frac{R^i N}{N} = x$ ,  $\frac{R^j N}{R^i N} = 1$ ,  $x < 1$ ,  $i, j = \overline{1, m-1}$ , решение оптимизационной задачи (5) имеет вид:  $F_m(x, n) = mx$ .

**Вторая глава** посвящена моделям оптимального управления иерархическими структурами производственных подсистем предприятий в условиях определенности и неопределенности.

Нестабильность внешней среды, как известно, может проявляться в виде динамичности и неопределенности. Рассмотрим случай определенной динамичности. Задача оптимизации (5) является составной частью задачи оптимального управления иерархическими структурами производственных подсистем предприятия при заданных временных рядах значений факторов производства, заключающейся в поиске оптимального временного ряда структуры производственной подсистемы предприятия  $n(t)$ , максимизирующей его целевую функцию. Приведем формальную постановку задачи. Пусть  $\Phi(n(t), R(t))$  — значение ПФ производственной подсистемы, то есть решение задачи (5) при заданных значениях факторов производства в момент времени  $t$  и  $n = n(t)$ ,  $\gamma > 0$  — коэффициент добавленной стоимости. Введем функции затрат на функционирование и изменение структуры производственной подсистемы предприятий.

Функцию затрат на функционирование структуры представим в виде  $\Xi(n(t)) = \Xi(Q(n(t)), W(n(t)))$ , где  $Q(n(t)) \geq 0$  — число простых преобразователей (постоянные затраты),  $W(n(t)) \geq 0$  — число ненулевых факторных потоков (переменные затраты) в  $n(t)$ -слойной структуре СП ( $\Xi(Q(n(t)), W(n(t)))$  монотонно возрастает по каждому из аргументов).

Функцию  $U = U(\Delta n(t))$  назовем функцией затрат на изменение (перестроение) иерархической структуры производственной подсистемы предприятия, где  $\Delta n(t) = |n(t+1) - n(t)|$ ,  $U(\Delta n(t))$  — возрастающая функция.

Исходное состояние иерархической структуры производственной подсистемы предприятия задается начальным условием

$$n(0) = n_0. \quad (9)$$

Уравнение процесса изменения иерархической структуры производственной подсистемы предприятия имеет вид:

$$n(t+1) = n(t) + u(t), \quad (10)$$

где  $n(t)$  состояние структуры производственной подсистемы предприятия, а  $u(t)$  — управление в момент времени  $t$ .

Задача оптимального управления иерархической структурой производственной подсистемы предприятия при  $t \in [0, T]$  заключается в поиске процесса  $(\{n^*(t)\}_{t=1}^T, \{u^*(t)\}_{t=0}^{T-1})$  максимизирующего функционал:

$$J = \sum_{t=0}^{T-1} J(n(t), t) + \hat{J}(n(T), T) \rightarrow \max_{u(t)} J(n(t), t) = \gamma\Phi(n(t), R(t)) - U(\Delta n(t)) - \Xi(n(t)),$$

$$\hat{J}(n(T), T) = \gamma\Phi(n(T), R(T)) - \Xi(n(T)). \quad (11)$$

Задача (9)-(11) решается методом динамического программирования.

Введем величины  $\xi = \frac{\alpha}{\gamma}$  и  $\eta = \frac{\beta}{\gamma}$  и два интегральных параметра решений задачи (9)-(11):

$$\mu = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^T n^*(t), \quad \delta = \frac{1}{T} \sum_{t=0}^{T-1} |n^*(t+1) - n^*(t)|, \quad (12)$$

характеризующих соответственно среднюю сложность и среднюю изменчивость оптимальной иерархической структуры производственной подсистемы. Таким образом, каждой оптимальной траектории  $n^*(t)$  можно поставить в соответствие векторный параметр  $p = (\xi, \eta, \mu, \delta)$ .

Анализ множества значений векторного параметра  $p = (\xi, \eta, \mu, \delta)$  оптимальных траекторий  $n^*(t)$  позволяет выделить на плоскости  $(\xi, \eta)$  зоны, отвечающие нескольким типовым динамическим режимам. Границы зон определяются параметрами  $(\mu_0, \delta_0)$  вырожденной задачи (11.0) (задача (11) при  $\alpha = \beta = 0, \gamma > 0$ ). В качестве типовых режимов можно выделить следующие:

- Динамические режимы ( $\delta > 0$ ):
  1. следящий динамический режим (режим, в котором оптимальная траектория  $n^*(t)$  совпадает с соответствующей траекторией вырожденной задачи (11.0)) (I,  $\mu = \mu_0, \delta = \delta_0$ ).
  2. динамический режим с упрощенной иерархической структурой производственной подсистемы (II,  $\mu < \mu_0, \delta \leq \delta_0$ ).
  3. динамический режим с усложненной иерархической структурой производственной подсистемы (III,  $\mu > \mu_0, \delta \leq \delta_0$ ).
- Стационарные режимы:
  1. режим с простейшей иерархической структурой производственной подсистемы ( $\delta = \frac{|n^*(1) - n^*(0)|}{T}$ ) (IV,  $n(t_0) = n_0, n^*(t) = 1, \forall t > t_0$ ).
  2. режим с начальной структурой иерархической структурой производственной подсистемы ( $\delta = 0$ ) (V,  $n^*(t) = n_0$ ).

В п.2.2. представлено решение задачи оптимального управления (9)–(11) многошаговым методом динамического программирования.

Приведем пример решения задачи (9)–(11) при единичных технологических коэффициентах для  $m = 4, T = 10$ . Считаем, что факторы производства заданы временными рядами, представленными на рис. 5. Назовем этот пример задачей (11.a)

При  $\alpha = \beta = 0$  задача (11.a) распадается на независимые при каждом значении  $t$  задачи (5). Ее решение (вырожденная задача (11.a.0)) соответственно имеет вид:

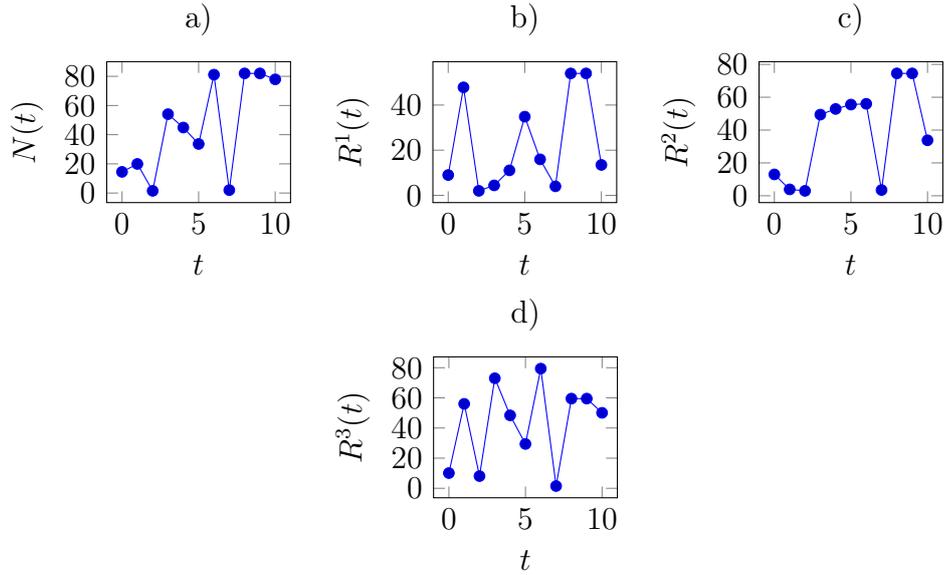


Рисунок 5 — Временной ряд факторов производства

$n^*(t) = (2, 3, 3, 3, 2, 1, 2, 3, 1, 1, 2)$  (рис. 6а)). На рис. 6 приведены некоторые решения задачи (11.а).

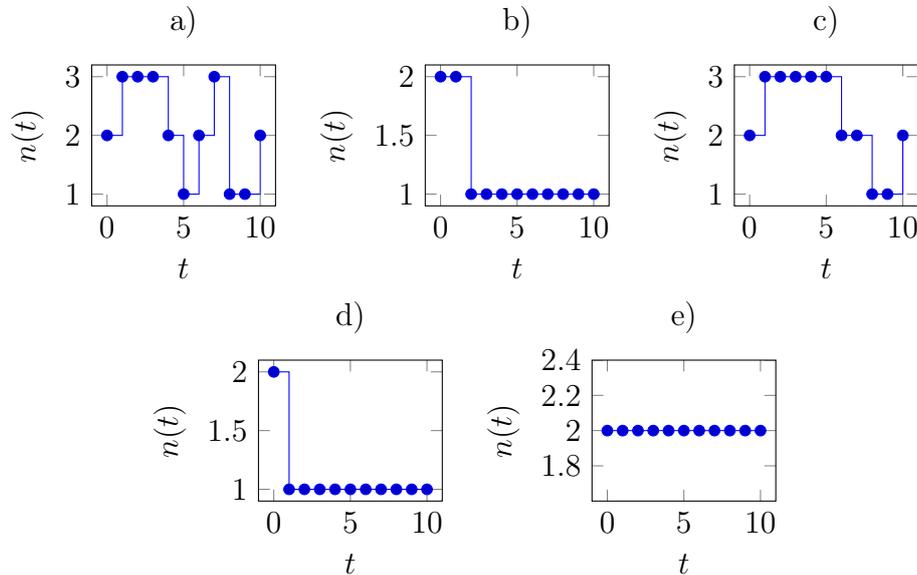


Рисунок 6 — Оптимальные траектории  $n(t)$  — решения задачи (11.а). а)  $p = (0, 0, 2.3, 0.8)$ ,  $I$ ; б)  $p = (390.00, 128.00, 1.30, 0.10)$ ,  $II$ ; в)  $p = (195.00, 8.00, 2.50, 0.40)$ ,  $III$ , д)  $p = (240.00, 216.00, 1.20, 0.10)$ ,  $IV$ , е)  $p = (390.00, 0.00, 2.20, 0.00)$ ,  $V$

На рис. 7 нанесены границы указанных зон задачи (11.а).

В п.2.3 описывается постановка задачи (9)-(11) в условиях неопределенности, когда известен только прогноз временного ряда факторов производства, характеризуемый параметром неопределенности  $\varepsilon$ .

Задача оптимального управления иерархической структурой производственной под-

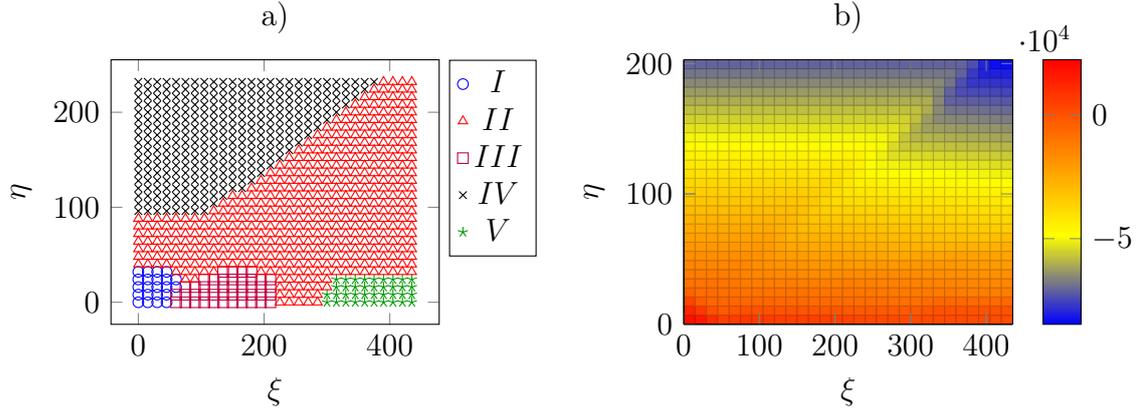


Рисунок 7 — а) Зоны типовых динамических режимов для задачи (11.a); б) Значения функционала для задачи (11.a)

системы предприятия при  $t \in [0, T]$  имеет вид:

$$J = \sum_{t=0}^{T-1} J(n(t), t, \varepsilon) + \hat{J}(n(T), T, \varepsilon) \rightarrow \max_{n(t), t \in [0, T]}, \quad (13)$$

где  $J(n(t), t, \varepsilon) = \gamma\Phi(n(t), x, \varepsilon) - U(\Delta n(t)) - \Xi(n(t))$ ,  $\hat{J}(n(T), T, \varepsilon) = \gamma\Phi(n(T), x, \varepsilon) - \Xi(n(T))$ ,  $\varepsilon$  — случайная величина (параметр, характеризующий неопределенность).

$$N_\varepsilon(t) = N(t)(1 \pm \varepsilon), R_\varepsilon^i(t) = R^i(t)(1 \pm \varepsilon), i = \overline{1, m-1}. \quad (14)$$

В п.2.4 представлены результаты имитационного моделирования неопределенности и решения задачи (13) многошаговым методом динамического программирования.

Приведем пример решения задачи (13) при единичных технологических коэффициентах для  $m = 4$ ,  $T = 10$ . Факторы производства заданы временными рядами (14). На рис. 8 нанесены границы указанных зон задачи (13).

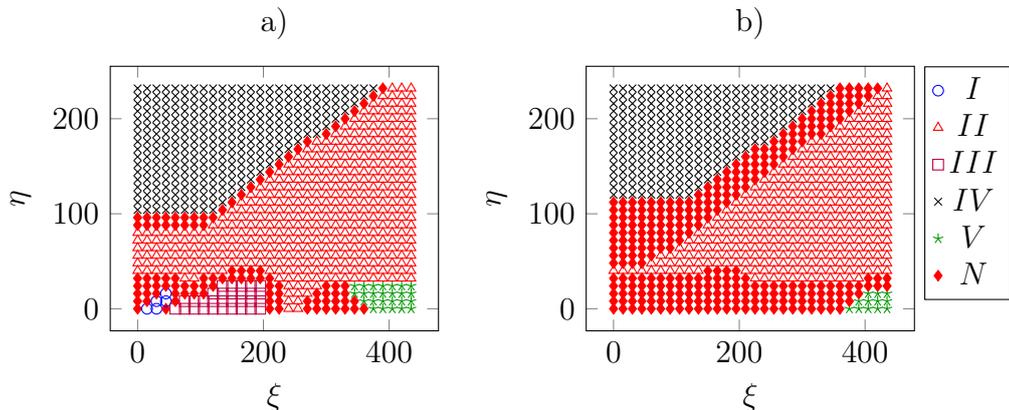


Рисунок 8 — Границы зон типовых динамических режимов в условиях неопределенности: а)  $\varepsilon = 0, 1$ , б)  $\varepsilon = 0, 5$ . ( $I-V$  — зоны типовых динамических режимов,  $N$  — зоны неоднозначного определения оптимального динамического режима)

**В третьей главе** рассматриваются задачи оптимизации и сценарно-имитационного

моделирования динамики структуры малых искусственных русел пойменных территорий.

В п.3.1 проведен системный анализ работ по имитационному гидродинамическому моделированию динамики паводковых вод на территории северной части Волго—Ахтубинской поймы.

Анализ результатов гидрологических исследований волжского бассейна, описанных в работах Асарина А.Е., Землянова И.В, а также комплексного обследования северной части Волго—Ахтубинской поймы Иванова В.В. и Коротаева В.Н., позволяет формально описать взаимодействие главных факторов ее паводковой динамики взвешенным ориентированным графом, вершины которого имеют следующий содержательный смысл: средний объем паводковых вод, поступающих на территорию; максимальный объем паводковых вод, поступающих на территорию (2); средний объем природного весеннего паводка (3); средний объем весеннего попуска Волжской ГЭС (4); максимальный объем весеннего попуска Волжской ГЭС (5); доля паводковых вод, поступающих в р. Ахтуба (6); доля паводковых вод, поступающих в малые русла (7); пропускная способность малых русел (8); доля социохозяйственной территории (9); уровень развития дорожной сети (10); уровень гидрологической безопасности (11).

В матрице связности  $\|a_{ij}\|$   $i, j = \overline{1, 11}$  графа обозначим слабые (медленные) взаимодействия элементами  $a_{ij} = \pm 1$ , сильные (быстрые) — элементами  $a_{ij} = \pm 2$ . Тогда ненулевые элементы этой матрицы имеют вид:  $a_{18} = a_{19} = a_{21} = a_{28} = a_{9,10} = +1$ ,  $a_{34} = a_{41} = a_{52} = a_{61} = a_{71} = a_{72} = a_{87} = +2$ ,  $a_{9,11} = -1$ ,  $a_{2,11} = a_{98} = a_{10,8} = -2$ .

В п.3.2 представлена формальная постановка задачи оптимизации структуры искусственных малых русел пойменной территории с управляемым поперечным сечением. Модель пойменной территории (квадрат со стороной  $L$ ) описывается цифровой моделью рельефа, представленной сеточной функцией  $b(i, j)_i^N$  высот. На территории задана серия  $(m, n)$ -разбиений:  $n$ -кратных рекурсивных дроблений на  $m$  равных частей, дающих в результате  $m^n$  одинаковых участков (зон). Каждому  $(m, n)$ -разбиению территории соответствует  $(m, n)$ -структура (дерево) искусственных русел, схематично представленная для нескольких примеров на рис. 9.

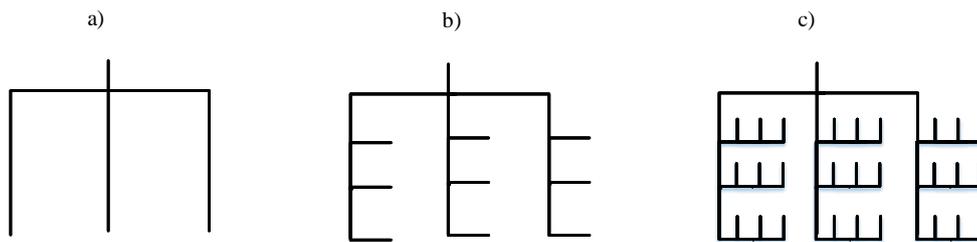


Рисунок 9 — а) (3,1)-дерево; б) (3,2)-дерево; в) (3,3)-дерево

Введем комплексный индекс  $i_1 i_2 \dots i_k$  ( $i_j = \overline{1, m}$ ,  $j = \overline{1, k}$ ,  $k = \overline{1, n}$ ) для краткости записываемый как  $i_k$ .

Объем паводковых вод  $V_0$ , поступивших на территорию за время  $t$ , определяется формулой  $V_0 = Q_0 t$ , где  $Q_0$  — расход воды через входное русло территории. Обозначим  $\bar{V}$  объем вод, локализованных в руслах. Для объемов вод в зонах справедливы балансовые соотношения

$$V_0 = V_{i_0} - \bar{V}, V_{i_0} = \sum_{i_1=1}^m V_{i_1}, \forall i_1 i_2 \dots i_{n-1} : V_{i_1 i_2 \dots i_{n-1}} = \sum_{i_n=1}^m V_{i_1 i_2 \dots i_{n-1} i_n}. \quad (15)$$

Предполагаем, что в каждой зоне задан коэффициент относительной экологической ценности  $\alpha_{i_n} = \frac{a_{i_n}}{\sum_{i_n} a_{i_n}}$ , ( $a_{i_n} = \overline{0, a_{max}}$ ).

Площадь затопленной территории каждой из зон описывается кусочно-линейными аппроксимациями  $S_{i_n}^{zat} = \varphi_{i_n}(V_{i_n})$  временных рядов  $S_{i_n}^{zat} = \varphi_{i_n}(V_{i_n}(t_k))$ , полученных агрегированием соответствующих участков массива карт затоплений  $K(t_k)$ ,  $t_k = 10^3 k$ ,  $k = \overline{1, 500}$ , полученных в ходе численного гидродинамического моделирования (п. 3.1).

Управлениями считаем доли открытых частей сечений русел  $u_{i_k} \in [0; 1]$  ( $k = \overline{1, n}$ ). Тогда расходы воды в управляемой русловой системе можно задать формулами

$$\forall i_k : Q_{i_k} = \frac{u_{i_k} Q_{i_{k-1}}}{U_{i_{k-1}} m}, k = \overline{2, n}, U_{i_{k-1}} = \sum_{j=1}^m u_{i_{k-1}j}. \quad (16)$$

Задачу управления водными потоками в русловой  $(m, n)$ -структуре в можно записать в виде

$$\varphi(V_0) = \sum_{i_n} \alpha_{i_n} \varphi_{i_n}(V_{i_n}(u_{i_k})) \rightarrow \max_{\{u_{i_k}\}}, u_{i_k} \in [0; 1], \bar{V} + \sum_{i_n} V_{i_n} = V_0. \quad (17)$$

Эта задача сводится к задаче

$$\varphi(V_0) = \sum_{i_n} \alpha_{i_n} \varphi_{i_n}(V_{i_n}) \rightarrow \max_{\{V_{i_n}\}}, \bar{V} + \sum_{i_n} V_{i_n} = V_0. \quad (18)$$

Решение задачи (18) обозначим  $V_{i_n}^*(V_0)$ . Оптимальное управление  $u_{i_k}^*$  ( $k = \overline{1, n}$ ) задается формулами

$$u_{i_{kj}}^* = \frac{V_{i_{kj}}^*}{V_{i_{kj}^*}^*}, j^* = \arg \max_j V_{i_{kj}}^*, j = \overline{1, m}, k = \overline{1, n}. \quad (19)$$

Результаты численного решения задачи (18) и поиска оптимальных значений структурных параметров представлены на рис. 10. Они незначительно отличаются друг от друга для всех рассматриваемых участков территории.

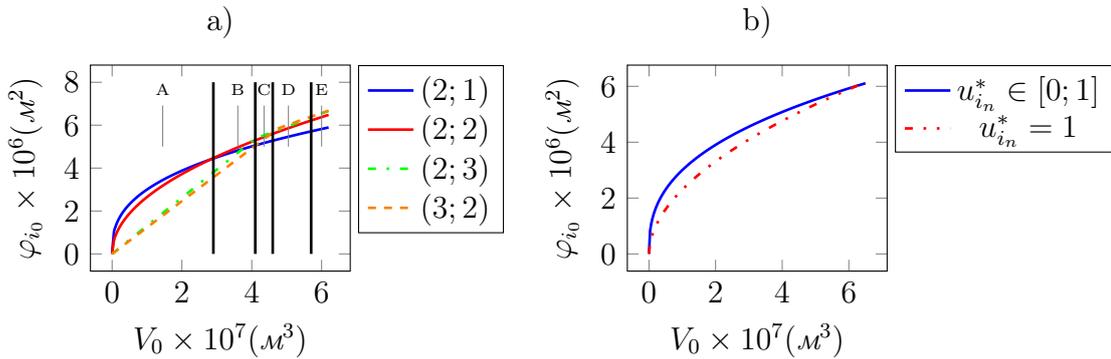


Рисунок 10 — Динамика затопления одного из участков территории: а) при различных параметрах русловой структуры. Указан вид оптимальных структур и области их оптимальности ( $A : (m^*, n^*) = (2; 1)$ ,  $B : (m^*, n^*) = (2; 2)$ ,  $C : (m^*, n^*) = (2; 3)$ ,  $D : (m^*, n^*) = (3; 2)$ ,  $E : (m^*, n^*) = (2-3; 2-3)$ ). б) с  $(2; 1)$ -структурой русел управляемыми ( $u_{i_n}^* \in [0; 1]$ ) и неуправляемыми ( $u_{i_n}^* = 1$ ) сечениями

В п. 3.3 представлено сценарно—имитационное моделирование долгосрочной дина-

мики оптимальной структуры искусственных малых русел.

**Заключение** содержит список основных результатов, полученных в работе.

**В приложениях** приведены блок-схемы и описания основных алгоритмов диссертационного исследования, Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ и акты о внедрении результатов работы.

### **Выводы и результаты работы**

Разработаны алгоритмы численной оптимизации и оптимального управления иерархическими структурами, описываемыми  $n$ -дольными иерархическими графами и порожденными подграфами со структурнозависимыми целевыми функциями, представимыми в виде суперпозиций элементарных целевых функций, заданных в их вершинах. На их основе построены и программно реализованы формальные модели и алгоритмы аналитической и численной оптимизации и оптимального управления симметричными иерархическими структурами производственных потоков предприятий со структурно зависимыми производственными функциями леонтьевского типа, а также структурами искусственных русловых систем пойменных территорий, оптимизирующих паводковые водные потоки.

В результате проведенного на основе созданных моделей и алгоритмов исследования зависимости вида оптимальных структур и оптимальных режимов управления производственных систем, реализующих итерационные технологические процессы в условиях нестационарности факторов производства, от параметров их внутренней и внешней среды, установлено, что:

- поиск оптимальной структуры с целевой функцией, представимой в виде суперпозиции элементарных производственной функций леонтьевского типа, заданных в вершинах структурного графа, сводится к поиску оптимальной размерности рекурсивно заданного семейства задач линейного программирования с изменяющимся числом переменных и балансовых соотношений;
- рост меры отклонения фактических пропорций факторов производства от нормативных ведет к росту сложности оптимальной структуры;
- рост неопределенности в оценке факторов производства ведет к снижению сложности оптимальной структуры;
- поиск оптимального управления структурой в условиях динамичности факторов производства сводится к решению многошаговой задачи динамического программирования, в которой оптимизация функции Беллмана на каждом временном шаге сводится к решению семейства задач линейного программирования с изменяющимся числом переменных и балансовых соотношений;
- решения задачи оптимального управления структурой группируются в оптимальные режимы, характеризуемые параметрами средней структурной сложности и изменчивости, и определяемые отношением затрат на содержание и изменение структуры;
- мера неопределенности оптимальных динамических режимов структуры является монотонной слаболинейной функцией меры неопределенности динамики факторов производства

В результате проведенного на основе созданных моделей и алгоритмов исследования зависимости вида и динамики оптимальных структур искусственных русловых систем пойменных территорий с управляемым поперечным сечением от параметров территории и паводковых режимов и тенденций их изменения установлено, что:

- поиск оптимальной структуры искусственных русловых систем с изменяющейся пропускной способностью русел сводится к поиску оптимальной размерности рекурсивно заданного семейства задач выпуклого математического программирования с изменяющимся числом переменных и балансовых соотношений;
- оптимальная структура искусственных русловых систем определяется объемом паводковых вод, размером и неоднородностью территории, а также возможностью управления пропускной способностью русел;
- рост объема паводковых вод до определенной величины сопровождается ростом сложности оптимальной русловой структуры, при дальнейшем росте объема паводковых вод чувствительность характера затопления территории к структуре русловой системы монотонно падает;
- рост размера территории может сопровождаться как снижением, так и ростом сложности оптимальной русловой структуры в зависимости от величины объема паводковых вод;
- пропорциональный рост размера затопляемой территории и объема паводковых вод сопровождается ростом сложности оптимальной русловой структуры;
- рост неоднородности территории сопровождается ростом сложности оптимальной русловой структуры;
- возможность управления пропускной способностью русел увеличивает сложность их оптимальной структуры;
- рост объема паводковых вод до определенной величины не снижает возможности и эффективности управления пропускной способностью русел, при дальнейшем росте объема паводковых вод возможность и эффективность управления монотонно падают;
- рост неопределенности в оценке объема паводковых вод снижает сложность оптимальной русловой структуры.

## Список работ, опубликованных по теме диссертации

### Статьи в журналах, рекомендованных ВАК:

- [1] Воронин, А. А. Модель численной оптимизации структуры операционного ядра организации. / А.А. Воронин, М.А. Харитонов // Управление большими системами. — 2012. — Вып. 39. — С. 165 — 183.
- [2] Воронин, А.А. Модель адаптации операционного ядра организации / А.А. Воронин, М.А. Харитонов // Вестник Волгоградского государственного университета. Серия 1, Математика. Физика. — 2016. — № 4(35). — С. 43—64.
- [3] Воронин, А. А. Модели оптимизации иерархических структур в системах потоками / А.А. Воронин, М.А. Харитонов // Вести высших учебных заведений Черноземья. — 2017. — № 2(48). — С. 69 — 79.
- [4] Оптимизация и сценарно-имитационное моделирование динамики структуры малых искусственных русел пойменных территорий / В.С. Бакулин, А.А.

Воронин, А.А. Васильченко, М.А. Харитонов // Математическая физика и компьютерное моделирование. — 2017. — № 4(20). — С. 26 — 38.

#### Статьи в журналах индексируемых в Scopus и Web of Science:

- [5] Voronin, A.A. The operating core of an organization: A constrained optimization model / A.A. Voronin, M.A. Kharitonov // Automation and Remote Control. — 2014. — Vol. 75, № 1. — P. 167–178. (**Scopus и Web of Science**)
- [6] Kharitonov, M. Construction and analysis of the production function for complex structured productions / M. Kharitonov // SHS Web Conf.(3rd International Conference on Industrial Engineering (ICIE-2017)). — 2017. — Vol. 35. — Article ID: 01042. (**Web of Science**)
- [7] Kharitonov, M. Operating core of an organizational system: optimal control of support structure / M. Kharitonov, A. Svetlov, A. Voronin // International Journal of Pure and Applied Mathematics. — 2016. — Vol. 107, № 4. — P. 889 — 901. (**Scopus**)

#### Статьи и материалы конференций (выборочно):

- [8] Воронин, А. А. Модель динамической оптимизации операционного ядра организационной системы / А. А. Воронин, М. А. Харитонов // Вестник Волгоградского государственного университета. Серия 1, Математика. Физика. — 2012. — № 2(17). — С. 41–59.
- [9] Воронин, А. А. Управление структурой операционного ядра организации / А. А. Воронин, М. А. Харитонов // Труды международной научно-практической конференции «Теория активных систем» — М.: ИПУ РАН, 14 — 16 ноября 2011. — 2011. — № 1. — С. 31–36.
- [10] Воронин, А. А. Динамическое управление структурой операционного ядра предприятия / А. А. Воронин, М. А. Харитонов // Труды международной научно-практической конференции «УТЭОСС–2012» (9-11 октября 2012 г., Санкт-Петербург). — 2012. — С. 928 — 930.
- [11] Воронин, А. А. Численное моделирование и анализ типов динамики структуры операционного ядра организации / А.А. Воронин, М.А. Харитонов // Материалы 6-й Всероссийской мультikonференции по проблемам управления «МКПУ–2013» (30 сентября — 05 октября 2013 г., Дивноморск). — 2013. — Т. 3. — С. 13 — 17.
- [12] Харитонов, М.А. Оптимальные динамические режимы управления структурой операционного ядра организации / М.А. Харитонов // Материалы X Всероссийской школы-конференции молодых ученых «Управление большими системами» (5-7 июня 2013 г., Уфа). — 2013. — С. 287 — 260.
- [13] Харитонов, М.А. Модель оптимизации структуры операционного ядра организации / М. А. Харитонов // Материалы XI Всероссийской школы-конференции молодых ученых «Управление большими системами» (8-12 сентября 2014 г., Арзамас). — 2014. — С. 736 — 754.

- [14] Харитонов, М.А. Многофакторная модель динамической оптимизации структуры операционного ядра организации / М. А. Харитонов // Материалы XII Всероссийской школы-конференции молодых ученых «Управление большими системами» (7-11 сентября 2015 г., Волгоград). — 2015. — С. 362 — 379.
- [15] Харитонов, М.А. Динамическое управление структурой операционного ядра организационной системы / М.А. Харитонов // Материалы XIII Всероссийской школы-конференции молодых ученых «Управление большими системами» (5-9 сентября 2016 г., Самара). — 2016. — С. 362 — 379.
- [16] Харитонов, М.А. Оптимизация структуры производственной подсистемы организации в условиях неопределенности / М.А. Харитонов // Материалы XIV Всероссийской школы-конференции молодых ученых «Управление большими системами» (4-8 сентября 2017 г., Пермь). — 2017. — С. 362 — 379.
- [17] Харитонов, М.А. Алгоритм построения производственной функции сложно-структурированных производств / М.А. Харитонов // Современные проблемы горно-металлургического комплекса. Наука и производство Материалы Тринадцатой Всероссийской научно-практической конференции, с международным участием (23-25 ноября 2016 г., г. Старый Оскол). — 2016. — Т. II. — С. 117 — 120.

#### **Свидетельства о государственной регистрации программ для ЭВМ:**

- [18] Свидетельство № 2017660502 Российская Федерация. Программа для оптимизации и оптимального управления иерархической структурой производственной подсистемы предприятия : свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ / М. А. Харитонов ; заявитель и правообладатель М. А. Харитонов - № 2017616019 ; заявл. 23.06.2017 ; зарегистр. 22.09.2017 . - 1 с.
- [19] Свидетельство № 2013618134 Российская Федерация. Программа расчета оптимальной структуры профессорско-преподавательского состава кафедр вуза : свидетельство об официальной регистрации программы для ЭВМ / И. М. Решетникова, С. А. Корольков, М. А. Харитонов, А. А. Широкий ; заявитель и правообладатель Федеральное Государственное Автономное Образовательное Учреждение Высшего Профессионального Образования Волгоградский государственный университет. - № 2013616553 ; заявл. 25.07.2013 ; зарегистр. 30.08.2013 . - 1 с.

Подписано в печать 18.10 2017 г. Формат 60 × 84/16.  
Бумага офсетная. Гарнитура Times. Усл. печ. л. 1,0.  
Тираж 100 экз. Заказ 1513.

Отпечатано с готового оригинал-макета  
в ООО «Волгоградское научное издательство»  
400011, г. Волгоград, ул. Электросовская, 55.